



Ecole Polytechnique
Laboratoire d'Hydrodynamique

Thèse présentée pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE

Spécialité : Mécanique

par

Matteo Luca FACCHINETTI

**UN MODÈLE PHÉNOMÉNOLOGIQUE DES
VIBRATIONS INDUITES PAR DÉTACHEMENT
TOURBILLONNAIRE**

soutenue le 20 mars 2003 devant le jury composé de :

M. Peter W. BEARMAN	examineur	Imperial College, London
M. Francis BIOLLEY	examineur	IFP, Rueil-Malmaison
M. Emmanuel DE LANGRE	directeur de thèse	LadHyX, Ecole Polytechnique
M. Patrice LE GAL	rapporteur	IRPHE, Marseille
M. Bernard MOLIN	rapporteur	ESIM, Marseille
M. Michel PROVANSAL	examineur	IRPHE, Marseille

Alla mia famiglia

Grazie !

L'ensemble de ce travail a été accompli durant une période très, très heureuse de ma vie. Tout ce qui est présenté dans ce mémoire n'aurait pas pu l'être sans l'apport essentiel, humain et scientifique, de beaucoup de personnes.

La curiosité scientifique envers les interactions fluide-structure n'aurait pas pu être mieux cultivée par la compétence et la disponibilité d'Emmanuel. Son sens d'analyse critique et ses encouragements ont été un guide précieux à tout moment, de la maîtrise des tuyaux d'arrosage à la cuisson des champignons, en passant par les calculs par éléments finis de la clarinette.

La proverbiale ambiance du LADHYX accompagne ses doctorants avec un enthousiasme indéfectible et une cordialité familiale. Je remercie chaleureusement tout l'ensemble du laboratoire de m'avoir accueilli et accompagné dans mes recherches : Patrick et Paul, gourous de la célèbre équation de Ginzburg-Landau dont ils m'ont rendu disciple; Jean-Marc et Antoine, savants des instabilités hydrodynamiques à la bonne humeur intarissable; Carlo, copain d'innombrables aller-retour à la piscine de l'École ... ça, c'est de l'hydrodynamique appliquée!; Sabine, son honneur étant de tenir bien haut le drapeau de la féminité au labo; Tonio et Pascal, maîtres redoutables du laboratoire expérimental dont l'initiative ne recule devant rien; Daniel, patient à faire face à mon habileté à mettre en panne toute machine et tout logiciel; Thérèse et Christiane, reines de toute procédure administrative; Luca et Peter, camarades dans le bureau le plus rouge du labo; Paul, Stéphanie, Olivier et François, amis joyeux qui m'ont précédés; Ramiro, Charlotte, Patxika, Lutz et Anne-Virginie, auxquels je souhaite une pleine réussite.

Mon initiation aux liaisons fond-surface a été assurée avec le plus grand soin par l'équipe VIV de l'IFP : ma vive reconnaissance à Francis, Cédric, Emmanuel et Jean-Michel. Toute ma sympathie à tous les "collègues du mercredi" : malheureusement les voir une fois seulement par semaine n'a certainement pas aidé à la fidélisation au cheval cabré!

Mes remerciements vont également à Messieurs Peter Bearman, Patrice Le Gal, Bernard Molin et Michel Provansal, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail, en acceptant de constituer mon jury de thèse, et pour la réflexion que j'ai pu en tirer, a posteriori.

Une pensée toute particulière à ma famille : le soutien de mes parents n'a pas été arrêté par les Alpes et m'a permis de mener ces travaux à terme en toute sérénité.

Et un gros *abbraccio* à mes amis de tous horizons et tous pays, copains d'innombrables et mémorables aventures : d'un marathon à Madrid à une valse viennoise à l'Opéra Garnier, d'une 24h de natation de l'X à une autre en roller au Mans, en passant par de nombreux Grand Prix de Formule 1 couronnés par les viennoiseries du lundi matin. Sans oublier le cinéma en plein air à la Villette, les traversées nocturnes en roller de Paris et le charme du canal Saint-Martin ...

Les travaux décrits dans ce manuscrit ont été réalisés dans le cadre d'une thèse de doctorat proposée et financée par l'Institut Français du Pétrole (IFP). Cette thèse s'est déroulée de janvier 2000 à décembre 2002 au Laboratoire d'Hydrodynamique de l'Ecole Polytechnique (LADHYX), à Palaiseau, et partiellement au sein de la Division de Mécanique appliquée de l'Institut Français du Pétrole, à Rueil-Malmaison.

Table des matières

1	Introduction aux vibrations induites par détachement tourbillonnaire	3
1.1	Une interaction fluide-structure forte	4
1.2	Phénoménologie bi-dimensionnelle	5
1.3	Phénoménologie tri-dimensionnelle	8
1.4	Modélisation de la structure	10
1.4.1	Approche globale (modes)	11
1.4.2	Approche locale (ondes)	12
1.5	Modélisation de l'écoulement	13
1.5.1	Forçage paramétrique	13
1.5.2	Equations de Navier-Stokes	13
1.5.3	Modèles phénoménologiques	14
1.6	Oscillateur fluide de van der Pol	16
1.7	Conclusions	17
2	Aspects tri-dimensionnels du détachement tourbillonnaire	21
2.1	Modèle de van der Pol	22
2.2	Effet de la diffusion du sillage	23
2.2.1	Dynamique locale	23
2.2.2	Dynamique globale	24
2.2.3	Paramètre de diffusion	26
2.3	Effet de la raideur du sillage	28
2.3.1	Dynamique locale	28
2.3.2	Paramètre de raideur	29
2.4	Applications	31
2.4.1	Détachement tourbillonnaire d'une structure sinueuse	32
2.4.2	Détachement tourbillonnaire d'une structure oblique	34
2.5	Conclusions	34
3	Vibrations induites par détachement tourbillonnaire plan	37
3.1	Modélisation	38
3.1.1	Oscillateur structural	38
3.1.2	Oscillateur fluide	39
3.1.3	Couplage fluide-structure	39

3.2	Valeurs des paramètres	40
3.3	Dynamique du système couplé	43
3.3.1	Détachement tourbillonnaire forcé	43
3.3.2	Vibrations induites par le détachement tourbillonnaire	44
3.3.3	Amplitude d'oscillation à l'accrochage	47
3.3.4	Extension du domaine d'accrochage	49
3.3.5	Masse ajoutée	51
3.3.6	Choix du modèle de couplage	52
3.4	Application : cylindres en tandem	53
3.4.1	Interaction de sillage	54
3.4.2	Vibrations induites avec interaction de sillage	56
3.5	Conclusions	56
4	Ondes de vibration induites par détachement tourbillonnaire	59
4.1	Ondes progressives	60
4.2	Modélisation	60
4.3	Ondes progressives et ondes stationnaires	65
4.4	Validation numérique	70
4.5	Expériences	74
4.5.1	Montage expérimental	74
4.5.2	Modèle analytique	75
4.5.3	Acquisition et traitement d'image	77
4.5.4	Analyse des données	78
4.5.5	Simulations numériques avec le modèle de van der Pol	83
4.6	Conclusions	87
	Conclusions & Perspectives	89
	Bibliographie	95
A	Equation de Ginzburg-Landau	105
B	Oscillateurs de van der Pol distribués	109
B.1	Relation de dispersion	109
B.2	Structure oblique	110
B.3	Structure sinueuse	111
C	Oscillateur de van der Pol	113
C.1	Oscillateur de van der Pol forcé	113
C.2	Oscillateur de van der Pol couplé	114
D	Oscillateurs de van der Pol en tandem	117
D.1	Interaction de sillage	117
D.2	Vibrations induites en interaction de sillage	117

E Ondes de vibration induites par détachement tourbillonnaire	119
F Données expérimentales	123
G Articles	125
G.1 Vortex shedding modeling using diffusive van der Pol oscillators	125
G.2 On wake oscillator models for 2-D vortex-induced vibrations	125
G.3 VIV of two cylinders in tandem arrangement : analytical and numerical modeling	125
G.4 Vortex-induced waves along cables	125
G.5 Experiments on vortex-induced waves along cables	126

Avant Propos

La harpe éolienne est un instrument de musique curieux connu depuis les légendes grecques : en exposant une corde tendue au vent, elle peut vibrer en produisant des sonorités particulières, changeant au gré de la vitesse du vent. Pourtant, il a fallu attendre Strouhal (1878) pour connaître la première avancée théorique et expérimentale sur la physique du phénomène : la fréquence des vibrations, donc le ton du son émis, est proportionnel à la vitesse du vent divisée par l'épaisseur de la corde. Lord Rayleigh (1879) remarque ensuite que les vibrations se manifestent principalement dans le plan perpendiculaire au vent, contrairement à l'opinion généralement avancée. Mais ce n'est que depuis les observations de Bénard (1908) et Von Kármán (1912) que l'on sait que les vibrations de la harpe éolienne sont dues au détachement des tourbillons derrière la corde, d'où la dénomination de vibrations induites par détachement tourbillonnaire (*Vortex-Induced Vibrations - VIV*).



FIG. 1 – Harpe éolienne : onze arcs éoliens sont fixés sur une caisse de résonance ovoïde avec table d'harmonie. Ces arcs laminés sont équipés de cordes de nylon et accordés par des chevilles de violon (Raymond Morin & Danièle Coderre, www3.sympatico.ca/lidery/eolien.html).

Le phénomène des VIV concerne aujourd'hui de nombreuses structures cylindriques, soumises à de forts vents et courants. C'est le cas dans le domaine de l'énergie et du nucléaire, ainsi que dans la construction civile et marine. En particulier, pour l'exploitation des champs pétrolifères offshore, des structures très élancées sont utilisées afin d'assurer les liaisons entre les têtes de puits au fond de l'océan et le support flottant, plate-forme ou navire en surface, tels que les câbles d'ancrage et les conduites, risers et pipelines.

Une meilleure connaissance du comportement vibratoire des liaisons fond-surface, soumises au courant et à la houle, est nécessaire à cause de trois problèmes causés par les VIV : l'accroissement de la fatigue de la structure, ce qui limite sa durée de vie, l'augmentation de la traînée, donc de tous les efforts auxquels sont soumises les structures, et enfin la possibilité de collision entre liaisons proches. Des ruptures du matériel dues aux VIV, pouvant amener à la perte de la liaison, sont décrites dans la littérature (Hopper, 1983) : cela explique l'intérêt porté à ce phénomène physique dès la conception de ces structures. Il est donc primordial de pouvoir disposer d'outils permettant la modélisation des VIV, voire leur prédiction, ce qui constitue l'objet de cette thèse.

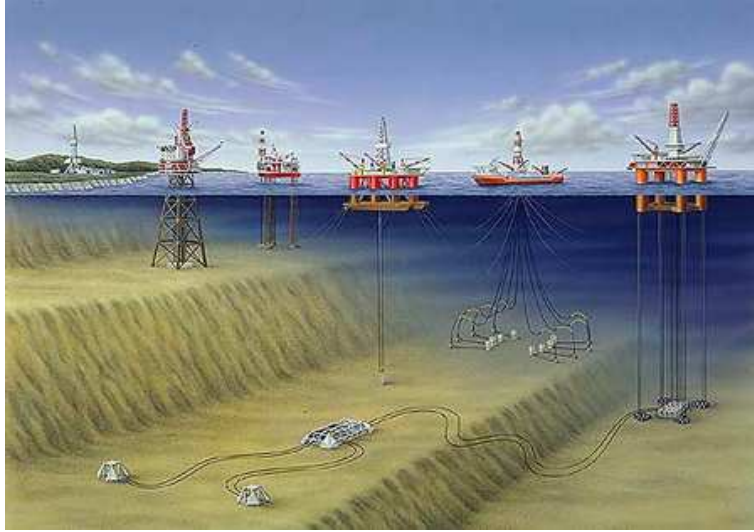


FIG. 2 – Liaisons fond-surface (source ABB engineering).

Trois éléments majeurs caractérisent la dynamique des liaisons fond-surface vis-à-vis des VIV.

- a) **Un grand élancement** : les structures considérées ont un diamètre caractéristique D allant de 0.1 m pour les câbles d’ancrage et risers de production à 1 m pour les risers de forage. Les profondeurs concernées par l’exploitation de champs pétrolifères offshore en grande profondeur sont bien au delà de $L = 1000\text{ m}$: le rapport d’aspect ou élancement $\Lambda = L/D$ dépasse donc 10^3 .
- b) **Des géométries complexes** : afin d’assurer plusieurs connexions de fond à la même unité de surface, des structures à géométrie non verticale (caténaire) sont de plus en plus utilisées à côté des liaisons verticales droites classiques.
- c) **Des écoulements complexes** : les liaisons fond-surface sont placées dans une cinématique de houle et soumises à des écoulements cisailés variés, en vitesse et orientation, le cisaillement étant souvent monotone et concentré à faible profondeur. Dans la tranche d’eau, la vitesse du courant près de la surface libre peut atteindre $U = 4\text{ knots} \sim 2\text{ m/s}$: le nombre de Reynolds atteint ainsi la valeur $Re = 10^6$.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons donc à la réponse aux VIV d’une structure cylindrique très élancée, à géométrie complexe et soumise à un écoulement cisailé. Le premier chapitre du manuscrit est consacré à la description de la phénoménologie du détachement tourbillonnaire et des VIV, en mettant en évidence les limites de leur modélisation dans le cadre des liaisons fond-surface en grandes profondeurs. Un modèle phénoménologique du sillage proche couplé avec une structure élastique est ainsi développé. Il est basé sur le concept d’oscillateur fluide et ses éléments fondamentaux sont établis par étapes dans les trois chapitres qui suivent. Nous allons montrer l’efficacité de cet outil de modélisation vis-à-vis des calculs d’écoulement par simulation numérique et des expériences de laboratoire.

Chapitre 1

Introduction aux vibrations induites par détachement tourbillonnaire

Dans le cadre très général des interactions mécaniques fluide-structure, nous abordons le phénomène physique des vibrations induites par détachement tourbillonnaire. En faisant référence aux ouvrages de Chen (1987), Blevins (1990), Naudascher & Rockwell (1994) et Pantazopoulos (1994), on décrit d'abord l'aspect local, ou bi-dimensionnel, caractérisé par une échelle de temps commune au fluide et à la structure (§ 1.1, § 1.2). Ensuite on examine les effets globaux, ou tri-dimensionnels : fluide et structure présentent des longueurs caractéristiques différentes, pour lesquelles des critères de sélection sont envisageables (§ 1.3). Certains aspects de la phénoménologie sont seulement mentionnés : leur analyse détaillée est reprise et développée conjointement à leur modélisation dans les chapitres suivants. L'état de l'art de la modélisation numérique et analytique des vibrations induites par détachement tourbillonnaire est ensuite établi (§ 1.4, § 1.5) : une modélisation phénoménologique est enfin proposée pour des structures très élancées, à géométrie complexe et soumises à des courants cisailés (§ 1.6).

1.1 Une interaction fluide-structure forte

Le domaine des interactions fluide-structure concerne toute situation où un fluide interagit avec un solide environnant pour laquelle aucun des deux éléments, fluide ou solide, ne peut être négligé. En particulier les VIV constituent un phénomène d'interaction fluide-structure forte (de Langre, 2000), non pas au sens de l'intensité des efforts, mais de la simultanéité des évolutions du fluide et de la structure. Les alternances de détachement tourbillonnaire entraînent sur la structure qui les provoque des fluctuations d'efforts : la structure oscille ainsi sous l'effet du fluide et son mouvement modifie à son tour l'écoulement.

L'allée tourbillonnaire de Bénard-von Kármán est périodique en temps. La fréquence du détachement tourbillonnaire f_f est adimensionnée par rapport au temps d'advection du fluide le long de la structure, en définissant le nombre de Strouhal

$$S_t = f_f \frac{D}{U} \quad . \quad (1.1)$$

Pour un cylindre en régime sous-critique ($300 < R_e < 150000$), en première approximation il ne dépend pas du nombre de Reynolds et vaut $S_t = 0.2$.

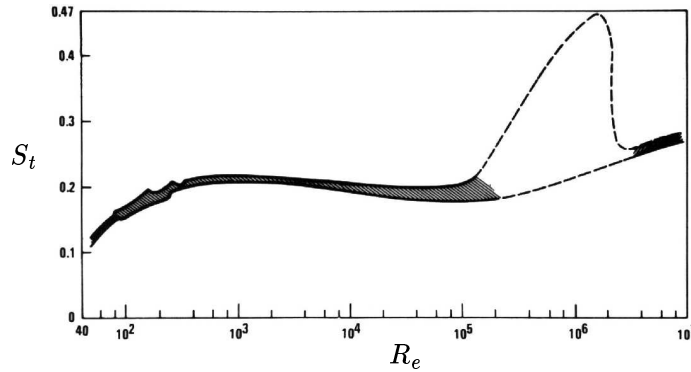


FIG. 1.1 – Nombre de Strouhal S_t en fonction du nombre de Reynolds R_e (Blevins, 1990).

On considère une structure libre d'osciller avec la fréquence propre de vibration f_s : en adimensionnant encore par rapport au temps d'advection du fluide le long de la structure, on introduit la vitesse réduite

$$U_r = f_s^{-1} \frac{U}{D} \quad . \quad (1.2)$$

Les VIV se manifestent quand les échelles de temps caractéristiques du fluide et de la structure sont du même ordre de grandeur, soit

$$U_r S_t = \frac{f_f}{f_s} = \mathcal{O}(1) \quad . \quad (1.3)$$

La condition de résonance entre fluide et structure se manifeste ainsi autour de la valeur

$$U_r = \frac{1}{S_t} \sim 5 \quad . \quad (1.4)$$

1.2 Phénoménologie bi-dimensionnelle

Afin d'introduire le phénomène des VIV, on considère d'abord le cas simple d'une structure cylindrique à un degré de liberté, libre d'osciller en direction transverse par rapport à un écoulement uniforme et stationnaire. Structure et sillage correspondent donc à deux oscillateurs couplés caractérisés par leur fréquence propre, f_s et f_f respectivement. Observons en figure 1.2 l'effet de la vitesse de l'écoulement, autrement dit la vitesse réduite U_r , sur la fréquence du détachement tourbillonnaire f_f , l'amplitude du mouvement du cylindre Y et leur phase relative φ .

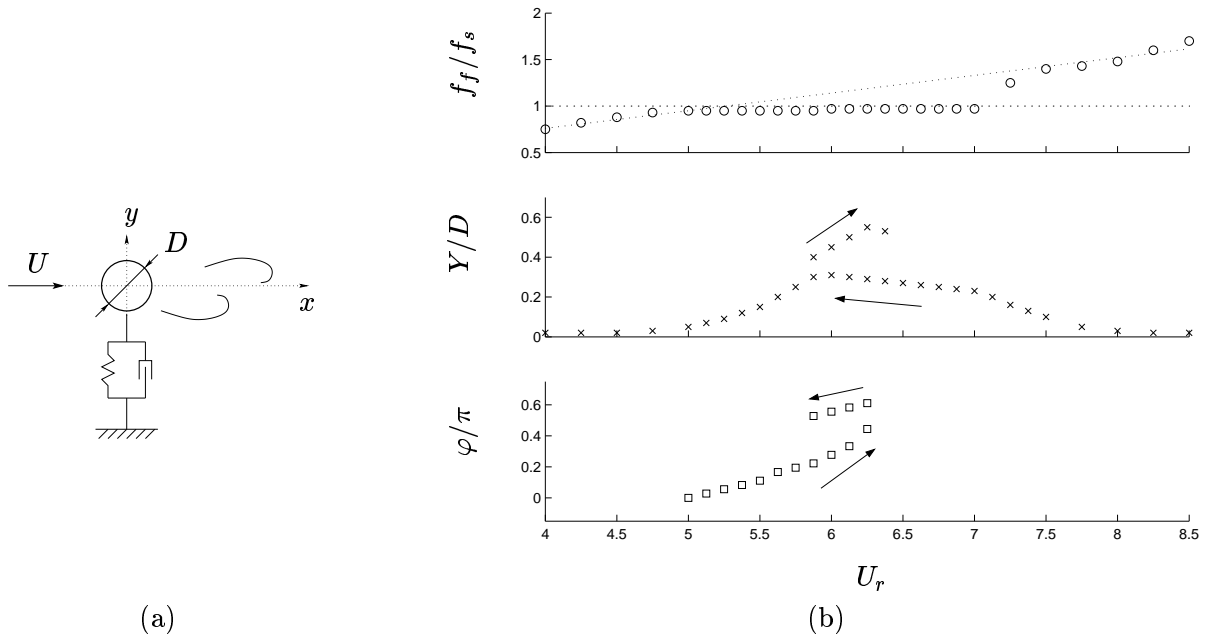


FIG. 1.2 – Accrochage (*lock-in*) : ○, fréquence f_f/f_s ; ×, amplitude Y/D ; □ phase φ d'oscillation d'une structure soumise aux VIV en fonction de la vitesse réduite U_r (Feng, 1968).

Pour des vitesses réduites grandes ou petites par rapport à $1/S_t$, le sillage suit la loi de Strouhal (1.1) et la structure demeure pratiquement à l'arrêt : c'est le détachement tourbillonnaire d'une structure fixe, sans véritable couplage. Dès que la vitesse réduite approche la condition de résonance $U_r = 1/S_t$, le détachement tourbillonnaire ne respecte plus la loi de Strouhal et il se synchronise sur la fréquence de la structure, qui devient ainsi la fréquence dominante du système couplé : c'est l'accrochage, ou *lock-in*. Le sillage excite la structure à la résonance et des oscillations d'amplitude significative, mais finie, se développent. Le phénomène de l'accrochage est typiquement hystérétique et comporte un changement de phase entre le détachement tourbillonnaire et le mouvement de la structure : à faible vitesse réduite, les tourbillons se détachent à l'instant où l'oscillation de la structure rejoint l'amplitude maximale, du côté externe par rapport à l'axe du sillage ; à haute vitesse réduite, les tourbillons se détachent toujours à l'instant où l'oscillation de la structure rejoint l'amplitude maximale, mais du côté interne par rapport à l'axe du sillage.

Les VIV sont caractérisées par l'extension du domaine d'accrochage et par l'amplitude maximale des vibrations à la résonance. Les paramètres caractéristiques utilisés habituellement sont (Vandiver, 1993; Khalak & Williamson, 1999) :

- le rapport de masse (*mass ratio*)

$$\mu = m / \rho D^2 \quad , \quad (1.5)$$

entre la masse linéique m associée à la structure et celle du fluide déplacé par la présence de la structure. La masse linéique m comprend celle de la structure m_s et la masse ajoutée m_f

$$m = m_s + m_f \quad , \quad m_f = C_M \pi/4 \rho D^2 \quad , \quad (1.6)$$

qui exprime l'effet inertiel de l'entraînement du fluide lors du mouvement de la structure. Pour une section droite circulaire dans un fluide au repos, ou bien en écoulement potentiel, le coefficient de masse ajoutée est $C_M = 1$;

- l'amortissement réduit (*damping ratio*)

$$\xi = \frac{r}{r_c} \quad , \quad r_c = 2m\omega \quad , \quad \omega = \sqrt{\frac{h}{m}} \quad . \quad (1.7)$$

Pour un système dynamique à paramètres concentrés, caractérisé par une masse m , un amortissement r et une raideur h , il exprime le rapport entre l'amortissement effectif r et l'amortissement critique r_c ;

- le paramètre de réponse ou nombre de Skop-Griffin

$$S_G = 8\pi^2 S_t^2 \mu \xi \quad , \quad (1.8)$$

choisi parmi de nombreux autres paramètres combinés masse-amortissement, tels que le paramètre de stabilité ou le nombre de Scruton.

L'amplitude maximale des vibrations Y/D à la résonance est typiquement mise en relation directe avec le nombre de Skop-Griffin S_G et représentée dans le diagramme de Griffin (*Griffin plot*) en figure 1.3.

L'extension du domaine d'accrochage dépend aussi du rapport de masse et est plus importante en eau qu'en air pour la même structure, comme illustré en figure 1.4. Le débat sur l'influence simple ou combinée du rapport de masse μ et de l'amortissement réduit ξ demeure encore ouvert, en particulier à très faible nombre de Skop-Griffin (Govardhan & Williamson, 2000).

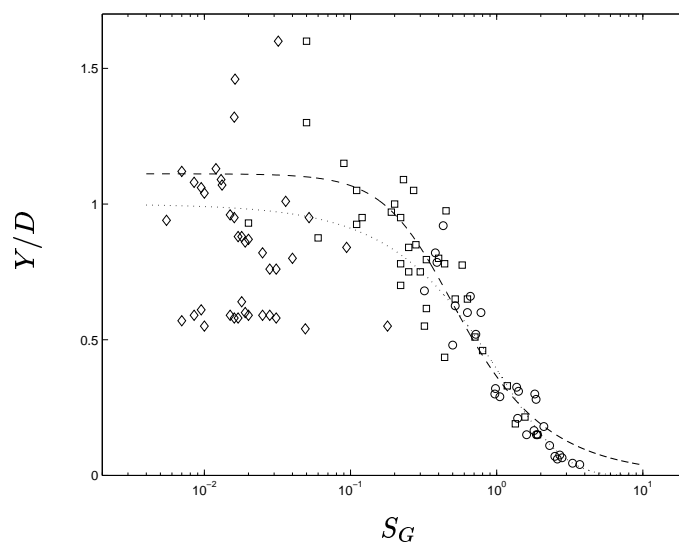


FIG. 1.3 – Amplitude maximale des oscillations à l'accrochage Y/D en fonction du nombre de Skop-Griffin S_G . Données expérimentales en air : \circ , Balasubramanian & Skop (1997). Données expérimentales en eau : \square , Balasubramanian & Skop (1997); \diamond , Khalak & Williamson (1999). Interpolations aux moindres carrés : - -, Balasubramanian & Skop (1997); \cdots , Skop & Luo (2001).

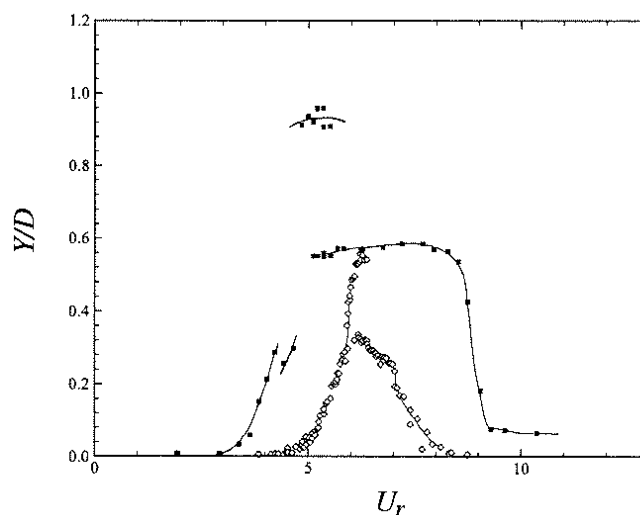


FIG. 1.4 – Extension du domaine d'accrochage en fonction du rapport de masse à $S_G = 0.032$: \diamond , $\mu = 250$, Feng (1968); \square , $\mu = 9$, Khalak & Williamson (1999).

1.3 Phénoménologie tri-dimensionnelle

On considère maintenant une structure cylindrique élancée. Trois phénomènes tri-dimensionnels se manifestent d'abord en analysant le détachement tourbillonnaire à structure fixe : la corrélation du sillage proche, le détachement tourbillonnaire oblique et le détachement tourbillonnaire par cellules.

La périodicité du sillage proche exprimée par la loi de Strouhal n'est pas parfaite : en observant les oscillations d'une grandeur physique locale concernant l'écoulement (vitesse, pression) en aval d'un cylindre, on perçoit bien la fréquence dominante de Strouhal, mais aussi un battement assez irrégulier à plus basse fréquence (figure 1.5). La corrélation du sillage proche le long de la structure est caractérisée par une longueur caractéristique de corrélation (Bearman, 1984; Pantazopoulos, 1994), dont l'appréciation est évidemment primordiale dans la modélisation de la distribution axiale des interactions fluide-structure. Pour une structure immobile, cette longueur de corrélation n'excède pas quelques diamètres, elle augmente néanmoins pour des oscillations même faibles.

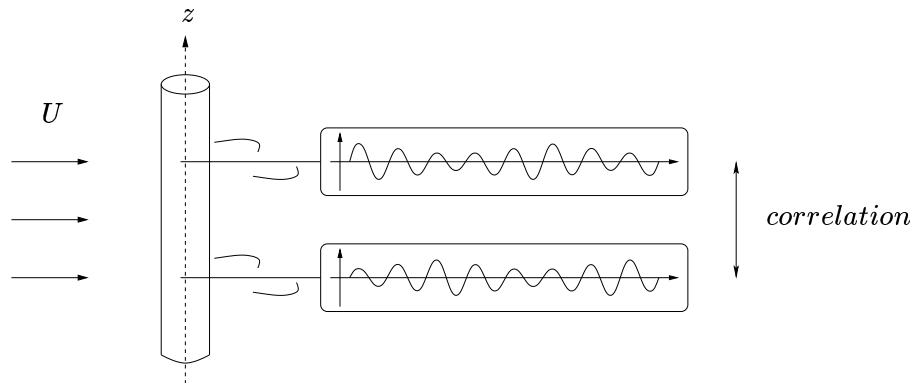


FIG. 1.5 – Corrélation du sillage proche.

Un détachement tourbillonnaire oblique peut apparaître dans le sillage lointain comme l'effet indirect d'un écoulement cisailé (Stansby, 1976; Williamson, 1996), ou bien dans le sillage proche à cause d'un forçage local ou des effets de bord (Williamson, 1989; Hammache & Gharib, 1991) comme illustré en figure 1.6a. Un cas dual est représenté par le détachement tourbillonnaire d'une structure oblique par rapport à l'écoulement en figure 1.6b.

En fonction de l'angle d'inclinaison θ , on met en évidence une déviation de la loi de Strouhal sous la forme

$$S_t^\theta = S_t \cos \theta \quad , \quad (1.9)$$

considérée valable pour des angles d'inclinaison θ inférieurs à environ 20° , limite au delà de laquelle la dispersion des données expérimentales devient importante. Il s'agit d'une relation déduite des expériences et justifiée par de considérations empiriques, telle que le principe d'indépendance (*independence principle*) (King, 1977; Ramberg, 1983). La vitesse caractéristique à considérer dans (1.1) pour le calcul du nombre de Strouhal est celle de l'écoulement projetée en direction normale à l'axe de la structure inclinée, alors que la dimension transverse caractéristique reste le diamètre du cylindre. Cette relation est acceptée seulement en première

approximation par l'analyse du détachement tourbillonnaire oblique du point de vue des instabilités hydrodynamiques (Triantafyllou, 1990; Albarède & Monkewitz, 1992).

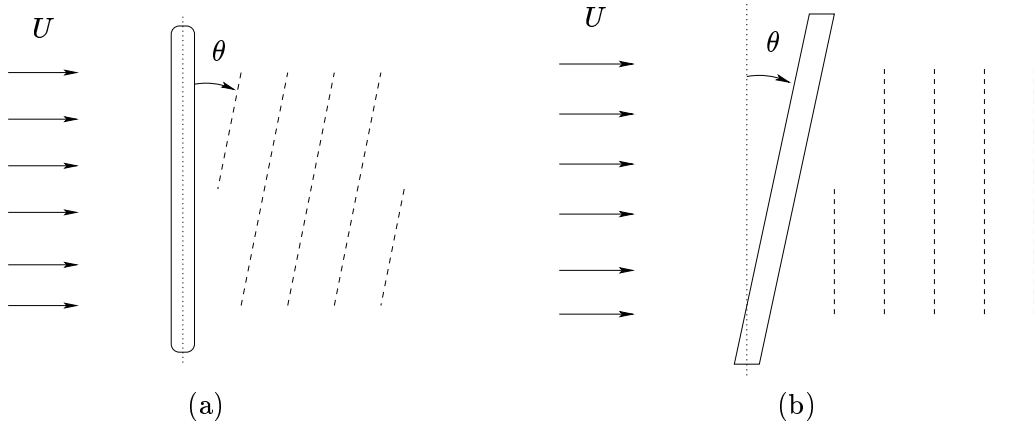


FIG. 1.6 – Détachement tourbillonnaire oblique : (a) structure normale à l'écoulement ; (b) structure oblique.

Le détachement tourbillonnaire par cellules est observé dans le sillage d'une structure uniforme soumise à un écoulement cisailé, ou bien conique en écoulement uniforme, comme illustré en figure 1.7. Cela se manifeste dès l'établissement de l'allée de Bénard-von Kármán à faible nombre de Reynolds (Gaster, 1969, 1971; Papangelou, 1992; Piccirillo & van Atta, 1993), jusqu'au régime sous-critique (Maull & Young, 1973; Mair & Stansby, 1975; Griffin, 1985; Woo *et al.*, 1989; Anderson & Szewczyk, 1995, 1996). Le phénomène est également observé quand la structure est en mouvement forcé (Stansby, 1976; Peltzer & Rooney, 1985), ou bien soumise aux VIV (Balasubramanian *et al.*, 2000). En présence d'une distribution régulière et continue de la fréquence de Strouhal, le spectre en fréquence du sillage proche montre une variation par paliers, sous forme de cellules caractérisées par une fréquence constante et délimitées par des discontinuités localisées. La taille de ces cellules constitue une autre longueur caractéristique du détachement tourbillonnaire. On introduit le paramètre de cisaillement (*shear parameter*) β et le rapport de conicité (*taper ratio*) R

$$\beta = \frac{\overline{D}}{\overline{U}} \frac{\partial U}{\partial z} \quad , \quad R = \left(\frac{\partial D}{\partial z} \right)^{-1} \quad , \quad (1.10)$$

z étant la coordonnée dans laquelle la vitesse du flux U (diamètre D) varie et \overline{U} (\overline{D}) étant une vitesse (diamètre) de référence. A égalité de gradient de fréquence de Strouhal on a $\beta = R^{-1}$. L'équivalence formelle des deux cas illustrés en figure 1.7 est tout de même mise en défaut par des différences phénoménologiques observées expérimentalement, en particulier pour les gradients de pression d'arrêt sur la structure, et surtout dans le sillage lointain (Vallès *et al.*, 2002).

Pour une structure élastique élancée soumise au détachement tourbillonnaire tri-dimensionnel, la phénoménologie des VIV décrite au paragraphe précédent devient plus complexe. A l'échelle temporelle d'évolution commune du fluide et de la structure s'ajoute une échelle spatiale. L'accrochage se manifeste toujours quand les échelles de temps caractéristiques du fluide et de la structure sont du même ordre de grandeur : la fréquence des oscillations les plus

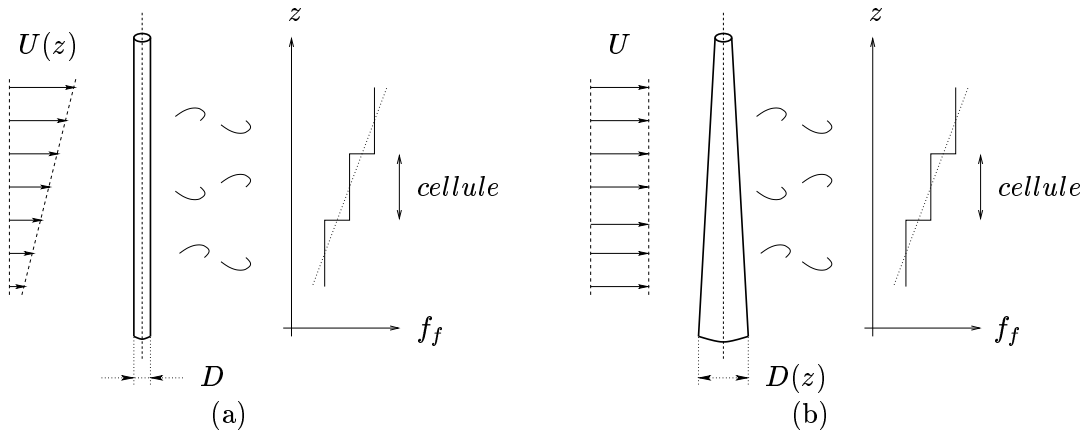


FIG. 1.7 – Détachement tourbillonnaire par cellules : (a) structure uniforme en écoulement cisailé; (b) structure conique en écoulement uniforme.

importantes est donnée par la loi de Strouhal. En terme d'échelle d'espace, la longueur d'onde des vibrations de la structure doit être mise en relation avec les longueurs caractéristiques du fluide, introduites ci-dessus (corrélation, cellules...). Ces longueurs n'ont pas forcément le même ordre de grandeur : c'est ainsi qu'un critère de sélection de la longueur d'onde des VIV doit être envisagé. Dans ce cadre, le rôle de l'élancement de la structure et des conditions de support aux extrémités, et du cisaillement de l'écoulement est primordial. Le cas le plus simple est celui d'une structure peu élancée dont les extrémités réfléchissent efficacement les ondes de vibration. Les longueurs caractéristiques de la structure sont associées à ses modes propres et en fonction du cisaillement de l'écoulement on met en évidence expérimentalement une réponse mono-modale ou multi-modale (Vandiver *et al.*, 1996; Marcollo & Hinwood, 2002).

Si le rapport d'aspect $\Lambda = L/D$ est très important, notamment par rapport à la longueur d'atténuation par amortissement des vibrations (Vandiver, 1993), le comportement dynamique de la structure s'approche de celui d'une structure de longueur infinie. L'onde correspondante à une excitation localisée peut être atténuée avant de rejoindre les extrémités et être réfléchi : on n'observe plus des ondes stationnaires, mais des ondes progressives. En outre, la présence de bouées intermédiaires de support et des zones d'appui sur le fond constituent des conditions favorables à l'établissement d'ondes progressives : l'onde de VIV peut être absorbée au lieu d'être réfléchi. Des ondes progressives ont été observées dans le cadre de l'exploitation de champs pétrolifères offshore pour des liaisons fond-surface très élancées (Vandiver, 1993; Lyons *et al.*, 2000), mais également pour des câbles océanographiques de remorquage d'instrumentation acoustique (Alexander, 1981). Dans ce cas, les longueurs caractéristiques du fluide et de la structure contribuent à la sélection de la longueur des ondes de VIV, selon un critère qui reste à éclaircir.

1.4 Modélisation de la structure

La dynamique d'une structure élastique très élancée vis-à-vis des VIV, telle qu'une liaison fond-surface dans le cadre de l'exploitation des champs pétrolifères offshore en grande profondeur, est convenablement décrite par un modèle classique unidimensionnel de câble ou poutre

tensionnée d'Euler-Bernoulli (Graff, 1975; Clough & Penzien, 1975). Dans l'hypothèse des petites déformations, le déplacement $Y(Z, T)$ dans le plan transverse à l'écoulement est exprimé par l'équation d'onde

$$m \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} - \frac{\partial}{\partial Z} \left(T_a \frac{\partial Y}{\partial Z} \right) + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \left(EI \frac{\partial^2 Y}{\partial Z^2} \right) = 0 \quad , \quad (1.11)$$

où m est la masse linéique, T_a la tension axiale et EI le module de flexion. Ce modèle peut être aisément complété afin de prendre en compte les effets de pression interne et externe (Païdoussis, 1973), de l'écoulement interne (Blevins, 1990; Païdoussis, 1998), de différents modèles d'amortissement (Fang & Lyons, 1996) et d'autres effets de second ordre (Kim & Perkins, 2002). Toutefois le recours au modèle simple du câble constitue une approximation souvent justifiée et appliquée à l'étude de la dynamique des liaisons fond-surface; notamment, la raideur en flexion peut être négligée si les longueurs d'onde d'intérêt sont suffisamment grandes (Vandiver, 1993).

Indépendamment de la méthode utilisée pour le calcul de la dynamique du fluide, on peut envisager deux approches de modélisation de la dynamique de la structure :

- a) approche globale (modes) : on décrit le mouvement en utilisant des ondes stationnaires, autrement dit les modes propres de la structure ;
- b) approche locale (ondes) : on décrit le mouvement en utilisant des ondes progressives, atténuées le long de la structure et réfléchies aux extrémités.

La différence entre ces deux approches réside dans le schéma de décomposition adopté pour décrire le mouvement de la structure, mais surtout dans la représentation des interactions fluide-structure, notamment des longueurs caractéristiques associées.

1.4.1 Approche globale (modes)

Cette approche suppose connus les modes propres de vibration de la structure, au moins dans la plage des fréquences concernées par l'excitation des VIV. Pour chaque mode, une vitesse réduite est définie sur la base de sa fréquence modale, équation (1.2). A chaque point le long de la structure, le détachement tourbillonnaire excite le mode propre dont la vitesse réduite U_r est la plus proche à la résonance parfaite $1/S_t$. On suppose donc l'accrochage local et l'on fait également l'hypothèse qu'un seul mode peut être excité à un point donné le long de la structure. En présence d'un écoulement cisailé ou d'une structure à différents diamètres, plusieurs modes peuvent être donc excités le long de la structure, figure 1.8. La structure est ainsi découpée en bandes d'excitation, chacune caractérisée par sa fréquence propre. Autrement dit, chaque mode admet une longueur d'excitation dans laquelle il reçoit énergie du fluide, lorsque ailleurs l'interaction fluide-structure est dissipative (Vandiver, 1993; Vandiver *et al.*, 1996). L'amplitude de chaque mode est ainsi calculée par un bilan énergétique et la réponse globale de la structure est déduite par superposition modale. Cette méthode est appliquée dans la majorité des codes d'appréciation des VIV développés et utilisés dans l'industrie pétrolière (Vandiver, 1994; Halse & Larsen, 1995; Le Cunff *et al.*, 2002).

Les longueurs caractéristiques dominantes du modèle sont donc celles des modes propres de la structure et les longueurs d'excitation associées : aucune autre longueur caractéristique

de l'écoulement n'est prise en compte, sauf par des coefficients empiriques. Cette approche est justifiée et efficace seulement pour des structures peu élancées et à géométrie simple, notamment rectiligne, dont les extrémités réfléchissent efficacement les ondes de vibration.

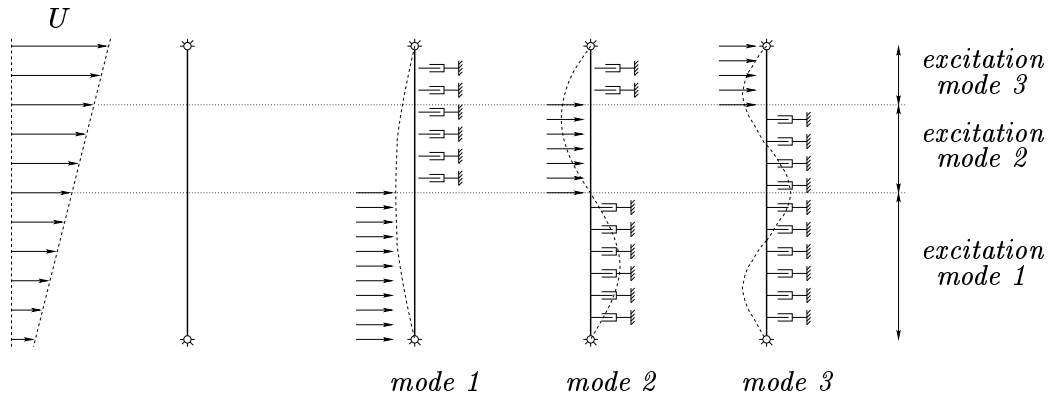


FIG. 1.8 – Interprétation du couplage fluide-structure par approche globale (modes).

1.4.2 Approche locale (ondes)

Cette approche ne demande aucune connaissance des modes propres de vibration de la structure : le fluide interagit en chaque point avec la structure en générant ainsi des ondes qui se propagent, atténuées, le long de la structure et qui peuvent se réfléchir aux extrémités, figure 1.9. On concentre donc l'attention sur l'interaction fluide-structure locale, en donnant explicitement une importance équivalente aux longueurs caractéristiques du fluide et de la structure. Les longueurs caractéristiques de la structure interviennent dans le processus de propagation de l'excitation locale, alors que la distribution spatiale des excitations est fixée par les longueurs caractéristiques du fluide. La réponse vibratoire est ensuite déterminée par superposition d'ondes.

Cette approche a eu jusqu'à maintenant très peu d'applications dans l'industrie pétrolière (Triantafyllou *et al.*, 1994; Triantafyllou & Grosenbaugh, 1995; Le Cunff & Durand, 1999), notamment parce que demande d'aborder directement le problème de sélection de longueur d'onde dominante parmi celles caractéristiques du fluide et de la structure.

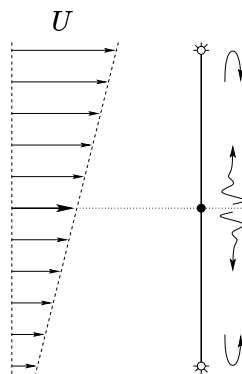


FIG. 1.9 – Interprétation du couplage fluide-structure par approche locale (ondes).

1.5 Modélisation de l'écoulement

Indépendamment de la méthode utilisée pour le calcul de la dynamique de la structure, on distingue trois modélisations de la dynamique du fluide et de ses effets :

- a) forçage paramétrique : on réduit la dynamique de l'écoulement aux actions que le fluide exerce sur la structure, donc sans modéliser un véritable domaine fluide physique ;
- b) équations de Navier - Stokes : l'écoulement autour de la structure, fixe ou mobile, est décrit en détail par ses champs de vitesse et pression (ou fonction de courant et vorticité), par résolution numérique des équations de Navier-Stokes, d'où les efforts exercés sur la structure sont déduits ;
- c) modèles phénoménologiques : intermédiaires entre les deux précédents. Le fluide admet une dynamique propre en couplage fort avec la structure, mais sans la complexité (numérique et analytique) dérivant du recours aux équations de Navier-Stokes.

La différence parmi ces trois techniques touche au niveau de détail de la modélisation du fluide et, par conséquent, la robustesse et l'efficacité d'implémentation numérique, et également l'accessibilité par étude analytique.

1.5.1 Forçage paramétrique

La première modélisation du système couplé fluide-structure proposée dans la littérature sur les VIV réduisait la modélisation du fluide et les interactions fluide-structure à un forçage exercé par le fluide sur la structure : c'est le cas de la formulation semi-empirique de Morison (Morison *et al.*, 1950; Sarpkaya, 2001), selon laquelle l'effet du fluide est représenté par un nombre limité de coefficients empiriques tels que la portance, la traînée, la masse et l'amortissement ajoutés. Le fluide n'admet donc pas une véritable dynamique. Les phénomènes physiques majeurs des VIV sont qualitativement et quantitativement décrits, nécessitant tout de même un recalage continu des coefficients empiriques.

Cette modélisation, appliquée avec la modélisation de la structure selon les approches ondes (Triantafyllou *et al.*, 1994; Triantafyllou & Grosenbaugh, 1995; Le Cunff & Durand, 1999), mais surtout modale (Vandiver, 1994; Halse & Larsen, 1995), est couramment utilisée dans les codes numériques d'appréciation des VIV de l'industrie pétrolière. Il s'agit d'une technique justifiée et efficace seulement pour des structures peu élancées et à géométrie simple, notamment rectiligne.

1.5.2 Equations de Navier-Stokes

L'écoulement autour d'un ou de plusieurs cylindres, fixes ou mobiles, est calculé dans des domaines bi-dimensionnels depuis des années (*c.f. Etienne, 1999*). La résolution numérique des équations de Navier-Stokes peut s'effectuer de manière directe (*Direct Numerical Simulation - DNS*) à faible nombre de Reynolds, $Re < 10^3$. Cela demande de disposer de super-calculateurs multi-processeurs pour des durées de calcul de l'ordre d'une semaine. Afin d'alléger la nécessité d'importantes ressources informatiques et réduire les temps de calcul, on peut avoir recours au moyennage au sens de Reynolds des équations de Navier-Stokes (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations - RANS*), en appliquant des modèles de turbulence ($k - \varepsilon, k - \omega, R_{ij}, \dots$). Cela

permet de simuler des écoulements turbulents jusqu'à $Re = 10^5 - 10^6$ en utilisant des stations de travail pour des durées de calcul de l'ordre d'un jour.

Un premier pas vers la modélisation du sillage tri-dimensionnel derrière un cylindre fixe, ou bien une structure élastique élancée telle qu'un câble, consiste à utiliser plusieurs tranches fluides bi-dimensionnelles (*strip theory*), découplées ou en interaction simplifiée entre elles (Willden & Graham, 2000, 2001; Willden *et al.*, 2001; Willden & Graham, 2002).

Des calculs tri-dimensionnels des VIV d'un câble/poutre tensionnée en écoulement stationnaire, uniforme et cisailé, sont développés en régime laminaire et pour des rapports d'élancement $\Lambda = L/D$ qui ne dépassent 10^3 (Newman & Karniadakis, 1996, 1997; Evangelinos & Karniadakis, 1999; Evangelinos *et al.*, 2000; Lucor *et al.*, 2001; Lucor & Karniadakis, 2002; Evangelinos *et al.*, 2002; Lucor *et al.*, 2002).

La modélisation du fluide par résolution des équations de Navier-Stokes atteint ainsi ses limites : la simulation numérique s'avère coûteuse, voire complètement irréaliste.

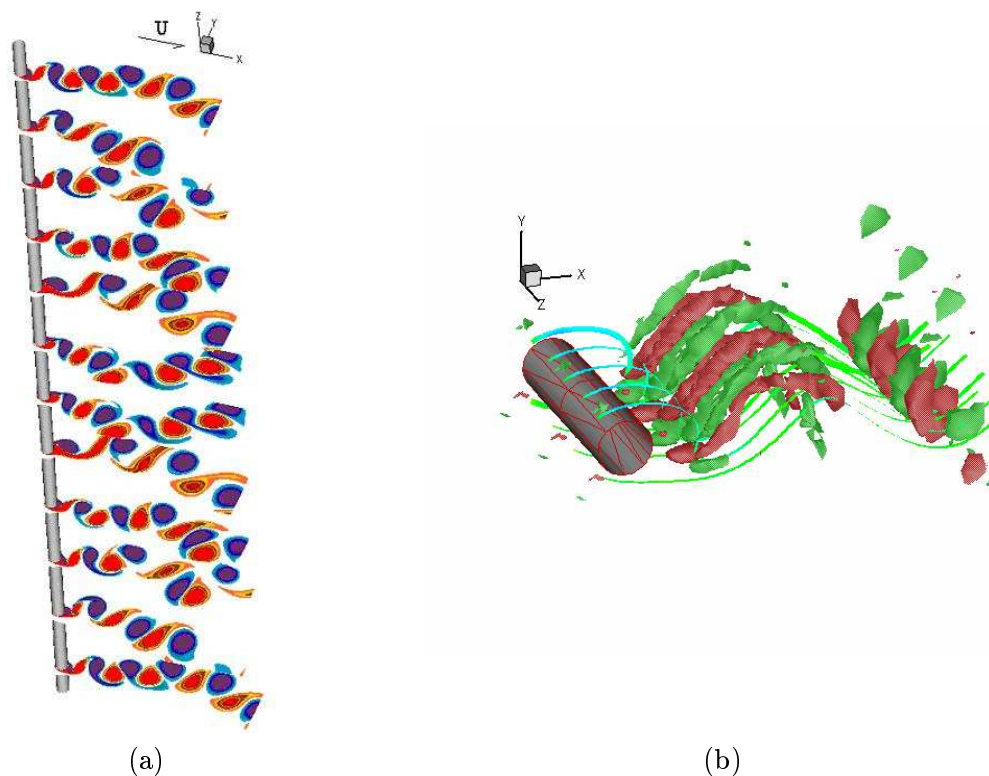


FIG. 1.10 – Simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes : (a) par tranches pour un riser (*DeepFlow* - Institut Français du Pétrole) ; (b) tri-dimensionnelle pour un câble (*NEKTA* - Brown University).

1.5.3 Modèles phénoménologiques

On considère enfin les modélisations phénoménologiques du sillage, intermédiaires entre un simple forçage paramétrique du fluide sur la structure et la résolution des équations de Navier-Stokes. La dynamique fluctuante du sillage proche est décrite à chaque point le long de l'axe de

la structure par une seule variable réelle, dont on considère l'amplitude, la fréquence et la phase d'oscillation. Dans la littérature on trouve les modèles suivants :

- a) oscillateur fluide (*wake oscillator*) : on utilise un oscillateur non-linéaire du type van der Pol ou Rayleigh depuis Hartlen & Currie (1970) et des réseaux d'oscillateurs depuis Gaster (1969), l'idée originare à la base du concept étant de Birkoff & Zarantanello (1957) et de Bishop & Hassan (1964) ;
- b) équation de Ginzburg-Landau à coefficients complexes : on modélise le détachement tourbillonnaire d'une structure fixe et à faible nombre de Reynolds, près du seuil d'apparition de l'allée de Bénard-von Kármán. La dynamique du sillage bi-dimensionnel est décrite avec une équation de Stuart-Landau par Provansal *et al.* (Mathis *et al.*, 1984; Provansal *et al.*, 1987). La généralisation du modèle au cas du sillage tri-dimensionnel conduit ensuite à l'équation de Ginzburg-Landau : en présence d'effets de bord, on décrit différentes topologies de détachement tourbillonnaire (Albarède *et al.*, 1990; Papangelou, 1992; Park & Redekopp, 1992; Albarède & Monkewitz, 1992; Albarède & Provansal, 1995; Monkewitz *et al.*, 1996; Monkewitz, 1996) ;
- c) réseaux d'endomorphismes du cercle : modèle analytique non-linéaire en mesure de représenter plusieurs géométries de détachement tourbillonnaire et différentes conditions d'accrochage (Olinger & Sreenivasan, 1988; Olinger, 1993, 1998; Davis, 2001; Olinger *et al.*, 2002; Balasubramanian *et al.*, 2002).

Dans ces modèles, le fluide admet une dynamique propre en couplage fort avec la structure, contrairement aux modèles de forçage paramétrique, mais sans la complexité (numérique et analytique) dérivant du recours aux équations de Navier-Stokes. Cela permet des simulations numériques rapides et parfois une approche analytique du phénomène des VIV. L'identification des critères de sélection de longueur d'onde dominante parmi celles du fluide et de la structure est donc envisageable.

Nous allons nous concentrer maintenant sur le concept d'oscillateur fluide : en particulier nous ferons référence à l'équation de van der Pol, les modèles de Rayleigh ou hybrides étant dynamiquement équivalents (Sarpkaya, 1979; Krenk & Nielsen, 1999). On peut montrer qu'il existe un lien direct entre l'oscillateur de van der Pol et l'équation de Ginzburg-Landau complexe (annexe A), le modèle des réseaux d'endomorphismes du cercle étant également dérivé de l'équation de Ginzburg-Landau (Olinger, 1993). Cette dernière est expressément développée pour modéliser la dynamique du sillage proche près du seuil d'apparition de l'allée de Bénard-von Kármán : son efficacité a été montrée bien au delà des limites de justification analytique (Monkewitz *et al.*, 1996), mais cependant pour des nombres de Reynolds limités à environ $Re < 150$. Pour la modélisation d'un sillage proche pleinement développé à plus haut nombre de Reynolds et sans la nécessité d'apprécier les détails de la dynamique d'origine de l'allée de Bénard-von Kármán, le modèle d'oscillateurs de van der Pol est certainement le plus approprié.

1.6 Oscillateur fluide de van der Pol

L'oscillateur de van der Pol est une équation non linéaire dont on considère la forme canonique (van der Pol, 1926; Nayfeh, 1993)

$$\ddot{q} + \varepsilon (q^2 - 1) \dot{q} + q = 0 \quad . \quad (1.12)$$

Dans l'hypothèse $0 < \varepsilon \ll 1$, on décrit de manière autonome une oscillation quasi-harmonique en temps de la variable réelle q , d'amplitude $q_o = 2$ et de pulsation unitaire. Le paramètre ε règle l'intensité des non-linéarités, donc la stabilité de la solution et la constante de temps des transitoires d'évolution libre

$$T_{vdp} = 1/\varepsilon \quad . \quad (1.13)$$

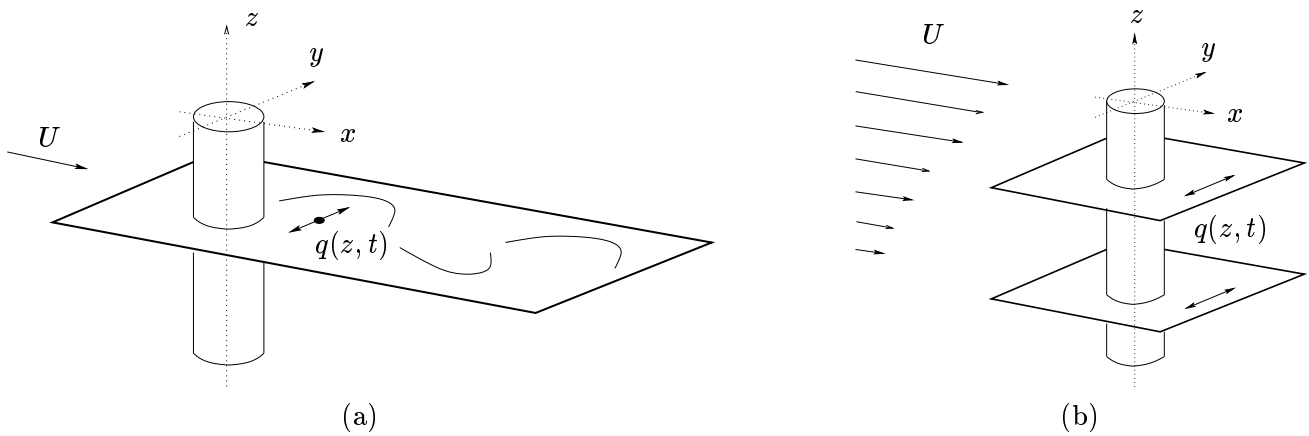


FIG. 1.11 – Interprétation physique de la variable q : (a) tranche fluide; (b) interactions entre tranches.

Dans le modèle du détachement tourbillonnaire, la variable réelle q décrit la dynamique fluctuante du sillage proche, figure 1.11a, et peut être associée :

- au coefficient de portance fluctuante instantané exercé sur la structure, comme dans la plupart des modèles d'oscillateur fluide depuis Hartlen & Currie (1970) ;
- à la composante transverse instantanée de l'écoulement, spatialement pondérée (Blevins, 1990) ;
- à la vitesse transverse instantanée d'une masse fluide représentative du sillage proche (Krenk & Nielsen, 1999) ;
- au déplacement transverse instantané, spatialement pondéré, du sillage proche par rapport à sa position moyenne au cours du temps (Noack *et al.*, 1991).

Décrire le sillage d'une structure élancée porte à considérer un système d'oscillateurs fluides le long de l'axe de la structure, figure 1.11b. La définition des interactions élémentaires entre les tranches fluides représentées par chaque oscillateur peut tout d'abord découler de considérations de symétrie (Chiffaudel, 1992; van Saarloos, 1995), ou d'une interprétation physique simple proposée par Noack *et al.* (1991). Tout porte à compléter l'équation (1.12) sous la forme la plus

simple avec des interactions par diffusion et en raideur, soit

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \Omega(z) (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \Omega(z)^2 q - \nu \frac{\partial^3 q}{\partial t \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} = 0 \quad . \quad (1.14)$$

La pulsation des oscillateurs $\Omega(z)$ est celle de Strouhal du détachement tourbillonnaire local

$$\omega_f(z) = 2\pi S_t \frac{U(z)}{D(z)} \quad , \quad (1.15)$$

adimensionnée par rapport à une pulsation de référence $\bar{\omega}_f = 2\pi S_t \bar{U}/\bar{D}$, soit

$$\Omega(z) = \frac{\omega_f(z)}{\bar{\omega}_f} = \frac{U(z)}{\bar{U}} \frac{\bar{D}}{D(z)} \quad . \quad (1.16)$$

On note qu'aucune différence formelle n'existe entre le cas d'une structure uniforme en écoulement cisailé (figure 1.7a) et une structure conique en écoulement uniforme (figure 1.7b).

Les coefficients ν et χ modélisent les interactions phénoménologiques macroscopiques qui caractérisent le détachement tourbillonnaire tri-dimensionnel.

Selon Balasubramanian *et al.* (1998) le coefficient de diffusion ν traduit empiriquement les effets du cisaillement vertical de l'écoulement, alors que pour Noack *et al.* (1991) il est directement lié à la viscosité cinématique du fluide. Par ailleurs, Balasubramanian *et al.* (2002) dans le cadre du modèle phénoménologique des réseaux d'endomorphismes du cercle et Willden & Graham (2001) dans le cadre de la résolution numérique des équations de Navier-Stokes, dérivent leur modèle de diffusion de l'équation de transport de la vorticité de l'écoulement le long de l'axe de la structure.

D'autre part, le coefficient d'interaction en raideur χ exprime la propagation d'onde entre les sillages en différents points le long de la structure, sans être lié à la célérité des ondes de pression dans le fluide (Noack *et al.*, 1991). Par application du principe de la moindre dégénérescence, il est simplement supposé du même ordre de grandeur que ν , donc petit devant 1. C'est notamment le cas dans l'équation de Ginzburg-Landau développée par Monkewitz *et al.* (Albarède & Monkewitz, 1992; Monkewitz *et al.*, 1996; Monkewitz, 1996), où les deux coefficients ν et χ interviennent simultanément à travers leur rapport, en définissant un paramètre combiné d'ordre 1 (annexe A).

1.7 Conclusions

Dans le cadre de l'exploitation des champs pétrolifères offshore, de nouveaux problèmes dus aux VIV apparaissent et intéressent à la fois la recherche fondamentale et appliquée en mécanique des fluides, en mécanique des solides et en interaction fluide-structure. On s'intéresse ici à la réponse aux VIV d'une structure cylindrique très élancée,   géométrie complexe et soumise à un écoulement cisailé.

Du point de vue de la structure, à cause de l'élancement et de la géométrie complexe, la description globale en modes propres n'est plus pertinente. L'approche locale en ondes progressives est l'outil à considérer, notamment afin d'aborder la compétition entre les longueurs

caractéristiques du fluide et de la structure en interaction dans la détermination de la réponse vibratoire.

Du point de vue du fluide, à cause de l'écoulement à haut nombre de Reynolds et de l'élanement de la structure, la modélisation directe par les équations de Navier-Stokes atteint ses limites : la simulation numérique s'avère coûteuse, voire complètement irréaliste. En outre, cette approche ne permet pas d'accéder à une étude analytique visant à dégager des critères de sélection de longueur dominante dans l'interaction fluide-structure. Le recours à un modèle phénoménologique du sillage proche est la solution appropriée.

Cette thèse vise à établir les éléments fondamentaux d'un modèle phénoménologique de sillage proche en exploitant le concept d'oscillateur fluide : ce modèle est couplé avec une structure élastique et étudié selon une approche en propagation d'ondes.

Nous analysons dans l'ordre trois aspects du détachement tourbillonnaire et des VIV : à chaque étape de modélisation est consacrée un chapitre.

a) Aspects tri-dimensionnels du détachement tourbillonnaire. Depuis Gaster (1969), un réseau d'oscillateurs fluides interagissant par diffusion et raideur est utilisé pour modéliser le sillage proche tri-dimensionnel d'une structure fixe, à diamètre variable ou bien soumise à un écoulement cisailé. L'effet des coefficients d'interaction ν et χ a été évalué seulement d'après des simulations numériques.

Dans le chapitre 2, nous proposons des relations analytiques qui montrent l'effet de ν sur le détachement tourbillonnaire par cellules et de χ sur le détachement tourbillonnaire oblique. Les résultats analytiques sont vérifiés par simulation numérique, en comparaison avec les données expérimentales de la littérature. Ces développements font l'objet d'une publication (annexe G.1).

b) Vibrations induites par détachement tourbillonnaire plan. Depuis Hartlen & Currie (1970), il existe une zoologie d'oscillateur fluide très variée dans la littérature pour décrire les phénomènes physiques majeurs des VIV bi-dimensionnelles. L'équation de van der Pol a été enrichie par de nombreuses autres non-linéarités et plusieurs termes de couplage avec la structure ont été utilisés. Parmi les modèles d'oscillateur fluide développés avant que les simulations numériques des équations de Navier-Stokes ne deviennent possibles, on mentionne les travaux de Skop & Griffin (1973), Skop *et al.* (1973), Blevins & Iwan (1974), Iwan (1975), Skop & Griffin (1975) et Landl (1975), dont une revue "historique" est présentée par Parkinson (1989). Les plus récents développements ont été proposés par Balasubramanian & Skop (1997), Krenk & Nielsen (1999), Mureithi *et al.* (2000), Plaschko (2000) et Skop & Luo (2001). Malgré les efforts de modélisation, il reste une bonne dose d'empirisme, notamment dans le choix du couplage et la définition de nombreux coefficients associés, qui typiquement doivent être recalés pour chaque système physique en étude.

Dans le chapitre 3, nous proposons donc une analyse systématique et critique des modèles élémentaires de couplage local fluide-structure utilisés dans la littérature, en comparaison

avec un nouveau modèle de couplage en accélération. Les résultats analytiques sont vérifiés par simulation numérique en comparaison avec les données expérimentales de la littérature. Ces travaux font l'objet d'un article soumis à publication (annexe G.2).

c) Ondes de vibrations induites par le détachement tourbillonnaire. Balasubramanian *et al.* (2000) proposent un modèle VIV d'une structure à un degré de liberté en écoulement uniforme et cisailé, en prenant en compte des interactions tri-dimensionnelles dans le modèle du sillage. Un modèle VIV d'un câble soumis à un courant uniforme est étudié par Kim & Perkins (2002), mais toute interaction tri-dimensionnelle dans le modèle du sillage, directement déduit de Balasubramanian & Skop (1997), est négligée.

Dans le chapitre 4, nous prenons en compte à la fois le modèle de couplage local et celui des interactions tri-dimensionnelles propres au fluide et à la structure. Le simple assemblage des éléments des deux précédents points permet d'aborder l'étude du comportement dynamique du modèle d'interaction fluide-structure complet. Cela nous amène à identifier un critère de sélection d'amplitude, longueur d'onde et fréquence des VIV d'une structure élastique élancée en courant uniforme et cisailé. Une discussion sur la nature progressive et stationnaire des ondes de VIV est également abordée. Ces résultats ont fait l'objet d'une communication lors d'un congrès (annexe G.4).

La validité de chaque étape de notre modélisation est confirmée par son application à :

- a) la suppression du détachement tourbillonnaire d'une structure sinusoïdale et le détachement tourbillonnaire d'une structure oblique (§ 2.4). Ces applications sont partiellement discutées dans une publication (annexe G.1) ;
- b) les vibrations induites par le détachement tourbillonnaire avec interaction de sillage pour deux structures en tandem (§ 3.4). Cette modélisation a fait l'objet d'une communication lors d'un congrès (annexe G.3) ;
- c) la comparaison avec des simulations numériques des VIV d'une structure élastique élancée, dont l'écoulement tri-dimensionnel est simulé par intégration directe des équations de Navier-Stokes (§ 4.4). Cette étude a fait l'objet d'une communication à un congrès (annexe G.4) ;
- d) une nouvelle expérience de laboratoire sur les ondes progressives dues aux vibrations induites par détachement tourbillonnaire pour un câble traîné dans l'eau (§ 4.5). Cette étude a fait également l'objet d'une communication lors d'un congrès (annexe G.5).

Chapitre 2

Aspects tri-dimensionnels du détachement tourbillonnaire

On considère dans ce chapitre un réseau d'oscillateurs fluides de van der Pol interagissant par diffusion et par raideur pour modéliser le sillage proche tri-dimensionnel d'une structure fixe, à diamètre variable ou soumise à un écoulement cisailé. Ce modèle phénoménologique est étudié analytiquement en considérant des solutions en forme d'onde, dont les caractéristiques en amplitude, pulsation et nombre d'onde sont calculées explicitement et vérifiées par simulation numérique, puis comparées avec les données expérimentales de la littérature (§ 2.1). L'effet de la diffusion porte essentiellement sur l'amplitude des ondes et s'avère nécessaire et suffisant pour modéliser le détachement tourbillonnaire par cellules en écoulement cisailé, ou derrière une structure conique (§ 2.2). Cette interaction élémentaire permet aussi d'expliquer la suppression du détachement tourbillonnaire derrière une structure à profil sinuex dans la direction de l'écoulement. L'action de la raideur porte quant à elle sur la pulsation des ondes et permet de modéliser le détachement tourbillonnaire oblique (§ 2.3). Ces travaux font l'objet d'une publication (annexe G.1).

2.1 Modèle de van der Pol

L'évolution spatio-temporelle $q(z, t)$ du système d'oscillateurs de van der Pol interagissant par diffusion et raideur,

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \Omega(z) (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \Omega(z)^2 q - \nu \frac{\partial^3 q}{\partial t \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} = 0 \quad , \quad (2.1)$$

est analysée ici dans le cadre d'une approche locale en considérant une solution en forme d'onde

$$q(z, t) = \frac{q_o}{2} e^{i(kz - \omega t)} + c.c. \quad . \quad (2.2)$$

On fait l'hypothèse que l'échelle spatiale de variation de la pulsation de Strouhal $\lambda_\Omega = \beta^{-1} = R$ est grande par rapport aux longueurs d'onde d'analyse $\lambda = 2\pi/k$, soit

$$\lambda \ll \lambda_\Omega \quad \Leftrightarrow \quad \beta \ll k \quad . \quad (2.3)$$

Par substitution dans l'équation (2.1) et en considérant seulement la contribution harmonique principale des non-linéarités, la relation de dispersion associée s'écrit (annexe B)

$$\mathcal{D}(\omega, k) = -\omega^2 + i \left(1 - \frac{q_o^2}{4} - \frac{\nu}{\varepsilon} k^2 \right) \varepsilon \omega \Omega + (\Omega^2 + \chi k^2) = 0 \quad . \quad (2.4)$$

Si l'on recherche des solutions à nombre d'onde k et pulsation ω réels, on doit en annuler séparément les parties réelle et imaginaire, ce qui implique

$$\omega^2 = \Omega^2 + \chi k^2 \quad , \quad q_o^2 = 4 \left(1 - \frac{\nu}{\varepsilon} k^2 \right) \quad . \quad (2.5)$$

Ces deux relations constituent une sorte de loi de comportement du système d'oscillateurs, en liant entre eux les trois caractéristiques de l'onde : l'amplitude q_o , la pulsation ω et le nombre d'onde k . La troisième relation de fermeture, qui permet de déterminer l'état local et instantané du système, dérive du lien purement géométrique existant entre le gradient de la pulsation $\Omega(z)$ et le nombre d'onde k .

Afin d'établir ce lien, analysons d'abord l'évolution dynamique du système en l'absence de toute interaction, $\nu = 0, \chi = 0$. On observe en particulier l'évolution spatio-temporelle des lignes d'iso-phase $\phi(z, t) = \Omega(z) t$ en figure 2.1. En considérant $\phi(z, 0) = 0$ comme condition initiale particulière, ces lignes sont advectées dans le plan (z, t) et en même temps tournées : au fur et à mesure que le temps passe, les oscillateurs accroissent leur phase proportionnellement à la pulsation locale. Ainsi, les oscillateurs les plus rapides, ici en haut, bouclent leurs cycles en avance par rapport aux autres. La rotation est exprimée par

$$\tan \vartheta = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) t \quad . \quad (2.6)$$

La variable $q(z, t)$ étant une fonction harmonique en temps linéairement décalée en espace, elle est aussi une fonction harmonique en espace, dont le nombre d'onde apparent k est défini par le

gradient de la phase, soit

$$k = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial(\Omega t)}{\partial z} = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right) t = \beta t = \tan \vartheta \quad . \quad (2.7)$$

Il s'agit d'une fonction croissante en temps selon le gradient de pulsation local, soit le paramètre de cisaillement β . En l'absence de toute interaction, d'après (2.5), pulsation et amplitude des oscillateurs restent inchangées au cours du temps.

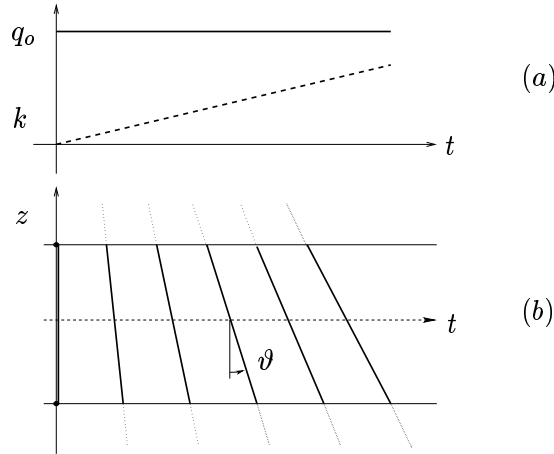


FIG. 2.1 – Dynamique libre des oscillateurs fluides : (a) évolution de la pulsation ω et du nombre d'onde k ; (b) évolution des lignes d'iso-phase.

2.2 Effet de la diffusion du sillage

2.2.1 Dynamique locale

On considère ici le cas où seule l'interaction par diffusion est active, $\nu \neq 0, \chi = 0$, ce qui d'après (2.5) impose

$$\omega = \Omega \quad , \quad q_o^2 = 4 \left(1 - \frac{\nu}{\varepsilon} k^2 \right) \quad . \quad (2.8)$$

L'effet de la diffusion porte exclusivement sur l'amplitude q_o des ondes, alors que la pulsation ω ne dépend pas du nombre d'onde k . Ce dernier est censé être une fonction croissante du temps par effet du gradient de pulsation, équation (2.7) : on s'attend donc à une réduction progressive de l'amplitude jusqu'à son annulation, selon le schéma en figure 2.2a. Afin d'assurer une amplitude réelle, le nombre d'onde ne peut plus augmenter au delà de la valeur limite

$$k_c = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} \quad . \quad (2.9)$$

Cette condition constitue un état singulier du système dynamique. L'annulation de l'amplitude est associée à l'indétermination de la phase, ce qui permet à une discontinuité d'apparaître : un défaut topologique nommé dislocation se manifeste (Friedel, 1964; Pomeau *et al.*, 1983). En considérant le schéma en figure 2.2b, prolongation de la figure 2.1, on constate que les oscillateurs en bas, plus lents (période temporelle supérieure), rattrapent une oscillation complète

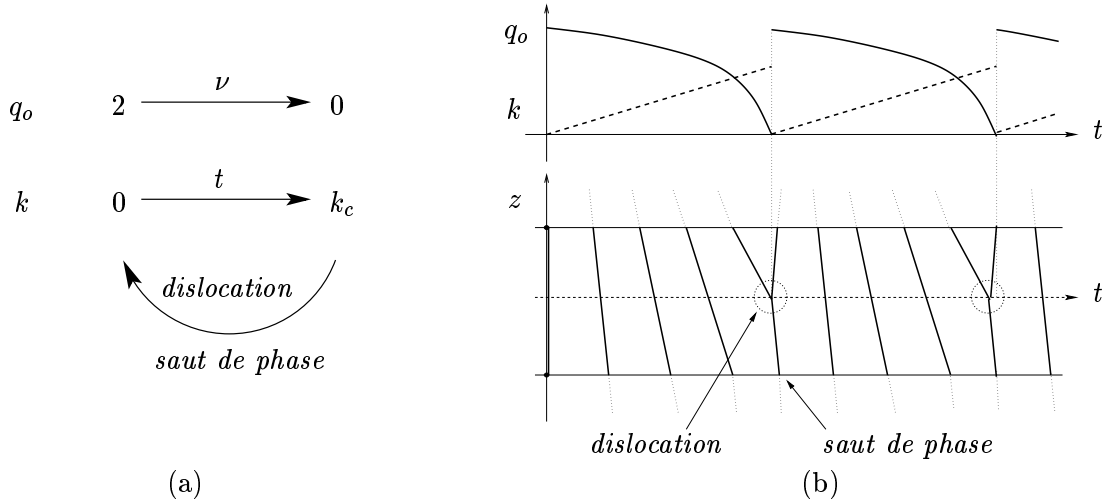


FIG. 2.2 – Interaction par diffusion : (a) schéma d'occurrence d'une dislocation par saut de phase à amplitude nulle; (b) évolutions de l'amplitude q_0 , du nombre d'onde k et des lignes d'iso-phase.

par rapport aux oscillateurs en haut, plus rapides (période temporelle inférieure) : le système engendre un saut local et instantané de la phase de 2π (un cycle). La variation soudaine de l'inclinaison des lignes d'iso-phase permet ainsi de réduire instantanément la valeur de k et de s'éloigner de la condition critique (2.9), de sorte qu'une amplitude d'oscillation positive, non nulle, soit rétablie, avant que les effets du gradient de pulsation ne soient de nouveau actifs.

On note que l'annulation de l'amplitude selon (2.8) et (2.7) est caractérisée par l'échelle temporelle

$$T_{dis} = \frac{1}{\beta} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} \quad , \quad (2.10)$$

évaluée en considérant le temps nécessaire à obtenir k_c selon (2.7). En outre, le rétablissement de l'amplitude après une dislocation est maîtrisé par la constante de temps de l'oscillateur de van der Pol, $T_{vdp} = 1/\varepsilon$ (1.13). La dynamique que l'on vient de décrire suppose donc implicitement la séparation des échelles temporelles

$$T_{vdp} \ll T_{dis} \quad \text{donc} \quad \beta \ll \varepsilon \sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}} \quad . \quad (2.11)$$

2.2.2 Dynamique globale

Afin d'en vérifier le comportement dynamique, le système (2.1) a été intégré numériquement par discrétisation en différences finies centrées en espace et en temps, en appliquant un schéma explicite du second ordre. On considère un domaine spatial suffisamment étendu, afin de négliger les effets des conditions de bord, et un temps de simulation suffisamment long afin de s'affranchir de tout transitoire. Du bruit aléatoire $q(z, 0) \ll 1$ est appliqué comme condition initiale statique, simulant l'initialisation du sillage de Bénard-von Kármán quand l'écoulement est établi à partir du repos. Des conditions aux limites du second ordre $\partial_{zz}q(0, t) = \partial_{zz}q(\Lambda, t) = 0$ permettent de conserver l'inclinaison des lignes d'iso-phase à la frontière du domaine modélisé. En considérant un gradient de pulsation constant, l'évolution spatio-temporelle à régime perma-

ment est représentée en figure 2.3. Le mécanisme d'occurrence des dislocations décrit ci-dessus et supposé se manifester localement et instantanément, apparaît aussi périodiquement en temps et distribué dans l'espace par bandes.

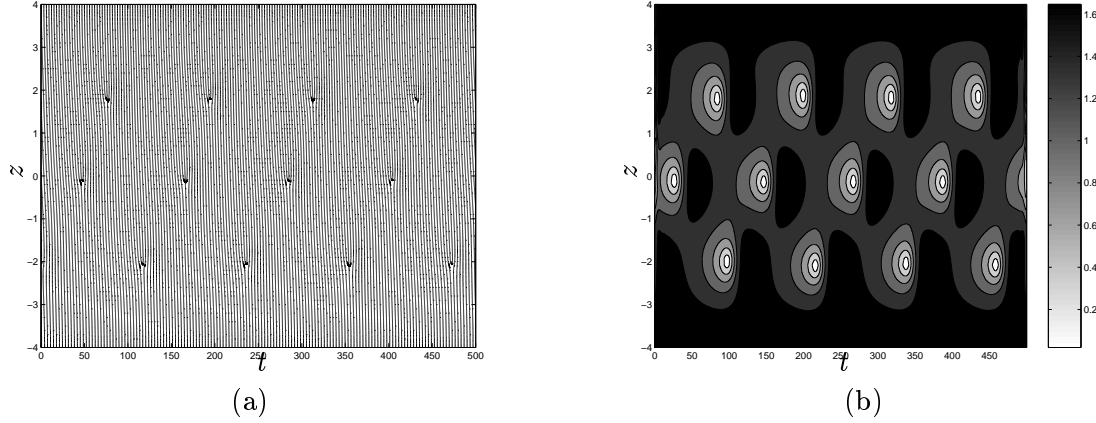


FIG. 2.3 – Interaction par diffusion : (a) distribution des dislocations (lignes d'iso-phase $\phi(z, t) = n\pi$); (b) amplitude d'oscillation $q_o(z, t)$. Paramètres de la simulation numérique : $\varepsilon = 0.2, \nu = 0.022, \chi = 0, \Omega(z) = 1 + 0.027z$ (Balasubramanian & Skop, 1996).

D'après (2.8), la diffusion ne modifie pas la pulsation locale du système dynamique : cela reste vrai à l'échelle locale et instantanée, toutefois l'apparition régulière des dislocations contribue à moduler la distribution spatiale du spectre en fréquence de la variable $q(z, t)$, de sorte qu'après une analyse en densité spectrale de puissance, des cellules à fréquence constante apparaissent, comme illustré en figure 2.4.

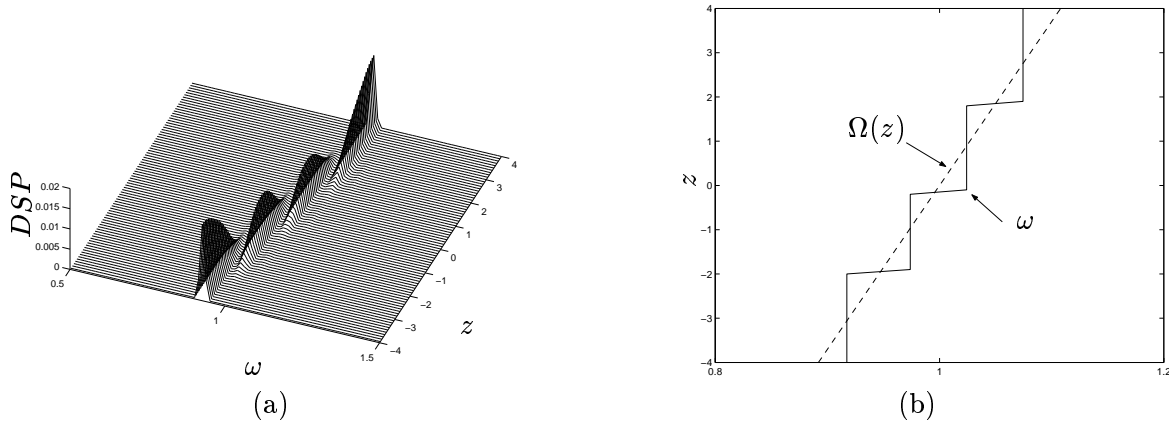


FIG. 2.4 – Interaction par diffusion : (a) distribution spatiale de la densité spectrale de puissance (DSP); (b) pulsation dominante $\omega(z)$. Paramètres de la simulation numérique : $\varepsilon = 0.2, \nu = 0.022, \chi = 0, \Omega(z) = 1 + 0.027z$ (Balasubramanian & Skop, 1996).

A long terme l'apparition régulière et périodique des dislocations, notamment en espace, modifie sensiblement le contenu spectral du signal $q(z, t)$, qui dévie par rapport à la distribution $\Omega(z)$: une distribution spatiale par palier de la fréquence dominante s'établit. La fréquence dominante entre deux niveaux adjacents de dislocations est celle des oscillateurs du milieu, qui gardent des oscillations d'amplitude presque constante au cours du temps, proche du maximum d'oscillation libre $q_o = 2$ (figure 2.3b). En outre, un saut de la fréquence dominante est

permis en correspondance de chaque niveau de dislocations, où l'amplitude des oscillations est périodiquement nulle. La longueur caractéristique des cellules est la même longueur d'onde critique exprimée par (2.9), soit

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = 2\pi\sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \quad . \quad (2.12)$$

Le système (2.1) se comporte donc comme un filtre passe-bas en nombre d'onde, autrement dit comme un filtre passe-haut en longueur d'onde, le seuil étant fixé par (2.9) et (2.12).

La loi (2.12) a été validée avec succès en simulant numériquement par intégration l'équation (2.1) dans un domaine spatial suffisamment étendu afin de mettre en évidence plusieurs cellules dont l'existence ne dépend pas des conditions aux limites. La longueur des cellules est évaluée en considérant l'extension des paliers dans la distribution du spectre en pulsation du système (figure 2.4) : cette distribution est détectée en cherchant la pulsation des maxima de la densité spectrale de puissance locale le long de la direction z . La loi (2.12) est une très bonne estimation de la longueur des cellules pour plusieurs ordres de grandeur du rapport ν/ε (figure 2.5), parmi lesquels on retrouve les valeurs déjà utilisées par Noack *et al.* (1991) et Balasubramanian & Skop (1996). Les barres d'erreur sont dues à différentes valeurs du paramètre β , mais sous les hypothèses (2.3) et (2.11) la magnitude du cisaillement n'influence pas la taille des cellules.

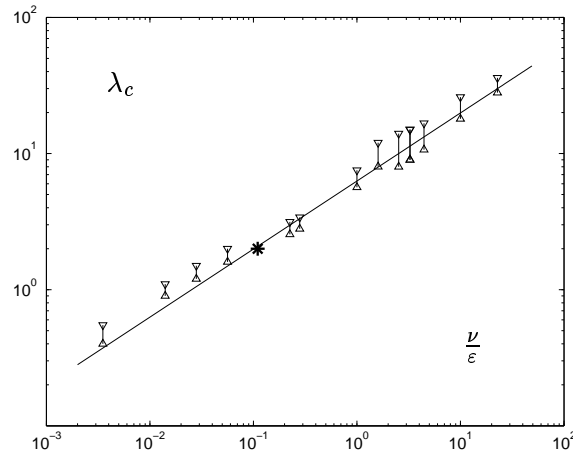


FIG. 2.5 – Taille des cellules : —, équation (2.12) ; |, intégration numérique de (2.1) ; *, Balasubramanian & Skop (1996).

2.2.3 Paramètre de diffusion

Le comportement dynamique du modèle (2.1) étant analysé par rapport à ses ingrédients, on peut maintenant aborder la question du choix de ses paramètres, notamment du coefficient de diffusion ν .

Plusieurs relations sur la longueur des cellules de détachement tourbillonnaire sont proposées en littérature. Mair & Stansby (1975) étudient la question de l'extension d'une cellule en écoulement cisailé et proposent des limites supérieures à la variation longitudinale de différentes grandeurs : la vorticité longitudinale dans le sillage proche, la pression d'arrêt sur la structure et le nombre de Strouhal à l'intérieur d'une cellule. En particulier, cette dernière impose une

limite supérieure au saut en fréquence entre cellules adjacentes et donc à leur longueur. Gaster (1969), Papangelou (1992), Piccirillo & van Atta (1993) et Anderson & Szewczyk (1995) observent une modulation en fréquence constante tout le long de la structure, dans le cadre de la même expérience, en écoulement linéairement cisailé ou pour une structure conique. Cela implique un battement et des sauts de fréquence constants entre cellules adjacentes, donc une longueur des cellules constante. Une mise à l'échelle par rapport à la fréquence de référence U^2/ν est proposée par Gaster (1969), où ν est la viscosité cinématique du fluide. Récemment Hsiao & Chiang (1998) mettent en évidence une corrélation linéaire directe entre la conicité de la structure et la variation du nombre de Strouhal à l'intérieur des cellules, autrement dit entre le cisaillement équivalent de l'écoulement et la longueur des cellules.

Pour le modèle d'oscillateurs de van der Pol en interaction par diffusion (2.1), dans l'hypothèse de séparation des échelles (2.3,2.11), le paramètre $\beta = 1/R$ n'intervient pas dans la définition de la longueur des cellules : une relation $\nu = \nu(\beta)$ doit donc être envisagée. Balasubramanian *et al.* (Balasubramanian & Skop, 1996; Balasubramanian *et al.*, 1998) considèrent plusieurs données expérimentales sur le détachement tourbillonnaire par cellules en écoulement cisailé et proposent la corrélation

$$\nu \sim \beta \Lambda^2 \quad \text{d'où} \quad \lambda_c \sim \sqrt{\beta} \Lambda \quad . \quad (2.13)$$

L'influence des effets de bord est probablement responsable de la dépendance par rapport au rapport d'aspect Λ , inattendue pour un phénomène considéré comme intrinsèque au sillage proche. Cela peut aussi expliquer l'existence d'un rapport de cisaillement critique (Balasubramanian *et al.*, 1998), proposée afin de justifier l'interprétation de différentes données expérimentales. Selon (2.13), la longueur des cellules est une fonction croissante du paramètre de cisaillement β , en contradiction avec toutes les précédentes observations. L'augmentation du cisaillement β de l'écoulement ou de la conicité R de la structure contribue à augmenter la vorticité de sillage proche : les tourbillons longitudinaux qui séparent les cellules (Maull & Young, 1973; Woo *et al.*, 1989) sont censés augmenter leur taille à la limite en gardant $\lambda_c = \text{constant}$, ou bien augmenter en nombre en réduisant λ_c . Une cor relation du type

$$\nu \sim \beta^{-n} \quad , \quad (2.14)$$

avec n positif, semble plus appropriée, mais sa définition demande d'approfondir ultérieurement le phénomène du détachement tourbillonnaire par cellules du point de vue de la recherche fondamentale.

Bien que la question de la valeur du paramètre ν reste ouverte, l'interaction par diffusion demeure essentielle dans la modélisation de la phénoménologie du détachement tourbillonnaire tri-dimensionnel. Cette interaction élémentaire découle d'abord de considérations de symétrie (Chiffaudel, 1992; van Saarloos, 1995). Ensuite Balasubramanian *et al.* (2002) dans le cadre du modèle phénoménologique des réseaux d'endomorphismes du cercle et Willden & Graham (2001) dans le cadre de la résolution numérique des équations de Navier-Stokes, dérivent leur modèle de diffusion de l'équation de transport de la vorticité de l'écoulement le long de l'axe de la

structure. Par ailleurs, Monkewitz *et al.* (Albarède & Provansal, 1995; Albarède & Monkewitz, 1992; Monkewitz *et al.*, 1996; Monkewitz, 1996) développent les aspects de propagation d'ondes dans le modèle phénoménologique de l'équation de Ginzburg-Landau en considérant l'interaction de diffusion simultanément à celle de raideur, en définissant un paramètre combiné (annexe A).

2.3 Effet de la raideur du sillage

2.3.1 Dynamique locale

On considère ici le cas où seule l'interaction en raideur est active, $\nu = 0$, $\chi \neq 0$, ce qui d'après (2.5) impose

$$\omega^2 = \Omega^2 + \chi k^2 \quad , \quad q_o = 2 \quad . \quad (2.15)$$

L'effet de la raideur porte exclusivement sur la pulsation ω des ondes, alors que l'amplitude q_o reste inchangée. Examinons plus en détail l'évolution de la pulsation locale et du nombre d'onde k . Ce dernier est censé être une fonction croissante du temps par effet du gradient de pulsation, équation (2.7), et modifie à son tour la pulsation locale, donc son gradient, grâce à l'interaction en raideur, équation 2.15. Cet enchaînement, illustré en figure 2.6a, admet un état d'équilibre stable si et seulement si la variation des pulsations locales se manifeste dans le sens de la réduction du gradient de pulsation effectif $\partial_z \omega$, de la valeur initiale $\partial_z \Omega$ jusqu'à l'annulation. La distribution $\Omega(z)$ d'origine est ainsi rendue uniforme par une distribution stationnaire adéquate de $k(z)$, comme illustré dans le schéma en figure 2.6b, prolongation de la figure 2.1.

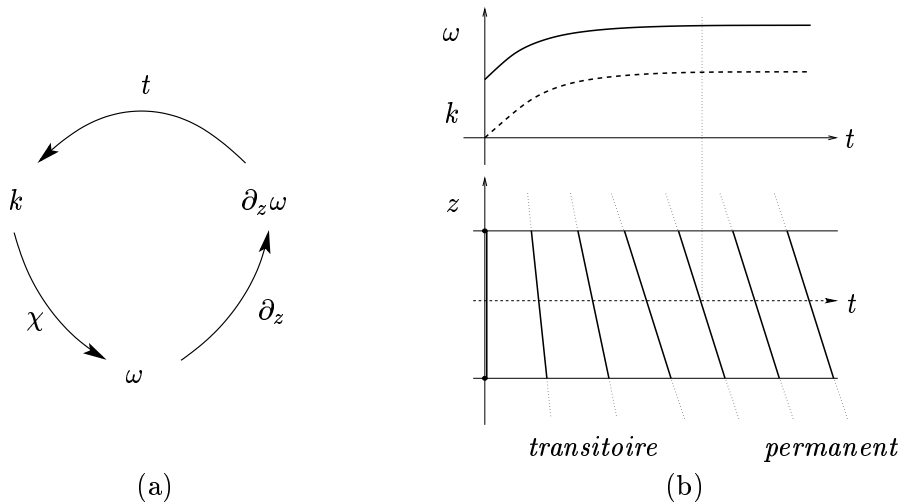


FIG. 2.6 – Interaction en raideur : (a) schéma de lissage de la pulsation ; (b) évolutions pour $\chi > 0$ de la pulsation ω , du nombre d'onde k et des lignes d'iso-phase.

Considérons d'abord le cas où $\chi > 0$: en rigidifiant le système, les pulsations sont censées augmenter. L'état stationnaire est caractérisé par une pulsation globale uniforme égale à celle maximale de la distribution $\Omega(z)$ d'origine, associée à la distribution du nombre d'onde

$$k^2(z) = \frac{\max^2[\Omega(z)] - \Omega^2(z)}{\chi} \quad . \quad (2.16)$$

Le cas dual où $\chi < 0$ correspond simplement à un lissage de la pulsation $\Omega(z)$ d'origine à sa valeur minimale, de sorte que

$$k^2(z) = \frac{\min^2[\Omega(z)] - \Omega^2(z)}{\chi} . \quad (2.17)$$

Afin d'en vérifier le comportement dynamique, le système (2.1) a été intégré numériquement par discrétisation en différences finies centrées en espace et en temps, en appliquant un schéma explicite du second ordre. On considère un domaine spatial périodique, pour lequel les conditions aux limites sont exprimés par $q(0, t) = q(\Lambda, t)$, et un temps de simulation suffisamment long afin de s'affranchir de tout transitoire. Du bruit aléatoire $q(z, 0) \ll 1$ est appliqué comme condition initiale statique, simulant l'initialisation du sillage de Bénard-von Kármán quand l'écoulement est établi à partir du repos. En considérant un gradient de pulsation initial sinusoïdal, l'évolution spatio-temporelle en régime permanent valide le mécanisme de lissage de la pulsation par variation du nombre d'onde k , décrit ci-dessus, ici pour $\chi < 0$. Les lignes d'iso-phase ne présentent aucune dislocation, figure 2.7a, donc le système est caractérisé par une unique pulsation, figure 2.8a. L'inclinaison des lignes d'iso-phase indique l'existence d'une distribution spatiale du nombre d'onde k , qui est celle nécessaire pour rendre uniforme la pulsation initiale $\Omega(z)$ à sa valeur maximale, figures 2.7b et 2.8b.

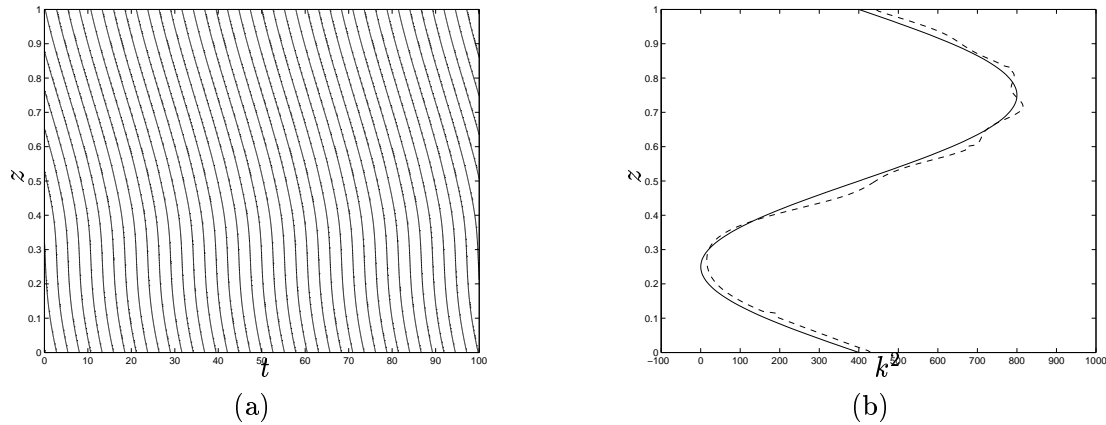


FIG. 2.7 – Interaction en raideur : (a) distribution des lignes d'iso-phase $\phi(z, t) = n\pi$; (b) nombre d'onde $k(z)$: —, équation 2.16 ; - -, calcul numérique. Paramètres de la simulation numérique : $\varepsilon = 0.2, \nu = 0, \chi = 0.001, \Omega(z) = 1 + 0.2 \sin(2\pi z)$.

2.3.2 Paramètre de raideur

Le rôle de l'interaction en raideur a été illustré en considérant le cas d'un écoulement cisailé pour une structure cylindrique, formellement équivalent au cas d'une structure conique en écoulement uniforme. L'activation de l'interaction en raideur par la présence d'un gradient de phase, autrement dit d'un nombre d'onde k , est géré par la distribution spatiale non uniforme de la pulsation de Strouhal $\Omega(z)$. De même, un nombre d'onde k peut être imposé dans le cas d'une structure parfaitement cylindrique en écoulement uniforme par un forçage local ou par des effets de bord, c'est-à-dire en considérant des ondes guidées (Williamson, 1989; Hammache

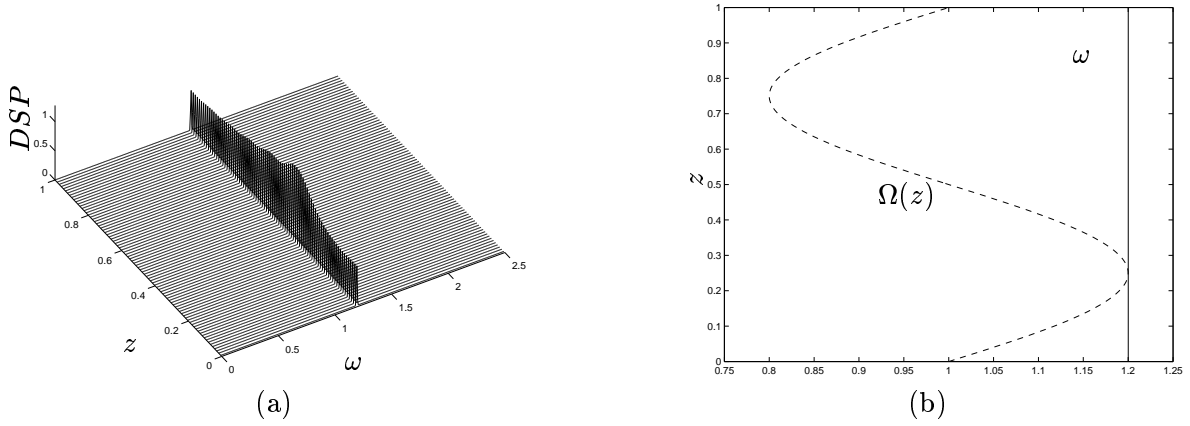


FIG. 2.8 – Interaction en raideur : (a) distribution spatiale de la densité spectrale de puissance (DSP); (b) distribution spatiale de la pulsation : - -, pulsation initiale $\Omega(z)$; —, pulsation effective à régime permanent $\omega(z)$. Paramètres de la simulation numérique : $\varepsilon = 0.2, \nu = 0, \chi = 0.001, \Omega(z) = 1 + 0.2 \sin(2\pi z)$.

& Gharib, 1991) : c'est le phénomène du détachement tourbillonnaire oblique.

Dans ce cas, la pulsation de Strouhal $\Omega(z)$ est déjà uniforme : imposer un nombre d'onde k également uniforme contribue simplement à décaler la pulsation effective ω du système dynamique par rapport à Ω , à amplitude d'oscillation q_0 toujours invariante selon l'équation (2.15). En fonction de l'angle d'inclinaison θ , figure 1.6, on met en évidence une déviation de la loi de Strouhal exprimée par la relation empirique

$$\frac{S_t^\theta}{S_t} = \cos \theta \quad . \quad (2.18)$$

La pulsation de Strouhal du détachement tourbillonnaire oblique est donc observée diminuer lors d'une augmentation de θ . On considère maintenant la variation de pulsation modélisée par les oscillateurs de van der Pol. D'après l'équation (2.15), dans l'hypothèse d'écoulement uniforme, $\Omega(z) = 1$, et en considérant un coefficient d'interaction en raideur négatif afin de modéliser une réduction de pulsation, $\chi < 0$, on obtient

$$\frac{S_t^\theta}{S_t} = \frac{\omega}{\Omega} = \sqrt{1 - |\chi| k^2} \sim \cos(\sqrt{|\chi|} k) \quad . \quad (2.19)$$

Par comparaison directe des relations (2.18) et (2.19), il est donc possible d'établir la valeur du paramètre χ par le lien purement géométrique

$$\theta = \sqrt{|\chi|} k \quad . \quad (2.20)$$

L'angle d'inclinaison θ est déterminé en appliquant l'hypothèse de Taylor concernant l'advection dans le sillage proche (Monkewitz *et al.*, 1996) et en négligeant ici par simplicité toute différence entre la vitesse d'advection et celle de l'écoulement amont U . Pour $\theta \ll 1$ on déduit

$$\theta = \frac{k}{2\pi S_t} \quad . \quad (2.21)$$

En comparant les relations (2.20) et (2.21), le paramètre χ vaut donc

$$|\chi| = (2\pi S_t)^{-2} \quad . \quad (2.22)$$

En considérant $S_t = 0.2$ en régime sous-critique on peut estimer $\chi = -0.6$. On note que des valeurs $\chi < 0$ sont admises puisque le système dynamique (2.1) présente une pulsation de base unitaire. En particulier pour la valeur $\chi = -0.6$ proposée, la longueur d'onde adimensionnelle minimale au delà de laquelle les pulsations deviennent négatives est $2\pi|\chi|^{0.5} = 5$, valeur qui est certainement bien plus petite que les longueurs d'onde auxquelles on s'intéresse.

2.4 Applications

On applique le modèle d'oscillateurs de van der Pol (2.1) dans le cas où le profil de la structure se décale par rapport à l'axe z , dans la direction du courant. Cela nous permet d'apprécier les effets d'une perturbation géométrique sinusoïdale en vue de supprimer le détachement tourbillonnaire, puis d'examiner le cas du détachement tourbillonnaire d'une structure oblique par rapport au courant.

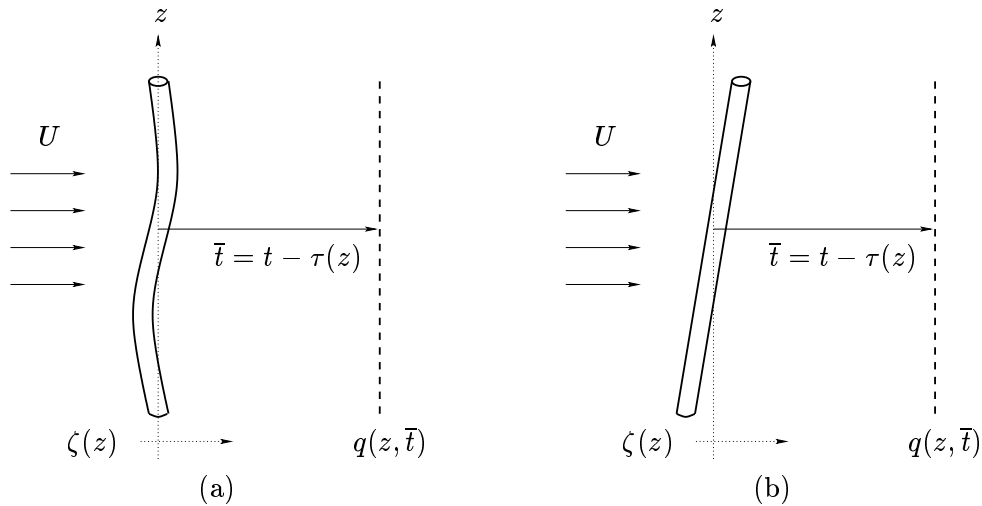


FIG. 2.9 – Applications : (a) suppression du détachement tourbillonnaire d'une structure sinusoïdale; (b) détachement tourbillonnaire d'une structure oblique.

Le profil de la structure est décrit par sa déformée adimensionnelle $\zeta(z)$. Suivant Noack *et al.* (1991), on suppose que les interactions entre les oscillateurs se développent le long d'une ligne verticale dans le sillage proche. Il est donc nécessaire de prendre en compte un temps de retard $\tau(z)$ adimensionnel dû au profil $\zeta(z)$ de la structure et lié à la simple advection. Dans le cadre de l'hypothèse de Taylor (Monkewitz *et al.*, 1996) et en négligeant ici par simplicité toute différence entre la vitesse d'advection et celle de l'écoulement amont U , on a

$$\tau(z) = \frac{\zeta(z) D}{U/\omega_f} = 2\pi S_t \zeta(z) \quad . \quad (2.23)$$

En écoulement uniforme, $\Omega(z) = 1$, l'équation d'interaction (2.1) concerne maintenant les états

$q(z, t - \tau(z))$ qui décrivent l'évolution du fluide le long d'une ligne verticale dans le sillage proche, comme illustré en figure 2.9. En introduisant le temps

$$\bar{t} = t - \tau(z) \quad , \quad (2.24)$$

l'équation (2.1) se réécrit ainsi

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 q}{\partial \bar{t}^2} + \varepsilon (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial \bar{t}} + q - \nu \frac{\partial^3 q}{\partial \bar{t} \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} + \\ & + \nu \left[2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \frac{\partial^3 q}{\partial z \partial \bar{t}^2} - \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^3 q}{\partial \bar{t}^3} \right] + \chi \left[2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 q}{\partial z \partial \bar{t}} - \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^2 q}{\partial \bar{t}^2} \right] = 0 \quad . \end{aligned} \quad (2.25)$$

On observe que la perturbation géométrique $\zeta(z)$ n'intervient dans le modèle qu'à travers son gradient

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = 2\pi S_t \frac{\partial \zeta}{\partial z} \quad . \quad (2.26)$$

2.4.1 Détachement tourbillonnaire d'une structure sinueuse

On considère d'abord le cas d'une structure sinueuse, dont le profil est décrit par

$$\zeta(z) = W \sin(k_w z) \quad , \quad (2.27)$$

où W est l'amplitude et k_w le nombre d'onde de la perturbation géométrique (figure 2.9a). Plusieurs expériences ont mis récemment en évidence la possibilité de supprimer le détachement tourbillonnaire en écoulement uniforme derrière une structure immobile présentant un bord de fuite sinueux (Tombazis & Bearman, 1997), un bord d'attaque sinueux (Bearman & Owen, 1998), ou bien un diamètre constant, mais un profil sinueux dans la direction du courant (Owen *et al.*, 1999). Dans ces trois cas l'introduction d'une perturbation sinusoïdale à la géométrie de la structure constitue une méthode passive efficace pour la suppression du détachement tourbillonnaire, évaluée quantitativement en observant la réduction d'une grandeur physique du sillage proche. Le phénomène est interprété par Owen & Bearman (2000) en argumentant sur la dynamique tri-dimensionnelle de la vorticité dans le sillage proche : le paramètre de contrôle proposé, le rapport d'aspect du profil sinueux (*wave steepness*), est le rapport entre l'amplitude W de la perturbation sinusoïdale imposée à la géométrie de la structure et sa longueur d'onde λ_w

$$W_s = \frac{2W}{\lambda_w} = \frac{k_w}{\pi} W \quad . \quad (2.28)$$

On examine maintenant le comportement dynamique du modèle d'oscillateurs de van der Pol (2.4) dans une telle situation. On sait que la perturbation géométrique $\zeta(z)$ n'intervient dans le modèle qu'à travers son gradient (2.26) : on retrouve ainsi naturellement le paramètre de contrôle expérimentale W_s

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = 2\pi S_t W k_w \cos(k_w z) \sim W_s \quad , \quad (2.29)$$

d'ailleurs déjà mis en évidence dans la formulation numérique du problème lors de la conception d'un code d'intégration directe des équations de Navier-Stokes (Darekar & Sherwin, 2001*b,a*).

Une solution au système d'oscillateurs fluides interagissant par diffusion et raideur (2.4) est cherchée sous la forme d'onde

$$q(z, \bar{t}) = \frac{Q}{2} e^{i(kz - \omega \bar{t})} + c.c. \quad , \quad (2.30)$$

ayant la même longueur que les perturbations géométriques, $k = k_w$. Un calcul d'algèbre élémentaire, en considérant uniquement la contribution harmonique principale des non-linéarités, permet d'expliciter la pulsation ω et l'amplitude Q (annexe B)

$$\omega^2 = \frac{1 + \chi k_w^2}{1 - \chi 2(\pi^2 S_t W_s)^2} \quad , \quad Q^2 = 4 \left[1 - \frac{\nu}{\epsilon} k_w^2 - \frac{\nu}{\epsilon} 2(\pi^2 S_t W_s)^2 \omega^2 \right] \quad . \quad (2.31)$$

Dans le cas de l'interaction par diffusion seule, la pulsation du détachement tourbillonnaire reste invariante, $\omega = 1$, alors que l'amplitude est effectivement fonction décroissante du paramètre W_s . Précisément, l'amplitude Q est réduite par les effets de diffusion associés à :

- la longueur d'onde de la perturbation géométrique, à travers le terme $(\nu/\epsilon)k_w^2$, comme déjà mis en évidence dans l'analyse de l'interaction par diffusion (§ 2.2). Ici la réponse non uniforme est directement induite par le caractère spatial de la perturbation géométrique imposée à la structure ;
- l'amplitude de la perturbation géométrique, normalisée avec le paramètre W_s , à travers le terme $(\nu/\epsilon)2\pi^4 S_t^2 W_s^2$, bien en accord avec le phénomène physique.

Dans la figure 2.10 on compare la réponse du modèle d'oscillateurs de van der Pol avec des données expérimentales sur la réduction du coefficient de traînée (Owen *et al.*, 2001). En appliquant le principe de la moindre dégénérescence, on considère un rapport ν/ϵ d'ordre 1 : la comparaison est qualitativement et quantitativement satisfaisante.

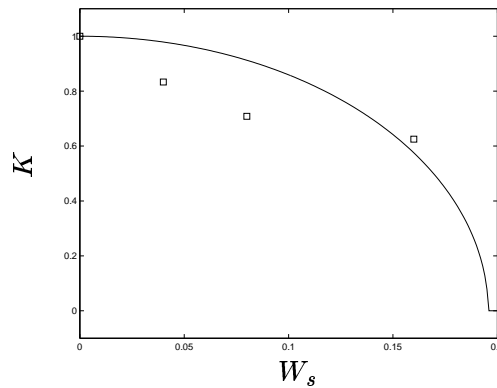


FIG. 2.10 – Suppression du détachement tourbillonnaire en fonction du paramètre W_s pour $\lambda_w = 7.5$: \square , données expérimentales sur la réduction du coefficient de traînée (Owen *et al.*, 2001) ; —, réponse du modèle d'oscillateurs de van der Pol (2.4) $K = Q(\lambda_w, W_s)/Q(\lambda_w, 0)$. Paramètres du modèle : $\nu/\epsilon = 1.0$, $S_t = 0.2$.

2.4.2 Détachement tourbillonnaire d'une structure oblique

On considère ici le cas d'une structure inclinée dont le profil est décrit par

$$\zeta(z) = W z \quad , \quad (2.32)$$

où $W = \tan(\theta)$ est son gradient (figure 2.9b). Une solution au système d'oscillateurs fluides interagissant par diffusion et raideur (2.4) est cherchée sous la forme d'onde

$$q(z, \bar{t}) = \frac{Q}{2} e^{i(kz - \omega \bar{t})} + c.c. \quad , \quad (2.33)$$

Un calcul d'algèbre élémentaire, en considérant uniquement la contribution harmonique principale des non-linéarités, permet d'expliciter la pulsation ω et l'amplitude Q (annexe B)

$$\begin{aligned} \omega^2 \left[\chi \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 - 1 \right] + \omega \left[2\chi \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) k \right] + 1 + \chi k^2 &= 0 \quad , \\ Q^2 = 4 \left[1 - \frac{\nu}{\epsilon} \left(k^2 + 2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \omega k + \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \omega^2 \right) \right] & \quad , \end{aligned} \quad (2.34)$$

où l'on retrouve l'influence de l'inclinaison de la structure W via le gradient du temps de retard $\tau(z)$. Dans le cas de l'interaction en raideur seule, l'amplitude du détachement tourbillonnaire reste invariante, $Q = 2$, alors que la pulsation est fonction de l'inclinaison de la structure W et du nombre d'onde k , le tout pondéré par le coefficient χ . En considérant le cas particulier correspondant à des tourbillons alignés verticalement derrière la structure oblique, pour lequel $k = 0$, de la solution (2.4.2) on déduit

$$\omega = \left[1 - \chi \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \right]^{-0.5} \sim \cos \left(\sqrt{|\chi|} \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \sim \cos \theta \quad , \quad Q = 2 \quad , \quad (2.35)$$

en ayant utilisée pour χ la valeur donnée par (2.22). On retrouve ainsi naturellement le principe d'indépendance précédemment décrit (§ 1.3).

2.5 Conclusions

Nous avons montré comment un modèle phénoménologique du sillage proche exploitant le concept d'oscillateur fluide est en mesure de décrire, qualitativement et quantitativement, des aspects tri-dimensionnels importants du détachement tourbillonnaire. Ce modèle a été étudié analytiquement en considérant des solutions en forme d'onde, dont les caractéristiques en amplitude, pulsation et longueur d'onde ont été calculées explicitement, vérifiées par simulation numérique, puis comparées avec les données expérimentales de la littérature.

L'interaction par diffusion permet de modéliser le détachement tourbillonnaire par cellules, lors d'une variation de la pulsation de Strouhal locale le long de la structure, due au cisaillement de l'écoulement ou bien à la conicité de la structure. La relation analytique déduite analytiquement pour l'estimation de la longueur des cellules est validée par simulation numérique : ceci

est en accord avec de précédentes simulations numériques et des observations qualitatives sur le modèle d'oscillateur de van der Pol par Balasubramanian & Skop (1996). En outre, l'interaction par diffusion permet d'expliquer la suppression du détachement tourbillonnaire d'une structure à profil sinueux : la comparaison avec les mesures expérimentales de la littérature est de nouveau satisfaisante.

L'interaction en raideur permet de modéliser le détachement tourbillonnaire oblique, dû à un forçage local, à des effets de bord ou bien à une variation de la pulsation de Strouhal locale le long de la structure, à cause d'un écoulement cisailé ou d'une structure conique. Ceci parce qu'une interaction élastique en raideur, et non une relaxation par diffusion, est nécessaire afin de propager l'énergie de l'écoulement le long de la structure. De précédentes simulations numériques avaient montré qu'un système d'oscillateurs de van der Pol interagissant en raideur pouvait donner lieu à de faibles structures cellulaires (Gaster, 1969; Noack *et al.*, 1991; Balasubramanian & Skop, 1996) : ceci peut se manifester en régime transitoire du système dynamique. L'interaction en raideur permet de rendre uniforme une pulsation a priori hétérogène, comme d'ailleurs déjà proposé par Balasubramanian & Skop (1996), en n'observant que des résultats de simulations numériques. L'interaction en raideur permet aussi de décrire le décalage de la pulsation globale de Strouhal par effet du détachement tourbillonnaire oblique. Dans ce cas, le moteur du phénomène n'est plus le cisaillement de l'écoulement, mais le forçage appliqué au sillage par les effets de bord.

Dans ce mémoire, nous n'avons examiné les effets des interactions par diffusion et en raideur que séparément. Dans le cas d'une interaction combinée, la dynamique des oscillateurs de van der Pol est plus complexe. Par exemple en écoulement cisailé, l'apparition des dislocations propres à l'interaction par diffusion est contrecarrée par l'interaction en raideur, capable de rendre uniforme une pulsation hétérogène. Des études d'approfondissement sont donc envisageables.

En conclusion, la dynamique tri-dimensionnelle du sillage proche peut être efficacement réduite à trois éléments clé :

- a) le caractère oscillant local : il est basé sur la loi de Strouhal et l'oscillateur de van der Pol en constitue l'outil de modélisation le plus simple ;
- b) l'interaction par diffusion : toutefois, la question concernant la corrélation entre le paramètre ν et le gradient de pulsation reste ouverte. La relation entre la taille des cellules de détachement tourbillonnaire et le cisaillement β de l'écoulement, ou bien la conicité R de la structure, doit être élucidée ;
- c) l'interaction en raideur : la valeur du paramètre χ est déduite par de simples considérations géométriques sur le détachement tourbillonnaire oblique.

Dégager ces éléments et en permettre l'investigation analytique constitue la clé du succès du modèle phénoménologique des oscillateurs de van der Pol. Avant d'aborder le couplage tri-dimensionnel avec la dynamique d'une structure élançée, ce qui constitue l'objet du dernier chapitre, nous allons d'abord nous concentrer sur l'aspect local dans le chapitre suivant : on examine en détail le couplage entre une structure à un seul degré de liberté et un seul oscillateur fluide, autrement dit son sillage proche plan, sans aucun effet tri-dimensionnel.

Chapitre 3

Vibrations induites par détachement tourbillonnaire plan

Nous venons de montrer comment un simple oscillateur de van der Pol est en mesure de modéliser le sillage proche d'une structure. Si cette dernière est libre de vibrer sous l'effet du détachement tourbillonnaire, celle-ci constitue également un oscillateur. L'interaction locale fluide-structure des vibrations induites par détachement tourbillonnaire est maintenant analysée en considérant le couplage de deux oscillateurs (§ 3.1). Ce modèle phénoménologique est étudié analytiquement en considérant des solutions harmoniques, dont les caractéristiques en amplitude, pulsation et phase sont calculées explicitement, vérifiées par simulation numérique, puis comparées avec les données expérimentales de la littérature. Les valeurs des paramètres physiques sont obtenues en analysant le détachement tourbillonnaire forcé par un mouvement imposé de la structure (§ 3.2). Ensuite on considère le choix des termes de couplage. A la différence des modèles classiques, notre proposition d'un nouveau couplage linéaire en accélération permet de bien décrire les phénomènes physiques majeurs des vibrations induites par détachement tourbillonnaire (§ 3.3). Ce couplage élémentaire permet aussi de modéliser les vibrations induites par détachement tourbillonnaire avec interaction de sillage pour un couple de structures disposées en tandem (§ 3.4). Ces travaux font également l'objet d'une publication soumise (annexe G.2) et d'une communication lors d'un congrès (annexe G.3), auxquelles on fera largement référence.

3.1 Modélisation

On considère le détachement tourbillonnaire et les vibrations qui peuvent en dériver d'une structure cylindrique rigide, sur support visco-élastique à un degré de liberté, comme schématisé en figure 3.1 : selon le cas, le cylindre sera immobile, en mouvement forcé ou en vibration libre en direction transverse par rapport à l'écoulement, considéré uniforme et stationnaire.

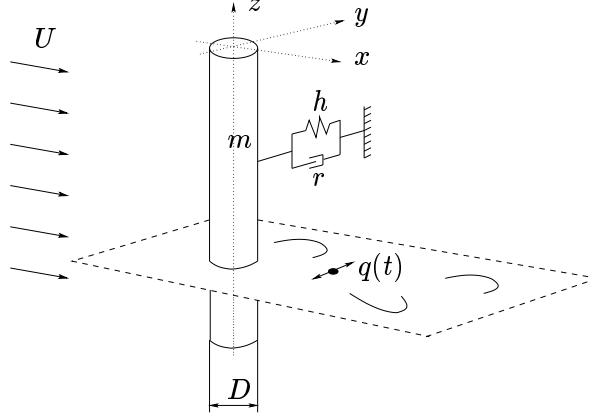


FIG. 3.1 – Modèle de structure à un degré de liberté excitée par un écoulement uniforme et stationnaire, soumise aux vibrations induites par le détachement tourbillonnaire.

3.1.1 Oscillateur structural

L'équation de mouvement transverse de la structure est exprimée par l'oscillateur linéaire

$$m\ddot{Y} + r\dot{Y} + hY = S \quad , \quad (3.1)$$

nommé oscillateur structural dans la suite, où Y est le déplacement transverse et $(\dot{})$ indique la dérivation par rapport au temps dimensionnel T . La raideur h modélise la raideur du support. La masse m prend en compte la masse de la structure m_s et la masse ajoutée du fluide m_f , équation (1.6)

$$m = m_s + m_f \quad , \quad m_f = C_M \rho D^2 \pi/4 \quad , \quad (3.2)$$

où C_M est le coefficient de masse ajoutée. L'amortissement linéaire r décrit la dissipation visqueuse du support r_s et l'amortissement ajouté du fluide r_f (Blevins, 1990)

$$r = r_s + r_f \quad , \quad r_f = \gamma \omega_r \rho D^2 \quad . \quad (3.3)$$

Pour une structure oscillant en direction transverse par rapport à l'écoulement, l'amortissement provient essentiellement de la variation de la vitesse apparente et donc de la traînée. Ainsi, pour une section dont le coefficient de traînée ne varie pas avec l'angle d'incidence, ω_r est la pulsation de Strouhal et γ est en relation avec le coefficient de traînée statique C_D sur la structure par (Blevins, 1990)

$$\gamma = \frac{C_D}{4\pi S_t} \quad . \quad (3.4)$$

Suivant Balasubramanian & Skop (1997) et Skop & Luo (2001), ce paramètre est nommé *stall term* et considéré constant.

Afin de développer un modèle bi-dimensionnel des VIV, autrement dit un modèle de couplage local, la masse, l'amortissement et la raideur sont définis par unité de longueur. On définit la pulsation de la structure $\omega_s = (h/m)^{0.5}$ en prenant en compte la masse ajoutée du fluide, et son amortissement réduit $\xi = r_s/(2m\omega_s)$ sans prendre en compte l'amortissement ajouté du fluide. Les actions du fluide sur la structure sont donc décrites par deux composantes, selon le point de vue de Govardhan & Williamson (2000) : les effets hydrodynamiques linéaires de base, masse m_f et amortissement r_f ajoutés, sont directement inclus dans l'oscillateur structural, équations (3.2) et (3.3), alors que les effets dus aux tourbillons sont modélisés par le terme de couplage S au second membre de (3.1). En rendant adimensionnel le temps par rapport à la pulsation de Strouhal, $t = T \omega_f$, et les longueurs par rapport au diamètre D de la structure, $y = Y/D$, l'équation (3.1) devient

$$\ddot{y} + \left(2\xi\delta + \frac{\gamma}{\mu} \right) \dot{y} + \delta^2 y = s \quad , \quad (3.5)$$

où s est le terme de couplage adimensionnel et $\delta = \omega_s/\omega_f = 1/(S_t U_r)$ la pulsation adimensionnelle de la structure.

3.1.2 Oscillateur fluide

La dynamique fluctuante locale du sillage proche est modélisée par un oscillateur non linéaire de van der Pol (§ 1.6) sous la forme

$$\ddot{q} + \varepsilon (q^2 - 1) \dot{q} + q = f \quad , \quad (3.6)$$

où le terme de couplage adimensionnel f au second membre décrit les effets du mouvement de la structure sur le sillage.

3.1.3 Couplage fluide-structure

Le système dynamique des oscillateurs couplés (3.5) et (3.6) constitue une base pour le développement de modèles phénoménologiques des VIV en exploitant le concept d'oscillateur fluide. A partir de ce noyau, plusieurs idées ont été proposées depuis les travaux de Hartlen & Currie (1970), notamment pour la modélisation des termes de couplage au second membre, s et f . De nombreuses non-linéarités complémentaires ont été aussi considérées au premier membre, dans l'objectif de modifier le comportement dynamique du modèle en vue de retrouver des détails de la phénoménologie des VIV. Afin de garder le modèle le plus simple possible, les termes de couplage s et f sont ici considérés respectivement comme des fonctions linéaires de q et y et de leurs dérivées temporelles. Aucune autre non-linéarité n'est introduite, de sorte que la seule présente est celle de l'équation de van der Pol.

Depuis Hartlen & Currie (1970), l'action s du sillage proche sur la structure est typiquement

considérée comme une portance fluctuante qui s'écrit en forme dimensionnelle

$$S = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_L \quad , \quad (3.7)$$

où C_L est le coefficient de portance instantanée sur la structure. La variable q est donc interprétée comme un coefficient de portance normalisé $q = 2 C_L / C_{Lo}$, où C_{Lo} est celui observé sur une structure stationnaire soumise au détachement tourbillonnaire. Le rapport $K = q/2 = C_L / C_{Lo}$ exprime donc l'amplification de la portance due au mouvement de la structure. Sous forme adimensionnelle, l'action (3.7) s'écrit

$$s = M q \quad , \quad M = \frac{C_{Lo}}{2} \frac{1}{8\pi^2 S_t^2 \mu} \quad . \quad (3.8)$$

Le paramètre μ étant un rapport de masse, M est un nombre de masse qui traduit la magnitude des effets du sillage proche sur la structure en mouvement par rapport à la même structure fixe.

D'autre part, on peut prendre en considération plusieurs possibilités afin d'exprimer l'action f de la structure sur le modèle du sillage proche. Hartlen & Currie (1970) ont d'abord proposé "plutôt arbitrairement" (dans leur papier on cite : "rather arbitrarily") un

$$\text{couplage en vitesse : } f = A \dot{y} \quad , \quad (3.9)$$

A étant un paramètre. Ce choix a été ensuite retenu dans la majorité des modèles d'oscillateur fluide, depuis Skop *et al.* (1973) et Landl (1975) jusqu'à Balasubramanian & Skop (1997), Mu-reithi *et al.* (2000), Plaschko (2000) et Skop & Luo (2001). Krenk & Nielsen (1999) ont suggéré un autre modèle basé sur des considérations énergétiques : en imposant un flux d'énergie direct du sillage proche vers la structure, dans la formulation (3.5,3.6) on déduit un

$$\text{couplage en déplacement : } f = A y \quad . \quad (3.10)$$

Pour troisième choix, on propose dans le cadre de cette thèse un effet inertiel de la structure sur le sillage proche, c'est-à-dire un

$$\text{couplage en accélération : } f = A \ddot{y} \quad . \quad (3.11)$$

Ce choix a été considéré précédemment en littérature seulement pour des modèles de couplage composés (Blevins & Iwan, 1974; Blevins, 1990), ou bien afin de modéliser les effets combinés des VIV et du gallop (Parkinson, 1989), mais jamais appliqué et analysé tel quel.

3.2 Valeurs des paramètres

Dans ce paragraphe tous les paramètres des modèles présentés ci-dessus sont estimés à partir de données expérimentales sur les VIV, libres et forcées, d'une structure à un degré de liberté en écoulement transverse stationnaire et uniforme.

Pour l'oscillateur structural (3.5), l'amortissement réduit ξ et le rapport de masse μ sont

des paramètres mesurables du système physique. En particulier, dans l'évaluation de la masse ajoutée due au fluide, pour une structure cylindrique à section droite circulaire, on considère un coefficient de masse ajoutée unitaire. La pulsation réduite δ est aussi un paramètre qui dépend des conditions d'étude, exclusivement de la vitesse réduite U_r et du nombre de Strouhal S_t . Le nombre de masse M est calculé via l'équation (3.8), où le coefficient de portance C_{Lo} de référence pour une structure stationnaire soumise au détachement tourbillonnaire vaut $C_{Lo} = 0.3$ dans un large domaine du nombre de Reynolds (Blevins, 1990; Pantazopoulos, 1994). On obtient ainsi

$$M = 0.05/\mu \quad . \quad (3.12)$$

Le seul paramètre qui reste à déterminer dans l'équation de l'oscillateur structural est le paramètre d'amortissement ajouté du fluide γ , considéré constant afin de simplifier au maximum le modèle. Pour un cylindre en mouvement transverse on choisit un coefficient de traînée amplifié $C_D = 2.0$ (Blevins, 1990) et donc

$$\gamma = 0.8 \quad . \quad (3.13)$$

Pour l'oscillateur fluide (3.6), il est nécessaire de fixer les valeurs des paramètres ε et A , ce qui est possible en observant la réponse du sillage au mouvement imposé de la structure, notamment l'amplification de la portance sur la structure, en fonction de la vitesse réduite. Pour un mouvement imposé harmonique d'amplitude y_o et de pulsation ω , $y = y_o \cos(\omega t)$, on cherche donc une réponse harmonique et synchronisée sous la forme $q = q_o \cos(\omega t + \psi)$, où q_o et ψ sont respectivement l'amplitude et la phase stationnaires.

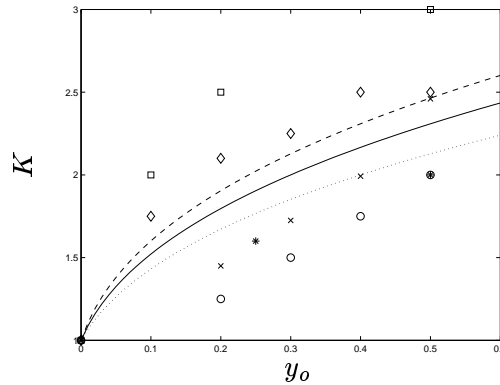


FIG. 3.2 – Amplification du coefficient de portance en fonction de l'amplitude du mouvement imposé à la structure à la résonance. La réponse du modèle est calée aux données expérimentales : \diamond , Vickery & Watkins (1962); \times , Bishop & Hassan (1964); $*$, King (1977); \square , Griffin (1980); \circ , Pantazopoulos (1994). Paramètres du modèle : \cdots , $A/\varepsilon = 30$; $—$, $A/\varepsilon = 40$ (valeur proposée); $- -$, $A/\varepsilon = 50$.

Considérons d'abord l'amplification de la portance $K = q_o/2$ en fonction de l'amplitude y_o du mouvement à la résonance, soit à $\omega = 1$ et donc $U_r = 1/S_t$. Indifféremment pour les trois modèles de couplage, la valeur du rapport A/ε détermine directement celle de K et peut donc être établie en comparant le comportement dynamique du modèle aux données expérimentales de la littérature. La valeur $A/\varepsilon = 40$ est proposée après une minimisation aux moindres carrés (figure 3.2).

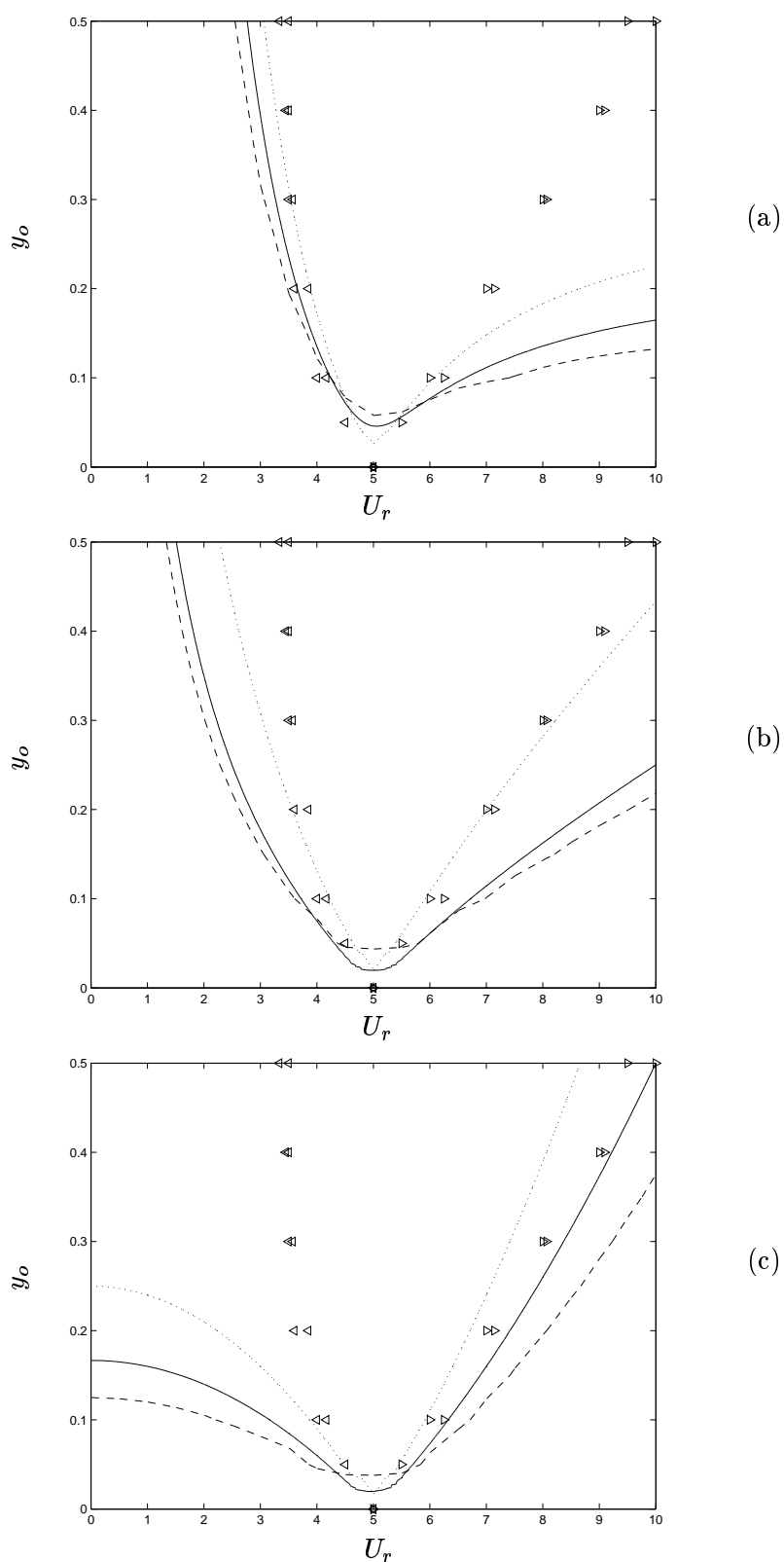


FIG. 3.3 – Domaine d'accrochage dans le plan (U_r, y_o) délimité par la condition $K = 1$ pour les trois modèles de couplage : (a) déplacement, (b) vitesse, (c) accélération. Données expérimentales : \triangleleft, \triangle , (Koopmann, 1967; Stansby, 1976; Blevins, 1990). Paramètres du modèle : \cdots , $\varepsilon = 0.2$; $—$, $\varepsilon = 0.3$ (valeur proposée); $- -$, $\varepsilon = 0.4$.

Examinons ensuite l'influence de l'amplitude du mouvement forcé sur l'extension du domaine d'accrochage. Depuis les expériences de Koopmann (1967), on observe que l'accrochage se manifeste au dessus d'un seuil d'amplitude, mais surtout que le domaine d'accrochage s'élargit en augmentant y_o . On définit le domaine d'accrochage par la condition $K > 1$, puisque $K = 1$ correspond à un sillage non forcé. En représentant la limite $K = 1$ dans le plan (U_r, y_o) , le domaine d'accrochage est représenté pour les trois modèles de couplage en figure 3.3. En gardant le rapport A/ε constant à la valeur $A/\varepsilon = 40$ fixée précédemment, les paramètres ε et A peuvent maintenant être choisis par comparaison de la réponse du modèle aux données expérimentales. Malgré la différence de forme des domaines d'accrochage, pour les trois modèles de couplage on propose les mêmes valeurs

$$\varepsilon = 0.3 \quad , \quad A = 12 \quad . \quad (3.14)$$

3.3 Dynamique du système couplé

Dans ce paragraphe le comportement dynamique du système couplé fluide-structure est examiné analytiquement afin de différencier l'influence des trois modèles de couplage. Les paramètres $M, \gamma, \varepsilon, A$ sont dorénavant fixés aux valeurs obtenues dans le paragraphe précédent, soit $M = 0.05/\mu, \gamma = 0.8, \varepsilon = 0.3, A = 12$. Les calculs sont détaillés en annexe C, alors que les principaux résultats se trouvent dans la publication en annexe G.2.

3.3.1 Détachement tourbillonnaire forcé

Dans le cas d'un mouvement imposé de la structure considéré plus haut, on peut aussi examiner la phase ψ de l'oscillateur fluide par rapport au forçage. Dans la figure 3.4 il apparaît clairement que le modèle de couplage en accélération est plus efficace dans la description de la phase entre le mouvement de la structure et la portance fluctuante observée dans les expériences : y et q sont observés en phase à basse U_r et en opposition de phase à haute U_r .

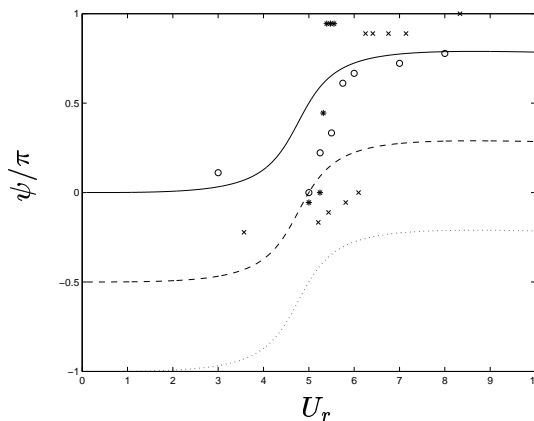


FIG. 3.4 – Phase entre q et y en fonction de U_r pour les différents modèles de couplage : \cdots , déplacement ; $- -$, vitesse ; $—$ accélération. Données expérimentales : *, Bishop & Hassan (1964) ; \times , Carberry *et al.* (2001) ; \circ , Bearman (1984).

3.3.2 Vibrations induites par le détachement tourbillonnaire

On considère maintenant le système dynamique couplé des oscillateurs structural et fluide. Une solution est cherchée sous les hypothèses d'harmonicité et de synchronisation en fréquence, soit

$$y(t) = y_o \cos(\omega t + \varphi) \quad , \quad q(t) = q_o \cos(\omega t) \quad , \quad (3.15)$$

où les signaux y et q ont une pulsation commune ω , des amplitudes y_o et q_o , et une phase relative φ , indépendantes du temps. Par substitution dans les équations couplées et en considérant seulement la contribution harmonique principale des non-linéarités, un calcul d'algèbre élémentaire permet d'aboutir aux expressions analytiques de la réponse. Les calculs sont détaillés en annexe C, alors que les principaux résultats se trouvent dans la publication en annexe G.2.

On explore maintenant ces solutions par rapport au choix du modèle de couplage f , en variant la vitesse réduite U_r et en considérant les données d'une expérience sur un cylindre rigide, articulé à l'extrémité supérieure et libre à l'extrémité inférieure, soumis aux VIV transverses en écoulement uniforme (Balasubramanian *et al.*, 2000) : $\xi = 3.1 \cdot 10^{-3}$ et $M = 2 \cdot 10^{-4}$.

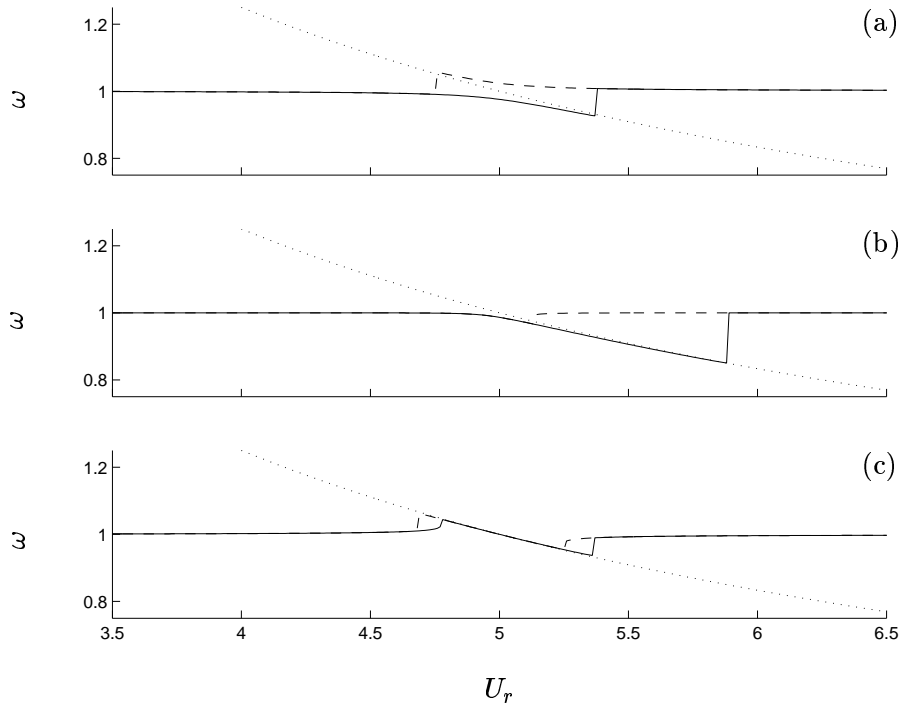


FIG. 3.5 – Pulsation ω en fonction de la vitesse réduite U_r : (a) déplacement, (b) vitesse, (c) accélération. —, U_r croissante; - -, U_r décroissante; \cdots , pulsation de la structure en absence d'écoulement, $\omega = 1/(U_r S_t)$.

Pulsation

Pour les trois modèles de couplage, la pulsation ω du système couplé est accrochée à la pulsation de la structure $\omega = \delta = 1/(S_t U_r)$ autour de $U_r = 1/S_t$, figure 3.5. En fait, l'état d'accrochage de base $\omega = 1 = \delta$ pour lequel $U_r = 1/S_t$ n'est pas solution exacte pour le modèle de couplage en vitesse, mais seulement pour ceux en déplacement et en accélération. Hors

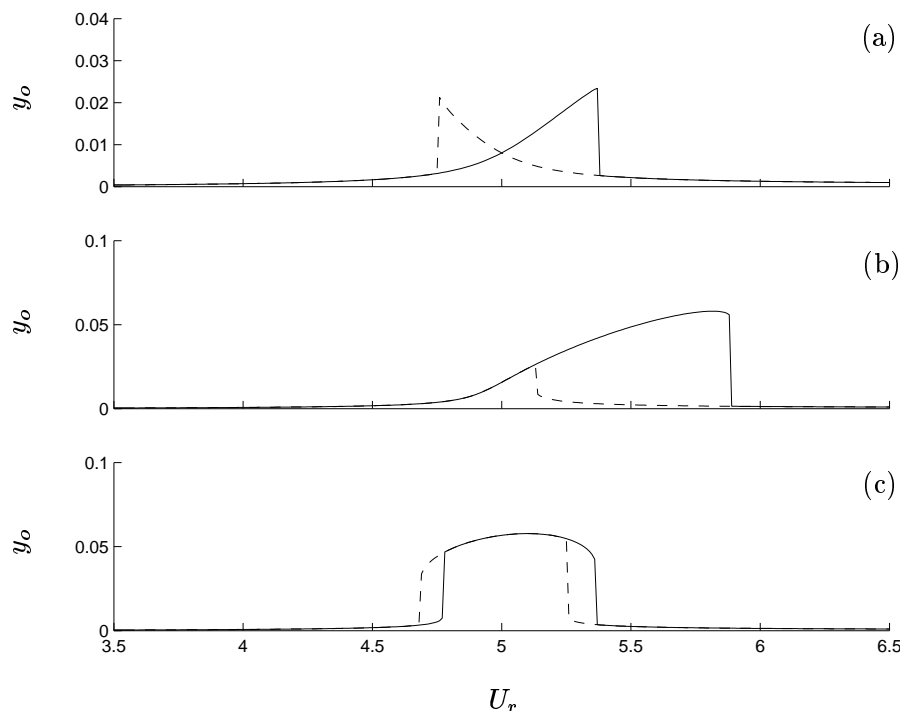


FIG. 3.6 – Amplitude de l'oscillateur structural y_o en fonction de la vitesse réduite U_r : (a) déplacement, (b) vitesse, (c) accélération. —, U_r croissante ; - -, U_r décroissante.

accrochage, le système couplé est synchronisé à la pulsation du détachement tourbillonnaire $\omega = 1$. Pour le modèle de couplage en accélération on observe un comportement hystérétique aux deux bornes du domaine d'accrochage, alors que pour les modèles de couplage en déplacement et en vitesse tout le domaine d'accrochage est caractérisé par une hystérésis. En outre, pour les modèles de couplage en déplacement et en accélération le domaine d'accrochage est presque symétrique par rapport à la vitesse réduite de référence $U_r = 1/S_t$, alors que la réponse dynamique du modèle de couplage en vitesse est fortement asymétrique : la seule branche d'accrochage se développe à des vitesses réduites supérieures à $U_r = 1/S_t$ et à des vitesses réduites inférieures on n'observe pas d'accrochage.

Amplitude de l'oscillateur structural

Pour les trois modèles de couplage, l'accrochage conduit à une amplification de l'amplitude d'oscillation de la structure, alors qu'ailleurs la structure est essentiellement à l'arrêt, figure 3.6. Le modèle de couplage en déplacement montre des oscillations d'amplitude très faible, même à la résonance parfaite, d'au moins un ordre de grandeur plus petites par rapport à celles des modèles de couplage en déplacement et en accélération. Par ailleurs, le modèle de couplage en déplacement montre deux branches d'accrochage indépendantes, en accord avec Krenk & Nielsen (1999), qui ne sont pas une simple prolongation d'un noyau de résonance commun autour de $U_r = 1/S_t$, comme c'est le cas pour les modèles de couplage en vitesse et accélération.

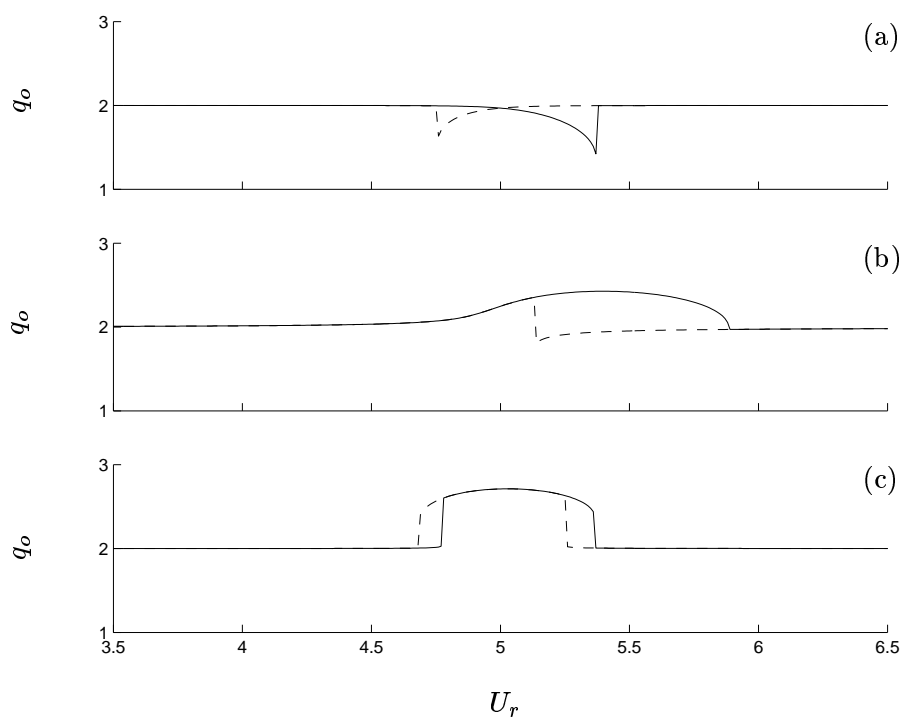


FIG. 3.7 – Amplitude de l'oscillateur fluide q_0 en fonction de la vitesse réduite U_r : (a) déplacement, (b) vitesse, (c) accélération. —, U_r croissante ; - -, U_r décroissante.

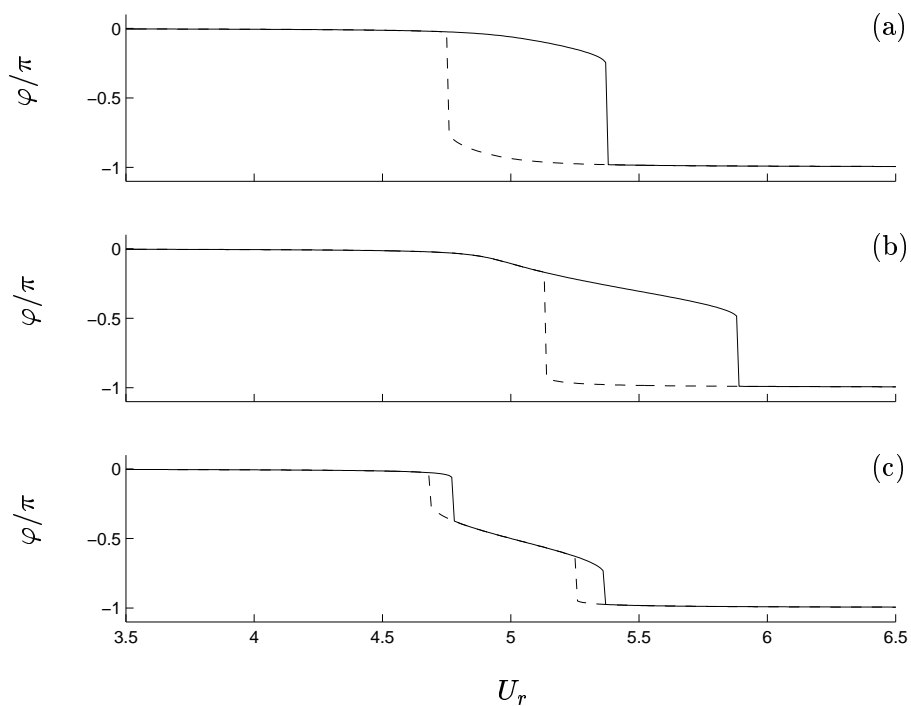


FIG. 3.8 – Déphasage φ entre structure et fluide en fonction de la vitesse réduite U_r : (a) déplacement, (b) vitesse, (c) accélération. —, U_r croissante ; - -, U_r décroissante.

Amplitude de l'oscillateur fluide

Le modèle de couplage en déplacement ne décrit pas l'amplification de la portance durant l'accrochage, figure 3.7. En effet, comme déjà noté par Krenk & Nielsen (1999), ce couplage rend le système dynamique couplé adiabatique : une augmentation de l'amplitude d'oscillation de la structure est permise seulement au prix de la réduction de l'amplitude d'oscillation du fluide. Inversement, pour les modèles de couplage en vitesse et en accélération on observe une véritable amplification de la portance. Hors accrochage, le système dynamique couplé modélise simplement le détachement tourbillonnaire d'une structure immobile : l'oscillateur fluide développe son cycle limite libre d'amplitude $q_o = 2$ et la structure est pratiquement à l'arrêt, $y_o \ll 1$, figure 3.6.

Phase

Pour les trois modèles de couplage, le déphasage φ entre les oscillateurs structural et fluide montre un saut global de π lors du passage à travers le domaine d'accrochage, figure 3.8. Cela est en accord qualitatif avec les observations expérimentales de la littérature concernant le changement de la phase du détachement tourbillonnaire et, par conséquent, des actions du fluide sur la structure depuis Bishop & Hassan (1964).

En considérant les résultats dans les figures 3.5, 3.6, 3.7 et 3.8 sur la dynamique du système d'oscillateurs couplés en fonction de la vitesse réduite, on peut conclure que le modèle de couplage en déplacement échoue dans la description de deux des aspects majeurs de l'accrochage : les grandes amplitudes de vibration de la structure et l'amplification de la portance. En revanche, les modèles de couplage en vitesse et en accélération ont un comportement dynamique différent, mais similaire, en accord qualitatif avec les observations expérimentales.

3.3.3 Amplitude d'oscillation à l'accrochage

L'amplitude maximale d'oscillation de la structure en accrochage y_M est habituellement exprimée dans la littérature en fonction d'un seul paramètre combiné de masse-amortissement, le nombre de Skop-Griffin S_G , équation (1.8), qui se réécrit ici

$$S_G = 8\pi^2 S_t^2 \mu \xi = \frac{C_{L_o}}{2} \frac{\xi}{M} . \quad (3.16)$$

Dans la figure 3.9 nous représentons le comportement dynamique du système d'oscillateurs couplés pour les trois modèles de couplage, en comparaison avec des données expérimentales de la littérature.

Nous avons déjà observé en figure 3.7a que le modèle de couplage en déplacement ne décrit pas une véritable amplification de la portance. Le facteur d'amplification K est toujours inférieur à l'unité et non défini si S_G est inférieur à une valeur critique $(S_G)_c$, au dessous de laquelle la condition d'accrochage de référence donnée par $\omega = 1 = \delta$ à $U_r = 1/S_t$ n'est plus permise. Dans ce cas, le système couplé modélise le détachement tourbillonnaire d'une structure stationnaire : l'oscillateur fluide développe son cycle limite libre d'amplitude $q_o = 2$ et de pulsation $\omega = 1$, alors que l'oscillateur structural est pratiquement à l'arrêt, $y_o \ll 1$. La résonance n'existe donc plus.

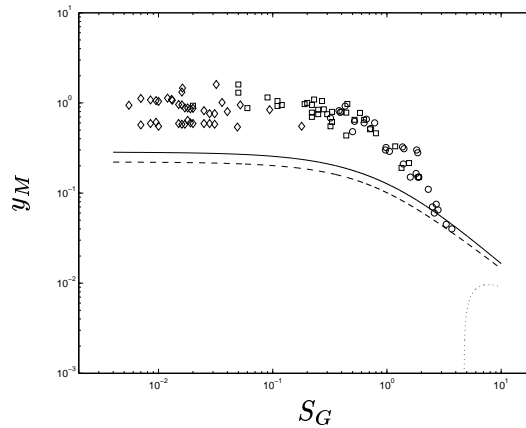


FIG. 3.9 – Amplitude maximale d’oscillation de la structure y_M en fonction du nombre de Skop-Griffin S_G : \cdots , déplacement ; $- -$, vitesse ; $—$, accélération. Données expérimentales en air : \circ , Balasubramanian & Skop (1997). Données expérimentales en eau : \square , Balasubramanian & Skop (1997) ; \diamond , Khalak & Williamson (1999).

Ainsi, le diagramme de Griffin en figure 3.9 montre que le modèle de couplage en déplacement échoue dans la description qualitative des données expérimentales des vibrations induites par détachement tourbillonnaire.

Pour le modèle de couplage en vitesse l’amplitude maximale d’oscillation de la structure est localisée à la borne supérieure de vitesse réduite du domaine d’accrochage, en correspondance de la solution exacte $\omega = \delta_M \neq 1$, figure 3.5b. Le diagramme de Griffin, figure 3.9, sous-estime l’amplitude des oscillations de la structure lorsque l’on utilise les valeurs des paramètres proposés dans le paragraphe précédent. Toutefois, l’influence qualitative du nombre de Skop-Griffin est correctement décrite. En particulier la limitation asymptotique de la réponse à très petit S_G , voire à amortissement structural nul, est assurée par l’amortissement ajoutée du fluide γ , en accord avec des précédentes observations de la littérature (Balasubramanian & Skop, 1997; Skop & Luo, 2001).

Le modèle de couplage en accélération accepte la condition d’accrochage de référence définie par $\omega = 1 = \delta$ à $U_r = 1/S_t$ comme solution exacte et qui correspond presque à l’amplitude maximale d’oscillation de la structure, figure 3.6c, même si le maximum se manifeste pour une vitesse réduite un peu supérieure à $1/S_t$. En terme de diagramme de Griffin, figure 3.9, cela donne des résultats similaires à ceux du modèle de couplage en vitesse.

Bien que l’influence qualitative du nombre de Skop-Griffin soit correctement décrite, la sous-estimation de l’amplitude d’oscillation est ben évidente. L’expression analytique des courbes $y_M(S_G)$ permet de comprendre l’influence des paramètres du modèle sur leur forme. Ainsi, on aurait pu recalculer les valeurs des coefficients ε et A sur la base de l’amplitude maximale d’oscillation de la structure et de l’extension du domaine d’accrochage du système couplé fluide-structure. Toutefois, nous avons préféré ne déterminer les paramètres de l’oscillateur fluide qu’en considérant la dynamique du seul sillage. Nous visons à établir un modèle phénoménologique du détachement tourbillonnaire, afin d’aborder ensuite le phénomène des VIV.

3.3.4 Extension du domaine d'accrochage

L'extension du domaine d'accrochage est exprimée habituellement en fonction des deux paramètres $M(\mu)$ et ξ séparément (Govardhan & Williamson, 2000). En considérant des valeurs très petites du nombre de Skop-Griffin, par exemple $S_G = 0.01$, la dynamique du système d'oscillateurs couplé est analysée ici dans le cas des récentes investigations de Khalak & Williamson (1999) et Govardhan & Williamson (2000) : l'extension du domaine d'accrochage est considérée à S_G constant comme une fonction du rapport de masse $M(\mu)$, qui est réécrit pour les comparaisons sous la forme $m^* = \frac{4}{\pi}\mu - C_M$. Les expériences montrent l'existence d'un rapport de masse critique $m_c^* = 0.54$, au dessous duquel de grandes amplitudes d'oscillation de la structure persistent à haute vitesse réduite, au moins jusqu'aux limites des installations expérimentales, tandis que la pulsation d'oscillation croît indéfiniment : l'accrochage n'est plus borné.

On définit le domaine d'accrochage, à m^* et S_G donnés, par un seuil d'amplitude y_o , et son extension en fonction de U_r et m^* est calculée numériquement et représentée en figure 3.10 pour les trois modèles de couplage. Avec le modèle de couplage en déplacement, figure 3.10a, lorsque m^* tend vers zéro, des amplitudes d'oscillation constantes persistent à haute U_r . Toutefois, ces amplitudes ne sont pas significatives et pour $S_G < (S_G)_c$, aucune oscillation d'amplitude réelle et positive n'est admise autour de la résonance, $U_r = 1/S_t$. Le modèle de couplage en vitesse, figure 3.10b, montre un domaine d'accrochage qui s'élargit seulement à des vitesses réduites limitées pour m^* tendant vers zéro. En revanche, pour le modèle de couplage en accélération, figure 3.10c, l'élargissement du domaine d'accrochage à haute U_r n'est clairement pas borné et des amplitudes d'oscillation constantes persistent à haute U_r , en accord avec les observations expérimentales.

On observe qu'en terme d'extension du domaine d'accrochage les trois modèles de couplage ont des comportements différents, en particulier en considérant des valeurs très petites du nombre de Skop-Griffin. Dans ce cas, seul le modèle de couplage en accélération est en mesure de décrire le phénomène d'accrochage persistant. Cela est illustrée plus en détail en figure 3.11a, où l'on représente l'amplitude d'oscillation de la structure y_o en fonction de la vitesse réduite U_r pour une valeur $m^* = 0.52$ juste inférieure au rapport de masse critique $m_c^* = 0.54$ établi par Govardhan & Williamson (2000). Pour le modèle de couplage en déplacement, une zone de décrochage existe autour de $U_r = 1/S_t$, car le seuil $(S_G)_c$ est ici dépassé, ce qui est clairement incompatible avec les résultats des expériences. Pour le modèle de couplage en vitesse, comme déjà observé par Hartlen & Currie (1970), en augmentant la vitesse réduite la réponse décroît rapidement juste après avoir rejoint son maximum. Seul le modèle de couplage en accélération suit qualitativement les données expérimentales, en décrivant la persistance des amplitudes d'oscillation à haute vitesse réduite. Cependant, la sous-estimation des amplitudes à faible S_G déjà discutée au paragraphe précédent est ici à nouveau mise en évidence. L'évolution de la pulsation en figure 3.11b, où une fréquence adimensionnelle $f^* = \omega/\delta$ est introduite à fin de comparaisons avec Govardhan & Williamson (2000), confirme les bons résultats du modèle de couplage en accélération.

On peut donc conclure que seul le modèle de couplage en accélération est en mesure de décrire, au moins qualitativement, les caractéristiques essentielles des VIV à très petit nombre de Skop-Griffin S_G et de rapport de masse m^* .

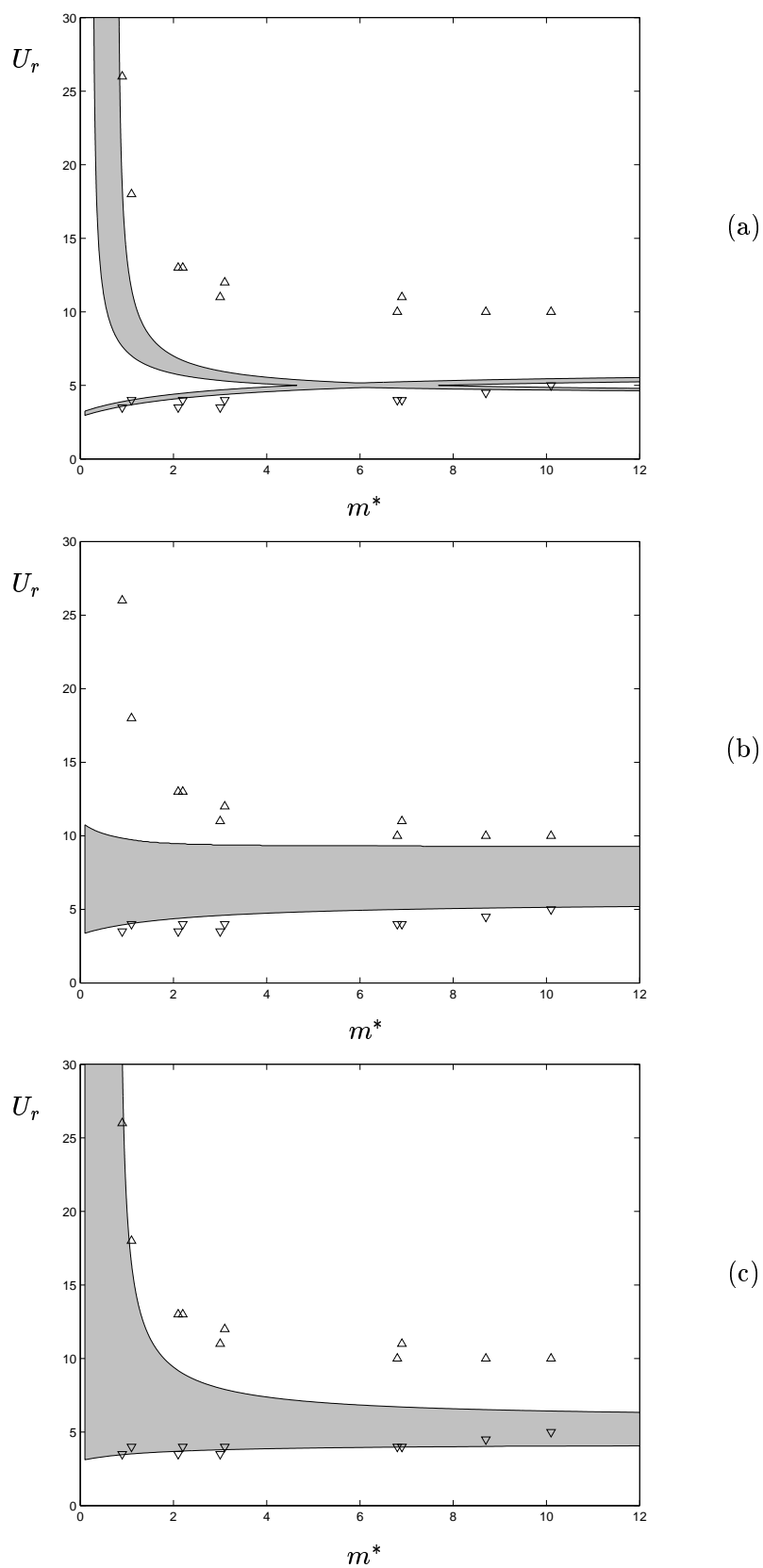


FIG. 3.10 – Domaines d'accrochage en vitesse réduite en fonction du rapport de masse m^* à petit nombre de Skop-Griffin $S_G = 0.01$. Modèles d'oscillateurs couplés : (a), déplacement ; (b), vitesse ; (c), accélération. Données expérimentales d'après Govardhan & Williamson (2000) : ∇ , borne inférieure ; Δ , borne supérieure.

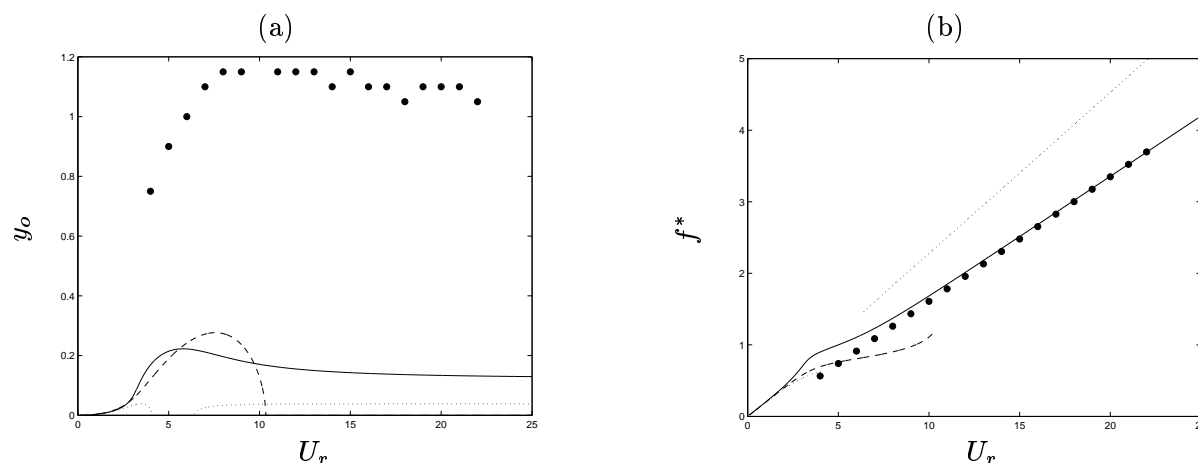


FIG. 3.11 – Réponse à petit rapport de masse $m^* = 0.52$ et petit amortissement réduit $\xi = 0.0052$. (a) Amplitude d'oscillation de la structure y_o . (b) Pulsation ω . Données expérimentales : \bullet , Govardhan & Williamson (2000). Modèles d'oscillateurs couplés : \cdots , déplacement ; $- -$, vitesse ; $-$, accélération.

3.3.5 Masse ajoutée

Une remarque complémentaire valable pour les trois modèles de couplage concerne la masse ajoutée effective exercée par le fluide sur l'oscillateur structural. En figure 3.8 nous avons vu que le déphasage φ entre le déplacement y de la structure et la portance q saute de π en traversant le domaine d'accrochage. Cela décrit qualitativement le changement de la phase du détachement des vortex et de la portance, donc du signe de la portance en phase avec l'accélération de la structure, habituellement identifiée comme masse ajoutée effective (Khalak & Williamson, 1999). Cet aspect majeur des VIV est observé expérimentalement en vibration forcée (Bishop & Hassan, 1964; Ongoren & Rockwell, 1988; Carberry *et al.*, 2001) et libre (Brika & Laneville, 1993, 1995; Govardhan & Williamson, 2000). A faible vitesse réduite, $U_r < 1/S_t$, les tourbillons se détachent à l'instant où l'oscillation de la structure rejoint l'amplitude maximale, du côté externe par rapport à l'axe du sillage, et la portance fluctuante est en phase par rapport au déplacement de la structure, donnant lieu à une masse ajoutée effective positive. Inversement, à grande vitesse réduite, $U_r > 1/S_t$, les tourbillons se détachent toujours à l'instant où l'oscillation de la structure rejoint l'amplitude maximale, mais cette fois du côté interne par rapport à l'axe du sillage : q et y sont donc en opposition de phase, donnant lieu à une masse ajoutée effective négative.

Pour l'oscillateur structural (3.5) le coefficient de masse ajoutée effectif $C_M + C_A$ est tracé en figure 3.12 en fonction de U_r : les trois modèles de couplage donnent des résultats similaires, en bon accord avec les données expérimentales (Vikestad *et al.*, 2000). On note la décroissance monotone de la courbe et son passage par zéro à une valeur de la vitesse réduite légèrement supérieure à $U_r = 1/S_t$.

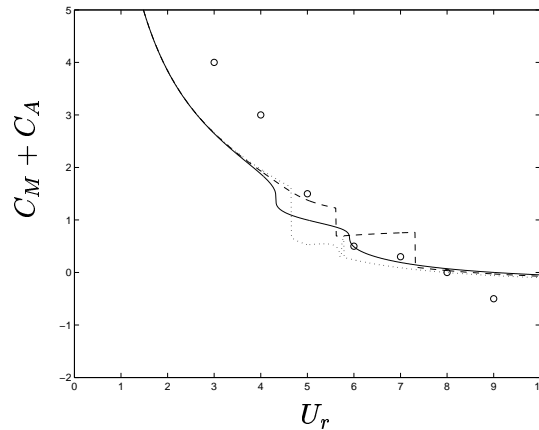


FIG. 3.12 – Masse ajoutée effective pour $M = 0.002, \xi = 0.01$. Modèles d'oscillateurs couplés : \cdots , déplacement ; $- -$, vitesse ; $—$, accélération. Données expérimentales : \circ , Vikestad *et al.* (2000).

3.3.6 Choix du modèle de couplage

Une analyse systématique a été conduite afin de comparer le comportement dynamique de trois modèles de couplage : déplacement, vitesse et accélération, ce dernier étant proposé de manière originale. En considérant les phénomènes physiques majeurs du détachement tourbillonnaire forcé et des VIV, on peut conclure que :

- le couplage en déplacement échoue notamment dans la description des grandes amplitudes de vibration pour la structure et de l'amplification de la portance à l'accrochage. En particulier à faible nombre de Skop-Griffin l'accrochage autour de la résonance, $U_r = 1/S_t$, est même supprimé ;
- le couplage en vitesse ne présente pas les défauts du couplage en déplacement, mais il s'avère incapable de décrire la persistance de l'accrochage à haute vitesse réduite et à faible rapport de masse. En outre, le domaine d'accrochage modélisé est asymétrique par rapport à la résonance, $U_r = 1/S_t$;
- le couplage en accélération décrit correctement l'accrochage autour de $U_r = 1/S_t$ en terme de pulsation, d'amplitude de vibration de la structure, d'amplification de la portance et de phase entre le détachement des tourbillons et le mouvement de la structure. Tout cela reste vrai jusqu'aux faibles rapports de masse, où l'on modélise la persistance de l'accrochage à haute vitesse réduite. En outre, en considérant le détachement tourbillonnaire forcé par un mouvement imposé de la structure, le couplage en accélération s'avère être celui qui décrit le mieux le déphasage du sillage en fonction de la vitesse réduite.

Une explication possible de l'aptitude du couplage en accélération à modéliser correctement les phénomènes physiques majeurs du détachement tourbillonnaire et des VIV, vient d'une interprétation proposée par Noack *et al.* (1991). En considérant la structure immobile, la variable q est supposée représenter le déplacement transverse, local et instantané, du sillage proche par rapport à sa position moyenne, derrière la structure. Dès que la structure vibre en direction transverse, nous pouvons considérer la dynamique oscillante du sillage dans le repère mobile lié à la structure, figure 3.13. En appliquant à l'équation de l'oscillateur de van der Pol libre (1.12)

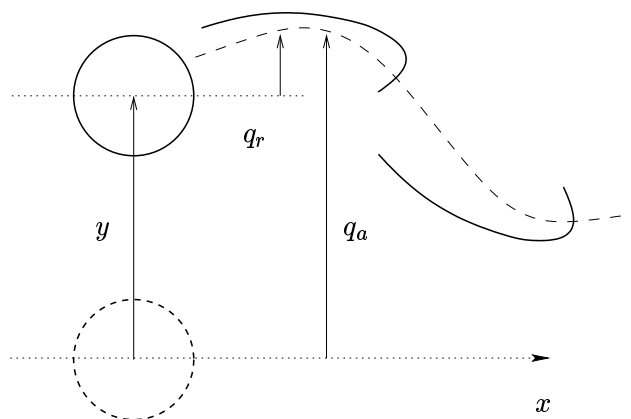


FIG. 3.13 – Interprétation cinématique du couplage en accélération.

écrite pour la variable q_r la transformation galiléenne dans la direction transverse à l'écoulement, $q_a = q_r + y$, on aboutit à

$$\ddot{q}_a + \varepsilon (q_a^2 - 1) \dot{q}_a + q_a = \ddot{y} + \mathcal{O}(\varepsilon)\dot{y} + y + \mathcal{O}(\varepsilon) \quad . \quad (3.17)$$

On constate que le couplage en accélération domine. La vitesse de la structure n'intervient qu'à l'ordre ε , alors que dans l'hypothèse de mouvement harmonique, le déplacement n'est qu'une action en opposition de phase par rapport à l'accélération. Le choix de la pertinence du couplage en accélération par rapport à celui en déplacement, donc du signe de l'action au deuxième membre de (3.17), a été déjà analysé, notamment au paragraphe 3.3.2 : le couplage en déplacement rend adiabatique le système dynamique couplé.

3.4 Application : cylindres en tandem

On analyse le détachement tourbillonnaire et les VIV d'un couple de structures cylindriques rigides, sur support visco-élastique à un degré de liberté. Chacune d'entre elles développe son sillage et peut être soumise au phénomène des VIV, mais leur proximité introduit de nouvelles interactions. Par rapport à la grande variété des effets fluide-élastiques (Zdravkovich, 1985; Chen, 1986; Zdravkovich, 1987), on considère ici l'interférence de sillage (*wake interference*) due au détachement tourbillonnaire de deux cylindres ayant le même diamètre D et disposés en tandem, c'est-à-dire alignés par rapport à l'écoulement stationnaire et uniforme de vitesse amont U , figure 3.14.

Afin que la première structure développe un véritable sillage de tourbillons et non pas une simple zone de recirculation, il est nécessaire que l'espacement P entre les cylindres soit supérieur à la valeur critique $P_c = 3.6 D$ (Zdravkovich, 1987) : dans ce cas, le cylindre en amont se comporte essentiellement comme une structure isolée développant son sillage, alors que le cylindre en aval subit le phénomène d'interaction de sillage (Hover & Triantafyllou, 2001), observé même pour de grands espacements (Brika & Laneville, 1999). L'application du système d'oscillateurs couplés pour la modélisation des VIV de chaque cylindre doit être complétée par un seul terme

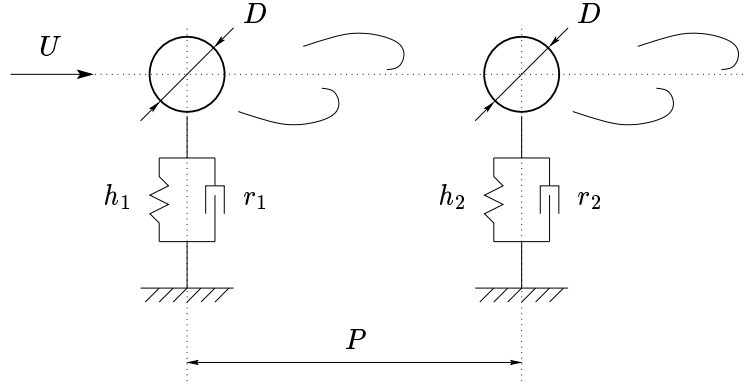


FIG. 3.14 – VIV d'un couple de structures cylindriques en tandem.

supplémentaire d'interaction, décrivant l'effet du premier sillage sur le second

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 + (2\xi_1\delta + \gamma/\mu_1)\dot{y}_1 + \delta^2 y_1 &= M_1 q_1 \quad , \quad \ddot{q}_1 + \varepsilon(q_1^2 - 1)\dot{q}_1 + q_1 = A\ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 + (2\xi_2\delta + \gamma/\mu_2)\dot{y}_2 + \delta^2 y_2 &= M_2 q_2 \quad , \quad \ddot{q}_2 + \varepsilon(q_2^2 - 1)\dot{q}_2 + q_2 = A\ddot{y}_2 + f_{12}(q_1) \end{aligned} \quad , \quad (3.18)$$

où les paramètres $M, \gamma, \varepsilon, A$, communs aux deux couples d'oscillateurs, sont fixés aux valeurs obtenues précédemment, soit $M = 0.05/\mu, \gamma = 0.8, \varepsilon = 0.3, A = 12$. Toutes les variables et tous les paramètres gardent la même signification qu'auparavant, les indices $1,2$ faisant référence respectivement au couple structure-sillage en amont ou à celui en aval. Le nouveau terme d'interaction $f_{12}(q_1)$ est introduit de sorte que le sillage en aval puisse subir l'effet du sillage en amont, même dans le cas où les structures sont à l'arrêt. Dans le cas général, chaque structure est soumise exclusivement au couplage avec son propre sillage, de sorte que la structure en aval n'est soumise qu'à un effet indirect du sillage en amont. Pour simplifier, aucun effet de rétroaction du sillage en aval sur celui en amont n'est pris en compte.

3.4.1 Interaction de sillage

Afin de déterminer la forme du terme d'interaction $f_{12}(q_1)$, on considère d'abord le cas où les structures sont immobiles, $y_1 = y_2 = 0$. D'après les expériences de Arie *et al.* (1983) et Gaydon & Rockwell (1999), on observe qu'au dessus du seuil d'espacement critique P_c l'amplitude de la portance fluctuante exercée sur le cylindre aval est amplifiée par rapport à celle exercée sur le cylindre amont, autrement dit par rapport au cas d'absence d'interaction de sillage. En outre, on constate que le forçage dû aux tourbillons incidents sur le cylindre aval domine la phase de son détachement tourbillonnaire : la fluctuation de portance sur le cylindre en aval est synchronisée avec la phase des tourbillons incidents du sillage amont. Le terme d'interaction $f_{12}(q_1)$ doit donc contrôler amplitude et phase du sillage aval. Nous proposons de l'écrire sous la forme

$$f_{12}(q_1) = B q_1(t - \tau + \Phi) \quad , \quad (3.19)$$

où B et Φ sont deux paramètres à déterminer, et τ est un temps de retard adimensionnel lié au temps d'advection du fluide entre les deux structures, soit

$$\tau = \omega_s \frac{P}{U} = 2\pi S_t \frac{P}{D} \quad . \quad (3.20)$$

Une solution au système d'oscillateurs fluides (3.18) est cherchée dans l'hypothèse d'harmonicité et de synchronisation en fréquence

$$q_1(t) = Q_1 \cos(\omega t) \quad , \quad q_2(t) = Q_2 \cos(\omega t + \Psi) \quad , \quad (3.21)$$

où les signaux q_1 et q_2 ont une pulsation commune ω , des amplitudes Q_1 et Q_2 , et une phase relative Ψ , indépendantes du temps. Un calcul d'algèbre élémentaire (annexe D), en considérant seulement la contribution harmonique principale des non-linéarités, permet d'aboutir aux relations entre les paramètres B et Φ , et entre l'amplification de la portance Q_2/Q_1 et le déphasage Ψ .

Le paramètre B est directement associé à l'amplification de la portance Q_2/Q_1 et peut donc être estimé en fonction de l'espacement P par rapport aux données expérimentales disponibles dans la littérature, comme illustré en figure 3.15. Par ailleurs, afin d'assurer la synchronisation en phase des deux sillages pour la structure en aval, il est nécessaire que $\Psi = -\tau$, soit $\Phi = \pi/2$. Le terme d'interaction proposé (3.19) s'écrit donc

$$f_{12}(q_1) = B(P/D) q_1 \left(t - 2\pi S_t \frac{P}{D} + \frac{\pi}{2} \right) \quad , \quad (3.22)$$

où la relation $B(P/D)$ est présentée en figure 3.15b.

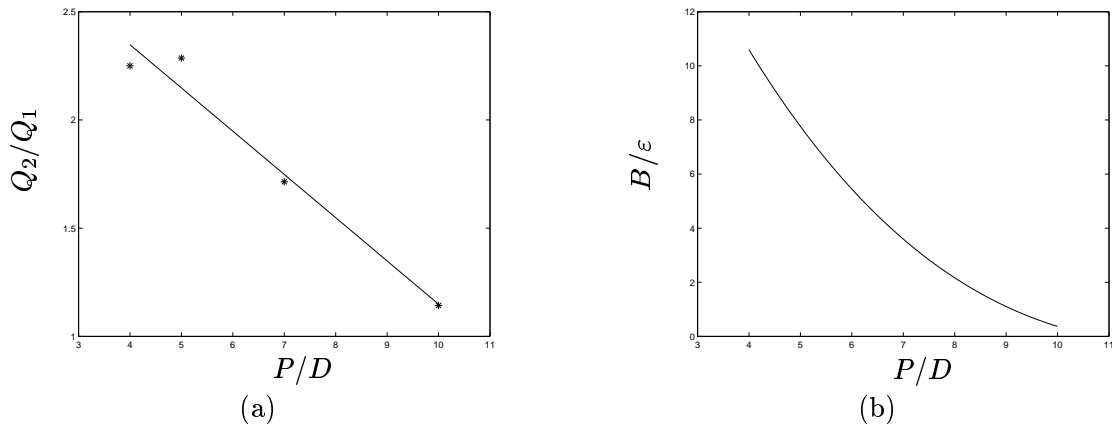


FIG. 3.15 – (a) Amplification de la portance Q_2/Q_1 pour deux cylindres stationnaires en tandem, soumis au détachement tourbillonnaire et à l'interférence de sillage : *, données expérimentales (Arie *et al.*, 1983) ; — interpolation aux moindres carrés. (b) Valeurs correspondantes du rapport B/ϵ en fonction de l'espacement P/D .

3.4.2 Vibrations induites avec interaction de sillage

Le modèle d'oscillateurs couplés (3.18) complété par le terme d'interaction (3.22) est maintenant comparé avec des données expérimentales concernant respectivement :

- un couple de cylindres identiques dont seulement celui en aval est libre d'osciller (Brika & Laneville, 1999), figure 3.16a ;
- un couple de cylindres identiques, les deux étant libres d'osciller (Zdravkovich, 1985), figure 3.16b.

En comparant les amplitudes de vibration, on remarque que dans les deux cas le modèle est en bon accord avec les mesures expérimentales. On observe en particulier que l'interférence de sillage amplifie les VIV du cylindre en aval, mais de moins en moins fortement au fur et à mesure que l'espacement P augmente, figure 3.16.

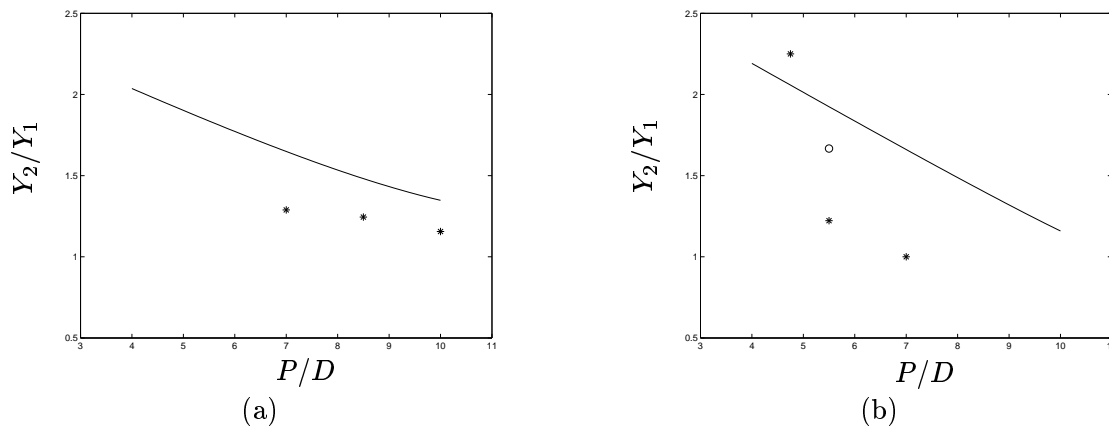


FIG. 3.16 – (a) Amplitude Y_2 des VIV d'un cylindre dans le sillage d'un clone stationnaire, en comparaison avec l'amplitude Y_1 des VIV du même cylindre en l'absence de toute interférence de sillage : *, données expérimentales (Brika & Laneville, 1999) ; — réponse du modèle (3.18). (b) amplitude Y_2 et Y_1 des VIV d'un couple de cylindres en tandem soumis à interférence de sillage : *, données expérimentales (Zdravkovich, 1985) ; o simulations numériques (Mittal & Kumar, 2001) ; — réponse du modèle (3.18).

3.5 Conclusions

Nous avons montré qu'un modèle phénoménologique du sillage proche exploitant le concept d'oscillateur fluide est en mesure de décrire, qualitativement et dans une moindre mesure quantitativement, les aspects majeurs du détachement tourbillonnaire forcé plan et des vibrations résultantes. Ce modèle a été étudié analytiquement en considérant des solutions harmoniques, dont les caractéristiques en amplitude, pulsation et phase ont été calculées explicitement, vérifiées par simulation numérique, puis comparées avec les données expérimentales de la littérature.

Parmi les nombreux oscillateurs fluides apparus depuis les travaux de Hartlen & Currie (1970), le modèle proposé ici se distingue par sa simplicité et son efficacité. A partir de l'équation de van der Pol, nous avons choisi de ne garder que des termes de couplage linéaire, sans introduire aucune autre non-linéarité. Les paramètres du modèle ont été fixés en considérant la phénoménologie du détachement tourbillonnaire forcé par un mouvement imposé de la struc-

ture, avant d'aborder la modélisation des vibrations induites par le détachement tourbillonnaire. Fixer des valeurs constantes une fois pour toute constitue une condition nécessaire afin d'appliquer le modèle d'un point de vue prédictif, alors que la plupart des oscillateurs fluides de la littérature demandent un recalage de leurs coefficients pour chaque système physique. Une analyse de sensibilité du comportement dynamique du modèle par rapport à ses paramètres a été également considérée : elle se trouve intégralement dans la publication en annexe G.2.

Une analyse systématique a été conduite afin de comparer le comportement dynamique de trois modèles de couplage : déplacement, vitesse et accélération. Ce dernier est proposé de manière originale et s'avère aussi celui qui décrit le mieux les phénomènes physiques majeurs du détachement tourbillonnaire forcé et des VIV. Ce couplage élémentaire permet également de modéliser les vibrations induites par détachement tourbillonnaire avec interaction de sillage pour un couple de structures disposées en tandem.

Après avoir montré les capacités de modélisation des oscillateurs de van der Pol interagissant par diffusion et raideur vis-à-vis des phénomènes du détachement tourbillonnaire tridimensionnel (§ 2), et après avoir également discuté le couplage local entre la structure et son sillage proche (§ 3), dans le dernier chapitre nous allons finalement aborder la modélisation des VIV d'une structure élastique élancée.

Chapitre 4

Ondes de vibration induites par détachement tourbillonnaire

Dans ce dernier chapitre le concept d'oscillateur fluide, modèle phénoménologique du sillage proche, est couplé à la dynamique vibratoire d'une structure élastique élancée. Le simple assemblage des développements des deux chapitres précédents permet de disposer d'un modèle élémentaire pour étudier les caractéristiques des ondes progressives dues aux vibrations induites par détachement tourbillonnaire. La pulsation, la célérité et l'amplitude de ces ondes sont exprimées analytiquement et vérifiées par simulation numérique (§ 4.2) : une discussion sur la sélection d'ondes progressives et stationnaires est également abordée (§ 4.3). L'interprétation physique qui en résulte est validée d'abord en comparaison avec des simulations numériques des VIV d'une structure élastique élancée tirées de la littérature, dont l'écoulement tri-dimensionnel est simulé via une intégration directe des équations de Navier-Stokes, par Newman & Karniadakis (1997) et Evangelinos *et al.* (2000) (§ 4.4). Ensuite une expérience est mise au point dans le but de mettre en évidence des ondes progressives dues aux VIV. La pulsation, la célérité et l'amplitude mesurées sont ainsi comparées avec la dynamique du modèle phénoménologique (§ 4.5). Ces travaux ont fait également l'objet de deux communications à des congrès (annexes G.4 et G.5).

4.1 Ondes progressives

En analysant les vibrations induites par détachement tourbillonnaire d'une structure élastique élancée, on peut mettre en évidence des ondes progressives. Vandiver (1993) et Lyons *et al.* (2000) discutent ce point pour des liaisons fond-surface très élancées et un critère d'application du modèle de structure à longueur infinie y est proposé. De manière très générale, on compare la longueur de la structure avec la longueur d'atténuation d'une excitation localisée dans l'hypothèse d'un amortissement linéaire, en définissant ainsi un paramètre de propagation d'onde : une limite supérieure au delà de laquelle des ondes stationnaires ne peuvent plus s'établir est fixée. La nécessité de modéliser l'atténuation et le déphasage spatial des vibrations des structures élancées, donc leur caractère progressif, est également mise en évidence par Ferrari & Bearman (2000) et Moe & Arntsen (2001). Alexander (1981) a observé des ondes progressives se propageant le long d'un câble de remorquage pour instrumentation acoustique. Ses mesures expérimentales montrent l'absence de nœuds de vibration, même tout près de l'extrémité d'ancrage supérieure du câble. De plus, des considérations sur la phase du mouvement du câble confirment la présence d'ondes progressives. Dans le cadre des installations pétrolières, on note qu'une liaison fond-surface reste avec l'extrémité inférieure libre durant toute la durée du transitoire de connexion et de déconnexion au fond, par exemple au début et en fin de forage, lors de l'installation du riser de production ou de l'abandon, même temporaire, du puits : ces transitoires ont une durée de l'ordre du jour. Enfin, d'un point de vue numérique, Newman & Karniadakis (1997), Evangelinos & Karniadakis (1999) et Evangelinos *et al.* (2000) simulent les VIV d'un câble et d'une poutre, dont le sillage proche tri-dimensionnel est calculé par intégration directe des équations de Navier-Stokes en régime laminaire. Ils observent des ondes progressives avec du détachement tourbillonnaire oblique en fonction des conditions aux limites appliquées.

En fait, la quasi totalité des expériences de laboratoire et des études théoriques et numériques sur les VIV des structures élastiques portent sur des ondes stationnaires. Toutefois, cette approche s'avère de moins en moins efficace lorsque le rapport d'aspect des structures augmente, notamment par rapport à la longueur d'atténuation par amortissement des vibrations (Vandiver, 1993), et lorsque les conditions aux limites deviennent très peu réfléchissantes. C'est le cas notamment des liaisons fond-surface en géométrie non verticale (caténaire) utilisées en grande profondeur, tel que les *Steel Catenary Risers - SCR* et les *Lazy Wave Steel Catenary Risers - LWSCR* : l'onde correspondant à une excitation localisée peut être atténuée avant de rejoindre les extrémités, ou bien être absorbée au lieu d'être réfléchi, à cause des bouées intermédiaires de support ou de la zone d'appui sur le fond.

4.2 Modélisation

On considère les VIV d'une structure élastique très élancée, soumise à un écoulement stationnaire, uniforme ou cisailé. A l'échelle d'observation des VIV, la dynamique d'une telle structure est convenablement décrite par un modèle classique unidimensionnel de câble ou de poutre tensionnée d'Euler-Bernoulli (Graff, 1975; Clough & Penzien, 1975), pour lequel on peut prendre en compte les effets de pression interne et externe (Païdoussis, 1973), de l'écoulement interne

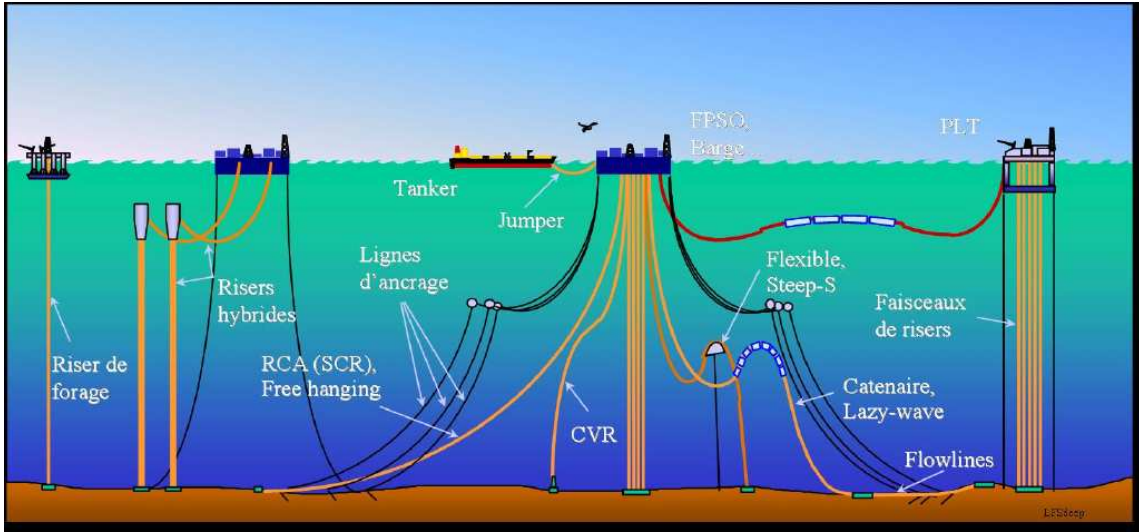


FIG. 4.1 – Liaisons fond-surface (schéma IFP).

(Blevins, 1990; Païdoussis, 1998), de différents modèles d'amortissement (Fang & Lyons, 1996) et d'autres effets non linéaires (Kim & Perkins, 2002). Comme déjà discuté (§ 1.4), le recours au modèle du câble constitue une approximation souvent justifiée et appliquée à l'étude de la dynamique des liaisons fond-surface. Ce modèle est d'ailleurs suffisant pour comprendre les caractéristiques essentielles du couplage entre la structure et le modèle d'oscillateur fluide du sillage proche, vis-à-vis de l'étude des VIV. Enfin, considérer le modèle d'un câble permet aussi de simplifier le traitement analytique et numérique du problème sans perte de généralité. On considère donc ici tout d'abord un modèle de câble à tension axiale constante dont l'équation de mouvement dans le plan transverse par rapport à l'écoulement s'écrit, comme un cas particulier de (1.11),

$$m \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} + r \frac{\partial Y}{\partial T} - T_a \frac{\partial^2 Y}{\partial Z^2} = S \quad , \quad (4.1)$$

où m est la masse linéique, incluant de la masse ajoutée du fluide, équation (3.2), r est le coefficient d'amortissement visqueux linéaire, comprenant l'amortissement ajouté du fluide, équation (3.3), T_a est la tension axiale et S l'action du fluide sur la structure, équation (3.7). La célérité de phase des ondes du câble est $C = (T_a/m)^{0.5}$, alors que l'amortissement réduit de la structure est défini par $\xi = r_s/(2m\omega_r)$, $\omega_r = 2\pi C/D$ étant une pulsation de référence. En rendant adimensionnel le temps par rapport à la pulsation de Strouhal, $t = T \omega_f$, et les longueurs par rapport au diamètre D de la structure, $y = Y/D$, $z = Z/D$, on introduit la célérité de phase adimensionnelle du câble $c = C/(\omega_f D)$ et la pulsation de référence adimensionnelle $\delta_r = \omega_r/\omega_f$.

L'équation d'onde (4.1) qui modélise la structure est ainsi couplée avec l'équation d'onde (2.1) qui décrit le sillage proche. On considère ici le cas d'un écoulement uniforme, $\Omega(z) = 1$, et on néglige pour l'instant toute interaction par diffusion et par raideur dans le modèle fluide, soit $\nu = 0$ et $\chi = 0$. On analyse donc le système dynamique adimensionnel portant sur le déplacement

$y(z, t)$ et la variable fluide $q(z, t)$

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(2\xi\delta_r + \frac{\gamma}{\mu}\right) \frac{\partial y}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = M q \\ \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + q = A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{cases} . \quad (4.2)$$

Une solution est cherchée sous les hypothèses d'harmonicité et synchronisation en fréquence et nombre d'onde

$$y(z, t) = y_o e^{i(kz - \omega t - \varphi)} \quad , \quad q(z, t) = q_o e^{i(kz - \omega t)} \quad , \quad (4.3)$$

où les signaux y et q ont une pulsation ω et un nombre d'onde k communs, des amplitudes y_o et q_o et une phase φ indépendants du temps et de la position. Par substitution dans (4.2) et en considérant seulement la contribution harmonique principale des non-linéarités, un calcul d'algèbre élémentaire permet d'aboutir à la relation de dispersion du système couplé (annexe E)

$$\mathcal{D}_{FS}(\omega, k, q_o) = \mathcal{D}_S(\omega, k) \mathcal{D}_F(\omega, k, q_o) - \mathcal{C}_S(\omega) \mathcal{C}_F(\omega) = 0 \quad , \quad (4.4)$$

où les termes \mathcal{D}_S et \mathcal{D}_F sont respectivement les relations de dispersion de la structure et du fluide sans couplage, soit

$$\mathcal{D}_S(\omega, k) = -\omega^2 - i \left(2\xi\delta_r + \frac{\gamma}{\mu}\right) \omega + c^2 k^2 = 0 \quad , \quad (4.5)$$

$$\mathcal{D}_F(\omega, k, q_o) = -\omega^2 - i \varepsilon \left(1 - \frac{q_o^2}{4}\right) \omega + 1 = 0 \quad , \quad (4.6)$$

alors que les composantes \mathcal{C}_S et \mathcal{C}_F sont associées aux termes de couplage fluide-structure déjà discutés au chapitre précédent. En ne considérant que des termes de couplage linéaires, \mathcal{C}_S et \mathcal{C}_F sont des polynômes en ω : en particulier pour le couplage en accélération, partant des équations (3.7,3.8,3.11) on obtient

$$\mathcal{C}_S = -M \quad , \quad \mathcal{C}_F = \omega^2 A \quad . \quad (4.7)$$

En cherchant explicitement des ondes neutres, caractérisées par une pulsation ω et un nombre d'onde k réels, la relation de dispersion (4.4) est réécrite sous la forme

$$\mathcal{D}_{FS}(\omega, k, q_o) = \left\{ \mathcal{R}e[\mathcal{D}_S] + i \mathcal{I}m[\mathcal{D}_S] \right\} \times \left\{ \mathcal{R}e[\mathcal{D}_F] + i \mathcal{I}m[\mathcal{D}_F] \right\} - \mathcal{C}_S \mathcal{C}_F = 0 \quad . \quad (4.8)$$

En annulant séparément les parties réelle et imaginaire, on déduit la solution particulière d'amplitude maximale (annexe E)

$$\mathcal{R}e[\mathcal{D}_S] = 0 \quad , \quad \mathcal{R}e[\mathcal{D}_F] = 0 \quad , \quad (4.9)$$

$$\mathcal{I}m[\mathcal{D}_S] \mathcal{I}m[\mathcal{D}_F] - AM \omega^2 = 0 \quad . \quad (4.10)$$

Les deux premières équations dépendent seulement des opérateurs de raideur et d'inertie des modèles structure et fluide. Le couple (ω, k) est donc obtenu par intersection des relations de

dispersion sans amortissement de la structure et du fluide, comme illustré en figure 4.2a. Du point de vue de l'interprétation physique, la structure accepte tout couple (ω, k) tel que $\mathcal{D}_S(\omega, k) = 0$, sans aucune préférence si les conditions aux limites ne sont pas contraignantes, autrement dit dans l'hypothèse de milieu à longueur infinie. En revanche, le fluide est en mesure de sélectionner la pulsation de Strouhal, ici normalisée à l'unité : l'hypothèse de synchronisation implique que la structure accepte la pulsation proposée par le fluide, en fixant par conséquent le nombre d'onde k via sa propre relation de dispersion.

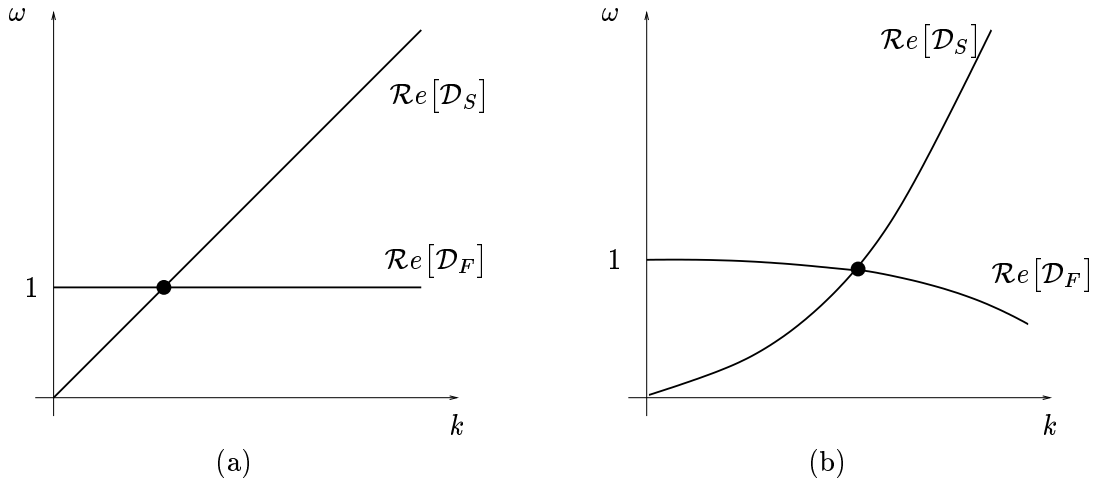


FIG. 4.2 – Sélection du couple (ω, k) par intersection des relations de dispersion sans amortissement de structure et fluide : (a) câble et sillage sans interaction en raideur ; (b) poutre et sillage avec interaction en raideur.

L'amplitude des ondes est fixée par l'équation (4.10), concernant les termes de couplage et d'amortissement, notamment la partie non-linéaire de l'oscillateur de van der Pol, soit

$$q_o^2 = 4 \left(1 + \frac{A}{\varepsilon} \frac{M}{2\xi\delta_r + \gamma/\mu} \right) , \quad \frac{y_o}{q_o} = \frac{M}{(2\xi\delta_r + \gamma/\mu)\omega} = \frac{C_{Lo}}{(S_G + 4\pi^2 S_t^2 \gamma)\omega} , \quad \varphi = \frac{\pi}{2} . \quad (4.11)$$

On retrouve le paramètre de Skop-Griffin S_G dans l'expression des amplitudes, alors que le déphasage φ décrit une condition de transfert optimal d'énergie du fluide à la structure, comme pour une résonance classique (Carberry *et al.*, 2001).

On a considéré dans l'analyse un modèle de structure du type câble soumis à une tension axiale constante et on a négligé toute interaction par diffusion et raideur dans le modèle fluide. Toutefois, l'analyse développée ci-dessus a une validité générale.

Ainsi, toute modification sur les opérateurs de raideur et d'inertie produit un effet sur le couple (ω, k) , en laissant les amplitudes q_o et y_o et le déphasage φ inchangés. Cela détermine simplement une modification du point d'intersection des relations de dispersion sans amortissement de la structure et du fluide dans le plan (ω, k) , comme illustré figure 4.2b. Parallèlement, toute variation des opérateurs d'amortissement a un effet sur les amplitudes des ondes q_o et y_o , en laissant le couple (ω, k) et le déphasage φ inchangés. En revanche, toute variation sur la forme des termes de couplage fluide-structure, notamment en considérant un modèle de couplage en déplacement ou en vitesse au lieu du couplage en accélération, modifie profondément la nature de la relation de dispersion couplée (4.4), en particulier le passage à la forme (4.9,4.10).

Par exemple, considérer les interactions par diffusion et en raideur dans le modèle de sillage proche conduit à modifier les opérateurs de raideur et d'amortissement du fluide, dont la relation de dispersion devient

$$\mathcal{D}_F(\omega, k, q_0) = -\omega^2 - i \varepsilon \left(1 - \frac{q_0^2}{4} - \frac{\nu}{\varepsilon} k^2 \right) \omega + 1 + \chi k^2 = 0 \quad . \quad (4.12)$$

De même, considérer un modèle de poutre tensionnée d'Euler-Bernoulli modifie l'opérateur de raideur de la structure, dont la relation de dispersion devient

$$\mathcal{D}_S(\omega, k) = -\omega^2 - i \left(2\xi\delta_r + \frac{\gamma}{\mu} \right) \omega + c^2 k^2 + b^2 k^4 = 0 \quad , \quad (4.13)$$

où $b = (EI/m)^{0.5}/(\omega_f D^2)$. L'intersection des relations de dispersion sans amortissement de la structure et du fluide donne toujours le couple (ω, k) comme illustré en figure 4.2b, alors que l'amplitude des ondes est maintenant

$$q_0^2 = 4 \left(1 - \frac{\nu}{\varepsilon} k^2 + \frac{A}{\varepsilon} \frac{M}{2\xi\delta_r + \gamma/\mu} \right) \quad , \quad (4.14)$$

y_0 et φ étant inchangés par rapport à (4.11).

Le scénario décrit précédemment ne change donc pas de manière significative : le fluide reste la véritable source de pulsation du détachement tourbillonnaire, alors que la structure intervient dans la définition de la célérité de la réponse commune. Tout cela est établi par les termes de raideur et d'inertie des modèles fluide et structure. Enfin, l'amplitude des ondes est fixée par l'équilibre entre les termes de couplage et d'amortissement, selon le schéma en figure 4.3.

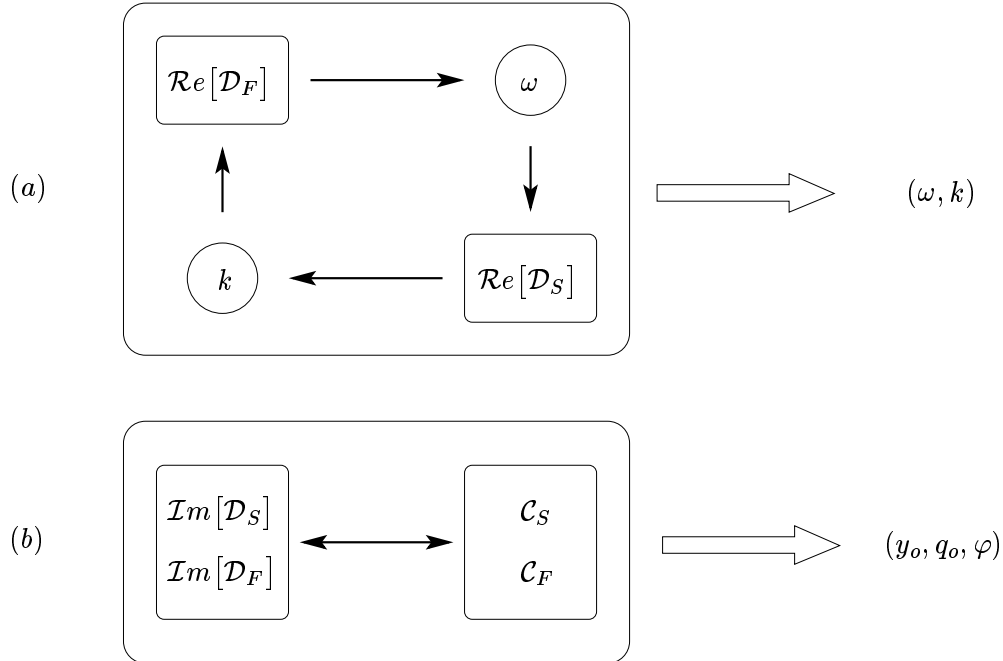


FIG. 4.3 – Schéma de sélection des caractéristiques des ondes de vibration induites par détachement tourbillonnaire : (a) pulsation et nombre d'onde; (b) amplitudes et déphasage.

4.3 Ondes progressives et ondes stationnaires

Le système dynamique (4.2) a été intégré numériquement par discrétisation en différences finies centrées en espace et en temps, en appliquant un schéma explicite du second ordre, dans le but de valider les relations analytiques obtenues au paragraphe précédent et d'analyser les conditions d'apparition des ondes progressives et stationnaires. Les propriétés physiques de la structure sont ici celles d'un câble d'ancrage marin typique (Newman & Karniadakis, 1997), identifié comme câble 1 dans le tableau 4.1. Les paramètres des oscillateurs fluides gardent les valeurs universelles obtenues précédemment (§ 3.2), $\varepsilon = 0.3$ et $A = 12$. En écoulement uniforme, on néglige l'interaction par diffusion, $\nu = 0$; de même, le décalage en pulsation dû à l'interaction en raideur, $\delta\omega \sim 0.5\chi k^2 \sim 1\%$, sera négligé, ce qui conduit à considérer $\chi = 0$. Du bruit aléatoire, $q(z, 0) \ll 1$, est appliqué comme condition initiale statique, simulant l'initialisation du sillage de Bénard-von Kármán quand l'écoulement est établi à partir du repos, alors que la structure est considérée à l'arrêt, $y(z, 0) = 0$.

	câble 1	câble 2	poutre
R_e	1000	100	1000
S_t	0.20	0.16	0.20
Λ	100π	4π	120π
ξ	0	0	0
μ	1.785	1.785	2.785
M	0.028	0.047	0.0097
C_{Lo}	0.30	0.34	0.17
C_D	2.0	1.7	1.7
γ	0.80	0.85	0.68
c	5	2	-
b	-	-	3600

TAB. 4.1 – Propriétés physiques des structures soumises aux VIV en écoulement uniforme : câble à tension axiale uniforme (Newman & Karniadakis, 1997) et poutre sans tension axiale (Evangelinos *et al.*, 2000).

On considère d'abord une structure de longueur infinie, afin de rendre sa dynamique indépendante de la taille du domaine de calcul numérique. On applique des conditions aux limites du type absorbant, en imposant l'impédance mécanique exacte d'un câble de longueur infinie, $\partial_t y / \partial_z y = \pm c$ (Graff, 1975), tandis que pour le fluide on considère la condition de régularité $\partial_{zz} q(0, t) = \partial_{zz} q(\Lambda, t) = 0$. La réponse en régime permanent du système couplé est représentée en figure 4.4 : des ondes progressives de pulsation unitaire et de vitesse de phase $c = 5$ sont irradiées à travers les deux extrémités du domaine de calcul. Le critère de sélection de la pulsation par la loi de Strouhal et de la célérité par la relation de dispersion sans amortissement de la structure est confirmé.

Dès que le système physique confine plus sévèrement la propagation des ondes, avec une extension spatiale limitée ou bien grâce à des extrémités réfléchissantes, on s'attend à des ondes stationnaires. On considère donc le même câble articulé aux deux extrémités, $y(0, t) = y(\Lambda, t) = 0$. A partir des mêmes conditions initiales, la réponse en régime permanent du système couplé est

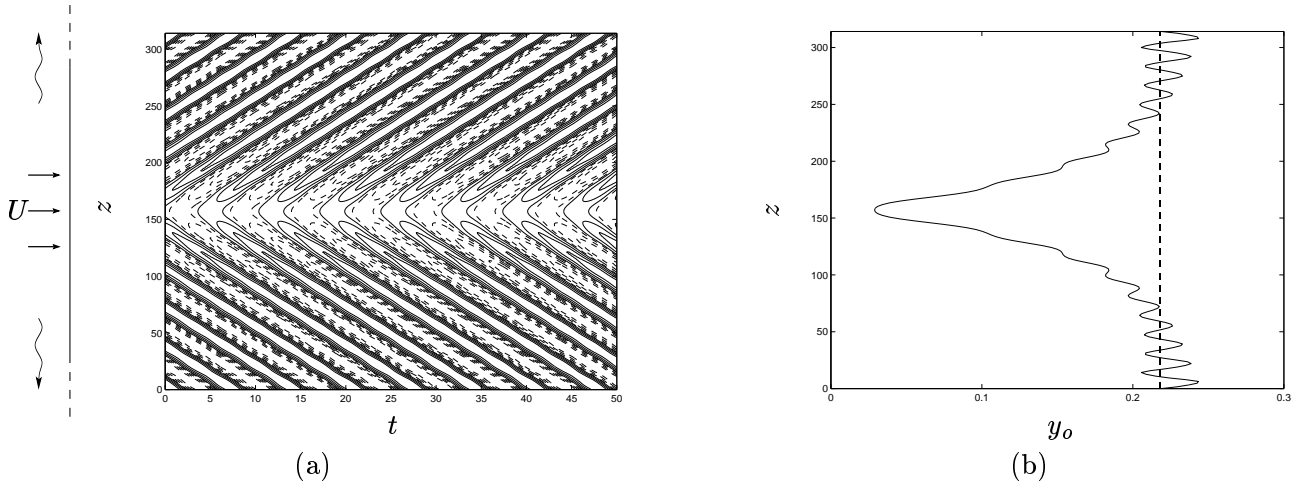


FIG. 4.4 – Onde progressive de VIV par simulation numérique du système (4.2). (a) Lignes d'iso-déplacement transverse de la structure $y = -0.25 : 0.05 : +0.25 : - -$, $y < 0$; $-$, $y > 0$. (b) Amplitude $y_o(z)$: $-$, simulation numérique; \cdots , équation (4.11)

cette fois une onde stationnaire, figure 4.5. En particulier, si la longueur du câble est un multiple entier de la longueur d'onde associée à un mode propre, les caractéristiques en pulsation et amplitude sont les mêmes que celles de l'onde progressive. En effet, du point de vue analytique, la réponse du système couplé calculée au premier ordre est la même pour les deux cas d'onde, progressive (T - *traveling*) et stationnaire (S - *standing*).

Dès que les conditions aux limites permettent l'établissement d'une onde progressive, on observe que l'onde S devient instable en faveur d'une onde T. Par exemple en changeant les conditions aux limites fixes de la simulation en figure 4.5, $y(0, t) = y(\Lambda, t) = 0$, $q(0, t) = q(\Lambda, t) = 0$, en conditions périodiques, $y(0, t) = y(\Lambda, t)$, $q(0, t) = q(\Lambda, t)$, une onde progressive dont le sens de propagation est arbitraire s'établit. On note que la durée du transitoire $S \mapsto T$ dépend du paramètre ε , directement lié à la constante de temps des transitoires d'évolution libre de l'oscillateur de van der Pol, équation (1.13).

La sélection d'une onde T au lieu d'une onde S peut se discuter séparément pour les deux milieux en jeu, la structure et le fluide, en remarquant les différences de comportement dynamique. En particulier, on va montrer maintenant que la dynamique du sillage proche joue un rôle significatif en faveur de l'établissement des ondes T.

On considère d'abord le modèle linéaire du câble. Les déformées $y(z, t)$ dans les cas S et T sont comparées avec la fonction de référence sinusoïdale en figure 4.7a : on remarque l'absence de différence majeure, tout en vérifiant la validité de l'approximation à la composante harmonique spatiale principale. La sélection d'une onde T au lieu d'une onde S est donc entièrement liée à l'efficacité de réflexion des ondes aux extrémités et à l'atténuation par amortissement des vibrations le long de la structure. Ces concepts sont de validité générale en mécanique des vibrations et des critères de sélection ont déjà été proposés (Vandiver, 1993) : les conditions aux limites sont caractérisées par un coefficient de réflexion, alors que la longueur d'atténuation par amortissement des vibrations est comparée à la longueur de la structure, des valeurs seuil pouvant être fixées. On note en outre que, durant le mouvement oscillatoire, les énergies cinétique et

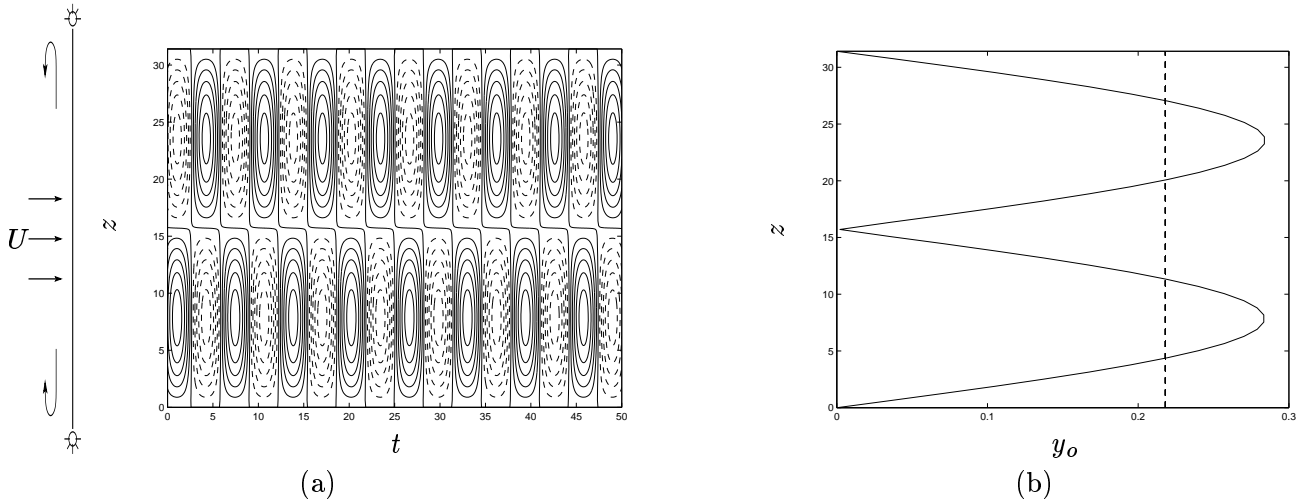


FIG. 4.5 – Onde stationnaire de VIV par simulation numérique du système (4.2). (a) Lignes d'iso-déplacement transverse de la structure $y = -0.25 : 0.05 : +0.25 : -$, $y < 0$; $-$, $y > 0$. (b) Amplitude $y_o(z)$: $-$, simulation numérique; \cdots , équation (4.11).

potentielle élastique due à la tension se transfèrent continûment de l'une vers l'autre, fluctuant en temps en opposition de phase, entre zéro et leur valeur maximale. Comme déjà observé par Newman & Karniadakis (1997), dans le cas T ces énergies fluctuent localement, mais sont globalement constantes en temps en les intégrant le long d'un domaine spatial fini, par exemple une longueur d'onde. Dans le cas S la même fluctuation a lieu aussi globalement, en décrivant donc un comportement dynamique plus organisé : c'est la superposition de deux ondes progressives qui donne lieu à une onde stationnaire.

On considère maintenant le modèle non-linéaire du sillage proche. Les déformées $q(z, t)$ dans les cas S et T sont comparées avec la fonction de référence sinusoïdale en figure 4.7b : cette fois on remarque un comportement dynamique différent. Pour une onde T tous les oscillateurs ont exactement la même évolution temporelle, oscillant à la même fréquence avec la même amplitude, et sont seulement déphasés en temps, figure 4.8a. Les hypothèses d'harmonicit e et de synchronisation en fréquence et longueur d'onde, et l'approximation à la composante harmonique principale est donc satisfaite. Pour une onde S la fréquence et la phase sont communes, mais pas l'amplitude, qui est modulée par l'enveloppe spatiale de l'onde, figure 4.8b. En particulier, pour le système dynamique couplé, la présence des nœuds de vibration de la structure impose nécessairement des nœuds au sillage proche. Lors du couplage, en correspondance avec les nœuds le sillage est donc supprimé, comme observé expérimentalement (Van Atta *et al.*, 1988) et aussi d'après des simulations numériques DNS (Newman & Karniadakis, 1997), figure 4.9. Aux nœuds de vibration de la structure on n'observe pas une véritable allée tourbillonnaire de tourbillons alternés, mais des paires de tourbillons contra-rotatifs d'intensité faible, neutres du point de vue de l'action de portance, donc vis-à-vis des VIV. Ce point contraste avec le développement naturel du détachement tourbillonnaire lorsque la structure est immobile. En outre, par raccordement à la fonction de référence sinusoïdale, près des nœuds l'amplitude $q_o(z)$ doit être inférieure à celle des oscillations libres, ce qui constitue une deuxième contradiction : une déviation par rapport à la forme d'onde spatiale sinusoïdale se manifeste, comme illustré en figure 4.7b. Pour le modèle

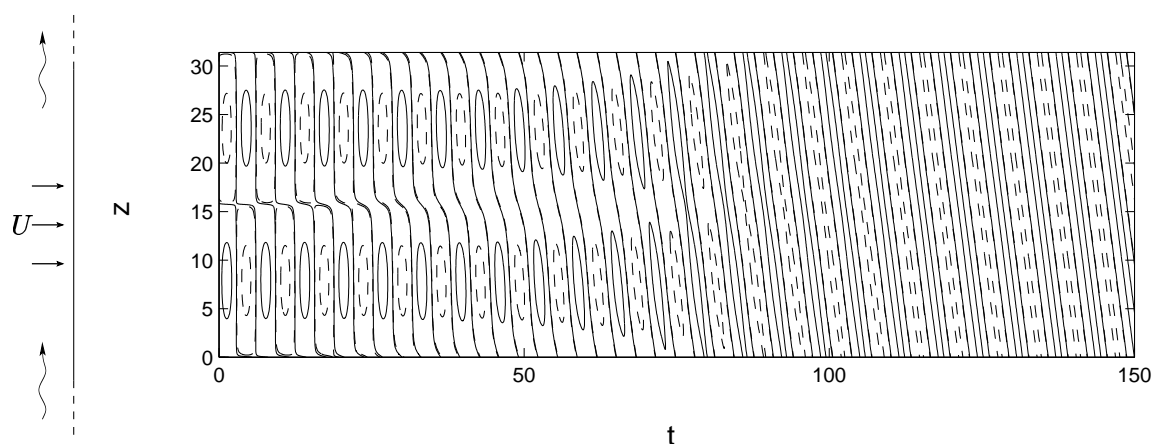


FIG. 4.6 – Onde de VIV par simulation numérique du système (4.2) : transitoire d'une onde S en une onde T. Lignes d'iso-déplacement transverse de la structure $y = -0.2 : 0.2 : +0.2$; - -, $y < 0$; —, $y > 0$.

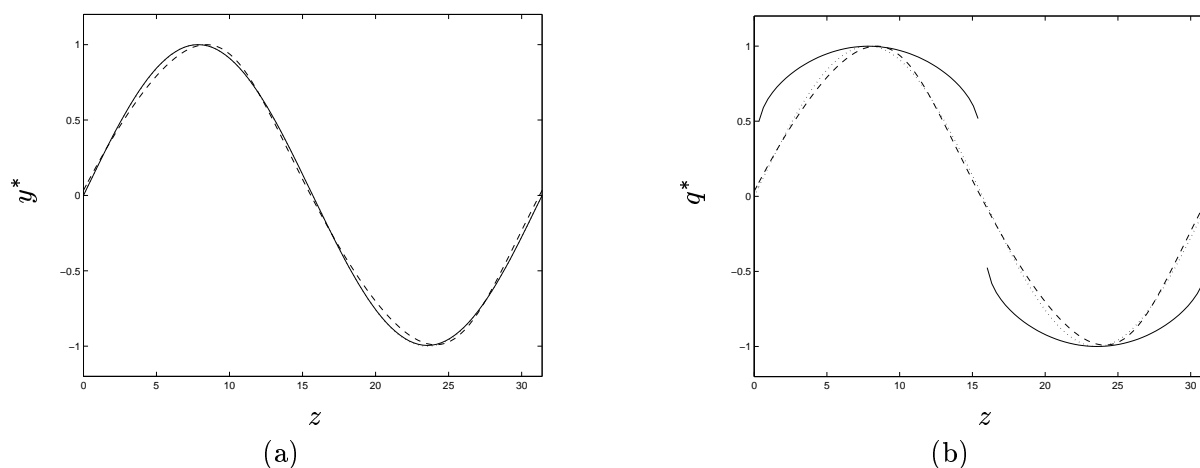


FIG. 4.7 – Réponse instantanée normalisée d'amplitude unitaire : (a) structure $y^*(z)$; (b) fluide $q^*(z)$. —, onde stationnaire S ; - -, onde progressive T ; \cdots , fonction $\sin(kz)$.

fluide également, le cas S est donc un état plus particulier que le cas T, ce qui peut donc expliquer la transition spontanée observée entre les deux. L'existence de nœuds stationnaires est mal tolérée par le sillage, comme confirmé par les observations expérimentales concernant un câble océanographique de remorquage pour instrumentation acoustique par Alexander (1981) : même tout près de l'extrémité d'ancrage supérieure du câble, on ne détecte aucun nœud de vibration.

Une onde T peut s'avérer instable par rapport à la onde S correspondante seulement dans des cas très particuliers, comme observé expérimentalement pour le détachement tourbillonnaire oblique à structure fixe par Williamson (1989) et simulé numériquement dans le cas de structure vibrante par Newman & Karniadakis (1997). Pour des ondes de très courte longueur, $\lambda < 6$, l'inclinaison imposée aux tourbillons dans le sillage proche n'est plus tolérée par l'écoulement. Le détachement tourbillonnaire oblique est donc supprimé par l'apparition de dislocations et l'oscillation de la structure est de nature stationnaire.

On note que les simulations numériques du système (4.2) montrent des amplitudes légèrement plus importantes dans le cas S par rapport au cas T, en conséquence des observations discutées ci-dessus, figure 4.7 : près des nœuds de vibration, l'amplitude des oscillateurs n'est pas inférieure à celle des oscillations libres comme attendu, donc de l'énergie supplémentaire est transférée du fluide à la structure.

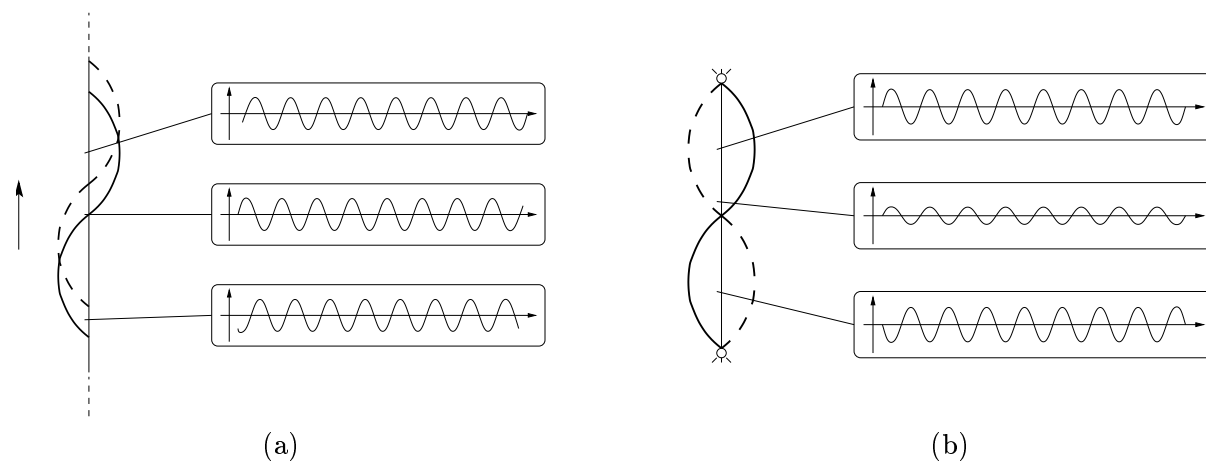


FIG. 4.8 – Schéma de la dynamique spatio-temporelle des oscillateurs fluides : (a) onde progressive; (b) onde stationnaire.

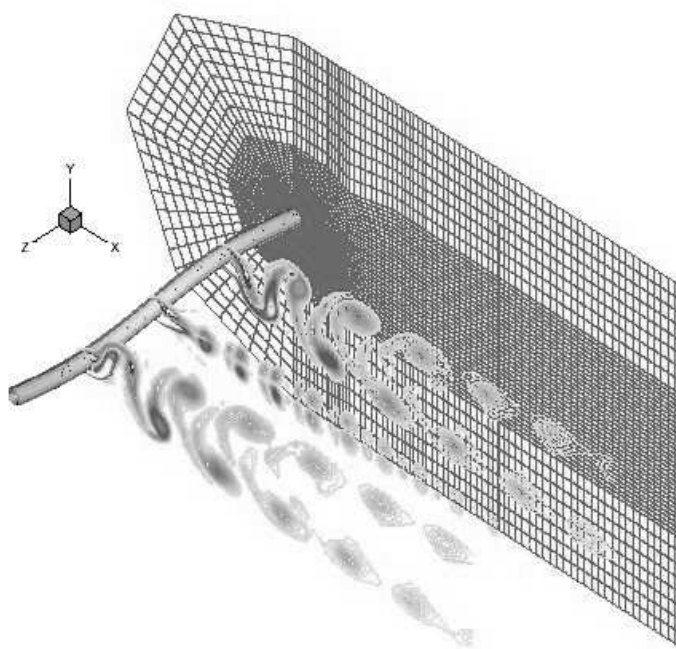


FIG. 4.9 – Simulation numérique des VIV d'un câble en écoulement uniforme et stationnaire en régime laminaire (Newman & Karniadakis, 1997) : visualisation du sillage proche aux nœuds et aux ventres de vibration.

4.4 Validation numérique

On compare maintenant le comportement dynamique du modèle (4.2) avec les simulations numériques des VIV d'une structure élastique élancée dont l'écoulement uniforme tridimensionnel est simulé par intégration directe des équations de Navier-Stokes en régime laminaire. On considère d'abord un câble à tension constante à $Re = 100$ (Newman & Karniadakis, 1997), ensuite une poutre non tensionnée à $Re = 1000$ (Evangelinos *et al.*, 2000), dont les caractéristiques et les paramètres de modélisation sont résumées dans le tableau 4.1.

Pour les deux structures, la réponse en régime permanent dépend évidemment des conditions aux limites, comme déjà discuté au paragraphe précédent : pour des extrémités articulées on obtient une onde S (figures 4.12 et 4.14), alors que pour des conditions aux limites périodiques on obtient une onde T (figures 4.11 et 4.13), une onde S pouvant se manifester lors du transitoire (figures 4.6 et 4.10). Dans ces figures, on constate que les résultats du modèle van der Pol représentent bien les phénomènes observés sur les calculs DNS. Pour ces ondes, le critère de sélection de la pulsation par la loi de Strouhal et de la célérité par la relation de dispersion de la structure est à nouveau confirmé. Les amplitudes de vibration sont résumées dans les tableaux 4.2 et 4.3 : on observe encore que celles des ondes S sont légèrement plus importantes par rapport aux ondes T, ce qui est également observable dans les simulations par DNS.

	onde S		onde T	
	y_o	K	y_o	K
VDP [équations (4.11)]	0.56	2.39	0.56	2.39
VDP [simulations numériques]	0.71	2.55	0.56	2.39
DNS (Newman & Karniadakis, 1997)	0.69	1.47	0.50	0.47

TAB. 4.2 – VIV d'un câble en écoulement uniforme : amplitude d'oscillation y_o et amplification de la portance K . Comparaison entre le modèle d'oscillateurs de van der Pol (VDP) et un calcul par simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes (DNS) (Newman & Karniadakis, 1997).

	onde S		onde T	
	y_o	K	y_o	K
VDP [équations (4.11)]	0.12	1.60	0.12	1.60
VDP [simulations numériques]	0.15	1.65	0.12	1.60
DNS (Evangelinos <i>et al.</i> , 2000)	0.85	9.67	0.61	7.75

TAB. 4.3 – VIV d'une poutre en écoulement uniforme : amplitude d'oscillation y_o et amplification de la portance K . Comparaison entre le modèle d'oscillateurs de van der Pol (VDP) et un calcul par simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes (DNS) (Evangelinos *et al.*, 2000).

Pour ce qui concerne le câble, les amplitudes de vibration de la structure excitée par les oscillateurs de van der Pol ou par du fluide modélisé par DNS sont en bon accord, qualitatif et quantitatif. Toutefois, on note de sensibles différences sur la portance : seul le modèle d'oscillateurs de van der Pol montre une amplification du coefficient de portance fluctuante

due au mouvement transverse de la structure. Pour ce qui concerne la poutre, les amplitudes d'oscillation de la structure excitée par le fluide modélisé en DNS apparaissent beaucoup plus importantes, mais également associées à des coefficients de portance très élevés, notamment par rapport aux données expérimentales de la littérature. On note dans ce cas que les calculs DNS décrivent une évolution spatiale qui n'est pas simplement harmonique, notamment dans le cas d'onde S, alors que pour le comportement dynamique des oscillateurs de van der Pol l'hypothèse d'approximation à la première harmonique reste valide.

Nous venons de montrer que le modèle d'oscillateurs de van der Pol est en mesure de décrire, qualitativement et quantitativement, les ondes S et T des VIV que l'on peut apprécier en simulant l'écoulement par intégration des équations de Navier-Stokes. Cette comparaison est maintenant étendue en considérant le transitoire d'évolution d'une onde S en onde T, figure 4.10 : l'efficacité du modèle phénoménologique vis-à-vis des calculs par DNS est surprenante. On note que le temps caractéristique du transitoire pour le système dynamique (4.2) est proportionnel à la constante de temps de l'oscillateur de van der Pol, équation (1.13), bien que d'un ordre de grandeur plus grand.

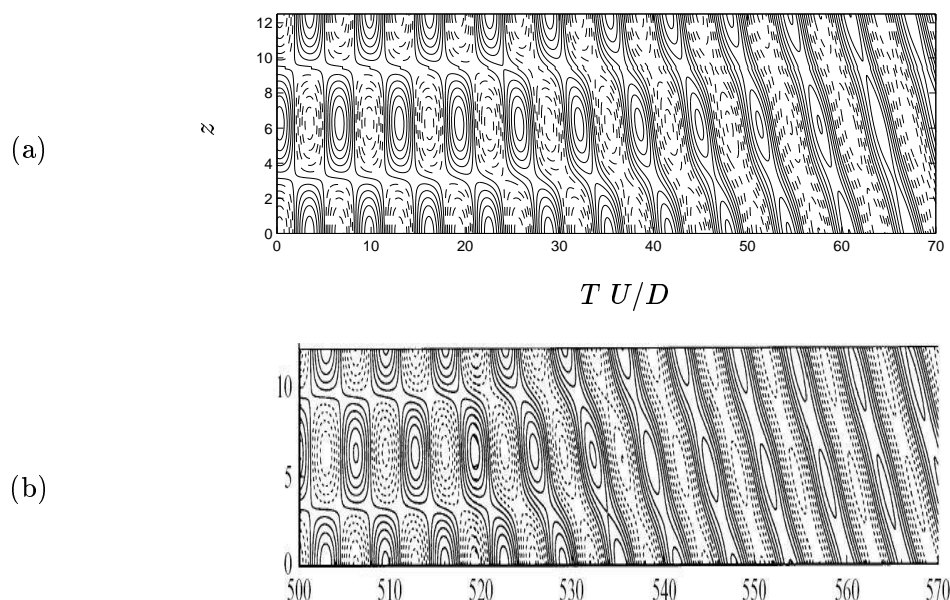


FIG. 4.10 – Transitoire de déplacement transverse de la structure $y(z, t)$: (a) simulation numérique du système (4.2) ; (b) calcul par DNS (Newman & Karniadakis, 1997).

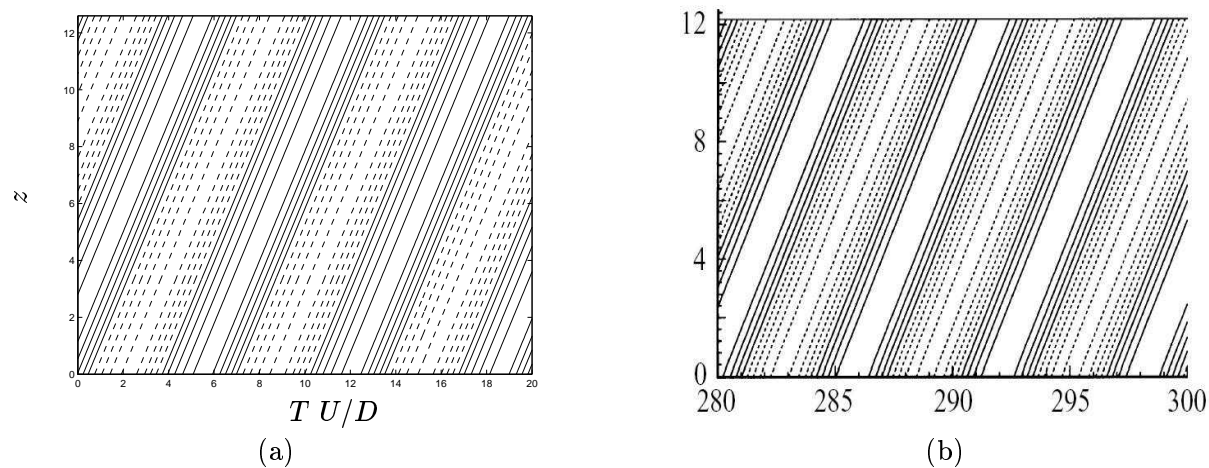


FIG. 4.11 – Déplacement transverse de la structure $y(z, t)$: (a) simulation numérique du système (4.2); (b) calcul DNS (Newman & Karniadakis, 1997). Iso-lignes à $y = -0.60 : 0.12 : +0.60$: - -, $y < 0$; —, $y > 0$.

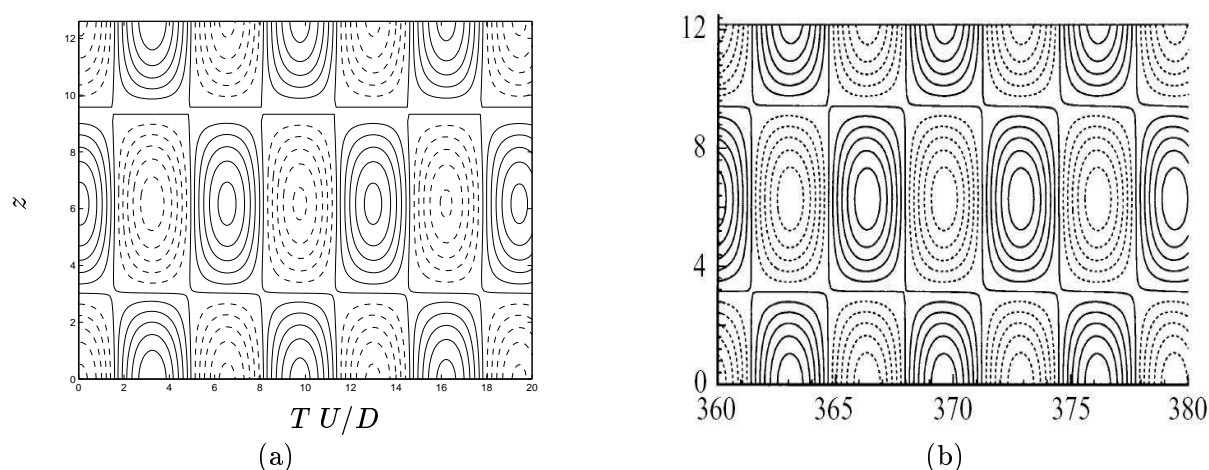


FIG. 4.12 – Déplacement transverse de la structure $y(z, t)$: (a) simulation numérique du système (4.2); (b) calcul DNS (Newman & Karniadakis, 1997). Iso-lignes à $y = -0.60 : 0.12 : +0.60$: - -, $y < 0$; —, $y > 0$.

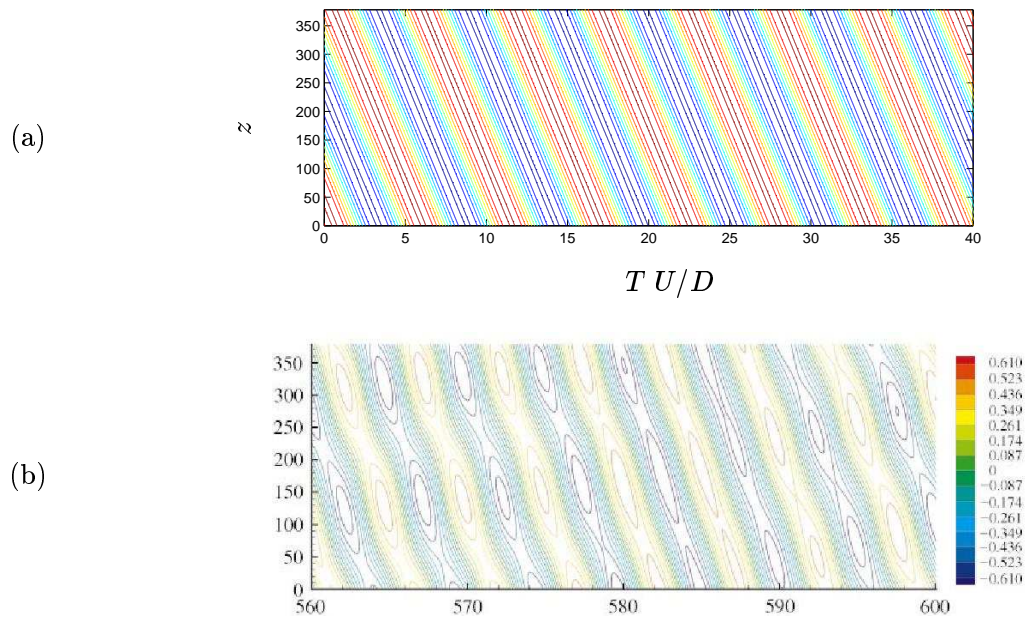


FIG. 4.13 – Déplacement transverse de la structure $y(z, t)$: (a) simulation numérique du système (4.2) ; (b) calcul DNS (Evangelinos *et al.*, 2000).

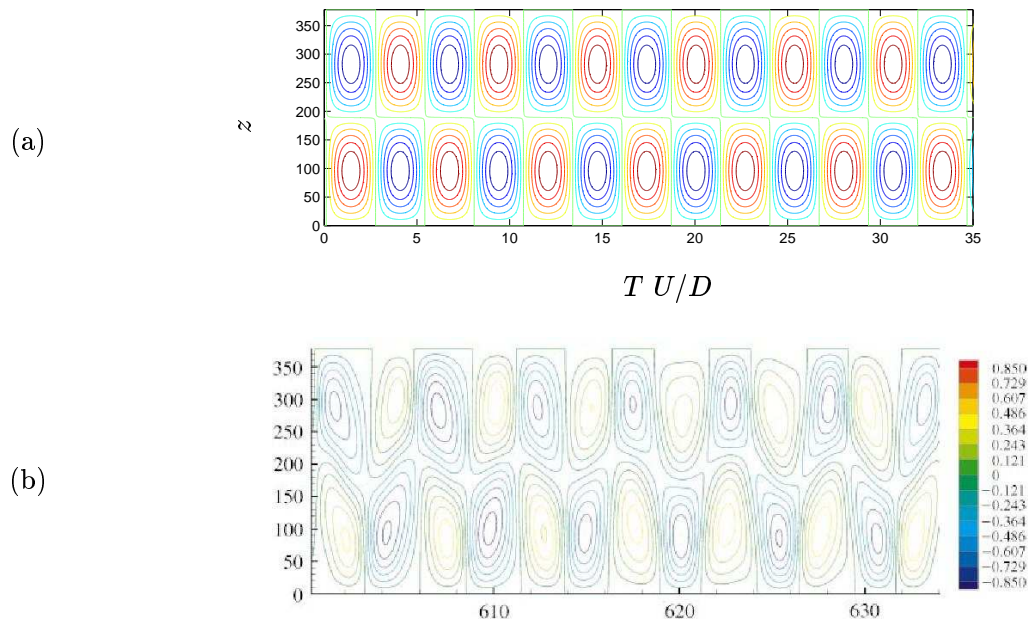


FIG. 4.14 – Déplacement transverse de la structure $y(z, t)$: (a) simulation numérique du système (4.2) ; (b) calcul DNS (Evangelinos *et al.*, 2000).

4.5 Expériences

Pour la première fois en laboratoire, une expérience est mise au point dans le but de mettre en évidence des ondes progressives dues aux VIV le long d'un câble. Les données expérimentales concernant la pulsation, la célérité et l'amplitude de ces ondes sont comparées avec la dynamique du modèle couplé structure-oscillateurs de van der Pol, équation (4.2), développé tout le long de cette thèse.

4.5.1 Montage expérimental

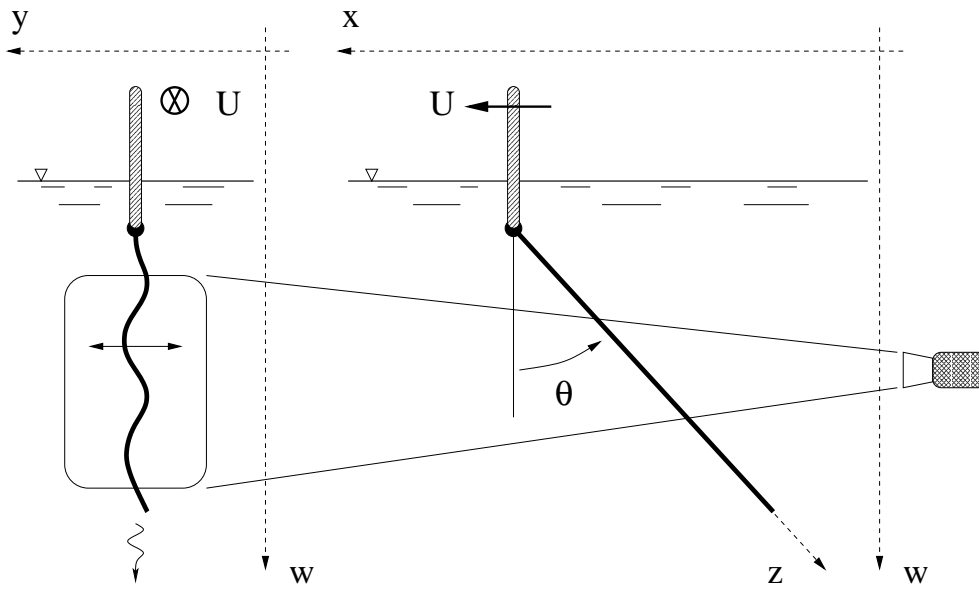


FIG. 4.15 – Montage expérimental.

Un fil constitué par des fibres synthétiques hydrophobes finement entrelacées est traîné dans une cuve d'eau et ainsi soumis à l'excitation du détachement tourbillonnaire, comme illustré en figure 4.15. Ses propriétés physiques sont résumées dans le tableau 4.4. En négligeant raisonnablement toute raideur de flexion, le fil est considéré comme un câble tendu.

longueur	L	500 mm
diamètre	D	2 mm
rapport d'aspect	Λ	250
masse linéique	m_s	0.60 g/m
masse linéique apparente dans l'eau	m_e	0.22 g/m
rapport de masse	μ	1.625

TAB. 4.4 – Propriétés physiques du câble.

L'extrémité inférieure du câble est libre, alors que l'extrémité supérieure est fixée à un chariot mobile sur un guide rectiligne. Le point d'attache est placé en dessous du niveau libre d'eau afin de s'affranchir de tout effet de surface. Le rapport d'aspect du câble est suffisamment élevé afin d'en assurer la stabilité vis-à-vis des effets hydroélastiques (Triantafyllou & Chryssostomidis,

1984, 1985). Le chariot de remorquage est asservi en déplacement : on peut lui imposer une loi de mouvement le long de la course de 3 m jusqu'à une vitesse maximale de 0.35 m/s. On est donc confronté aux VIV d'une structure de très faible rapport de masse, $\mu = 1.625$, excitée en écoulement apparent uniforme à faible nombre de Reynolds, de l'ordre de $Re = 100$. Le câble remorqué s'incline par rapport à la verticale par effet de la traînée et peut osciller à cause des VIV : son inclinaison θ et son mouvement transverse sont enregistrés à l'aide d'une caméra vidéo numérique et analysés par traitement d'image.

4.5.2 Modèle analytique

Le système physique constitué par un câble remorqué soumis aux VIV a été déjà étudié analytiquement par Dowling (1988*a,b*). Les VIV sont considérées comme des perturbations autour d'une position d'équilibre stationnaire : elles se développent dans le plan transverse T contenant l'abscisse curviligne z et normal à celui de remorquage R, comme illustré en figure 4.16.

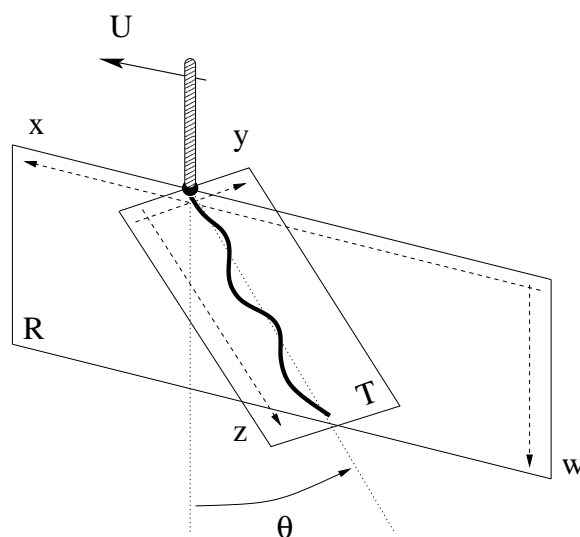


FIG. 4.16 – Mouvements du câble : R, plan vertical de remorquage ou de l'équilibre statique ; T, plan transverse ou des VIV.

Cette approche permet de découpler les équations tri-dimensionnelles du mouvement du câble. La position moyenne du câble dans le plan vertical de remorquage R est d'abord déterminée en considérant l'équilibre des actions hydrostatiques et le poids apparent dans le fluide, comme illustrée en figure 4.17 : l'action linéique S exercée par le fluide sur la structure est décomposée en une traînée de forme S_N et en une friction visqueuse surfacique S_T .

L'action linéique de la traînée prend en compte l'inclinaison du câble et s'écrit (Blevins, 1990)

$$S_N = \frac{1}{2} \rho (U \cos \theta)^2 D C_D \quad . \quad (4.15)$$

Pour une structure à section droite circulaire en mouvement transverse, on considère un coefficient de traînée amplifiée $C_D = 4.5$ (Blevins, 1990).

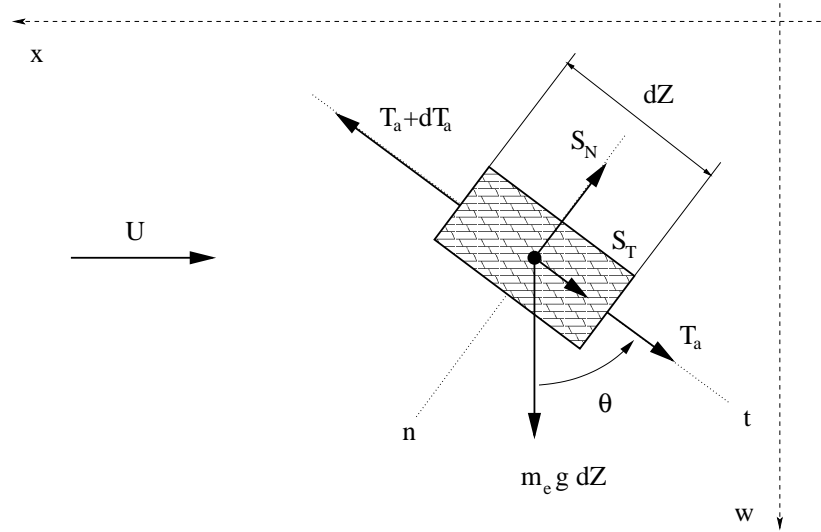


FIG. 4.17 – Modèle des actions statiques sur le câble dans le plan vertical de remorquage.

L'action linéique de la friction est considérée sous la forme (Blevins, 1984)

$$S_T = \frac{1}{2} \rho U^2 \sin \theta \pi D C_F \quad , \quad (4.16)$$

où le coefficient de friction C_F dépend de l'état de surface de la structure : d'après Blevins (1984) on considère la valeur $C_F = 0.083$.

L'équilibre statique du câble en direction normale permet de calculer l'angle d'inclinaison θ

$$\cos^2 \theta = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4G}}{2G} \quad , \quad G = \left(\frac{1}{2} \frac{\rho D L_r}{m_e} C_D F_r^2 \right)^2 \quad . \quad (4.17)$$

Nous avons défini le nombre de Froude $F_r = U/\sqrt{gL_r}$, où L_r est une longueur de référence, choisie égale à la moitié de la longueur du câble. On note que l'angle d'inclinaison θ est constant le long du câble : en condition de remorquage à vitesse U stationnaire, la configuration d'équilibre est rectiligne dans le plan vertical, comme cela a pu être observé durant les expériences. L'angle d'inclinaison θ mesuré est comparé avec le modèle (4.17) en fonction du nombre de Froude en figure 4.18.

L'équilibre statique du câble en direction tangente exprime le gradient de tension axiale le long de l'abscisse curviligne, soit

$$\frac{dT_a}{dZ} = m_e g \left(\cos \theta + \frac{1}{2} \frac{\rho D L_r}{m_e} \pi C_F F_r^2 \sin \theta \right) \quad . \quad (4.18)$$

L'angle d'inclinaison θ étant constant le long du câble, le gradient de tension axiale l'est également : on a donc un câble de tension linéairement variable, croissante de l'extrémité libre inférieure vers le point d'ancrage supérieur. En négligeant la tension d'extrémité libre, la célérité locale de phase C_r des ondes se propageant dans le câble à la distance L_r de l'extrémité inférieure

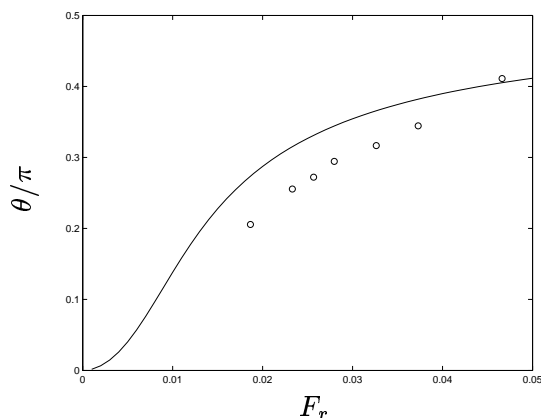


FIG. 4.18 – Angle d’inclinaison θ en fonction du nombre de Froude F_r : \circ , mesures ; —, équation (4.17).

vaut donc

$$C_r = \sqrt{\frac{T_r}{m}} \quad , \quad T_r = \left(\frac{dT_a}{dZ} \right) L_r \quad . \quad (4.19)$$

En augmentant la vitesse de remorquage U , donc le nombre de Froude F_r , l’angle d’inclinaison θ du câble croît, équation 4.17. Le gradient de tension et la tension le long du câble varient par conséquent : la contribution du poids apparent diminue et les effets de friction hydrodynamique augmentent.

4.5.3 Acquisition et traitement d’image

Le mouvement transverse y le long de l’abscisse curviligne z en fonction du temps t est obtenu d’après le traitement des images acquises par une caméra vidéo numérique, installée fixe hors de la cuve d’eau et dont l’axe de vision est aligné au plan de remorquage, comme illustré en figure 4.19. La fréquence d’acquisition de 25 Hz est largement supérieure à la fréquence de Strouhal observée, de l’ordre de 1 Hz .

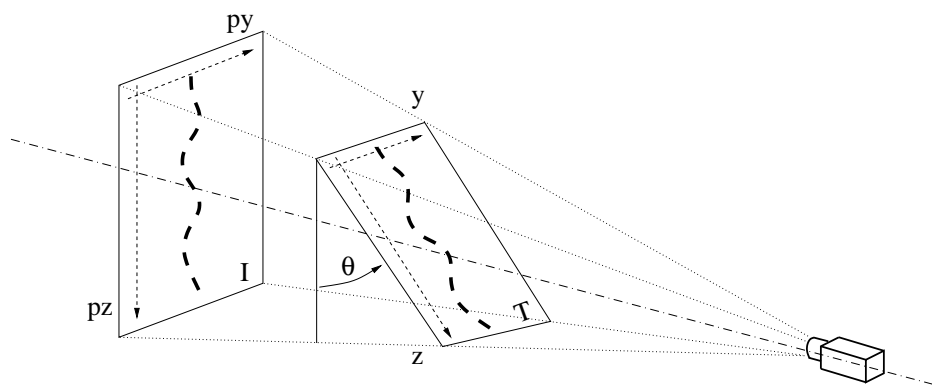


FIG. 4.19 – Schéma d’installation de la caméra vidéo : I, plan de l’image ; T, plan du câble.

Chaque image constitue une matrice de pixels codant l’intensité lumineuse. Le câble utilisé étant blanc, il est possible de le distinguer dans l’image en le filmant, avec un éclairage approprié, sur fond noir. L’identification de son profil instantané dans le plan I de l’image est donc réalisé

par recherche sélective des maxima d'intensité lumineuse. Le profil du câble $py(pz, t)$ identifié dans le plan I de chaque image en coordonnées pixel est lié au profil $y(z, t)$ du plan T par une transformation géométrique non élémentaire : l'inclinaison du câble par rapport à la verticale, son éloignement durant l'acquisition des images, les effets de perspective, l'alignement imparfait de la caméra par rapport au plan de remorquage ... constituent des sources d'aberrations géométriques dont il faut être en mesure de s'affranchir. Pour cela, un repère dimensionnel a été placé tout le long du câble sous la forme d'une série de traits noirs peints à espacements réguliers (25 mm) : l'identification de la position des traits noirs le long du profil blanc du câble est encore réalisé par recherche sélective des minima d'intensité lumineuse. On dispose donc d'un repère dimensionnel non intrusif qui suit la structure sur toute sa longueur, en confiant au traitement d'image après acquisition toute transformation géométrique lors du passage $py(pz, t) \mapsto y(z, t)$, ce qui permet d'ailleurs une remarquable souplesse d'installation du matériel.

4.5.4 Analyse des données

L'existence d'ondes progressives se propageant le long du câble, de l'extrémité supérieure vers celle inférieure libre, est mise en évidence en figure 4.20. L'analyse des données de l'évolution $y(z, t)$ d'après le traitement d'image porte sur la détermination des trois éléments : la pulsation ω , la célérité de phase c le long du câble et le coefficient de réflexion R à l'extrémité inférieure libre. Pour chacun d'entre eux, une technique d'analyse spécifique a été appliquée.

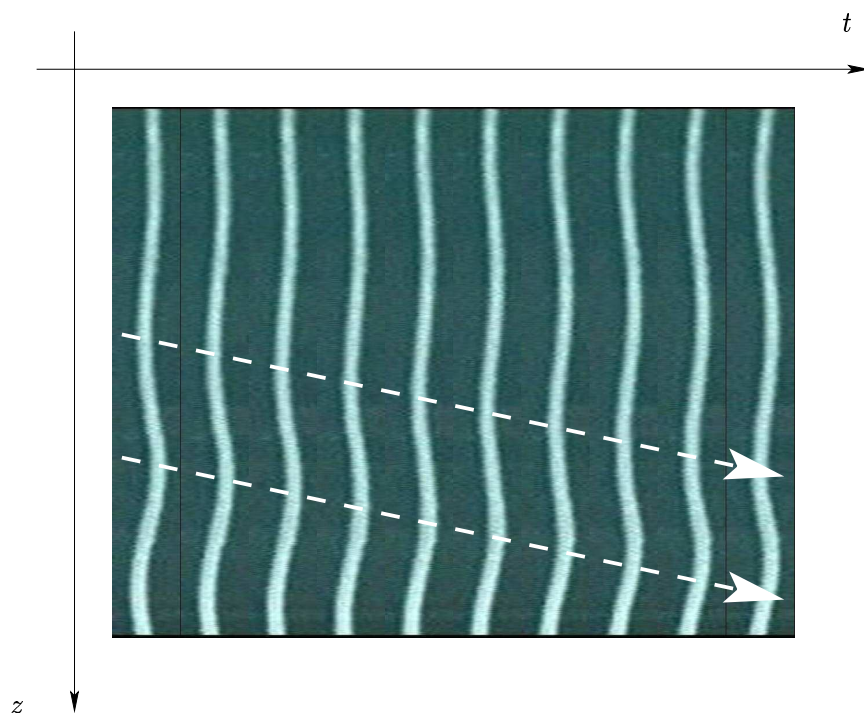


FIG. 4.20 – Onde progressive due aux VIV d'un câble traîné dans une cuve d'eau : succession d'images filmées.

Pulsation

L'évolution du mouvement transverse $y(z, t)$ du câble est d'abord analysée du point de vue temporel : son spectre en fréquence le long de l'abscisse curviligne z est évalué par calcul de la densité spectrale de puissance dans la figure 4.27. On observe d'abord que la pulsation dominante est unique et constante le long du câble. Le calcul du nombre de Strouhal correspondant, en prenant en compte l'angle d'inclinaison θ , équation (2.18), confirme la nature des oscillations comme induites par le détachement tourbillonnaire en géométrie oblique : la comparaison avec la relation $S_t(R_e)$ de Brown & Williamson (1998) est présentée en figure 4.21.

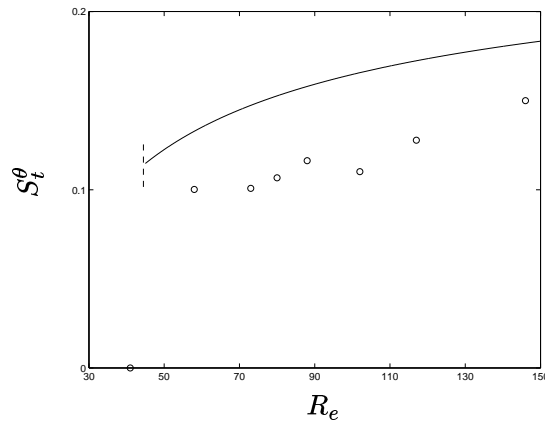


FIG. 4.21 – Nombre de Strouhal S_t^θ en fonction du nombre de Reynolds R_e : \circ , mesures ; —, relation $S_t = 0.2665 - 1.018/\sqrt{R_e}$ (Brown & Williamson, 1998).

Les ondes de vibration induites par le détachement tourbillonnaire sont observées dès que le nombre de Reynolds dépasse le seuil critique d'apparition de l'allée de Bénard-von Kármán, $R_e \sim 50$ (Brown & Williamson, 1998). Toutefois, un léger décalage par rapport à la relation $S_t(R_e)$ apparaît : ceci peut être expliqué en considérant que l'inclinaison du câble dans les expériences est de l'ordre de 50 degrés, donc à la limite de validité de l'équation (2.18).

L'observation expérimentale des ondes progressives dues aux VIV pour le câble tracté conforte l'interprétation physique déduite du modèle des oscillateurs de van der Pol (§ 4.2) : la pulsation du système couplé fluide-structure est sélectionnée par la loi de Strouhal tout le long du câble, tandis que le rôle de la structure est d'établir le lien entre cette pulsation et la célérité des ondes, via sa propre relation de dispersion.

Célérité de phase

Afin d'apprécier la longueur des ondes, donc leur célérité, on applique la méthode de décomposition bi-orthogonale (*Bi-Orthogonal Decomposition - BOD*) (Aubry *et al.*, 1991; Hémon & Santi, 2002).

L'évolution spatio-temporelle du mouvement transverse $y(z, t)$ du câble est décomposée sur une base de modes spatio-temporels, soit

$$y(z, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \psi_k(t) \varphi_k(z) \quad . \quad (4.20)$$

Les modes temporels ou *chronos* $\psi_k(t)$ et les modes spatiaux ou *topos* $\varphi_k(z)$ sont orthogonaux entre eux et normés. L'énergie associée à chaque mode spatio-temporel est proportionnelle au carré du coefficient réel α_k . La convergence de la décomposition (4.20) est assurée lorsque le signal analysé, ici $y(z, t)$, est à carré sommable. En outre, le classement en ordre décroissant des coefficients α_k permet de ne retenir que les premiers modes spatio-temporels pour l'analyse.

En appliquant la méthode aux données expérimentales, on obtient des résultats d'analyse typiques qui sont représentés en figure 4.22.

mode	énergie
1	51.4%
2	42.7%
3	4.1%
4	1.7%
suivants	0.1%

TAB. 4.5 – Décomposition bi-orthogonale d'une évolution spatio-temporelle $y(z, t)$: énergie associée à chaque mode.

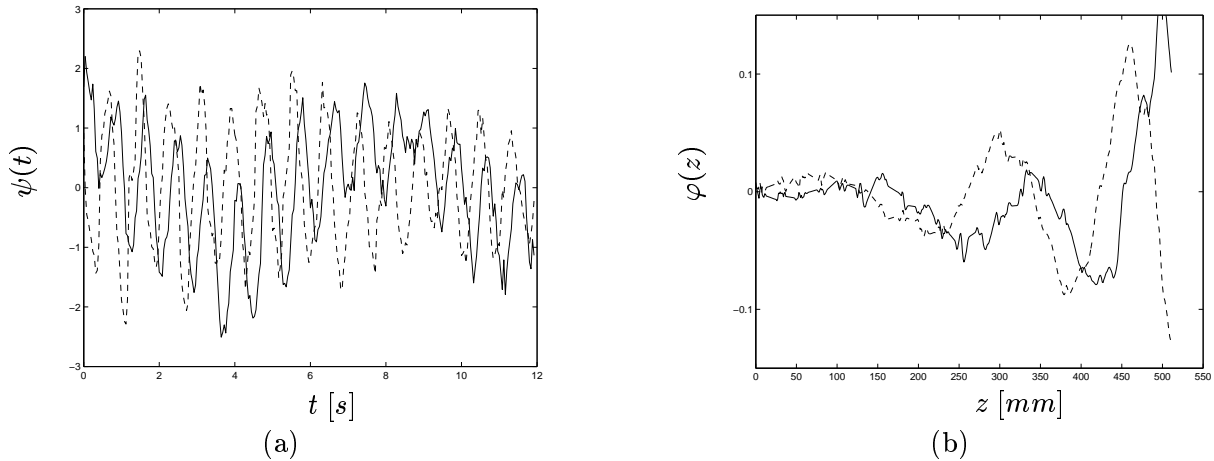


FIG. 4.22 – Premier couple de modes de la décomposition bi-orthogonale de l'évolution spatio-temporelle $y(z, t)$ correspondant au tableau 4.5 : (a) chronos ; (b) topos.

On remarque d'abord qu'un nombre réduit de modes est suffisant à la reconstruction de l'évolution spatio-temporelle : on constate que le premier couple de modes contient presque l'intégralité de l'énergie du signal (table 4.5). En outre, les modes apparaissent par paires, dont l'énergie est à peu près équi-partagée dans chaque couple. Les chronos (figures 4.22a) ont la même fréquence, correspondante à celle de Strouhal et ils sont déphasés en temps d'environ $\pi/2$. Les topos sont également déphasés d'environ un quart d'onde. On confirme ainsi le caractère pro-

pagatif de l'évolution spatio-temporelle $y(z, t)$, comme montré par les identités trigonométriques

$$\begin{aligned}
 y(z, t) &= (R + 1) \sin(kz) \cos(\omega t) + (R - 1) \cos(kz) \sin(\omega t) \\
 &= \sin(kz - \omega t) + R \sin(kz + \omega t) \quad . \quad (4.21) \\
 &= (1 - R) \sin(kz - \omega t) + 2R \sin(kz) \cos(\omega t)
 \end{aligned}$$

La superposition d'un couple de signaux parfaitement harmoniques et déphasés de $\pi/2$ en espace et en temps donne effectivement lieu à la superposition d'une onde progressive et d'une onde stationnaire. On introduit le coefficient de réflexion R afin de caractériser la nature progressive ou stationnaire de l'onde via le rapport d'amplitude $2R/(1 - R)$. Pour $R = 0$ on a une onde progressive, autrement dit l'extrémité inférieure du câble est complètement absorbante, alors que pour $R = 1$ on a une onde stationnaire, c'est-à-dire que l'extrémité inférieure du câble est parfaitement réfléchissante.

Les topos (figure 4.22b) permettent d'évaluer la longueur d'onde et donc la célérité de phase des ondes se propageant le long du câble. Ces mesures expérimentales sont comparés avec l'expression analytique (4.19), en considérant les caractéristiques des ondes à la moitié de la longueur du câble, donc en utilisant une longueur de référence $L_r = L/2$. La comparaison est présentée en figure 4.23 en fonction du nombre de Froude, en rendant adimensionnelle la célérité de phase C_r par rapport à $C_o^2 = m_e g L_r / m$: la validité du modèle analytique utilisé (§ 4.5.2) est encore une fois confirmée.

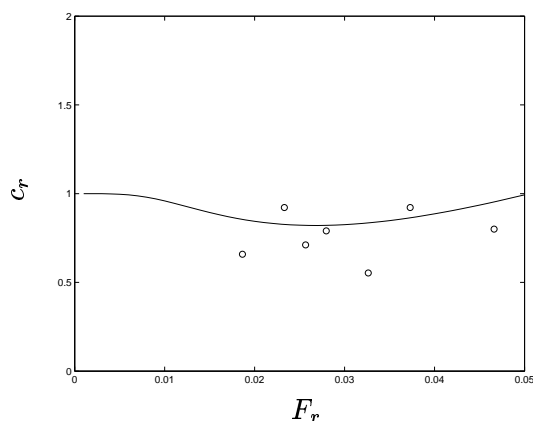
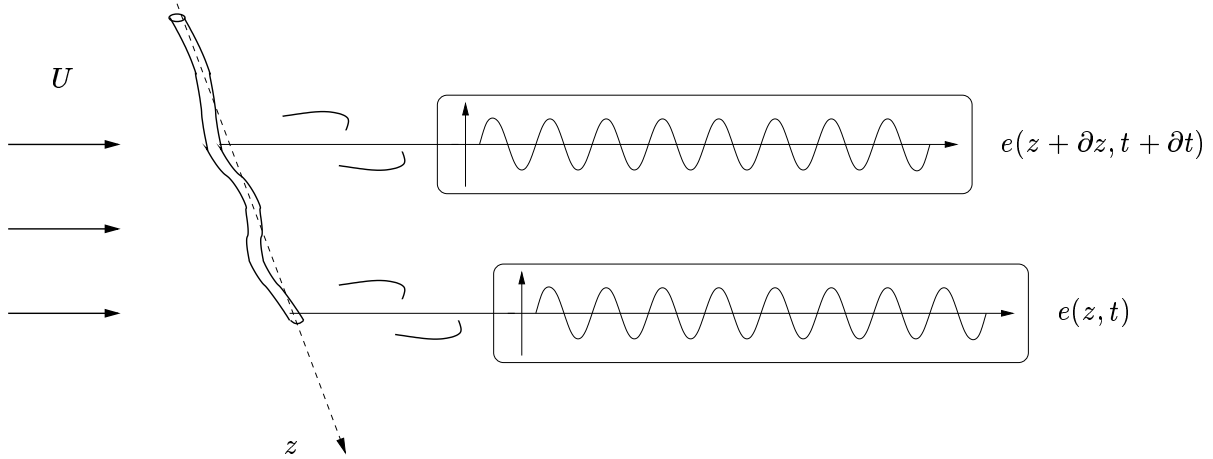


FIG. 4.23 – Célérité d'onde adimensionnelle en fonction du nombre de Froude F_r : \circ , mesures ; —, équation (4.19).

On remarque que la célérité des ondes reste presque invariante par rapport au nombre de Froude : cela signifie que dans la détermination de la tension le long du câble, la diminution de la contribution du poids apparent est équilibrée par l'augmentation des effets de friction hydrodynamique. On note également que la célérité de phase C_r est d'un ordre de grandeur supérieur à la vitesse de remorquage U .

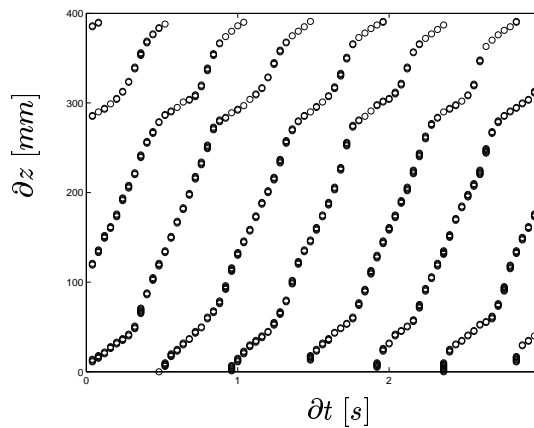
FIG. 4.24 – Intercorrélation entre deux signaux $e(z, t)$.

Coefficient de réflexion

Afin de quantifier le caractère propagatif des ondes, on applique au signal du mouvement transverse $y(z, t)$ du câble une analyse par intercorrélation. Selon le schéma en figure 4.24, on prend comme signal de référence le mouvement de l'extrémité libre inférieure du câble et on applique systématiquement le calcul du coefficient d'intercorrélation ρ avec le signal de mouvement transverse de tout point du câble à distance ∂z de l'extrémité, en considérant un décalage en temps ∂t variable, soit

$$\rho(\partial z, \partial t) = \frac{\langle e(z, t) e(z + \partial z, t + \partial t) \rangle}{\langle e^2(z, t) \rangle^{0.5} \langle e^2(z + \partial z, t + \partial t) \rangle^{0.5}} \quad (4.22)$$

On dispose ainsi d'une cartographie de ρ dans l'espace $(\partial z, \partial t)$, dont on examine la localisation des lignes d'iso-valeur.

FIG. 4.25 – Lignes d'iso-valeur du coefficient d'intercorrélation $\rho(\partial z, \partial t)$ d'une évolution spatio-temporelle $y(z, t)$ d'après les expériences.

En examinant les données expérimentales, figure 4.25, on s'aperçoit que l'inclinaison des lignes iso- ρ , autrement dit la célérité apparente $\bar{c} = (\partial z / \partial t)_\rho$, résulte de l'effet simultané de :

- la variation locale de la célérité de phase le long du câble, dont la tension axiale varie linéairement, ce qui détermine l'inclinaison globale des lignes iso- ρ ;
- la présence d'une superposition d'ondes stationnaire et progressive, qui est responsable des déformations en S des lignes iso- ρ par rapport à cette inclinaison porteuse.

On a déjà remarqué que les évolutions spatio-temporelles $y(z, t)$ d'après les expériences peuvent être raisonnablement décrites par un seul couple de modes au sens de la décomposition bi-orthogonale (§ 4.5.4). Pour une onde mono-harmonique à célérité variable, dont la pulsation uniforme est établie par la loi de Strouhal, soit

$$y(z, t) = \sin[k(z)z - \omega t] + R \sin[k(z)z + \omega t] \quad , \quad (4.23)$$

on obtient l'expression analytique (Miranda *et al.*, 2002)

$$\bar{c} = \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)_{\rho=0} = \frac{\omega}{k + z \frac{\partial k}{\partial z}} \left[\frac{1 + R}{1 - R} - \frac{4R}{1 - R^2} \cos^2(kz) \right] \quad . \quad (4.24)$$

Afin de déterminer le coefficient de réflexion R , l'expression (4.24) est recalée par interpolation non-linéaire sur les données expérimentales par minimisation d'une fonction d'erreur, en gardant trois paramètres libres : pulsation ω , nombre d'onde k et coefficient de réflexion R . D'après l'analyse systématique des évolutions $y(z, t)$ le coefficient de réflexion R vaut approximativement $R = 0.2$. D'après (4.21), cela implique un rapport d'amplitude entre partie stationnaire et partie propagative des ondes de valeur $2R/(1 - R) = 0.5$, donc un rapport d'énergie de 0.25. La nature progressive des ondes dues aux VIV est donc dominante, comme observé dès le début des expériences en figure 4.20.

4.5.5 Simulations numériques avec le modèle de van der Pol

Le modèle couplé structure-oscillateurs de van der Pol, développé tout le long de cette thèse, est maintenant appliqué pour modéliser les expériences. On considère un câble tendu à tension axiale variable couplé avec le modèle du sillage proche (1.14) en écoulement uniforme. Le système dynamique en forme adimensionnelle s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(2\xi\delta_r + \frac{\gamma}{\mu} \right) \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left(c^2(z) \frac{\partial y}{\partial z} \right) &= M q \\ \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + q - \nu \frac{\partial^3 q}{\partial t \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} &= A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{aligned} \quad . \quad (4.25)$$

Les propriétés physiques du câble sont résumées dans le tableau 4.4. Le nombre de masse M est calculé d'après (3.8) en considérant un coefficient de portance $C_{L_o} = 0.3$ et un nombre de Strouhal de l'ordre de $S_t = 0.1$, ce qui donne $M = 0.117$. On néglige tout amortissement structurel, $\xi = 0$, alors que l'amortissement ajouté dû au fluide est calculé selon (3.4) en considérant comme précédemment un coefficient de traînée $C_D = 4.5$, ce qui donne $\gamma = 3.6$. La tension axiale varie

linéairement entre une valeur proche de zéro à l'extrémité inférieure libre et sa valeur maximale à l'extrémité supérieure articulée, soit

$$T_a(Z) = \frac{dT_a}{dZ}(L - Z) + T_a(L) \quad , \quad T_a(L) \ll 1 \quad , \quad (4.26)$$

où le gradient de tension est donné par (4.18). La célérité de phase adimensionnelle C est déduite de

$$c = \frac{C}{\omega_f D} = \frac{C}{2\pi S_t U} \quad , \quad C = \sqrt{\frac{T_a}{m}} \quad . \quad (4.27)$$

Les paramètres des oscillateurs fluides gardent les valeurs universelles établies précédemment, $\varepsilon = 0.3$ et $A = 12$. En écoulement uniforme on néglige l'interaction par diffusion, $\nu = 0$; de même, le décalage en pulsation dû à l'interaction en raideur, $\delta\omega \sim 0.5\chi k^2$, sera négligé, ce qui conduit à considérer $\chi = 0$.

Afin de simuler l'initialisation du sillage de Bénard-von Kármán quand l'écoulement est établi à partir du repos, du bruit aléatoire, $q(z, 0) \ll 1$, est appliqué comme condition initiale statique au fluide, tandis que la structure est considérée à l'arrêt, $y(z, 0) = 0$. L'extrémité supérieure du câble est articulée, $y(0, t) = \partial_{zz}y(0, t) = 0$ et l'extrémité inférieure est géométriquement libre, mais caractérisée par un coefficient de réflexion $R = 0.2$ issu de l'expérience : on impose donc une condition en impédance mécanique $\partial_t y / \partial_z y = \pm c (1 + R) / (1 - R)$ (Graff, 1975). Afin de permettre l'établissement d'ondes stationnaires et progressives, des conditions aux limites périodiques sont appliquées au système d'oscillateurs fluides, $q(0, t) = q(\Lambda, t)$.

La réponse en régime permanent du système couplé fluide-structure est illustrée en figure 4.26 en comparaison avec les mesures expérimentales. Il s'agit d'une onde essentiellement progressive : l'évolution spatio-temporelle ne montre aucun nœud de vibration. L'absence de dislocations correspond à l'existence d'une unique pulsation dominante le long de toute la structure, alors que la courbure des lignes d'iso-valeur de l'amplitude témoigne de la célérité de phase décroissante de l'extrémité supérieure vers celle inférieure. Comme attendu d'après les considérations analytiques développées plus haut et en accord avec les mesures expérimentales, le fluide sélectionne la pulsation de Strouhal, ici normalisée à l'unité, sur toute la longueur de la structure, figure 4.27. L'hypothèse de synchronisation fait que la structure accepte la pulsation proposée par le fluide, en fixant par conséquent la célérité des ondes via sa propre relation de dispersion locale, figure 4.28.

Les amplitudes d'oscillation des simulations numériques s'avèrent faibles par rapport aux mesures expérimentales, comme attendu d'après l'analyse du comportement dynamique du modèle vis-à-vis du choix de ses coefficients, discutée au chapitre 3. Néanmoins, les relations analytiques (4.11) prédisent correctement les amplitudes asymptotiques calculées de l'extrémité libre, figure 4.29.

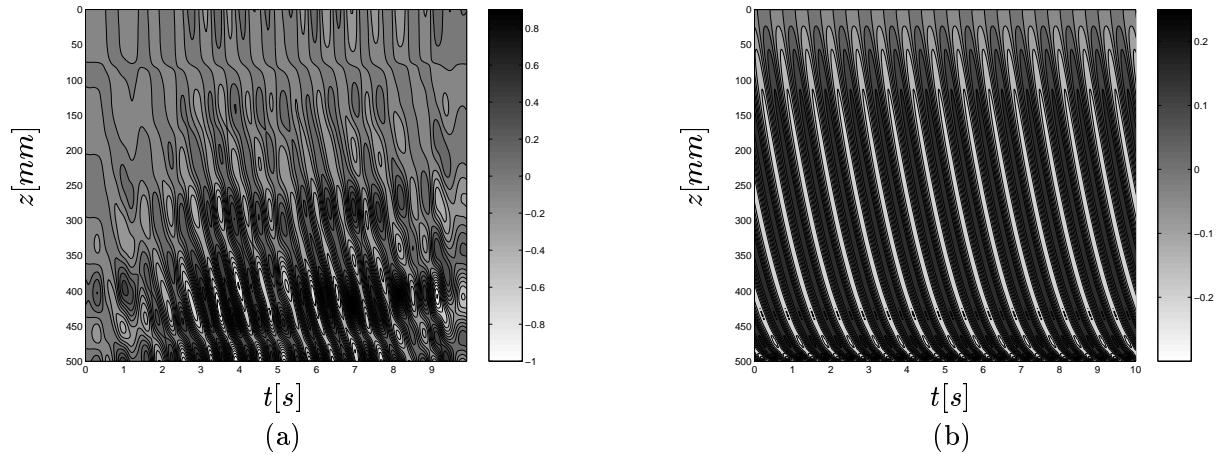


FIG. 4.26 – Evolution spatio-temporelle du mouvement transverse $y(z, t)$ du câble. (a) mesure ; (b) simulation numérique.

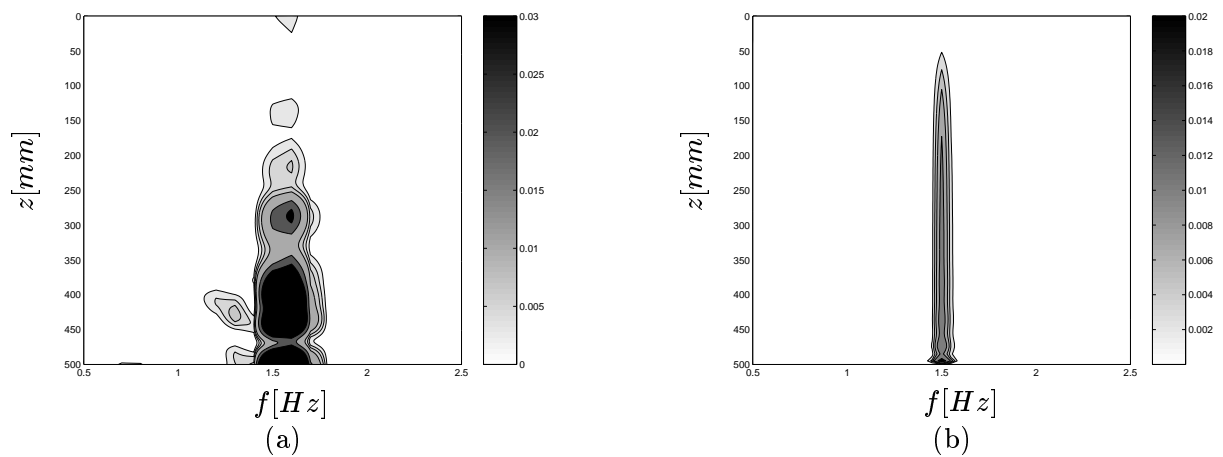


FIG. 4.27 – Densité spectrale de puissance du mouvement transverse $y(z, t)$ du câble le long de l'abscisse z . (a) mesure ; (b) simulation numérique.

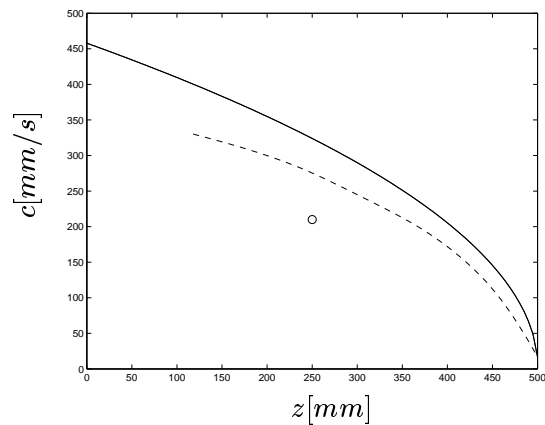


FIG. 4.28 – Célérité de phase c des ondes du câble le long de l'abscisse z : —, célérité de phase locale théorique ; - -, simulation numérique ; \circ mesure.

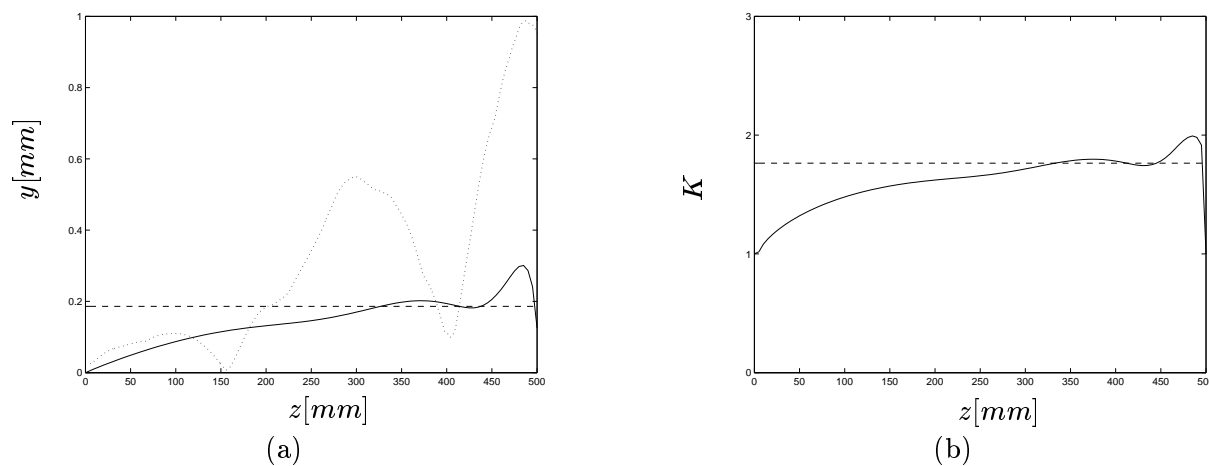


FIG. 4.29 – Enveloppe des amplitudes d'oscillation le long de l'abscisse z : (a) déplacement transverse du câble ; (b) amplification du coefficient de portance. —, simulations numériques ; - -, équations (4.11) ; \cdots mesures.

4.6 Conclusions

Ce dernier chapitre complète l'établissement du modèle phénoménologique du sillage proche basé sur le concept d'oscillateur fluide. Après avoir montré les capacités de modélisation des oscillateurs de van der Pol interagissant par diffusion et raideur vis-à-vis des phénomènes du détachement tourbillonnaire tri-dimensionnel (§ 2), et après avoir également discuté le couplage local entre la structure et son sillage proche (§ 3), nous avons finalement abordé la modélisation des VIV d'une structure élastique élancée.

C'est le simple assemblage des éléments précédemment développés qui nous a permis d'aborder l'étude du comportement dynamique du modèle d'interaction fluide-structure tri-dimensionnel complet. Nous avons ainsi établi un critère de sélection des caractéristiques des ondes de vibration induites par le détachement tourbillonnaire. La pulsation, la célérité et l'amplitude de ces ondes ont été déduites analytiquement, vérifiées par simulation numérique, puis comparées avec des simulations numériques des VIV d'une structure élastique élancée où l'écoulement tri-dimensionnel est simulé par intégration directe des équations de Navier-Stokes par Newman & Karniadakis (1997) et Evangelinos *et al.* (2000).

Une discussion sur la nature progressive et stationnaire des ondes est également abordée. La quasi totalité des expériences de laboratoire et des études théoriques et numériques sur les VIV des structures élastiques portent sur des ondes stationnaires ; toutefois, pour des structures très élancées et à géométrie complexe, des ondes progressives sont attendues. Une expérience a mis en évidence des ondes progressives dues aux VIV. La pulsation, la célérité et l'amplitude mesurées ont été comparées de manière satisfaisante avec la dynamique du modèle phénoménologique.

Nous avons donc montré que le modèle de sillage proche basé sur le concept d'oscillateur fluide constitue un outil de modélisation efficace vis-à-vis des calculs d'écoulement par résolution numérique des équations de Navier-Stokes et des expériences de laboratoire.

Conclusions & Perspectives

Nous avons établi dans ce manuscrit les éléments fondamentaux d'un modèle phénoménologique de sillage proche, en vue d'aborder la modélisation des vibrations induites par détachement tourbillonnaire d'une structure élastique élancée. Un oscillateur de van der Pol est utilisé afin de décrire le caractère fluctuant local du détachement tourbillonnaire et ainsi modéliser l'action de portance exercée par le fluide le long de la structure. Un ensemble d'oscillateurs fluides est donc couplé avec la dynamique de vibration transverse de la structure, via un couplage en accélération.

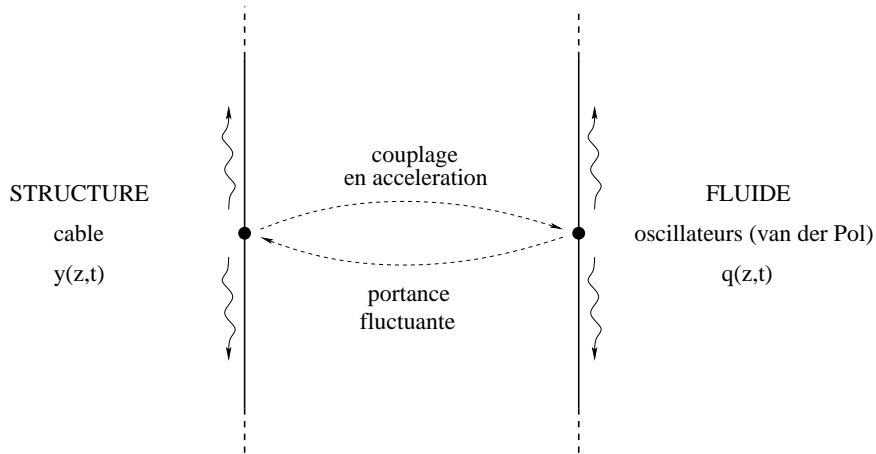


FIG. 4.30 – Schéma du modèle phénoménologique proposé pour l'étude des vibrations induites par le détachement tourbillonnaire.

La structure est décrite par un modèle unidimensionnel de câble, dont le déplacement transverse obéit à l'équation d'onde

$$m \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} + r \frac{\partial Y}{\partial T} - T_a \frac{\partial^2 Y}{\partial Z^2} = \frac{1}{2} \rho U^2 D C_L(Z, T) \quad , \quad (4.28)$$

où la masse s'exprime

$$m = m_s + m_f \quad , \quad m_f = C_M \rho D^2 \pi/4 \quad , \quad C_M = 1 \quad , \quad (4.29)$$

l'amortissement s'écrit

$$r = r_s + r_f \quad , \quad r_f = \gamma \omega_r \rho D^2 \quad , \quad \gamma = 0.8 \quad , \quad (4.30)$$

et l'action de portance est mise à l'échelle par rapport au coefficient de portance sur une structure fixe soumise au détachement tourbillonnaire, soit

$$C_L(Z, T) = \frac{C_{Lo}}{2} q(Z, T) \quad , \quad C_{Lo} = 0.3 \quad . \quad (4.31)$$

Le sillage proche de la structure est modélisé par des oscillateurs de van der Pol interagissant par diffusion et raideur, soit

$$\frac{\partial^2 q}{\partial T^2} + \varepsilon \omega_f (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial T} + \omega_f^2 q - \nu D^2 \bar{\omega}_f \frac{\partial^3 q}{\partial T \partial Z^2} - \chi D^2 \frac{\partial^2 q}{\partial Z^2} = \frac{A}{D} \frac{\partial^2 Y}{\partial T^2} \quad , \quad (4.32)$$

où $\omega_f = 2\pi S_t U/D$ est la pulsation de Strouhal locale et $\bar{\omega}_f$ est une pulsation de référence. Les valeurs des paramètres ε et A ont été fixées d'après des données expérimentales sur le détachement tourbillonnaire forcé, à savoir

$$\varepsilon = 0.3 \quad , \quad A = 12 \quad . \quad (4.33)$$

La valeur du paramètre de diffusion ν est mise en relation avec la taille des cellules du détachement tourbillonnaire en écoulement cisailé, alors que la valeur du paramètre d'interaction en raideur χ est établie en considérant la variation de la pulsation de Strouhal en détachement tourbillonnaire oblique, soit respectivement

$$\nu = \frac{\varepsilon}{2\pi} \lambda_c^2 \quad , \quad \chi = -(2\pi S_t)^{-2} \quad . \quad (4.34)$$

En rendant adimensionnel le temps par rapport à la pulsation de Strouhal de référence, $t = T \bar{\omega}_f$, et les longueurs par rapport au diamètre D de la structure, $y = Y/D$, $z = Z/D$, le modèle fluide-structure couplé s'écrit enfin

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(2\xi \delta_r + \frac{\gamma}{\mu} \right) \frac{\partial y}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = M q \\ \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \Omega(z) (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \Omega^2(z) q - \nu \frac{\partial^3 q}{\partial t \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} = A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{array} \right. \quad , \quad (4.35)$$

où les différents paramètres sont défini par

$$\xi = \frac{r_s}{2m\omega_r} \quad , \quad \omega_r = \frac{2\pi C}{D} \quad , \quad \delta_r = \frac{\omega_r}{\bar{\omega}_f} \quad , \quad \mu = \frac{m}{\rho D^2} \quad , \quad (4.36)$$

$$c = \frac{(T_a/m)^{0.5}}{\bar{\omega}_f D} \quad , \quad M = \frac{C_{Lo}}{2} \frac{1}{8\pi^2 S_t^2 \mu} \quad , \quad \Omega(z) = \frac{\omega_f(z)}{\bar{\omega}_f} \quad . \quad (4.37)$$

Des modèles basés sur le concept d'oscillateur fluide selon l'équation de van der Pol sont étudiés depuis plus d'un quart de siècle. Par rapport à l'état de l'art de la littérature, dans ce mémoire nous avons analysé trois aspects du détachement tourbillonnaire et des VIV, à chaque étape étant consacré un chapitre.

- a) Aspects tri-dimensionnels du détachement tourbillonnaire. Dans le chapitre 2 le rôle des interactions par diffusion et par raideur a été éclairci par un calcul analytique, puis validé numériquement. La diffusion modélise le détachement tourbillonnaire par cellules et la raideur le détachement tourbillonnaire oblique.
- b) Vibrations induites par détachement tourbillonnaire plan. Dans le chapitre 3 une comparaison systématique et critique du comportement dynamique de différents modèles de couplage fluide-structure a été développée. Un couplage linéaire en accélération, jamais abordé jusque là, s'avère en mesure de décrire, qualitativement et quantitativement, les phénomènes physiques majeurs du détachement tourbillonnaire plan et des vibrations qui peuvent en dériver par conséquent. Ensuite, les paramètres du modèle sont évalués une fois pour toutes par comparaison du comportement dynamique du modèle avec des données expérimentales dans la littérature sur le détachement tourbillonnaire forcé (mouvement de la structure imposé).
- c) Ondes de vibrations induites par le détachement tourbillonnaire. Dans le chapitre 4 le modèle complet résulte de la simple fusion des éléments de deux précédents points. Pour une structure élastique élancée soumise aux VIV, il permet d'établir un critère de sélection de la pulsation et de la célérité de phase des ondes, et ainsi d'évaluer l'amplitude des vibrations. Il est comparé avec succès à des simulations par résolution numérique des équations de Navier-Stokes de la littérature et à des expériences sur les VIV d'un câble en écoulement uniforme, réalisées dans le cadre de cette thèse afin de mettre en évidence l'aspect propagatif des VIV.

L'efficacité de la modélisation du sillage proche en utilisant le concept d'oscillateur fluide a été aussi confirmée par extrapolation à des applications proches, tel que la suppression du détachement tourbillonnaire d'une structure sinusoïdale (§ 2.4) et les VIV avec interaction de sillage pour deux structures en tandem (§ 4.5). D'autres cas d'étude peuvent maintenant être considérés et analysés.

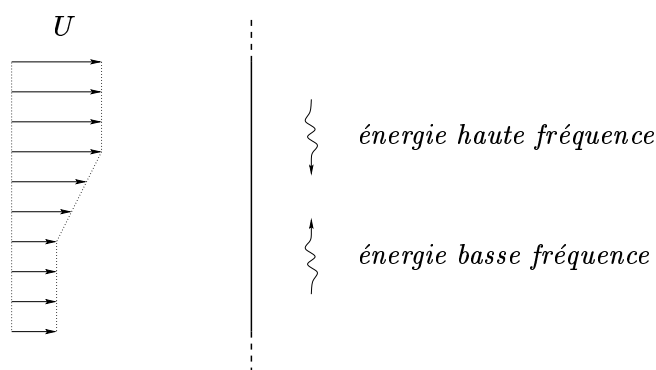


FIG. 4.31 – Vibrations induites par le détachement tourbillonnaire en écoulement cisailé.

Il est d'abord envisageable d'analyser les VIV d'une structure élancée en écoulement cisailé. L'effet du cisaillement est habituellement considéré dans la littérature du point de vue

de l'approche modale (Vandiver, 1993; Vandiver *et al.*, 1996; Marcollo & Hinwood, 2002). Pour des courants dont la vitesse varie avec la profondeur, plusieurs modes propres de la structure peuvent être excités et leur compétition dans la détermination de la réponse dynamique doit être ainsi analysée. Cependant, on interprète souvent l'interaction entre ces modes en terme d'ondes progressives, en considérant notamment la propagation de l'énergie d'une zone où un mode est excité vers le reste de la structure, figure 4.31.

Encore une fois, l'approche en ondes progressives appliquée au modèle phénoménologique développé dans le cadre de cette thèse pourra éclaircir le rôle des différents paramètres dans la détermination de la réponse vibratoire. Le détachement tourbillonnaire par cellules, observé et modélisé à structure fixe, est perturbé par l'oscillation de la structure : il s'agit d'examiner ce phénomène en considérant comme longueurs caractéristiques la longueur d'onde associée aux vibrations de la structure et la taille des cellules. Une approche analytique à l'investigation sera possible grâce à la méthode *WKBJ* (Nayfeh, 1993), qui permet d'aborder l'analyse d'un système étendu dont les propriétés varient lentement en espace. D'ailleurs, cette méthode a été déjà appliquée dans l'analyse des VIV pour des structures élastiques élancées dont les propriétés mécaniques, mais non la vitesse de l'écoulement, varient selon la profondeur (Vandiver, 2002).

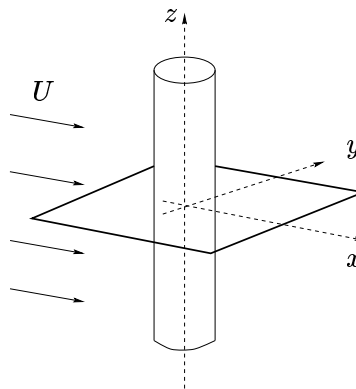


FIG. 4.32 – Repère géométrique du système.

Ensuite, il est possible de considérer la dynamique tri-dimensionnelle de la structure. Dans le cadre de cette thèse, nous avons considéré les VIV uniquement dans la direction y transverse par rapport à l'écoulement (*cross-flow*), dues à la fluctuation de la portance. En réalité, il existe également des VIV dans le sens x du courant (*in-line*), causées par la composante fluctuante de la traînée (Vandiver & Jong, 1987; Naudascher, 1987). Ces vibrations s'avèrent d'amplitude d'un ordre de grandeur inférieur aux oscillations transverses, ce qui porte à les négliger en première approximation dans les modèles d'interaction fluide-structure et, en dernière analyse, pour les calculs de fatigue des structures. Toutefois, elles se manifestent à une fréquence double par rapport aux VIV transverses, à cause de la topologie du sillage de tourbillons alternés, et cela peut apporter une contribution significative à la fatigue de la structure. D'un point de vue général, le mouvement de la structure se développe donc dans le plan (x, y) , en donnant lieu à des trajectoires de Lissajous particulières (Alexander, 1981; Cetiner & Rockwell, 2001). L'intérêt de la modélisation des VIV *in-line* est aussi motivé de manière indirecte par le cisaillement de l'écoulement : ce dernier varie en vitesse, mais aussi en direction par rapport à la profondeur.

Modéliser la réponse aux VIV d'une structure élastique dans le plan (x, y) permettra d'éviter le recours pragmatique à la projection du profil réel de l'écoulement selon un seul plan vertical.

Du point de vue du modèle phénoménologique du sillage proche, nous envisageons de considérer à chaque point le long de la structure un couple d'oscillateurs de van der Pol, modélisant les effets fluctuant du sillage dans les deux directions de mouvement, x et y . L'oscillateur supplémentaire représentant les effets de traînée fluctuante sera caractérisé par une pulsation double par rapport à l'oscillateur qui modélise la portance fluctuante. Son amplitude sera recalée sur les coefficients de traînée fluctuante mesurés expérimentalement. Enfin, une relation de phase entre les deux oscillateurs doit aussi être établie : la topologie des figures de Lissajous observées expérimentalement en fonction de la vitesse réduite guidera la détermination de la nature du couplage de deux oscillateurs, qui est supposé de nature quadratique (Currie & Turnbull, 1987; Kim & Perkins, 2002). Nous proposons donc le système dynamique

$$\begin{aligned} \ddot{y} + (2\xi\delta + \gamma/\mu)\dot{y} + \delta^2 y &= Mq \quad , \quad \ddot{q} + \varepsilon(q^2 - 1)\dot{q} + q = A\ddot{y} \\ \ddot{x} + (2\xi\delta + \gamma/\mu)\dot{x} + \delta^2 x &= Mp \quad , \quad \ddot{p} + \varepsilon(p^2 - 1)\dot{p} + 4p = A\ddot{x} + f(q, \dot{q}, \ddot{q}) \end{aligned} \quad , \quad (4.38)$$

dont l'étude peut être abordée analytiquement selon la démarche déjà appliquée lors de l'analyse des VIV avec interaction de sillage pour un couple de structures en tandem (§3.4).

D'après les idées de Birkoff & Zarantanello (1957) et Bishop & Hassan (1964), les oscillateurs fluides avaient été développés à partir des années 70 comme premier modèle dynamique du fluide en couplage fort avec la structure pour l'analyse des VIV. Depuis les années 80, l'écoulement autour de la structure, fixe ou mobile, est décrit complètement par ses champs de vitesse et pression, en résolvant numériquement les équations de Navier-Stokes. Ce gain en richesse de détail dans la modélisation est payé par d'importants efforts de calcul qui posent encore aujourd'hui des limites en terme de nombre de Reynolds et de taille du domaine de calcul. D'ailleurs, l'augmentation de la complexité du modèle n'est pas forcément synonyme d'une meilleure compréhension de la physique du phénomène. C'est pour mieux discerner les éléments fondamentaux des VIV, notamment dans le cas tri-dimensionnel des structures élastiques élancées, que le modèle des oscillateurs fluides a été reconsidéré avec intérêt à partir des années 90. Avec les travaux décrits dans ce mémoire, nous confirmons par de nouveaux résultats que cette approche est très prometteuse pour l'étude des configurations complexes présentes dans la réalité.

Bibliographie

- ALBARÈDE, P. & MONKEWITZ, P. 1992 A model for the formation of oblique shedding and “chevron” patterns in cylinder wakes. *Physics of Fluids* **4**, 744–756.
- ALBARÈDE, P. & PROVANSAL, M. 1995 Quasi-periodic cylinder wakes and the Ginzburg-Landau model. *Journal of Fluid Mechanics* **291**, 191–222.
- ALBARÈDE, P., PROVANSAL, M. & BOYER, L. 1990 Modélisation par l'équation de Ginzburg-Landau du sillage tridimensionnel d'un obstacle allongé. *Compte Rendus de l'Académie des Sciences - Paris* **310**, 459–464.
- ALEXANDER, C. 1981 The complex vibrations and implied drag of a long oceanographic wire in cross-flow. *Ocean Engineering* **8** (4), 379–406.
- ANDERSON, E. & SZEWCZYK, A. 1995 Vortex shedding from straight and tapered circular cylinders in uniform and shear flow. In *6th international conference on Flow-Induced Vibration* (ed. B. P.W.). Balkema A.A.
- ANDERSON, E. & SZEWCZYK, A. 1996 A look at a universal parameter for 2-D and 3-D bluff body flows. *Journal of Fluids and Structures* **10**, 543–553.
- ARIE, M., KIYA, M., MORIYA, M. & MORI, H. 1983 Pressure fluctuations on the surface of two circular cylinders in tandem arrangement. *Journal of Fluids Engineering* **105**, 161–167.
- AUBRY, N., GUYONNET, R. & LIMA, R. 1991 Spatiotemporal analysis of complex signals : theory and applications. *Journal of Statistical Physics* **64** (3), 683–739.
- BALASUBRAMANIAN, G., OLINGER, D. & DEMETRIOU, M. 2002 A self-learning model for cylinder wakes using neural networks. In *5th symposium on Fluid-Structure Interactions, Aeroelasticity, Flow-Induced Vibrations and Noise*, , vol. 3. ASME.
- BALASUBRAMANIAN, S. & SKOP, R. 1996 A nonlinear oscillator model for vortex shedding from cylinders and cones in uniform and shear flows. *Journal of Fluids and Structures* **10**, 197–214.
- BALASUBRAMANIAN, S. & SKOP, R. 1997 A new twist on an old model for vortex-excited vibrations. *Journal of Fluids and Structures* **11**, 395–412.
- BALASUBRAMANIAN, S., SKOP, R., HAAN, F. & SZEWCZYK, A. 1998 On the existence of a critical shear parameter for cellular vortex shedding from cylinders in nonuniform flow. *Journal of Fluids and Structures* **12** (1), 3–15.
- BALASUBRAMANIAN, S., SKOP, R., HAAN, F. & SZEWCZYK, A. 2000 Vortex-excited vibrations of uniform pivoted cylinders in uniform and shear flow. *Journal of Fluids and Structures* **14** (1), 65–85.

- BEARMAN, P. 1984 Vortex shedding from oscillating bluff bodies. *Annual review of Fluid Mechanics* **16**, 195–222.
- BEARMAN, P. & OWEN, J. 1998 Reduction of bluff-body drag and suppression of vortex shedding by the introduction of wavy separation lines. *Journal of Fluids and Structures* **12**, 123–130.
- BÉNARD, H. 1908 Formation de centres de giration à l'arrière d'un obstacle en mouvement. *Comp. Rend.* **146**.
- BIRKOFF, G. & ZARANTANELLO, E. 1957 *Jets, wakes and cavities*. Academic Press (N.Y.).
- BISHOP, R. & HASSAN, A. 1964 The lift and drag forces on a circular cylinder oscillating in a flowing fluid. *Proceedings of the Royal Society of London - series A* **277**, 51–75.
- BLEVINS, R. 1984 *Applied fluid dynamics handbook*. Van Nostrand Reinhold.
- BLEVINS, R. 1990 *Flow-induced vibrations*. van Nostrand Reinhold.
- BLEVINS, R. & IWAN, W. 1974 A model for vortex induced oscillation of structures. *Journal of Applied Mechanics* pp. 581–586.
- BRIKA, D. & LANEVILLE, A. 1993 Vortex-induced vibrations of a long flexible cylinder. *Journal of Fluid Mechanics* **250**, 481–508.
- BRIKA, D. & LANEVILLE, A. 1995 The hysteresis and bifurcation phenomena in the æolian vibrations of a circular cylinder. In *6th international conference on Flow-Induced Vibration* (ed. B. P.W.). Balkema A.A.
- BRIKA, D. & LANEVILLE, A. 1999 The flow interaction between a stationary cylinder and a downstream flexible cylinder. *Journal of Fluids and Structures* **13** (5), 579–606.
- BROWN, G. & WILLIAMSON, C. 1998 A series in $1/\sqrt{Re}$ to represent the Strouhal-Reynolds number relationship of the cylinder wake. *Journal of Fluids and Structures* **12**, 1073–1085.
- CARBERRY, J., SHERIDAN, J. & ROCKWELL, D. 2001 Forces and wake modes of an oscillating cylinder. *Journal of Fluids and Structures* **15** (3-4), 523–532.
- CETINER, O. & ROCKWELL, D. 2001 Streamwise oscillations of a cylinder in a steady current. part 1. locked-on states of vortex formation and loading. *Journal of Fluid Mechanics* **427**, 1–28.
- CHEN, S. 1986 A review of flow-induced vibration of two circular cylinders in crossflow. *Journal of Pressure Vessel Technology* **108** (4), 382–393.
- CHEN, S. 1987 *Flow-induced vibrations of circular cylindrical structures*. Hemisphere Publishing Company.
- CHIFFAUDEL, A. 1992 Nonlinear stability analysis of two-dimensional patterns in the wake of a circular cylinder. *Europhysics Letters* **18** (7), 589–594.
- CLOUGH, R. & PENZIEN, J. 1975 *Dynamics of Structures*. McGraw Hill.
- CURRIE, I. & TURNBULL, D. 1987 Streamwise oscillations of cylinders near the critical Reynolds number. *Journal of Fluids and Structures* **1**, 185–196.

- DAREKAR, R. & SHERWIN, S. 2001*a* Flow past a bluff body with a wavy stagnation face. *Journal of Fluids and Structures* **15**, 587–596.
- DAREKAR, R. & SHERWIN, S. 2001*b* Flow past a square-section cylinder with a wavy stagnation face. *Journal of Fluids Mechanics* **426**, 263–295.
- DAVIS, M. 2001 Low-order modeling of freely vibrating flexible cables. Master's thesis, Worcester Polytechnic Institute.
- DOWLING, A. 1988*a* The dynamics of towed flexible cylinders. Part 1. Neutrally buoyant elements. *Journal of Fluid Mechanics* **187**, 507–532.
- DOWLING, A. 1988*b* The dynamics of towed flexible cylinders. Part 2. Negatively buoyant elements. *Journal of Fluid Mechanics* **187**, 533–571.
- ETIENNE, S. 1999 Contribution à la modélisation de l'écoulement de fluide visqueux autour de faisceaux de cylindres circulaires. PhD thesis, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II - École supérieure de mécanique de Marseille.
- EVANGELINOS, C. & KARNIADAKIS, G. 1999 Dynamics and flow structures in the turbulent wake of rigid and flexible cylinders subject to vortex-induced vibrations. *Journal of Fluid Mechanics* **400**, 91–124.
- EVANGELINOS, C., LUCOR, D. & KARNIADAKIS, G. 2000 DNS-derived force distribution on flexible cylinders subject to vortex-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures* **14** (3–4), 429–440.
- EVANGELINOS, C., LUCOR, D., SU, C. & KARNIADAKIS, G. 2002 Flow-induced vibrations of non-linear cables. Part 1 : models and algorithms. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **55**, 535–556.
- FANG, J. & LYONS, G. 1996 Structural damping of tensioned pipes with reference to cables. *Journal of Sound and Vibration* **193** (4), 891–907.
- FENG, C. 1968 The measurement of vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circular and d-section cylinders. PhD thesis, University of British Columbia - Vancouver.
- FERRARI, J. & BEARMAN, P. 2000 A three-dimensional model for wave and vortex-induced vibrations of deepwater riser pipes. In *Flow-Induced Vibrations* (ed. Z. S. & S. T.), pp. 3–10. 7th International conference on flow-induced vibration - FIV 2000, Balkema.
- FRIEDEL, J. 1964 *Dislocations*. Addison-Wesley.
- GASTER, M. 1969 Vortex shedding from slender cones at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics* **38**, 565–576.
- GASTER, M. 1971 Vortex shedding from circular cylinders at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics* **46**, 749–756.
- GAYDON, M. & ROCKWELL, D. 1999 Vortices incident upon an oscillating cylinder : flow structure and loading. *Journal of Fluids and Structures* **13** (6), 709–722.
- GOVARDHAN, R. & WILLIAMSON, C. 2000 Modes of vortex formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. *Journal of Fluid Mechanics* **420**, 85–130.

- GRAFF, K. 1975 *Wave motion in elastic solids*. Ohio State University Press.
- GRIFFIN, O. 1980 Vortex-excited cross flow vibrations of a single cylindrical tube. In *Flow-induced vibrations*. ASME, Chen S.S. and Bernstein M.D.
- GRIFFIN, O. 1985 Vortex shedding from bluff bodies in a shear flow : a review. *Journal of Fluids Engineering* **107**, 298–306.
- HALSE, K. & LARSEN, C. 1995 Comparaison of models for vortex induced vibrations of slender marine structures. In *6th international conference on Flow-Induced Vibration* (ed. B. P.W.). Balkema A.A.
- HAMMACHE, M. & GHARIB, M. 1991 An experimental study of the parallel end oblique vortex shedding from circular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics* **232**, 567–590.
- HARTLEN, R. & CURRIE, I. 1970 Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. *Journal of the Engineering Mechanics Division* (96(EM5)), 577–591.
- HÉMON, P. & SANTI, F. 2002 Applications of biorthogonal decompositions in fluid-structure interactions. Submitted to publication in *Journal of Fluids and Structures*.
- HOPPER, C. 1983 Vortex induced oscillations of long marine drilling risers. pp. 97–109. DOT.
- HOVER, F. & TRIANTAFYLLOU, M. 2001 Galloping response of a cylinder with upstream wake interference. *Journal of Fluids and Structures* **15** (3/4), 503–512.
- HSIAO, F. & CHIANG, C. 1998 Experimental study of cellular shedding vortices behind a tapered circular cylinder. *Experimental Thermal and Fluid Science* **17**, 179–188.
- IWAN, W. 1975 The vortex induced oscillations of elastic structural elements. *Journal of Engineering for Industry* pp. 1378–1382.
- KHALAK, A. & WILLIAMSON, C. 1999 Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping. *Journal of Fluids and Structures* **13** (7-8), 813–851.
- KIM, W. & PERKINS, N. 2002 Two-dimensional vortex-induced vibration of cable suspensions. *Journal of Fluids and Structures* **16** (2), 229–245.
- KING, R. 1977 Vortex excited oscillations of yawed circular cylinders. *Journal of Fluid Engineering* **99**, 495–502.
- KOOPMANN, G. 1967 The vortex wakes of vibrating cylinders at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics* **28** (3), 501–512.
- KRENK, S. & NIELSEN, S. 1999 Energy balanced double oscillator model for vortex-induced vibrations. *Journal of Engineering Mechanics* **125** (3), 263–271.
- KURAMOTO, Y. 1984 *Chemical oscillations, waves and turbulence*. Springer-Verlag.
- LANDL, R. 1975 A mathematical model for vortex-excited vibrations of bluff bodies. *Journal of Sound and Vibration* **42** (2), 219–234.
- DE LANGRE, E. 2000 *Fluides et solides*. Ecole Polytechnique.
- LE CUNFF, C., BIOLLEY, F., FONTAINE, E., ETIENNE, S. & FACCHINETTI, M. 2002 Vortex-induced vibrations of risers : theoretical, numerical and experimental investigation. *Oil & Gas Science and Technology* **57** (1), 59–69.

- LE CUNFF, C. & DURAND, A. 1999 Prediction of the response of a structure to vortex-induced vibrations : comparaison of a modal and a wave approach. In *18th international conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. ASME.
- LEWEKE, T. & PROVANSAL, M. 1995 The flow behind rings : bluff body wakes without end effects. *Journal of Fluid Mechanics* (288), 265–310.
- LUCOR, D., EVANGELINOS, C., IMAS, L. & KARNIADAKIS, G. 2002 Flow-induced vibrations of non-linear cables. Part 2 : simulations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **55**, 557–571.
- LUCOR, D., IMAS, L. & KARNIADAKIS, G. 2001 Vortex dislocations and force distribution of long flexible cylinders subjected to sheared flows. *Journal of Fluids and Structures* **15**, 641–650.
- LUCOR, D. & KARNIADAKIS, G. 2002 Effects of oblique inflow in vortex-induced vibrations. In *IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows*.
- LYONS, G., VANDIVER, J., LARSEN, C. & ASHCOMBE, G. 2000 Vortex-induced vibrations measured in service in the Foinaven dynamic umbilical, and comparison with predictions. In *Flow-Induced Vibrations* (ed. Z. S. & S. T.), pp. 11–20. *7th International conference on flow-induced vibration - FIV 2000*, Balkema.
- MAIR, W. & STANSBY, P. 1975 Vortex wakes of bluff cylinders in shear flow. *SIAM Journal of Applied Mathematics* **28** (2), 519–540.
- MANNEVILLE, P. 1990 *Dissipative structures and weak turbulence*. Academic Press.
- MARCOLLO, H. & HINWOOD, J. 2002 Mode competition in a flexible cylindrical riser. In *International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, , vol. 3. ASME.
- MATHIS, C., PROVANSAL, M. & BOYER, L. 1984 The Bénard-von Kármán instability : an experimental study near the threshold. *Journal de Physique - Lettres* **45**, 483–491.
- MAULL, D. & YOUNG, R. 1973 Vortex shedding from bluff bodies in a shear flow. *Journal of Fluid Mechanics* **60** (2), 401–409.
- MIRANDA, D. D., FACCHINETTI, M. & DE LANGRE, E. 2002 Propagation d'ondes dans un câble soumis aux vibrations induites par vortex. Rapport de stage de fin d'études.
- MITTAL, S. & KUMAR, V. 2001 Flow-induced oscillations of two cylinders in tandem and staggered arrangements. *Journal of Fluids and Structures* **15** (5), 717–736.
- MOE, G. & ARNTSEN, Ø. 2001 VIV analysis of risers by complex modes. In *11th International Offshore and Polar Engineering Conference*, , vol. 3, pp. 426–430.
- MONKEWITZ, P. 1996 Modeling of self-excited wake oscillations by amplitude equations. *Experimental Thermal and Fluid Science* **11**, 175–183.
- MONKEWITZ, P., WILLIAMSON, C. & MILLER, G. 1996 Phase dynamics of Karman vortices in cylinder wakes. *Physics of Fluids* **8** (1), 91–96.
- MORISON, J., O'BRIEN, M., JOHNSON, J. & SCHAAF, S. 1950 The force exerted by surface waves on piles. *Petroleum Transactions - AIME* **189**, 149–154.

- MUREITHI, N., KANKI, H. & NAKAMURA, T. 2000 Bifurcation and perturbation analysis of some vortex shedding models. In *Flow-induced vibrations* (ed. Ziada & Staubli), pp. 61–68. Balkema.
- NAUDASCHER, E. 1987 Flow-induced streamwise vibrations of structures. *Journal of Fluids and Structures* **1**, 265–298.
- NAUDASCHER, E. & ROCKWELL, D. 1994 *Flow-induced vibrations - an engineering guide*. Balkema A.A.
- NAYFEH, A. 1993 *Introduction to perturbation techniques*. John Wiley & Sons, Inc.
- NEWMAN, D. & KARNIADAKIS, G. 1996 Simulations of flow over a flexible cable : a comparison of forced and flow-induced vibration. *Journal of Fluids and Structures* **10**, 439–453.
- NEWMAN, D. & KARNIADAKIS, G. 1997 A direct numerical simulation study of flow past a freely vibrating cable. *Journal of Fluid Mechanics* **344**, 95–136.
- NOACK, B., OHLE, F. & ECKELMANN, H. 1991 On cell formation in vortex streets. *Journal of Fluid Mechanics* **227**, 293–308.
- OLINGER, D. 1993 A low-dimensional model for chaos in open fluid flows. *Physics of Fluids* **5** (8), 1947–1951.
- OLINGER, D. 1998 A low-order model for vortex shedding patterns behind vibrating flexible cables. *Physics of Fluids* **10** (8), 1953–1961.
- OLINGER, D., DEMETRIOU, M., BALASUBRAMANIAN, G. & DAVIS, M. 2002 Low-order modeling of cylinder wakes. In *IUTAM Symposium on Unsteady Separated Flows*.
- OLINGER, D. & SREENIVAN, K. 1988 Nonlinear dynamics of the wake of an oscillating cylinder. *Physical Review Letters* **60** (9), 797–800.
- ONGOREN, A. & ROCKWELL, D. 1988 Flow structure from an oscillating cylinder. Part 1. Mechanisms of phase shift and recovery in the near wake. *Journal of Fluid Mechanics* **191**, 197–223.
- OWEN, J. & BEARMAN, P. 2000 The influence of streamwise vorticity on von Karman vortex shedding. In *Bluff Body Wakes and Flow-Induced Vibrations*. IUTAM symposium BBVIV2.
- OWEN, J., BEARMAN, P. & SZEWCZYK, A. 2001 Passive control of viv with drag reduction. *Journal of Fluids and Structures* **15**, 597–605.
- OWEN, J., SZEWCZYK, A. & BEARMAN, P. 1999 Suppressing Karman vortex shedding by use of sinuous circular cylinders. *American Physical Society Bulletin* **44** (8), 124.
- PAÏDOUSSIS, M. 1973 Dynamics of cylindrical structures subjected to axial flow. *Journal of Sound and Vibration* **29** (3), 365–385.
- PAÏDOUSSIS, M. 1998 *Fluid-structure interactions - slender structures and axial flow*, , vol. 1. Academic Press.
- PANTAZOPOULOS, M. 1994 Vortex-induced vibration parameters : critical review. In *17th international conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, pp. 199–255. ASME.
- PAPANGELOU, A. 1992 Vortex shedding from slender cones at low Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics* **242**, 299–321.

- PARK, D. & REDEKOPP, L. 1992 A model for pattern selection in wake flows. *Physics of Fluids A* **4** (8), 1–10.
- PARKINSON, G. 1989 Phenomena and modeling of flow-induced vibrations of bluff bodies. *Progress in Aerospace Sciences* **26**, 169–224.
- PELTZER, R. & ROONEY, D. 1985 Vortex shedding in a linear shear flow from a vibrating marine cable with attached bluff bodies. *Journal of Fluids Engineering* **107**, 61–66.
- PICCIRILLO, P. & VAN ATTA, C. 1993 An experimental study of vortex shedding behind linearly tapered cylinders at low Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics* **246**, 163–195.
- PLASCHKO, P. 2000 Global chaos in flow-induced oscillations of cylinders. *Journal of Fluids and Structures* **14** (6), 883–893.
- VAN DER POL, B. 1926 On relaxational oscillations. *Philosophical Mag.* **7** (2), 978–992.
- POMEAU, Y., ZALESKI, S. & MANNEVILLE, P. 1983 Dislocation motion in cellular structures. *Physical Review A* **27** (5), 2710–2726.
- PROVANSAL, M., MATHIS, C. & BOYER, L. 1987 Bénard-von kármán instability : transient and forced regimes. *Journal of Fluid Mechanics* **182**, 1–22.
- RAMBERG, S. 1983 The effects of yaw and finite length upon the vortex wakes of stationary and vibrating circular cylinders. *Journal of Fluid Mechanics* **128**, 81–107.
- VAN SAARLOS, W. 1995 The complex Ginzburg-Landau equation for beginners. In *Spatio-temporal patterns in nonequilibrium complex systems* (ed. Addison-Wesley), , vol. 21, pp. 19–31. NATO, Addison-Wesley.
- SARPKAYA, T. 1979 Vortex-induced oscillations : a selective review. *Journal of Applied Mechanics* **46**, 241–258.
- SARPKAYA, T. 2001 On the force decomposition of Lighthill and Morison. *Journal of Fluids and Structures* **15**, 227–233.
- SKOP, R. & GRIFFIN, O. 1973 A model for the vortex-excited resonant response of bluff cylinders. *Journal of Sound and Vibration* **27** (2), 225–233.
- SKOP, R. & GRIFFIN, O. 1975 On a theory for the vortex-excited oscillations of flexible cylindrical structures. *Journal of Sound and Vibration* **41** (3), 263–274.
- SKOP, R., GRIFFIN, O. & KOOPMANN, G. 1973 The vortex-excited resonant vibrations of circular cylinders. *Journal of Sound and Vibration* **31** (2), 235–249.
- SKOP, R. & LUO, G. 2001 An inverse-direct method for predicting the vortex-induced vibrations of cylinders in uniform and nonuniform flows. *Journal of Fluids and Structures* **15** (6), 867–884.
- STANSBY, P. 1976 The locking-on of vortex shedding due to the cross-stream vibration of circular cylinders in uniform and shear flows. *Journal of Fluid Mechanics* **74** (4), 641–665.
- STROUHAL, V. 1878 Über eine besondere art der tonerregung. *Ann. Phys. Chem. (Leipzig) Neue Folge Band 5* (Heft 10), 216–251.
- TOMBAZIS, N. & BEARMAN, P. 1997 A study of three-dimensional aspects of vortex shedding from a bluff body with a mild geometric disturbance. *Journal of fluid Mechanics* **330**, 85–112.

- TRIANAFYLLOU, G. 1990 Three-dimensional flow patterns in two-dimensional wakes. In *International symposium on nonsteady fluid dynamics* (ed. ASME), , vol. 29, pp. 395–402.
- TRIANAFYLLOU, G. & CHRYSOSTOMIDIS, C. 1984 Analytic determination of the buckling speed of towed slender cylindrical beams. *Journal of Energy Resources Technology* **106**, 246–249.
- TRIANAFYLLOU, G. & CHRYSOSTOMIDIS, C. 1985 Stability of a string in axial flow. *Journal of Energy Resources Technology* **107**, 421–425.
- TRIANAFYLLOU, M., GOPALKRISHNAN, R. & GROSENBAUGH, M. 1994 Vortex-induced vibrations in a sheared flow : a new predictive method. In *international conference on Hydroelasticity in Marine Technology* (ed. F. et al.). Balkema A.A.
- TRIANAFYLLOU, M. & GROSENBAUGH, M. 1995 Prediction of vortex-induced vibrations in sheared flows. In *6th international conference on Flow-Induced Vibration* (ed. B. P.W.). Balkema A.A.
- VALLÈS, B., ANDERSSON, H. & JENSSEN, C. 2002 Oblique vortex shedding behind tapered cylinders. *Journal of Fluids and Structures* **16** (4), 453–463.
- VAN ATTA, C., GHARIB, M. & HAMMACHE, M. 1988 Three-dimensional structure of ordered and chaotic vortex streets behind circular cylinders at low Reynolds number. *Fluid Dynamics Research* **3**, 127–132.
- VANDIVER, J. 1993 Dimensionless parameters important to the prediction of vortex-induced vibration of long, flexible cylinders in ocean currents. *Journal of Fluids and Structures* **7**, 423–455.
- VANDIVER, J. 1994 *SHEAR7 program theoretical manual*. Massachusetts Institute of Technology.
- VANDIVER, J. 2002 A universal reduced damping parameter for prediction of vortex-induced vibration. In *21th international conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. ASME.
- VANDIVER, J., ALLEN, D. & LI, L. 1996 The occurrence of lock-in under highly sheared conditions. *Journal of Fluids and Structures* **7**, 555–561.
- VANDIVER, J. & JONG, J. 1987 The relationship between in-line and cross-flow vortex-induced vibration of cylinders. *Journal of Fluids and Structures* **1**, 381–399.
- VICKERY, B. & WATKINS, R. 1962 Flow-induced vibration of cylindrical structures. In *Proceedings of the 1st Australian Conference*, pp. 213–241. University of Western Australia.
- VIKESTAD, K., VANDIVER, J. & LARSEN, C. 2000 Added mass and oscillation frequency for a circular cylinder subjected to vortex-induced vibrations and external disturbance. *Journal of Fluids and Structures* **14** (7), 1071–1088.
- VON KÁRMÁN, T. 1912 Über den mechanismus des widerstandes den ein bewegter körper in einer flüssigkeit erfährt. *Nachr. Konigl. Gesellschaft* .
- WILLEN, R. & GRAHAM, G. 2002 Multi-modal vortex-induced vibrations of a vertical riser pipe subject to a uniform current profile. In *Conference on Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibrations (BBVIV3)*, pp. 229–232.

- WILLDEN, R. & GRAHAM, J. 2000 Vortex-induced vibrations of deep water risers. In *Flow-Induced Vibrations* (ed. Z. S. & S. T.), pp. 29–36. 7th International conference on flow-induced vibration - FIV 2000, Balkema.
- WILLDEN, R. & GRAHAM, J. 2001 Numerical prediction of VIV on long flexible circular cylinders. *Journal of Fluids and Structures* **15**, 659–669.
- WILLDEN, R., GRAHAM, J. & GIANNAKIDIS, G. 2001 Vortex-induced vibrations of single and multiple risers in a sheared current. In 11th *International Offshore and Polar Engineering Conference*, , vol. 3, pp. 406–410.
- WILLIAMSON, C. 1989 Oblique and parallel modes of vortex shedding in the wake of a circular cylinder at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics* **206**, 579–627.
- WILLIAMSON, C. 1996 Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annual Review of Fluid Mechanics* **28**, 477–539.
- WOO, H., CERMAK, J. & PETERKA, J. 1989 Secondary flows and vortex formation around a circular cylinder in constant-shear flow. *Journal of Fluid Mechanics* **204**, 523–542.
- ZDRAVKOVICH, M. 1985 Flow induced oscillations of two interfering circular cylinders. *Journal of Sound and Vibration* **101** (4), 511–521.
- ZDRAVKOVICH, M. 1987 The effects of interference between circular cylinders in cross flow. *Journal of Fluids and Structures* **1**, 239–261.

Annexe A

Equation de Ginzburg-Landau

On décrit ici en détail le lien analytique existant entre le modèle d'oscillateurs de van der Pol distribués, en interaction par diffusion et raideur, équation (1.14)

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \Omega(z) (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \Omega(z)^2 q - \nu \frac{\partial^3 q}{\partial t \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} = 0 \quad , \quad (\text{A.1})$$

et l'équation de Ginzburg-Landau à coefficients complexes et à une dimension d'espace, sous la forme

$$\frac{\partial A}{\partial T} = (1 + ic_0) A - (1 + ic_2) |A|^2 A + (1 + ic_1) \frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} \quad , \quad (\text{A.2})$$

utilisée pour la modélisation de la dynamique du sillage proche par Provansal *et al.* (Mathis *et al.*, 1984; Provansal *et al.*, 1987; Albarède *et al.*, 1990; Albarède & Provansal, 1995) et par Monkewitz *et al.* (Albarède & Monkewitz, 1992; Monkewitz *et al.*, 1996; Monkewitz, 1996).

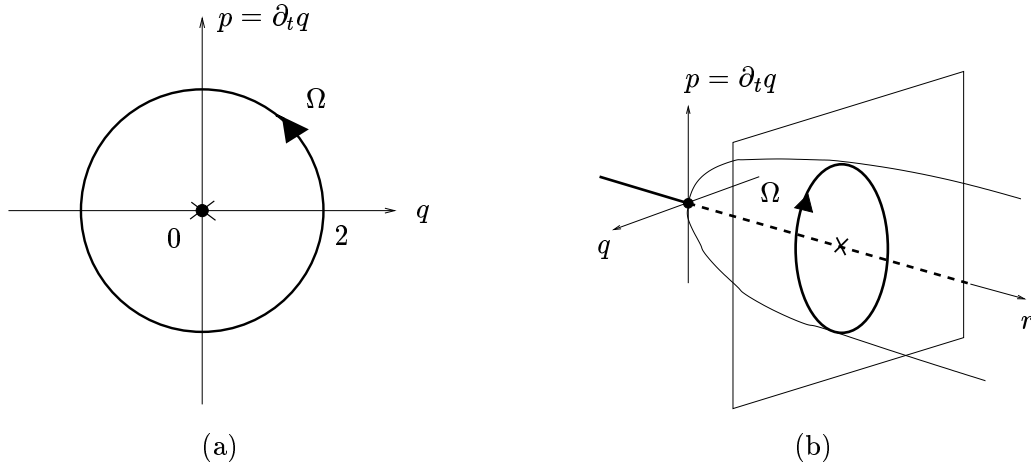


FIG. A.1 – (a) Etats d'équilibre dans le plan de la phase du modèle d'oscillateur de van der Pol ; (b) origine par bifurcation du cycle limite.

L'oscillateur de van der Pol (1.12) admet deux états stationnaires d'équilibre distincts, identifiables dans le plan de la phase (figure A.1a) :

- un point fixe, instable, à l'origine ;
- un cycle limite, stable, d'amplitude normalisée $q_o = 2$ et de pulsation unitaire, auquel on

s'intéresse afin de décrire la nature fluctuante du sillage proche, notamment la dynamique de la composante harmonique principale des fluctuations de la vitesse transverse (Mathis *et al.*, 1984; Provansal *et al.*, 1987).

Cette configuration d'états d'équilibre dans le plan de la phase peut être interprétée comme le résultat d'une bifurcation instationnaire de type Hopf. En considérant un paramètre de contrôle r , on imagine d'ajouter un troisième axe dans la représentation précédente (figure A.1b). La variation du paramètre de contrôle, notamment le passage à travers une valeur critique, détermine la bifurcation de l'état d'équilibre stable du point fixe à l'origine vers le cycle limite. D'un point de vue physique, ceci représente l'apparition de l'allée tourbillonnaire de Bénard-von Kármán dans le sillage d'un cylindre immobile au delà du nombre de Reynolds critique $(Re)_c \sim 48$. C'est bien ce passage à la description de l'évolution dynamique du système dans le plan de la phase, et surtout ce nouveau point de vue sur l'origine du cycle limite, qui permettent d'établir le lien entre le modèle d'oscillateur van der Pol et l'équation de Ginzburg-Landau à coefficients complexes.

On admet pour la suite deux hypothèses :

- la pulsation $\Omega(z)$ s'exprime en écart par rapport à une valeur de référence unitaire, selon l'équation (1.16)

$$\Omega(z) = 1 + \omega(z) \quad , \quad |\omega| \ll 1 \quad ; \quad (\text{A.3})$$

- on applique le *principe de la moindre dégénérescence*, en gardant au même ordre infinitésimal tous les paramètres du système dynamique

$$r \sim \omega \sim \nu \sim \chi = \mathcal{O}(\varepsilon) \quad . \quad (\text{A.4})$$

Le passage du modèle d'oscillateurs de van der Pol à l'équation de Ginzburg-Landau à coefficients complexes comporte deux étapes conceptuelles (Kuramoto, 1984; Manneville, 1990). D'abord on considère des cycles limites d'amplitude petite, tout près du seuil de bifurcation : le modèle (A.1) est construit pour décrire une amplitude d'oscillation finie, donc pour s'approcher au seuil de bifurcation et mettre ainsi en évidence le paramètre de contrôle r , on applique le changement de variable

$$\varepsilon = r \quad , \quad q = \frac{Q}{\sqrt{r}} \quad , \quad (\text{A.5})$$

en obtenant

$$\frac{\partial^2 Q}{\partial t^2} + \Omega(z) (Q^2 - r) \frac{\partial Q}{\partial t} + \Omega(z)^2 Q - \nu \frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} = 0 \quad . \quad (\text{A.6})$$

Ensuite on décrit l'état du système (A.6) non plus avec le couple de variables réelles déplacement Q et vitesse $P = \partial_t Q$, qui constituent respectivement abscisse et ordonnée du plan de la phase, mais avec un unique nombre complexe

$$D = Q + iP \quad , \quad (\text{A.7})$$

qui représente le vecteur tournant décrivant la trajectoire du système dans le plan de la phase.

Le système dynamique (A.6) est donc réécrit sous la forme

$$\begin{aligned} \partial_t D &= + \left[\frac{r}{2} - i(1 + \omega) + \frac{1}{2}(\nu_a + i\chi_a)\partial_{zz} \right] D \\ &\quad - \left[-\frac{r}{2} - i\omega(z)\frac{1}{2}(\nu_a - i\chi_a)\partial_{zz} \right] \bar{D} \quad . \\ &\quad - \frac{1}{8}(1 + \omega) \left(D^3 + D^2\bar{D} - D\bar{D}^2 - \bar{D}^3 \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Afin d'aboutir à la forme (A.2), il s'agit maintenant de n'opérer que des transformations algébriques. On en diagonalise la partie linéaire de (A.8) en calculant à l'ordre un ses valeurs et vecteurs propres

$$l_{1,2} = G_1 \pm i(1 + G_2) \quad , \quad U_1 = \begin{bmatrix} \frac{i}{2}(G_1 + iG_2) \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad U_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2}(G_1 + iG_2) \end{bmatrix} \quad , \quad (\text{A.9})$$

où

$$G_1 = \frac{1}{2}(r + \nu\partial_{zz}) \quad , \quad G_2 = \omega - \frac{1}{2}\chi\partial_{zz} \quad . \quad (\text{A.10})$$

Par application de la transformation linéaire

$$D = C + \frac{i}{2}(G_1 + iG_2)\bar{C} \quad , \quad (\text{A.11})$$

au premier ordre on élimine la contribution linéaire due à \bar{D} , en aboutissant à

$$\partial_t C = [G_1 - i(1 + G_2)]C - \frac{1}{8}(1 + \omega) \left(C^3 + C^2\bar{C} - C\bar{C}^2 - \bar{C}^3 \right) \quad . \quad (\text{A.12})$$

On cherche enfin une transformation non linéaire, tangente à l'identité et de la même nature des non-linéarités, afin de supprimer les termes non résonnants C^3 , $C\bar{C}^2$ et \bar{C}^3 , sous la forme

$$C = B + \left(\alpha B^3 + \beta B^2\bar{B} + \gamma B\bar{B}^2 + \delta \bar{B}^3 \right) \quad . \quad (\text{A.13})$$

On y aboutit avec le jeu de paramètres

$$\alpha = -\frac{3G_1 + i(2 + G_2 + 2\omega)}{32(1 + 2G_2)} \quad , \quad \gamma = -\frac{3G_1 + i(2 + G_2 + 2\omega)}{32(1 + 2G_2)} \quad , \quad \delta = +\frac{2G_1 - i(2 + G_2 + 2\omega)}{64(1 + 2G_2)} \quad , \quad (\text{A.14})$$

alors que le terme résonnant $C^2\bar{C}$ survit toujours; le changement de variable en β s'avère singulier pour $G_1 = 0$ et on ne l'applique pas, en posant

$$\beta = 0 \quad . \quad (\text{A.15})$$

On reste finalement, à l'ordre le plus bas, avec l'équation de Ginzburg-Landau

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha B - \beta |B|^2 B + \gamma \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \quad , \quad (\text{A.16})$$

avec les coefficients complexes

$$\alpha = \alpha_r + i \alpha_i = \frac{r}{2} - i(1 + \omega(z)) \quad , \quad \beta = \beta_r + i \beta_i = \frac{1}{8} \quad , \quad \gamma = \gamma_r + i \gamma_i = \frac{1}{2}(\nu + i\chi) \quad . \quad (\text{A.17})$$

Sachant que $B \sim \varepsilon^{0.5}$ près du seuil de bifurcation, dans les développements on a gardé que les termes jusqu'à l'ordre $\varepsilon^{1.5}$: ceci nous permet de représenter l'influence du terme non-linéaire en négligeant les termes de deuxième ordre dans la partie linéaire. On peut obtenir la forme canonique de (A.16) utilisée par Albarède & Provansal (1995) et par Monkewitz *et al.* (Albarède & Monkewitz, 1992; Monkewitz *et al.*, 1996; Monkewitz, 1996) d'après la remise à l'échelle

$$t = \frac{1}{\alpha_r} T \quad , \quad z = \sqrt{\frac{\gamma_r}{\alpha_r}} Z \quad , \quad B = \sqrt{\frac{\alpha_r}{\beta_r}} A \quad , \quad (\text{A.18})$$

ce qui donne

$$\frac{\partial A}{\partial T} = (1 + ic_0) A - (1 + ic_2) |A|^2 A + (1 + ic_1) \frac{\partial^2 A}{\partial Z^2} \quad , \quad (\text{A.19})$$

avec les coefficients

$$c_0 = -\frac{1 + \omega(Z)}{r/2} \quad , \quad c_1 = \frac{\chi}{\nu} \quad , \quad c_2 = 0 \quad . \quad (\text{A.20})$$

Par rapport au modèle de Provansal *et al.* et de Monkewitz *et al.* on note que :

- le coefficient c_0 ne dépend plus du nombre de Reynolds, notamment de l'écart au seuil $R_e - (R_e)_c$. Ceci est consistant à la modélisation d'une allée de Bénard-von Kármán établie, loin du seuil $(R_e)_c$;
- le coefficient c_1 est attendu négatif et d'ordre un, en accord avec le principe de la moindre dégénérescence utilisé plus haut : cela implique la coexistence des interactions de diffusion et raideur, et notamment la présence d'une raideur négative, comme déjà établi pour le modèle d'oscillateurs de van der Pol (§ 2.3) ;
- le coefficient c_2 est nul, comme initialement proposé par Albarède *et al.* (1990), alors que les dernières études de Monkewitz *et al.* (Albarède & Monkewitz, 1992; Monkewitz *et al.*, 1996; Monkewitz, 1996) le considèrent négatif et d'ordre un.

On note aussi que la stabilité de l'oscillation uniforme (stabilité de phase) est assurée par la positivité du paramètre $c_\varphi = 1 + c_1 c_2$, alors que la limite de stabilité d'Eckhaus pour les ondes planes est fixée par le nombre d'onde critique maximum $k^2 = c_\varphi / [c_\varphi + 2(1 + c_2^2)]$ (Kuramoto, 1984; van Saarloos, 1995; Leweke & Provansal, 1995). D'autre part, le signe du paramètre $c_\Delta = c_1 - c_2 = \chi/\nu$ détermine le sens de propagation des ondes de choc (Albarède & Monkewitz, 1992; Monkewitz *et al.*, 1996; Monkewitz, 1996). On remarque également que toutes les transformations opérées pour aboutir à la forme canonique (A.19), linéaires et non linéaires, sont tangentes à l'identité : la variable complexe A garde donc la signification physique de la variable D présenté en avance de manière directe, équation (A.7). On explicite enfin la relation entre la variable q de l'oscillateur de van der Pol et la variable A de l'équation de Ginzburg-Landau

$$q = 2 \mathcal{R}e[A] \quad . \quad (\text{A.21})$$

Annexe B

Oscillateurs de van der Pol distribués

B.1 Relation de dispersion

On détaille ici le calcul de la relation de dispersion non linéaire du modèle d'oscillateurs de van der Pol distribués interagissant par diffusion et raideur, équation (2.1),

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon \Omega(z) (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + \Omega(z)^2 q - \nu \frac{\partial^3 q}{\partial t \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} = 0 \quad . \quad (\text{B.1})$$

On considère une solution en forme d'onde

$$q(z, t) = \frac{q_o}{2} e^{i(kz - \omega t)} + \frac{\bar{q}_o}{2} e^{-i(kz - \omega t)} \quad , \quad (\text{B.2})$$

dont l'amplitude q_o , le nombre d'onde k et la pulsation ω sont des constantes. On substitue dans l'équation (B.1) et, après quelques passages d'algèbre, on sépare les composantes harmoniques

$$e^{i(kz - \omega t)} \left[-\omega^2 + i \left(1 - \frac{q_o \bar{q}_o}{4} \right) \varepsilon \omega \Omega - i \nu \omega k^2 + \chi k^2 \right] + e^{3i(kz - \omega t)} \left[-i \frac{q_o}{4} \varepsilon \omega \Omega \right] + c.c. = 0 \quad . \quad (\text{B.3})$$

En négligeant la contribution super-harmonique et d'après l'identité $q_o \bar{q}_o = q_o^2$, on obtient la relation de dispersion non-linéaire

$$\mathcal{D}(\omega, k) = -\omega^2 + i \left(1 - \frac{q_o^2}{4} - \frac{\nu}{\varepsilon \Omega} k^2 \right) \varepsilon \omega \Omega + (\Omega^2 + \chi k^2) = 0 \quad . \quad (\text{B.4})$$

On fait l'hypothèse que l'échelle spatiale de variation de la pulsation de Strouhal $\lambda_\Omega = \beta^{-1} = R$ est grande par rapport aux longueurs d'onde d'analyse $\lambda = 2\pi/k$, soit $\lambda \ll \lambda_\Omega \Leftrightarrow \beta \ll k$. En considérant donc $\Omega = 1 + \mathcal{O}(\varepsilon)$, au premier ordre en ε on obtient la relation de dispersion non-linéaire (2.4)

$$\mathcal{D}(\omega, k) = -\omega^2 + i \left(1 - \frac{q_o^2}{4} - \frac{\nu}{\varepsilon} k^2 \right) \varepsilon \omega \Omega + (\Omega^2 + \chi k^2) = 0 \quad . \quad (\text{B.5})$$

B.2 Structure oblique

On détaille ici le calcul de la réponse du modèle d'oscillateurs de van der Pol distribués interagissant par diffusion et raideur, équation (2.4)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 q}{\partial \bar{t}^2} + \varepsilon (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial \bar{t}} + q - \nu \frac{\partial^3 q}{\partial \bar{t} \partial z^2} - \chi \frac{\partial^2 q}{\partial z^2} + \\ & + \nu \left[2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \frac{\partial^3 q}{\partial z \partial \bar{t}^2} - \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^3 q}{\partial \bar{t}^3} \right] + \chi \left[2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 q}{\partial z \partial \bar{t}} - \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \frac{\partial^2 q}{\partial \bar{t}^2} \right] = 0 \quad , \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

dans le cas d'une structure inclinée, dont le profil est décrit par $\zeta(z) = W \sin(k_w z)$. On considère une solution en forme d'onde

$$q(z, \bar{t}) = \frac{Q}{2} e^{i(kz - \omega \bar{t})} + \frac{\bar{Q}}{2} e^{-i(kz - \omega \bar{t})} \quad , \quad (\text{B.7})$$

dont l'amplitude Q , le nombre d'onde k et la pulsation ω sont des constantes. On substitue dans l'équation (B.2) et, comme dans le cas précédent, on néglige la contribution super-harmonique des non-linéarités. Après quelque passage d'algèbre on déduit

$$\begin{aligned} & -\omega^2 + i \left(1 - \frac{Q}{4} \right) \varepsilon \omega - i \nu \omega k^2 + \chi k^2 + \\ & + \nu \left[-2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) i \omega^2 k - \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 i \omega^3 \right] + \chi \left[2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \omega k + \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \omega^2 \right] = 0 \quad , \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

dont on annule séparément les parties réelle et imaginaire, soit

$$\begin{aligned} & -\omega^2 + 1 + \chi k^2 + \chi \left[2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \omega k - \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \omega^2 \right] = 0 \quad , \\ & \left(1 - \frac{Q}{4} \right) \varepsilon - \nu k^2 - \nu \left[2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \omega^2 k + \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \omega^3 \right] = 0 \quad , \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

en obtenant ainsi la solution (2.4.2)

$$\begin{aligned} & \omega^2 \left[\chi \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 - 1 \right] + \omega \left[2 \chi \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) k \right] + 1 + \chi k^2 = 0 \quad , \\ & Q^2 = 4 \left[1 - \frac{\nu}{\varepsilon} \left(k^2 + 2 \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \omega k + \left(\frac{\partial \tau}{\partial z} \right)^2 \omega^2 \right) \right] \quad , \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

où le gradient du temps de retard s'écrit, équation (2.26)

$$\frac{\partial \tau}{\partial z} = 2\pi S_t W \quad . \quad (\text{B.11})$$

B.3 Structure sinueuse

On détaille ici le calcul de la réponse du modèle d'oscillateurs de van der Pol distribués interagissant par diffusion et raideur, équation (B.2), dans le cas d'une structure sinueuse, dont le profil est décrit par

$$\zeta(z) = \frac{W}{2} e^{ik_w z} + \frac{\overline{W}}{2} e^{-ik_w z} . \quad (\text{B.12})$$

On considère une solution en forme d'onde ayant le même nombre d'onde du profil

$$q(z, \bar{t}) = \frac{Q}{2} e^{i(k_w z - \omega \bar{t})} + \frac{\overline{Q}}{2} e^{-i(k_w z - \omega \bar{t})} , \quad (\text{B.13})$$

dont l'amplitude Q , le nombre d'onde k_w et la pulsation ω sont des constantes. On substitue dans l'équation (B.2) et, comme dans le cas précédent, on néglige la contribution super-harmonique des non-linéarités. Après quelque passage d'algèbre on déduit

$$-\omega^2 + i \left(1 - \frac{Q}{4}\right) \varepsilon \omega - i \nu \omega k_w^2 + \chi k_w^2 + \nu \left[-i 2 (\pi S_t W)^2 k_w^2 \omega^3\right] + \chi \left[2 (\pi S_t W)^2 k_w^2 \omega^2\right] = 0 , \quad (\text{B.14})$$

dont on annule séparément les parties réelle et imaginaire, soit

$$-\omega^2 + 1 + \chi k_w^2 + \chi 2 (\pi S_t W)^2 k_w^2 \omega^2 = 0 , \quad \left(1 - \frac{Q}{4}\right) \varepsilon - \nu k_w^2 - \nu 2 (\pi S_t W)^2 k_w^2 \omega^2 = 0 . \quad (\text{B.15})$$

On explicite ainsi les expressions de la pulsation ω et de l'amplitude Q

$$\omega^2 = \frac{1 + \chi k_w^2}{1 - \chi 2 (\pi^2 S_t W_s)^2} , \quad Q^2 = 4 \left[1 - \frac{\nu}{\varepsilon} k_w^2 - \frac{\nu}{\varepsilon} 2 (\pi^2 S_t W_s)^2 \omega^2\right] , \quad (\text{B.16})$$

qui peuvent être réécrites en fonction du paramètre $W_s = k_w W / \pi$, équation (2.31)

$$\omega^2 = \frac{1 + \chi k_w^2}{1 - \chi 2 k_w^2 (\pi S_t W)^2} , \quad Q^2 = 4 \left[1 - \frac{\nu}{\varepsilon} k_w^2 - \frac{\nu}{\varepsilon} 2 (\pi S_t W)^2 k_w^2 \omega^2\right] . \quad (\text{B.17})$$

Annexe C

Oscillateur de van der Pol

C.1 Oscillateur de van der Pol forcé

On détaille ici le calcul de la réponse forcée d'un oscillateur de van der Pol, équation (3.6)

$$\ddot{q} + \varepsilon (q^2 - 1) \dot{q} + q = f(t) \quad . \quad (\text{C.1})$$

On considère un mouvement harmonique imposé à la structure, d'amplitude y_o et de pulsation ω , soit $y(t) = y_o \cos(\omega t)$. Selon le choix du modèle de couplage, équations (3.9,3.10,3.11), le terme de forçage s'écrit

$$f = Ay_o \cos(\omega t) \quad , \quad \dot{f} = -A\omega y_o \sin(\omega t) \quad , \quad \ddot{f} = -A\omega^2 y_o \cos(\omega t) \quad , \quad (\text{C.2})$$

respectivement dans le cas de couplage en déplacement, vitesse et accélération. On cherche maintenant une réponse harmonique et synchronisée à la pulsation du forçage sous la forme $q = q_o \cos(\omega t + \psi)$, où q_o et ψ sont respectivement amplitude et phase relative stationnaires. Pour le calcul algébrique, il s'avère plus simple de considérer la réponse $q = q_o \cos(\omega t)$ et d'attribuer ainsi la déphasage au forçage, qui, sans perte de généralité, sera ici pris sous la forme $f(t) = F \cos(\omega t - \alpha)$. On substitue dans l'équation (C.1) et on applique au terme cubique l'identité trigonométrique

$$q^2 \dot{q} \sim \cos^2(\omega t) \sin(\omega t) = \frac{1}{4} \sin(\omega t) - \frac{3}{4} \sin(3\omega t) \quad . \quad (\text{C.3})$$

En négligeant la contribution super-harmonique, on sépare les termes en sinus et cosinus

$$\left[\varepsilon \omega q_o \left(\frac{q_o^2}{4} - 1 \right) + F \sin \alpha \right] \sin(\omega t) + \left[q_o (\omega^2 - 1) + F \sin \alpha \right] \cos(\omega t) = 0 \quad . \quad (\text{C.4})$$

Ensuite, l'annulation séparée des deux expressions entre crochets, soit

$$\varepsilon \omega q_o \left(\frac{q_o^2}{4} - 1 \right) = -F \sin \alpha \quad , \quad q_o (\omega^2 - 1) = -F \sin \alpha \quad , \quad (\text{C.5})$$

par quadrature et rapport membre à membre permet d'isoler le calcul de l'amplitude et de la phase

$$\left[\varepsilon \omega q_o \left(\frac{q_o^2}{4} - 1 \right) \right]^2 + \left[q_o (\omega^2 - 1) \right]^2 = F^2 \quad , \quad \tan \alpha = \frac{\varepsilon \omega}{\omega^2 - 1} \left(\frac{q_o^2}{4} - 1 \right) \quad , \quad (\text{C.6})$$

et donc d'aboutir à la réponse de l'oscillateur de van der Pol. L'amplitude q_o est solution du polynôme bi-cubique

$$q_o^6 - 8q_o^4 + 16 \left[1 + \left(\frac{\omega^2 - 1}{\varepsilon \omega} \right)^2 \right] q_o^2 = 16 \left(\frac{F}{\varepsilon \omega} \right)^2 \quad , \quad (\text{C.7})$$

alors que la phase s'écrit

$$\psi = \alpha \quad , \quad \psi = \alpha + \frac{\pi}{2} \quad , \quad \psi = \alpha + \pi \quad \text{avec} \quad \tan \alpha = \frac{\varepsilon \omega}{\omega^2 - 1} \left(\frac{q_o^2}{4} - 1 \right) \quad , \quad (\text{C.8})$$

respectivement pour les modèles de couplage en déplacement, en vitesse et en accélération. Dans le cas du forçage résonnant, $\omega = 1$, on déduit immédiatement $\alpha = -\pi/2$, alors que l'amplification K du coefficient de portance par rapport au cas d'une structure stationnaire, $K = q_o/2$, est déduite comme la seule racine réelle du polynôme bi-cubique en q_o (C.7) et s'écrit

$$K = \left(\frac{J}{36} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{4}{3J} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{avec} \quad J = \left(9 \frac{A}{\varepsilon} y_o \right) + \sqrt{\left(9 \frac{A}{\varepsilon} y_o \right)^2 - 48} \quad . \quad (\text{C.9})$$

Le choix du modèle de couplage n'influence pas la valeur de K parce que à la pulsation unitaire de référence, $\omega = 1$, on a dans tous les cas $F = A y_o$, équation (C.2).

C.2 Oscillateur de van der Pol couplé

On détaille ici le calcul de la réponse couplée du système d'oscillateurs fluide (3.6) et structural (3.5)

$$\ddot{y} + \left(2\xi\delta + \frac{\gamma}{\mu} \right) \dot{y} + \delta^2 y = Mq \quad , \quad \ddot{q} + \varepsilon (q^2 - 1) \dot{q} + q = f \quad , \quad (\text{C.10})$$

où le terme de couplage f est décrit dans (C.2). Une solution est cherchée sous les hypothèses d'harmonicité et synchronisation en fréquence, soit

$$y(t) = y_o \cos(\omega t + \varphi) \quad , \quad q(t) = q_o \cos(\omega t) \quad , \quad (\text{C.11})$$

où les signaux y et q ont pulsation commune ω , amplitudes y_o et q_o , et phase φ , toutes indépendantes du temps. Pour le calcul algébrique, il s'avère plus simple de substituer d'abord les expressions $y = y_o \cos(\omega t)$ et $q = q_o \cos(\omega t - \varphi)$ dans l'équation linéaire de l'oscillateur structural. En séparant les termes en sinus et cosinus pour les annuler singulièrement, un calcul

d'algèbre élémentaire donne la fonction de transfert de la structure, en amplitude et phase

$$\frac{y_o}{q_o} = M [(\delta^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\delta + \gamma/\mu)^2 \omega^2]^{-0.5} , \quad \tan \varphi = \frac{-(2\xi\delta + \gamma/\mu)\omega}{\delta^2 - \omega^2} . \quad (\text{C.12})$$

Cela est clairement indépendant du choix du modèle de couplage f , équation (C.2). Ensuite, par substitution des expressions (C.11) dans l'oscillateur fluide et en considérant seulement la contribution harmonique principale des non-linéarités, la même technique de calcul algébrique appliqué dans le paragraphe précédent permet d'expliciter l'amplitude q_o et la pulsation ω

$$q_o = 2 \left[1 + \frac{AM}{\varepsilon} \frac{G_1}{(\delta^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\delta + \gamma/\mu)^2 \omega^2} \right]^{0.5} , \quad (\text{C.13})$$

$$\omega^6 - [1 + 2\delta^2 - (2\xi\delta + \gamma/\mu)^2] \omega^4 - [-2\delta^2 + (2\xi\delta + \gamma/\mu)^2 - \delta^4] \omega^2 - \delta^4 + G_2 = 0 , \quad (\text{C.14})$$

où les coefficients G_1 and G_2 dépendent du choix du modèle de couplage f . Pour celui en déplacement on a

$$G_1 = -(2\xi\delta + \gamma/\mu) , \quad G_2 = AM(\delta^2 - \omega^2) , \quad (\text{C.15})$$

pour celui en vitesse on obtient

$$G_1 = \delta^2 - \omega^2 , \quad G_2 = AM(2\xi\delta + \gamma/\mu)\omega^2 , \quad (\text{C.16})$$

et enfin pour celui en accélération on a

$$G_1 = (2\xi\delta + \gamma/\mu)\omega^2 , \quad G_2 = AM(\omega^2 - \delta^2)\omega^2 . \quad (\text{C.17})$$

La pulsation ω est solution directe du polynôme bi-cubique (C.14), en obtenant une ou trois racines réelles positives. Les amplitudes y_o, q_o et le déphasage φ en dérivent par conséquent, via (C.13) et (C.12). Les expressions analytiques des amplitudes d'oscillation à l'accrochage sont enfin déduites des relations générales (C.12,C.13,C.14) pour $\omega = \delta = 1$ dans les cas des couplages en déplacement et en accélération, et pour $\omega = \delta_M \neq 1$ pour le couplage en vitesse.

Annexe D

Oscillateurs de van der Pol en tandem

D.1 Interaction de sillage

On détaille ici le calcul de la réponse couplée d'un couple d'oscillateurs de van der Pol

$$\ddot{q}_1 + \varepsilon (q_1^2 - 1) \dot{q}_1 + q_1 = 0 \quad , \quad \ddot{q}_2 + \varepsilon (q_2^2 - 1) \dot{q}_2 + q_2 = B q_1 (t - \tau + \Phi) \quad . \quad (\text{D.1})$$

Une solution est cherchée dans l'hypothèse d'harmonicité et de synchronisation en fréquence

$$q_1(t) = Q_1 \cos(\omega t) \quad , \quad q_2(t) = Q_2 \cos(\omega t + \Psi) \quad , \quad (\text{D.2})$$

où les signaux q_1 et q_2 ont une pulsation commune ω , des amplitudes Q_1 et Q_2 , et une phase relative Ψ , toutes indépendantes du temps. On applique la même technique de résolution déjà décrite dans l'annexe précédent, basée sur l'approximation à l'harmonique fondamentale des termes cubiques et sur la séparation trigonométrique des termes en sinus et cosinus. Le premier oscillateur fluide est en évolution libre, de pulsation $\omega = 1$ et d'amplitude $Q_1 = 2$, alors que pour le deuxième les relations analytiques entre les paramètres B et Φ , et respectivement l'amplification de la portance Q_2/Q_1 et le déphasage Ψ , s'écrivent

$$B = \varepsilon \left(\frac{Q_2}{Q_1} \right) \left[\left(\frac{Q_2}{Q_1} \right)^2 - 1 \right] \quad , \quad \Psi = - \left(\tau - \Phi + \frac{\pi}{2} \right) \quad . \quad (\text{D.3})$$

D.2 Vibrations induites en interaction de sillage

On détaille maintenant le calcul de la réponse couplée d'un couple de systèmes d'oscillateur fluide et structural

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 + (2\xi_1\delta + \gamma/\mu_1) \dot{y}_1 + \delta^2 y_1 = M_1 q_1 \quad , \quad \ddot{q}_1 + \varepsilon (q_1^2 - 1) \dot{q}_1 + q_1 = A \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 + (2\xi_2\delta + \gamma/\mu_2) \dot{y}_2 + \delta^2 y_2 = M_2 q_2 \quad , \quad \ddot{q}_2 + \varepsilon (q_2^2 - 1) \dot{q}_2 + q_2 = A \ddot{y}_2 + f_{12}(q_1) \end{aligned} \quad . \quad (\text{D.4})$$

Une solution est cherchée dans l'hypothèse d'harmonicité et synchronisation en fréquence

$$\begin{aligned} y_1(t) &= Y_1 \cos(\omega t + \Phi_1) \quad , \quad y_2(t) = Y_2 \cos(\omega t + \Phi_2) \\ q_1(t) &= Q_1 \cos(\omega t) \quad , \quad q_2(t) = Q_2 \cos(\omega t + \Psi) \end{aligned} \quad , \quad (\text{D.5})$$

où les signaux y_1, y_2, q_1, q_2 ont pulsation commune ω , amplitudes Y_1, Y_2, Q_1, Q_2 , et phases Φ_1, Φ_2, Ψ , toutes indépendantes du temps. On considère ici l'accrochage à la résonance parfaite, $\omega = 1 = \delta$. Par substitution dans le premier couple d'équations du système (D.4) et en appliquant la technique de résolution habituelle, notamment en ne considérant que la contribution harmonique principale des non-linéarités, on retrouve la réponse du couple d'oscillateurs structural et fluide en amont, selon les équations (C.12,C.13,C.14) et le modèle de couplage en accélération

$$Q_1 = 2\sqrt{1 + \frac{A}{\varepsilon} \frac{M_1}{2\xi_1 + \gamma/\mu_1}} \quad , \quad Y_1 = \frac{M_1}{2\xi_1 + \gamma/\mu_1} Q_1 \quad , \quad \Phi_1 = -\frac{\pi}{2} \quad . \quad (\text{D.6})$$

La substitution de (D.5) avec (D.6) dans le deuxième couple d'équations du système (D.4), toujours en ne considérant que la contribution harmonique principale des non-linéarités, aboutit à la fonction de transfert de la structure en aval

$$Y_2 = \frac{M_2}{2\xi_2 + \gamma/\mu_2} Q_2 \quad , \quad \Phi_2 = -\frac{\pi}{2} + \Psi \quad , \quad (\text{D.7})$$

et à la solution pour le sillage en aval

$$Q_2 \left\{ \left[\left(\frac{Q_2}{2} \right)^2 - 1 \right] - \frac{A}{\varepsilon} \frac{M_1}{2\xi_1 + \gamma/\mu_1} \right\} = \frac{B}{\varepsilon} Q_1 \quad , \quad \Psi = -\tau \quad . \quad (\text{D.8})$$

Annexe E

Ondes de vibration induites par détachement tourbillonnaire

On détaille ici le calcul de la réponse couplée du système d'équations d'onde (4.2)

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left(2\xi\delta_r + \frac{\gamma}{\mu}\right) \frac{\partial y}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = M q \\ \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \varepsilon (q^2 - 1) \frac{\partial q}{\partial t} + q = A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{cases} . \quad (\text{E.1})$$

Une solution est cherchée dans les hypothèses d'harmonicité et synchronisation en fréquence et nombre d'onde

$$y(z, t) = y_o e^{i(kz - \omega t - \varphi)} \quad , \quad q(z, t) = q_o e^{i(kz - \omega t)} \quad , \quad (\text{E.2})$$

où les signaux y et q ont pulsation ω et nombre d'onde k communes, amplitudes y_o et q_o , et phase φ , toutes indépendantes du temps et de la position. La substitution dans la première équation du système (E.1) donne immédiatement

$$\left[-\omega^2 - i \left(2\xi\delta_r + \frac{\gamma}{\mu}\right) \omega + c^2 k^2 \right] y_o = M q_o e^{i\varphi} \quad , \quad (\text{E.3})$$

alors que pour la seconde équation il est opportun de ne considérer que la contribution harmonique principale des non-linéarités. Suivant la même technique déjà appliquée au paragraphe § B.1, on obtient

$$\left[-\omega^2 - i\varepsilon \left(1 - \frac{q_o^2}{4}\right) \omega + 1 \right] q_o = A y_o e^{-i\varphi} \quad . \quad (\text{E.4})$$

Ces deux dernières équations sont maintenant réécrites sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \mathcal{D}_S(\omega, k) & \mathcal{C}_S(\omega) e^{+i\varphi} \\ \mathcal{C}_F(\omega) e^{-i\varphi} & \mathcal{D}_F(\omega, k, q_o) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_o \\ q_o \end{pmatrix} = 0 \quad , \quad (\text{E.5})$$

où les termes \mathcal{D}_S et \mathcal{D}_F sont respectivement les relations de dispersion de la structure et du fluide sans couplage, équations (4.5) et (4.6), soit

$$\mathcal{D}_S(\omega, k) = -\omega^2 - i \left(2\xi\delta_r + \frac{\gamma}{\mu} \right) \omega + c^2 k^2 = 0 \quad , \quad (\text{E.6})$$

$$\mathcal{D}_F(\omega, k, q_o) = -\omega^2 - i \varepsilon \left(1 - \frac{q_o^2}{4} \right) \omega + 1 = 0 \quad , \quad (\text{E.7})$$

alors que les composantes \mathcal{C}_S et \mathcal{C}_F sont associées aux termes de couplage fluide-structure

$$\mathcal{C}_S = -M \quad , \quad \mathcal{C}_F = \omega^2 A \quad . \quad (\text{E.8})$$

Une solution non triviale du système (E.5) est obtenue en annulant le déterminant de la matrice des coefficients, ce qui donne la relation de dispersion du système couplée, équation (4.4)

$$\mathcal{D}_{FS}(\omega, k, q_o) = \mathcal{D}_S(\omega, k) \mathcal{D}_F(\omega, k, q_o) - \mathcal{C}_S(\omega) \mathcal{C}_F(\omega) = 0 \quad . \quad (\text{E.9})$$

Il s'agit d'une équation complexe dans les variables ω , k et q_o . En cherchant explicitement des ondes neutres, caractérisées par une pulsation et un nombre d'onde réels, la relation de dispersion (E.9) est réécrite sous la forme

$$\mathcal{D}_{FS}(\omega, k, q_o) = \left\{ \mathcal{R}e[\mathcal{D}_S] + i \mathcal{I}m[\mathcal{D}_S] \right\} \times \left\{ \mathcal{R}e[\mathcal{D}_F] + i \mathcal{I}m[\mathcal{D}_F] \right\} - \mathcal{C}_S \mathcal{C}_F = 0 \quad . \quad (\text{E.10})$$

En annulant séparément les parties réelle et imaginaire, on obtient deux relations. La première exprime l'amplitude q_o en fonction de la pulsation ω et du nombre d'onde k , soit

$$\frac{q_o^2}{4} = 1 - \frac{2\xi\delta_r + \gamma/\mu}{\varepsilon} \frac{1 - \omega^2}{(ck)^2 - \omega^2} \quad . \quad (\text{E.11})$$

La deuxième est un polynôme bi-cubique de ω en fonction de k , soit

$$\begin{aligned} & \omega^6 - [1 + 2(ck)^2 - (2\xi\delta_r + \gamma/\mu)^2 - AM] \omega^4 + \\ & - [-2(ck)^2 + (2\xi\delta_r + \gamma/\mu)^2 - (ck)^4 + AM(ck)^2] \omega^2 - (ck)^4 = 0 \quad , \quad (\text{E.12}) \end{aligned}$$

qui est équivalent à celui déjà obtenu pour le cas du sillage bi-dimensionnel (annexe G.2), où la pulsation adimensionnelle du support élastique δ est ici remplacée par le terme ck . Ce polynôme admet une infinité de solutions pour le couple (ω, k) , figure E.1a, dont celle d'amplitude maximale correspond à la résonance parfaite $ck = 1$, figure E.1b.

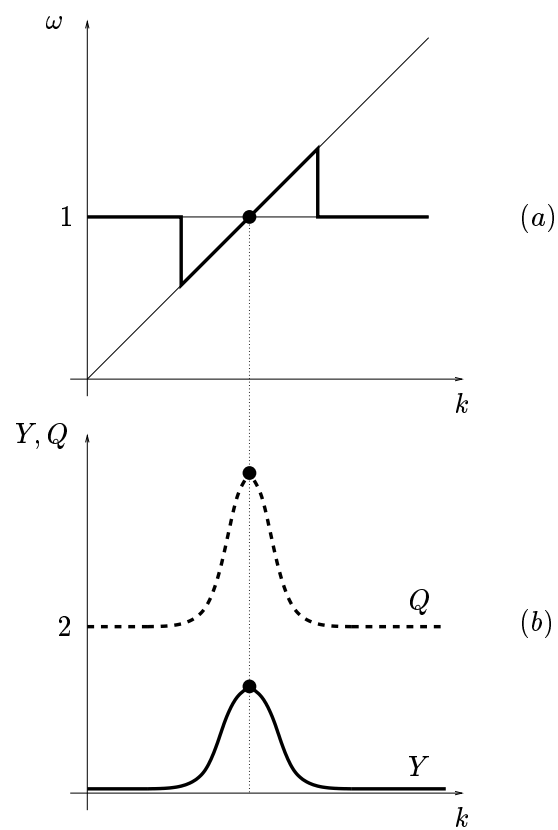


FIG. E.1 – Solution de la relation de dispersion du système couplé : parmi l'infinité des solutions pour le couple (ω, k) (a), on ne retient que celle qui assure l'amplitude d'oscillation maximale (b).

Annexe F

Données expérimentales

On recueille ici les données des expériences décrites au § 4.5.

U m/s	R_e	θ $^\circ$	f_s Hz	S_t^θ	S_t	c_r m/s
0.022	44	20	-	-	-	-
0.029	58	37	1.17	0.08	0.09	0.250
0.036	73	46	1.34	0.07	0.09	0.350
0.040	80	49	1.34	0.07	0.09	0.270
0.044	88	53	1.43	0.07	0.10	0.300
0.051	102	56	1.51	0.06	0.10	0.210
0.058	117	62	1.80	0.06	0.12	0.350
0.073	146	75	1.51	0.04	0.16	0.300

Annexe G

Articles

G.1 Vortex shedding modeling using diffusive van der Pol oscillators

FACCHINETTI M.L., DE LANGRE E., AND BIOLLEY F. Vortex shedding modeling using diffusive van der Pol oscillators. *Comptes Rendus Mécanique*, 330 :451–456, 2002.

G.2 On wake oscillator models for 2-D vortex-induced vibrations

FACCHINETTI M.L., DE LANGRE E., AND BIOLLEY F. On wake oscillator models for 2-D vortex-induced vibrations. Under consideration for publication in *Journal of Fluids and Structures*, 2002.

G.3 VIV of two cylinders in tandem arrangement : analytical and numerical modeling

FACCHINETTI M.L., DE LANGRE E., FONTAINE E., BONNET P.A., ETIENNE S., AND BIOLLEY F. VIV of two cylinders in tandem arrangement : analytical and numerical modeling. *Proceedings of the 12th (2002) International Offshore and Polar Engineering Conference (ISOPE)*, paper number 2002-JRC-05-3-14.

G.4 Vortex-induced waves along cables

FACCHINETTI M.L., DE LANGRE E., AND BIOLLEY F. Vortex-induced waves along cables. *Proceedings of the 2002 International Mechanical Engineering Congress (ASME)*, paper number IMECE2002-32161.

G.5 Experiments on vortex-induced waves along cables

FACCHINETTI M.L., DE LANGRE E., AND BIOLLEY F. Experiments on vortex-induced waves along cables. *Proceedings of the 3rd (2002) Conference on Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibrations (BBVIV)*, 215–217.