

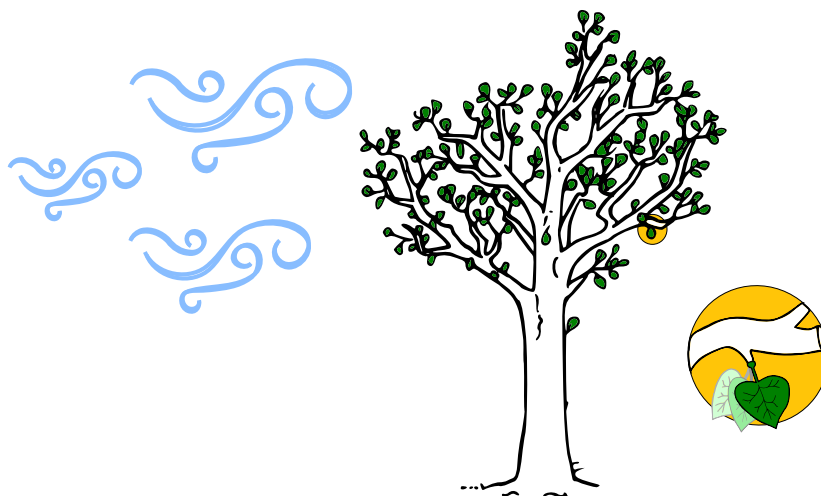
École Polytechnique  
Laboratoire d'Hydrodynamique

Thèse présentée pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
Spécialité : Mécanique

par

Loïc TADRIST

## Mécanique du feuillage en vent : Approche multi-échelle et conséquences biologiques



Soutenue le 26 Janvier 2015 devant le jury composé de

|                        |                    |                                  |
|------------------------|--------------------|----------------------------------|
| M. Basile Audoly       | rapporteur         | Université Paris 6 (UPMC), Paris |
| M. Thierry Fourcaud    | rapporteur         | CIRAD, Montpellier               |
| M. Paul-Henry Cournède | examineur          | École Centrale Paris, Paris      |
| M. Vladimir Nikora     | examineur          | University of Aberdeen, Aberdeen |
| M. Vincent Pagneux     | examineur          | Université du Maine, Le Mans     |
| M. Marc Sautreau       | directeur de thèse | INRA, Clermont-Ferrand           |
| M. Emmanuel de Langre  | directeur de thèse | École Polytechnique, Paris       |



# Remerciements

Me voici à la fin de l'Aventure. Je me rappelle avec émotion de mon arrivée au laboratoire, le 4 octobre 2011. C'était l'inauguration du bâtiment. Président, Général, Directeurs, le labo était en ébullition. Je crois que dès ce moment là, Emmanuel m'a mis en confiance : « Ne t'inquiètes pas, c'est l'inauguration de l'opération *Mécanique et systèmes vivants*. Prends un badge, tu fais parti du labo maintenant ». C'est lui le premier que je veux remercier, tout d'abord pour la qualité de nos échanges scientifiques et ensuite pour ses conseils plus généraux sur la vie d'enseignant-chercheur. Il m'a transmis beaucoup et m'a fait progresser en m'apprenant à mieux agencer mes idées, à mieux les organiser, à les dire avec précision et concision. La science n'est pas que le résultat des expériences, c'est principalement un fait social dont l'argumentaire est la clé de voûte. Je tiens aussi à soulever mon chapeau à mon second directeur de thèse, Marc. En trois ans, il n'a pas refusé une seule fois d'explorer avec moi les idées les plus farfelues que je lui proposais. Dans un style différent de celui d'Emmanuel, plus proche de moi, il m'a transmis sa passion pour la science et les plantes tout en insistant sur la place centrale du discours. Les plantes c'est compliqué, mais on peut quand même dire des choses. Jamais je n'oublierai mes passages, trop courts, à Clermont-Ferrand.

Sautons directement aux derniers instants de la thèse. Il faut remercier sans réserve les rapporteurs de m'avoir consacré de leur temps et de leur énergie pour lire mon manuscrit et venir en discuter à bâtons rompus avec moi : Basile Audoly et Thierry Fourcaud. Je remercie aussi les trois autres examinateurs, aux très bonnes questions, venus en voisin ou ayant traversé plusieurs pays : Paul-Henry Cournède, Vladimir Nikora et le président du jury Vincent Pagneux.

La thèse, ce n'est pas qu'un début et une fin. Il y a entre les deux beaucoup de moments de vie, de vie scientifique, de vie amicale.

Pour les moments de vie scientifique, je veux remercier principalement Bruno Moulia et Sara Puijalon pour leur participation aux redoutables comités de thèse. Ces comités de thèse sont des passages indispensables pour que l'apprenti docteur puisse lever la tête du guidon, apercevoir au loin la ligne d'arrivée et corriger son éventuel défaut de trajectoire. Je me souviendrai particulièrement des discussions épistémologiques avec Bruno, et de sa phrase « Les faits sont têtus ! »

Je veux remercier aussi ceux qui m'ont permis de bâtir des résultats expérimentaux de qualité, au premier rang desquels Pascal Hémon, André Marquier, Xavier Amandolèse, Daniel Guy et Boris Adam. La science n'est jamais le fait que d'une seule personne, avoir d'excellents collaborateurs m'a permis d'améliorer puissamment mes résultats.

J'ai eu la chance de faire partie du *bureau*. Discussions, pauses, énigmes du vendredi, tableau blanc, fiches, questions de culture générale, choix de vie. Une stimulation intellectuelle de premier ordre – entre mécanique et physique – toujours dans un esprit de rigueur et de démarche scientifique. C'est, je crois, dans ce bureau, que j'ai passé les meilleurs

moments de ma thèse. Un grand merci à Anders Thorin, Thomas Barois, Lionel Guillou, Raphaël Tomasi, Benoît Theckes, Pascal Khalife, Sébastien Touraine, Jean-Sébastien Af-fagard et Diego Lopez.

J'ai aussi appartenu à l'initiative *mécanique et système vivant* composé de 5 équipes : l'équipe végétal, l'équipe cellules humaines et flux artériels, l'équipe peau, l'équipe micro-fluidique et l'équipe haptique. Je tiens à remercier les chercheurs pour leur bonne humeur, la qualité de leurs interventions, et la vie de groupe. Merci Christelle, Cécile, Franz, Barbara, Nicolas, Gabriel, Benoit, Sébastien, Aurélie, Julie, Élisabeth, Étienne, Rémi, Jaclyn, Gaëlle, Brenna, Johanne, Yungyun, Elain et Witold. Je tiens à remercier tout particulièrement David Gonzalez-Rodriguez, Xavier Boutillon, Jean-Marc Allain, Julien Husson, Abdul Barakat, Charles Baroud et la maman de l'étage : Avin Babataheri.

Je tiens aussi à remercier tous les thésards, post-docs, permanents ou simples stagiaires du LadHyX que j'ai eu l'occasion de côtoyer. En particulier ceux avec qui j'ai pu jouer au foot mais aussi les autres, Caroline Cohen (coresponsable des chercheurs non-permanents avec moi), Clément, Gaétan, Marine, Eunok, Mathieu, Emmanuel V, Emmanuel P, Timothée, Éline, Jérôme, Jérémy, Onofrio, Baptiste, Benus, Alexandre, Chakri, Fabien, Nicolas, Miguel, Tristan, Pierre-Brice, Guillaume, Pascal. Mais aussi Christophe, Lutz, Caroline M, Caroline F, Paul B, Paul M, Jean-Marc, Anaïs, Camille, Antoine S, Antoine G, Sébastien, Toaï, Sabine, Delphine, Thérèse, Sandrine et Patrick.

Je tiens à saluer les chercheurs, ingénieurs et techniciens du PIAF avec lesquels j'ai partagé de très chaleureuses pauses café : Nicolas, Dominique, Catherine, Eric, Hervé, François, Jérôme, Tété, Norbert, Christophe, Brigitte G, Brigitte S, Stéphane, Pascal, Sylvie, Jean-Louis, Thierry, André, Patrice, Aline, Marc B, Marc V et Marine.

J'ai pris du plaisir à transmettre mes connaissances, pour cela je remercie vivement l'équipe d'enseignement, les ingénieurs et moniteurs : Denis, Ali, William, Alexandre, Pascale, Marine et Michael.

Enfin, je finis par mes amis que je tiens à remercier pour avoir égayer ces trois ans de thèse : les HDP (Alex, Séb, Dany, Mat, le B, le Z, le H, Antoine, RC, Guillaume, Thomas, Isa, Audrey et Cataxel), mes amis de saint François (Dude, Quentin R, Quentin G, Jean et Julia), mes amis de Luynes et d'Aix (Ju, Olive, Thomas C), mes amis de l'ENS et enfin les joueurs de l'Aspique et du CSPTT.

Merci.

J'ai une pensée émue pour ma famille, mon père, ma mère et mon frère qui m'aiment ; mes deux grand-mères, fripées par le temps, que j'admire ; mes tantes, oncles, cousins et cousines que je bassine souvent à coup de questions de science, *et ceux qui m'ont fait grandir mais que je n'ai plus le loisir de voir Vavaïnou, tonton Hamdane et Papé.*



# Sommaire

|          |                                                                  |           |
|----------|------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>                                              | <b>1</b>  |
| 1.1      | Feuille, vent et mouvement . . . . .                             | 1         |
| 1.2      | Mouvement des feuilles d'arbre dans le vent . . . . .            | 2         |
| 1.2.1    | Considérations sociétales et œuvres artistiques . . . . .        | 2         |
| 1.2.2    | Considérations scientifiques . . . . .                           | 4         |
| 1.3      | Biologie des végétaux en vent . . . . .                          | 5         |
| 1.3.1    | Effets à long terme . . . . .                                    | 5         |
| 1.3.2    | Effets à court terme . . . . .                                   | 8         |
| 1.4      | Considérations mécaniques : état de l'art . . . . .              | 10        |
| 1.4.1    | Aéroélasticité et nombres sans dimension . . . . .               | 10        |
| 1.4.2    | Statique des arbres en vent . . . . .                            | 11        |
| 1.4.3    | Dynamique des arbres en vent . . . . .                           | 12        |
| 1.5      | Méthodes expérimentales . . . . .                                | 15        |
| 1.5.1    | Mesure du vent et expériences en plein air . . . . .             | 15        |
| 1.5.2    | Mesures statiques . . . . .                                      | 16        |
| 1.5.3    | Mesures dynamiques . . . . .                                     | 17        |
| 1.6      | Modèles d'arbre feuillu . . . . .                                | 19        |
| 1.6.1    | Anatomie des feuilles . . . . .                                  | 19        |
| 1.6.2    | Architecture de la structure branchée . . . . .                  | 21        |
| 1.6.3    | Description du feuillage . . . . .                               | 24        |
| 1.7      | Modèle de vent : turbulence de Von Kármán . . . . .              | 26        |
| 1.8      | Problématique de recherche . . . . .                             | 27        |
| <b>2</b> | <b>Un arbre en soufflerie</b>                                    | <b>29</b> |
| 2.1      | Expérience en soufflerie . . . . .                               | 30        |
| 2.1.1    | Montage expérimental . . . . .                                   | 30        |
| 2.1.2    | Protocole expérimental . . . . .                                 | 32        |
| 2.2      | Rayonnement intercepté . . . . .                                 | 32        |
| 2.3      | Mouvement du feuillage . . . . .                                 | 32        |
| 2.3.1    | Mesure du mouvement . . . . .                                    | 34        |
| 2.3.2    | Séparation des mouvements des branches et des feuilles . . . . . | 36        |
| 2.3.3    | Résultats expérimentaux . . . . .                                | 38        |
| 2.4      | Conclusions . . . . .                                            | 38        |
| <b>3</b> | <b>Statique du feuillage en vent</b>                             | <b>41</b> |
| 3.1      | Modélisation mécanique de la feuille d'arbre . . . . .           | 43        |
| 3.1.1    | Propriétés mécaniques . . . . .                                  | 43        |

|          |                                                                     |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3.1.2    | Expériences de déformation statique en soufflerie . . . . .         | 45        |
| 3.1.3    | Description mécanique de la déformation de la feuille . . . . .     | 47        |
| 3.2      | Distribution d'angle d'inclinaison des branches . . . . .           | 49        |
| 3.2.1    | Modèles géométriques . . . . .                                      | 50        |
| 3.2.2    | Validation expérimentale . . . . .                                  | 52        |
| 3.3      | Distribution d'angles d'inclinaison des feuilles . . . . .          | 53        |
| 3.3.1    | Méthodologie . . . . .                                              | 53        |
| 3.3.2    | Arbre 2D . . . . .                                                  | 53        |
| 3.3.3    | Arbre 3D . . . . .                                                  | 54        |
| 3.4      | Interception lumineuse du couvert . . . . .                         | 55        |
| 3.4.1    | Modèle statique . . . . .                                           | 55        |
| 3.4.2    | Comparaison avec l'expérience . . . . .                             | 57        |
| 3.5      | Conclusions . . . . .                                               | 58        |
| <b>4</b> | <b>Dynamique du feuillage en vent</b>                               | <b>59</b> |
| 4.1      | Dynamique de la feuille individuelle . . . . .                      | 59        |
| 4.1.1    | Feuilles réelles en soufflerie . . . . .                            | 60        |
| 4.1.2    | Feuilles artificielles en soufflerie . . . . .                      | 63        |
| 4.1.3    | Modèle mécanique du flottement des feuilles . . . . .               | 68        |
| 4.1.4    | Conclusions . . . . .                                               | 72        |
| 4.2      | Dynamique de la structure d'arbre . . . . .                         | 73        |
| 4.2.1    | Rappels sur les mouvements d'une structure branchée . . . . .       | 74        |
| 4.2.2    | Discussion sur le mouvement des branches . . . . .                  | 76        |
| 4.3      | Mouvement du feuillage . . . . .                                    | 78        |
| 4.3.1    | Mouvement des feuilles d'arbre . . . . .                            | 78        |
| 4.3.2    | Modèle complet du mouvement des feuilles . . . . .                  | 79        |
| 4.3.3    | Comparaison avec l'expérience . . . . .                             | 80        |
| 4.4      | Conclusions . . . . .                                               | 81        |
| <b>5</b> | <b>Conclusion</b>                                                   | <b>83</b> |
| 5.1      | Résultats . . . . .                                                 | 84        |
| 5.2      | Perspectives . . . . .                                              | 85        |
| <b>A</b> | <b>Relations géométriques et modèle général du galop en torsion</b> | <b>87</b> |
| <b>B</b> | <b>Écarts types en vitesse par la décomposition modale (BOD)</b>    | <b>89</b> |
| <b>C</b> | <b>Mouvements des branches d'arbre dans le vent</b>                 | <b>91</b> |
| C.1      | Amortissement aérodynamique . . . . .                               | 91        |
| C.2      | Excitation par la turbulence . . . . .                              | 92        |
| C.3      | Amplitude du mouvement des branches . . . . .                       | 92        |
| <b>D</b> | <b>Publications</b>                                                 | <b>95</b> |

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Feuille, vent et mouvement

Qu'est-ce que le mouvement des feuilles dans le vent ? Trois mots clés forment cette phrase : feuille, vent et mouvement, il faut les définir.

Tout d'abord le mot feuille. Ce mot désigne vulgairement un objet mince dont une dimension est très petite par rapport aux deux autres, une feuille de papier, une feuille d'or, une feuille d'arbre. D'un point de vue étymologique, feuille vient du latin *folium* qui désigne explicitement la feuille d'arbre. La sémantique du mot a peu à peu dérivé de l'objet végétal vers sa caractéristique principale : être à deux dimensions. Cette définition commune n'est pas celle du spécialiste. La définition du biologiste insiste sur sa fonction « [la feuille est le] principal appendice latéral de la tige ; sa structure et son fonctionnement sont très variables ; la feuille verte est un organe spécialisé dans la photosynthèse » (Raven et al., 2003). Pour le mécanicien, comme pour le profane, c'est davantage la forme que la fonction de la feuille qui en donnera sa définition. C'est pourquoi par feuille d'arbre, j'entends *organe aérien de l'arbre, flexible et à deux dimensions*. Le feuillage est constitué par l'ensemble des feuilles d'un arbre.

Ensuite le mot vent. Aussi bien pour le spécialiste que dans le langage vulgaire, le vent désigne le déplacement d'une masse d'air à l'intérieur d'une atmosphère. Le vent touche de près les activités humaines, si bien qu'il existe en français plusieurs dizaines de mots pour faire référence au vent selon sa direction, sa localisation spatiale, sa composition (neige, sable), sa fréquence, ou sa puissance. Parmi ces mots, certains sont effrayants, d'autres exotiques : les alizés, le sirocco, la brise, le vent d'autan, la lombarde, la mousson, le blizzard, la rafale, la tornade, la tramontane, la bise, les aquilons, le zéphyr ou encore le mistral. Ici le vent est *un déplacement d'air, caractérisé par une vitesse et une direction*.

Enfin, le mouvement désigne *le déplacement d'un corps par rapport à une référence*. Le mouvement désigne aussi bien un déplacement d'une position d'équilibre hors vent vers une nouvelle position stable dans le vent, qu'un déplacement avec une vitesse variable

sans aucune position stable.

Si l'on parle au détour d'une conversation du mouvement des feuilles d'arbre dans le vent, deux situations viennent rapidement à l'esprit : (i) les feuilles mortes, qui emportées par le vent, virevoltent à l'automne et (ii) les feuilles vivantes, portées par l'arbre, qui excitées par le vent font scintiller et murmurer le feuillage. Ici on se limitera au cas des feuilles vivantes, bien accrochées aux branches de l'arbre, qui produisent les dérivés photosynthétiques nécessaires à son développement. Le cas des feuilles mortes, qui peut être intéressant pour étudier le transport et l'accumulation de biomasse par le vent, n'est pas abordé ici.

Qu'est-ce-que le mouvement des feuilles dans le vent, donc ? Ici, simplement, cela correspond aux déplacements statiques ou dynamiques du feuillage, soumis au vent.

Le mouvement des feuilles d'arbre dans le vent est très présent dans notre vie quotidienne. Une simple promenade à la campagne ou en forêt et on observe des milliers de feuilles d'arbre bouger dans le vent. Invitant à la contemplation, le mouvement des feuilles a été abordé par de nombreux artistes, mais finalement assez peu considéré par les scientifiques en dépit de l'importance de ses conséquences biologiques.

## 1.2 Mouvement des feuilles d'arbre dans le vent

Aussi bien chez les animaux que chez les humains, la perception du vent est très étroitement liée aux mouvements des végétaux, objets flexibles les plus abondants dans la nature. En effet, on voit et on entend les feuilles frissonner avant même que l'on sente le vent sur notre peau, le roseau se plie au moindre souffle. Ces mouvements aisément observables ont donné lieu à des pratiques divinatoires et de nombreuses études artistiques ainsi que quelques travaux scientifiques.

### 1.2.1 Considérations sociétales et œuvres artistiques

Aujourd'hui il reste assez peu de croyances populaires concernant le mouvement des feuilles d'arbre. Les oracles de la Grèce antique donnaient les présages en écoutant le bruit des arbres dans le vent ou en regardant les feuilles flotter aux souffles d'Éole. Ces pratiques sont connues sous le nom d'aéromancie, botanomancie, botomancie (art divinatoire de lire dans l'organisation des feuilles après un vent fort), sycomancie (art divinatoire de lire dans le mouvement des feuilles de figuier), etc [WEB01]. Les croyances primaires sur le vent ont dû être bien plus complexes ; pour preuve (je tiens à rapporter une anecdote personnelle) mon père au début de ma thèse me fit la confidence suivante « Tu sais, moi, quand j'étais petit, je croyais que c'était les arbres qui faisaient le vent en bougeant leurs feuilles. »

Le mouvement des feuilles a inspiré les artistes, aussi bien en littérature qu'en peinture,

en dessin ou en sculpture. En littérature tout d'abord, quelle est la place du mouvement des feuilles au sein de la langue française ? Nous possédons quelques mots pour décrire le mouvement des feuilles, s'appuyant souvent sur des métaphores : bouger, flotter, bruissier, frissonner, virevolter et un mot spécifique : friselis. C'est assez peu comparé au nombre important de références littéraires que l'on peut trouver sur les feuilles. Pour exemple, le poème de Pierre Mathias, intitulé *Chant de la plus haute feuille* décrit exclusivement le mouvement de flottement d'une feuille dans le vent [WEB02].

En peinture comme en dessin, c'est souvent la statique qui est représentée par commodité. Certains impressionnistes ont tout de même essayé de rendre le mouvement des feuilles comme Claude Monet dans son étude sur les peupliers dans le vent, figure 1.1 (a).

Plus étonnant encore, le mouvement des feuilles a été rendu avec des sculptures qui bougent dans le vent. Ned Kahn a produit les *wind leaves*, littéralement les feuilles de vent, figure 1.1 (b). Cette sculpture est installée aujourd'hui à Milwaukee, aux États-Unis d'Amérique [WEB03]. Enfin, toujours en sculpture moderne, la société NewWind essaie d'allier plaisir des yeux et production d'énergie. Elle cherche à fabriquer des éoliennes basse puissance qui se fondent dans le paysage [WEB04]. Pour ce faire, elle a lancé *l'arbre à vent*, figure 1.1 (c). Cette entreprise vise à produire peu d'énergie par « arbre » mais à en implanter une multitude. D'après la société, un arbre à vent produit 2.5 à 3 kW, assez pour alimenter une petite famille.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 1.1 – Exemples de mouvements de feuilles en peinture et en sculpture. (a) Claude Monet, série Les peupliers, Les peupliers dans le vent, Limetz, 1891. (b) Ned Kahn, Wind leaves, Milwaukee (États-Unis d'Amérique), 2006. (c) Arbre à vent, société NewWind, 2012.

### 1.2.2 Considérations scientifiques

Très proche de nous, le mouvement des feuilles a été étudié pour son impact sur les radio-transmissions. Le mouvement des feuilles détériore significativement les transmissions d'ondes électromagnétiques courtes telles que le Wi-Fi (Hashim et Stavrou, 2006). La puissance transmise à travers une ligne d'arbre entre un émetteur Wi-Fi et le récepteur associé varie en fonction des conditions de vent, voir figure 1.2. Entre le calme plat et des conditions venteuses, la puissance transmise diminue en moyenne de 5 dBm et par moment jusqu'à 25 dBm. Du point de vue fréquentiel, la puissance transmise varie avec des fréquences de l'ordre de celles du feuillage, de 0,3 à 10 Hz. L'hypothèse de Hashim et

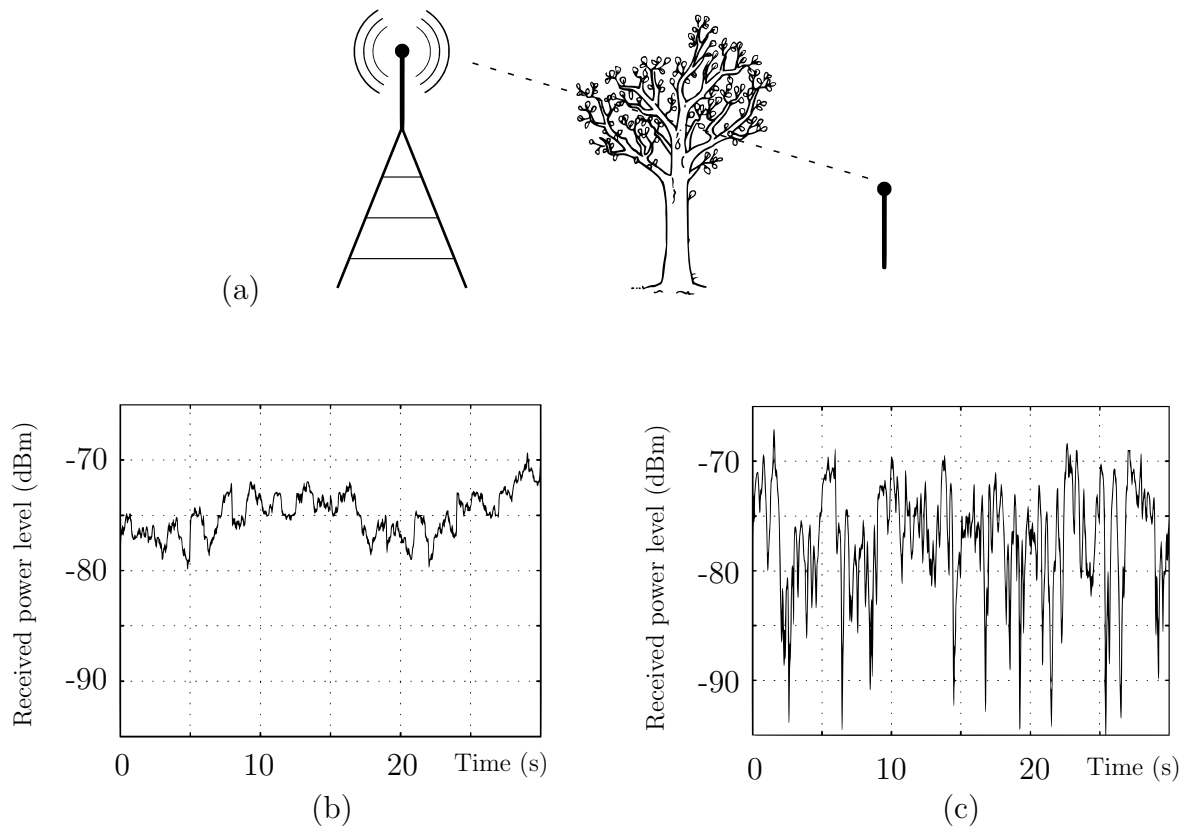


FIGURE 1.2 – Atténuation de la puissance transmise à travers une ligne d'arbre d'après Hashim et Stavrou (2006). (a) Schéma de principe de l'expérience et puissance du signal reçu (b) en conditions atmosphériques calmes et (c) en conditions atmosphériques venteuses.

Stavrou (2006) est que le mouvement du feuillage et des branches introduit des variations temporelles des phases relatives des composants du signal selon le chemin emprunté à travers la canopée. Ces déphasages se traduisent par des variations rapides de la puissance du signal reçu. Cet effet est plus largement documenté dans la revue bibliographique de Meng et Lee (2010). Cependant, comme il n'existe aucune description mécanique du mouvement des feuilles d'arbre, la compréhension de ce phénomène n'est pas complète et demeure empirique.

Par ailleurs, dans le domaine de la réalité virtuelle, notamment pour les jeux vidéos, il est nécessaire de prendre en compte le mouvement des feuilles pour donner une impression réaliste de vent. Notre perception des vents les plus faibles se fait uniquement par l'analyse des éléments extérieurs comme les panaches de fumée, les ridules à la surface de l'eau ou le mouvement des végétaux. Les mouvements des branches et du tronc sont déjà calculés via des considérations mécaniques (Diener et al., 2009) et donnent de très bons rendus pour des arbres sans feuilles. Cependant le grand nombre de feuilles sur un arbre ne permet pas de calculer les efforts aérodynamiques sur chaque feuille et de prédire son mouvement local, même de manière numérique (Kanda et Ohya, 2003). En réalité virtuelle, tout reste à entreprendre pour donner un mouvement réaliste au feuillage.

Enfin, le flottement des feuilles lors du dépôt de pesticides favorise une meilleure pénétration des produits dans la canopée. Cet effet est donc très recherché par les fabricants de pulvérisateurs de pesticides qui recommandent de les pulvériser avec des vitesses d'éjection de gaz suffisantes (Stansly et al., 1996).

Le flottement des feuilles d'arbre a donc des conséquences dans différents domaines scientifiques et techniques très appliqués, de la transmission du Wi-Fi à l'application de pesticides, mais c'est en biologie que les effets du vent sur les plantes sont les plus discutés.

## 1.3 Biologie des végétaux en vent

Le vent est un stress abiotique qui met en mouvement le feuillage des arbres mais qui influe aussi sur le fonctionnement et le développement des plantes. Ce stress a un effet court terme, avec par exemple la perte d'une branche lors d'une tempête, et un effet long terme, avec par exemple un tropisme des plantes par rapport au vent.

### 1.3.1 Effets à long terme

Des temps les plus courts aux temps les plus longs, commençons par la croissance, avant de discuter les adaptations phénotypiques puis les questions relatives à la sélection naturelle.

Les effets du vent sur la croissance des plantes sont multiples mais ont, en général, pour conséquence de modifier l'allocation de biomasse pour favoriser le maintien de l'arbre. Si un arbre pousse dans un vent fort et régulier, les branches se développent dans la direction du vent suite à un thigmo-morphisme négatif du vent (Telewski, 2012). On appelle cette forme d'arbre caractéristique, l'arbre drapeau. Ceci résulte d'une perception mécanique des contraintes du vent sur la structure et d'une réponse en croissance (Mouliat et al., 2011). Le développement racinaire est aussi affecté par le vent avec un développement asymétrique et une allocation de biomasse plus importante pour l'ancrage des arbres

soumis au vent (Nicoll et Ray, 1996).

Dans des environnements très ventés, les populations d'arbres développent des caractères phénotypiques (mécaniques et morphologiques) différents de ceux présents chez les arbres établis dans des environnements calmes. Chez *Acer Sacharum*, l'érable à sucre, les feuilles sont plus petites lorsque le vent sollicite l'arbre de manière chronique (Niklas, 1996). Les pétioles sont plus courts, plus fins et comportent moins de tissus lignifiés ce qui confère une meilleure flexibilité à la feuille. Au niveau de la structure, l'effet du vent est encore plus flagrant, avec le renforcement du tronc, moins haut et plus large et la mise en place de bois de compression (Jacobs, 1954; Spatz et Bruechert, 2000).

Les arbres sont immobiles et ne peuvent pas se déplacer si les conditions environnementales changent. Pour conserver un développement optimal, leur génome est très flexible et leur permet de développer certaines propriétés phénotypiques adaptées à un environnement (Hallé, 1999). Les plantes sont les championnes de l'épigénétique : pour un environnement donné, les gènes exprimés changent et donnent lieu à un phénotype différent. Les idées de Darwin, très convaincantes chez les animaux, le sont moins chez les végétaux pour lesquels la théorie de Lamarck semble mieux adaptée (Hallé, 1999). Cette remarque met en lumière que du point de vue évolutif, les connaissances sont moins précises et les interprétations restent ouvertes : certaines espèces d'arbres sont mieux adaptées pour résister aux tempêtes que d'autres mais cela dépend aussi beaucoup des lieux considérés. On change d'ailleurs régulièrement, tempête après tempête, de « meilleure » espèce d'arbre à planter. Pour des vents plus faibles, Percy (1990) pose la question suivante : le flottement des feuilles est-il le résultat d'un processus adaptatif aux caractéristiques de la photosynthèse – ou bien à l'inverse, les caractéristiques de la photosynthèse ont-elles évolué pour s'adapter au flottement des feuilles ? La réponse n'est pas évidente. Comme toujours, les réponses aux interrogations évolutives conservent une faiblesse : les expériences directes ne sont pas accessibles car trop longues à mettre en place à l'échelle humaine.



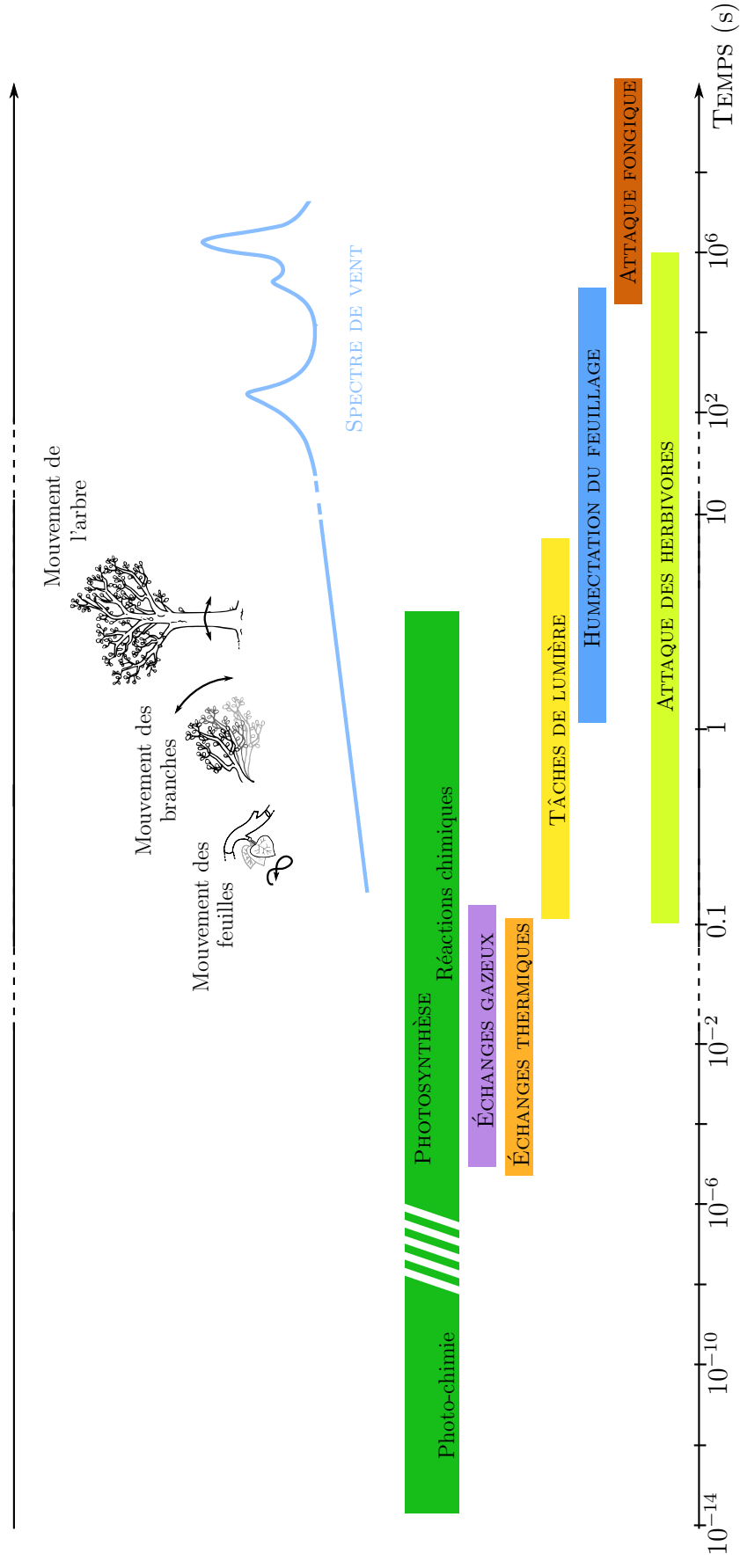


FIGURE 1.3 – Les différentes échelles de temps pour les feuilles et pour le vent. Cette figure est tracée en supposant des temps de diffusion gazeuse et thermique à travers une couche limite de feuille pour des vents de 0.1 m/s jusqu'à 10 m/s.

### 1.3.2 Effets à court terme

Pour des échelles de temps plus courtes que celles de la croissance, plusieurs processus biologiques ont lieu dans une gamme de temps similaire à celle du mouvement du feuillage, figure 1.3. Les vents forts ont de lourdes conséquences sur le développement de l'arbre, principalement la destruction de l'arbre par chablis ou volis (Gardiner et al., 2008), l'élagage des branches (Lopez et al., 2011; Eloy, 2011) et de manière moins grave l'endommagement des feuilles (Wilson, 1984). Pour des vents moins importants, Vogel (1989) s'est intéressé à la reconfiguration statique des feuilles. Il a prouvé que les feuilles, objets mécaniques flexibles, plient lorsque la vitesse du vent augmente. Cela a pour effet de diminuer leur surface apparente et ainsi de réduire l'augmentation de leur traînée comparée à celle des feuilles rigides.

Pour des vents faibles, qui soufflent sur l'arbre la plupart du temps, la destruction du feuillage par les herbivores est réduite (Yamazaki, 2011). La rétention d'eau en période de brouillard est améliorée (Merriam, 1973), ce qu'il faut mettre en rapport avec le développement de champignons qui nécessite une longue durée d'humectation (Margarey et al., 2005). La photosynthèse en vent est également changée selon l'espèce de l'arbre. Clark et al. (2001) montrent que l'activité photosynthétique en vent dépend de la spécialisation écophysologique de l'espèce considérée. L'activité photosynthétique augmente en vent pour *Fagus Sylvatica* mais diminue pour *Fraxinus excelsior* et *Prunus serotina* alors que *Abies Alba* est pratiquement insensible à l'effet du vent. Cependant, si l'on souhaite comprendre cette variabilité biologique, il faut remarquer que la photosynthèse en vent change principalement à travers les paramètres physiques de la feuille. Sa température s'ajuste avec l'extérieur car les échanges thermiques sont améliorés par le vent (Schuepp, 1972; Grace, 1978), la couche limite de diffusion est réduite lorsque la vitesse du vent augmente et même renouvelée par balayages successifs lorsque la feuille flotte. Ces résultats ont été vérifiés au cours de cette thèse avec une feuille thermique modèle, figure 1.4. Une feuille thermique est constituée d'un pétiole et d'un limbe fabriqué avec tapis chauffant en silicone. Le limbe est alimenté en énergie électrique via le pétiole. La température est mesurée à l'aide d'une caméra thermique. Pour une puissance fixée, la même feuille a été placée dans l'écoulement d'air avec la même orientation. Dans le premier cas, elle est maintenue fixe et dans le deuxième cas, elle est libre de vibrer. La feuille fixe avait une température moyenne de 41 °C alors que la feuille flottante présentait une température moyenne de 37 °C, figure 1.4. Cette expérience montre un effet du flottement sur les échanges thermiques.

Tels les échanges thermiques, les échanges gazeux en dioxyde de carbone, en dioxygène et en eau, sont favorisés par le flottement de la feuille (Roden et Pearcy, 1993; Defraeye et al., 2012). Enfin l'environnement lumineux est dynamisé : les tâches de soleil (traduction française de *sunflecks*) sont plus nombreuses et mobiles. Cela permet de faire

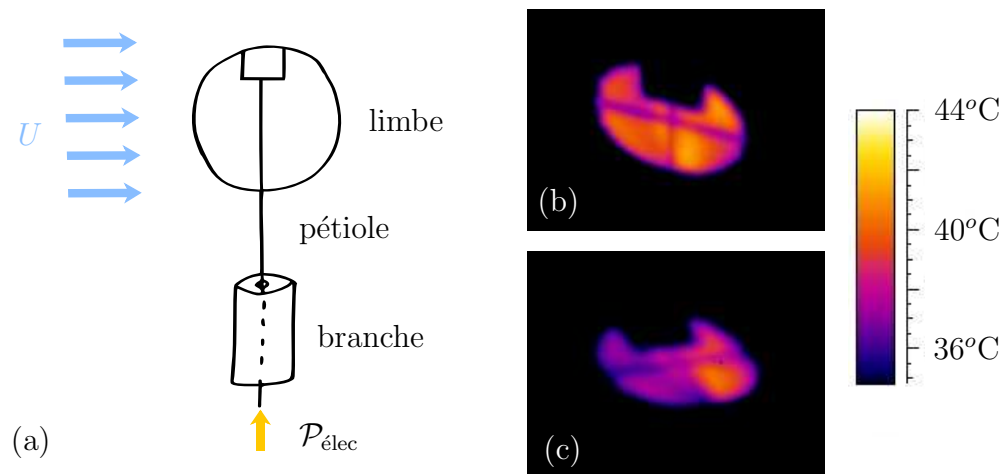


FIGURE 1.4 – Expérience de mesure d'échange thermique de la feuille en vent entre la feuille sans mouvement (b) et la feuille flottante (c). (a) Schéma de principe de l'expérience. (b) Température de la feuille sans mouvement obtenue avec une caméra thermique. (c) idem pour le feuille flottante. La température de la feuille flottante est réduite, indiquant un meilleur échange thermique. Le rectangle noir correspond à la position de l'entrée de l'alimentation thermique, isolée thermiquement, donc noire dans la gamme de température utilisée ici.

participer efficacement toutes les feuilles à la photosynthèse en évitant, d'une part, de saturer les feuilles de la partie supérieure de la canopée et en évitant, d'autre part, de maintenir les feuilles de la partie inférieure de la canopée dans l'ombre (Pearcy, 1990; Roden, 2003). D'après les connaissances actuelles sur la photosynthèse, certains processus photosynthétiques ont lieu dans des échelles de temps similaires à celles du mouvement des feuilles, entre 0,1 et 10 secondes, ce qui peut avoir des conséquences importantes sur la production de biomasse. Ces éléments biologiques aux temps courts sont rapportés sur la figure 1.3 et comparés aux temps caractéristiques du mouvement du feuillage.

Ces études biologiques aux temps courts montrent que la biologie de la feuille, ses capacités de production, d'échange et de protection vis-à-vis des stress biotiques et abiotiques sont changées par le vent. Dans la suite, on s'intéresse à la biomécanique aux temps courts (du dixième de seconde à quelques minutes), hors croissance. Dans ce cadre, la feuille est un objet mécanique comme un autre dont le mouvement possède ses propres échelles de temps, voir figure 1.3. C'est Percy (1990) qui résume la barrière conceptuelle que représente la compréhension du mouvement des feuilles dans le vent : « *There has been essentially no theoretical treatment of canopy movement in the wind [...] we do not yet know how these variations influence the characteristics of the resulting sunflecks or whether photosynthetic dynamics have adapted to these characteristics.* »

« Il n'y a pratiquement pas de traitement théorique du mouvement de la canopée dans le vent [...] nous ne savons pas encore comment ces variations influencent les tâches de soleil

ou bien si la dynamique de la photosynthèse s’est adaptée à ces caractéristiques. »

Suite à cette remarque, on vient naturellement à s’interroger sur l’état actuel des connaissances sur la mécanique des végétaux en vent, et de manière plus générale, sur la mécanique des objets flexibles dans le vent.

## 1.4 Considérations mécaniques : état de l’art

Les effets du vent sur des structures ou des objets flexibles n’ont pas été abordés de manière systématique avant le XX<sup>e</sup> siècle. En effet, au cours des siècles précédents, il n’existait pas de soufflerie rendant possible l’étude des effets aérodynamiques. Les premiers essais aérodynamiques ont été effectués sur des objets fixés sur un bras tournant autour d’un axe par George Cayley (1809). Ce dispositif avait pour défaut de faire repasser l’objet étudié dans son propre sillage. Les premières souffleries ont été bâties entre la fin du XIX<sup>e</sup> et le début du XX<sup>e</sup> siècle, en Angleterre, en Russie, en France et en Allemagne. En France, c’est Gustave Eiffel, le célèbre ingénieur, qui a bâti la première soufflerie en 1909. Les études sur les effets du vent ont ensuite été dirigées dans un but principalement militaire tout au long du siècle, notamment sur les ailes d’avion, pour les fusées, les missiles, etc. Les premières études des végétaux dans le vent datent du milieu du XX<sup>e</sup> siècle et s’appuient largement sur les méthodes d’analyse développées par les ingénieurs. Avant de présenter la littérature des études mécaniques sur les végétaux dans le vent, il convient de rappeler quelques éléments de la théorie de l’aéroélasticité (de Langre, 2001).

### 1.4.1 Aéroélasticité et nombres sans dimension

La physique d’un **fluide** parfait est définie par sa masse volumique  $\rho_f$ , et sa vitesse d’écoulement  $U$ . Un **solide** élastique est caractérisé par son module d’Young  $E$ , son coefficient de Poisson  $\nu$  et sa masse volumique  $\rho_s$ . Ces variables dimensionnelles (hormis le coefficient de Poisson) permettent de construire des nombres sans dimension qui caractérisent l’interaction entre le fluide et le solide. Éliminons directement le coefficient de Poisson,  $\nu$ , qui est un nombre sans dimension caractérisant purement le solide. D’après le théorème II (Vaschy, 1892; Buckingham, 1914), le système fluide structure est correctement décrit par 2 nombres sans dimension. Le premier nombre sans dimension est le nombre de Cauchy,  $C_Y$ , qui compare les efforts statiques du fluide à la rigidité du solide. Hors géométrie, il est défini par

$$C_Y = \frac{\rho_f U^2}{E} . \quad (1.1)$$

Lorsque le nombre de Cauchy est faible,  $C_Y \ll 1$ , le solide n’est pas déformé par le fluide. Inversement, lorsque  $C_Y \gg 1$ , on s’attend à ce que le solide soit très déformé par le fluide. Le second nombre sans dimension est la vitesse réduite,  $U_R$ , qui compare l’échelle de temps

solide à l'échelle de temps fluide, ou bien de manière équivalente la vitesse du fluide à la vitesse du solide. Hors géométrie, elle est définie par

$$U_R = \frac{U}{\sqrt{E/\rho_b}}. \quad (1.2)$$

Lorsque les temps fluide et solide sont proches,  $0,01 < U_R < 100$ , le fluide et le solide interagissent fortement. Dans cette gamme de vitesse réduite, apparaissent la plupart des instabilités dynamiques (crise de portance, crise de traînée, vibrations induites par vortex). Lorsque  $U_R \ll 1$ , on peut considérer que le solide se déplace dans un fluide au repos. Au contraire lorsque  $U_R \gg 1$ , le solide est au repos par rapport au fluide.

Ce jeu de deux nombres sans dimension,  $U_R$  et  $C_Y$ , n'est pas unique. Ils sont cependant les nombres usuels pour la communauté fluide structure. On définit aussi souvent le nombre de masse,  $\mathcal{M}$ , qui compare la masse typique du fluide à la masse du solide. Le nombre de masse est une combinaison du Cauchy et de la vitesse réduite. Hors géométrie, il est défini par

$$\mathcal{M} = \frac{\rho_f}{\rho_s} = \frac{C_Y}{U_R^2}. \quad (1.3)$$

Ce nombre décrit principalement l'intensité des effets inertiels de l'interaction entre le fluide et le solide.

Pour les feuilles, la vitesse réduite est définie en tenant compte de la géométrie. Le temps solide varie entre 0,1 et 1 seconde (inverse de la fréquence propre de la feuille) et le temps fluide entre 0,01 et 1 seconde pour des vents allant de 0,1 à 10 m/s et une feuille d'une dizaine de centimètres. Le temps fluide correspond au temps où le fluide « voit » la feuille, soit la longueur de la feuille divisée par la vitesse du fluide. Ainsi pour les feuilles,  $0,1 < U_R < 100$ , on s'attend à des couplages forts entre fluide et solide.

Appliqué aux plantes, le nombre de Cauchy permet de caractériser les effets statiques et la vitesse réduite, les aspects dynamiques. Une courte revue des différentes approches développées pour étudier les végétaux en vent est proposée dans les deux paragraphes suivants, le premier traitant des aspects statiques et le second, des aspects dynamiques.

## 1.4.2 Statique des arbres en vent

Les considérations sur la statique des arbres ont été développées par McMahon et Kronauer (1976) en montrant que les arbres étaient construits de manière à éviter le flambement. Depuis, d'autres modèles statiques ont été élaborés pour tenir compte de l'effet du vent sur des structures avec la condition de moment constant tout au long de l'arbre (Moulia et Fournier-Djimbi, 1997; Lopez et al., 2011). Ces modèles statiques sont utilisés dans la plupart des logiciels de prédiction de dégâts forestiers, chablis et volis, en cas de tempête tels que *GALES* ou *HWIND* (Gardiner et al., 2000).

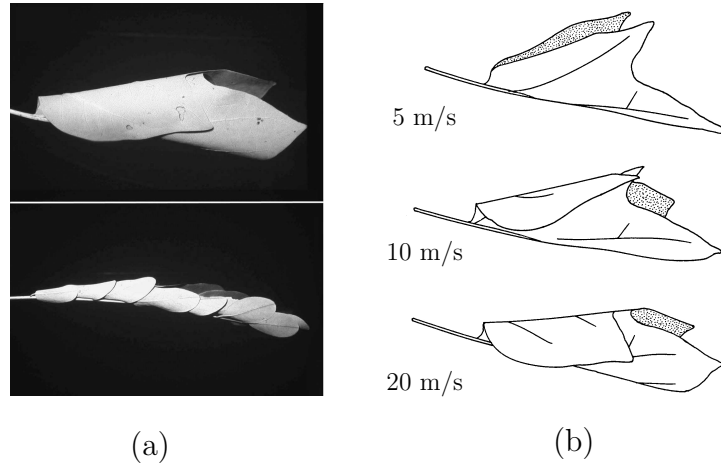


FIGURE 1.5 – Études de la reconfiguration des feuilles en vent. (a) Vogel (2009) (b) Vogel (1989)

La statique des feuilles d'arbre a surtout été abordée du point de vue de la diminution de traînée suite à la reconfiguration élastique des feuilles. Depuis les travaux originaux de Vogel (1989), figure 1.5, l'effet de la reconfiguration des feuilles sur la valeur des forces de traînée a fait l'objet de nombreuses études biomécaniques et mécaniques, voir la revue par de Langre (2008). La reconfiguration des feuilles d'arbre correspond à la réduction de surface de prise au vent des feuilles. Dès que le vent est assez fort, les parties élastiques des feuilles ploient. L'orientation des feuilles est changée et leur surface apparente est diminuée (de Langre, 2012). La traînée d'un objet flexible augmente ainsi moins vite que celle d'un objet rigide avec la vitesse du vent. Cet effet est quantifié à travers le coefficient de Vogel qui définit l'écart à la loi d'évolution de la traînée pour un objet rigide. Pour un solide rigide, la force de traînée,  $T$ , varie comme la vitesse du vent au carré,  $T \propto U^2$ . Pour un solide élastique, la traînée suit une loi de puissance différente,  $T \propto U^{2-\nu}$  où  $\nu$  est le coefficient de Vogel. On peut montrer que selon les caractéristiques élastiques et géométriques des objets flexibles qui se reconfigurent, le coefficient de Vogel, varie entre  $2/3$  et  $2$ . Pour  $\nu = 2$ , la traînée de l'objet élastique est constante quelle que soit la vitesse du vent. Quelques exemples sont rappelés sur la figure 1.6.

### 1.4.3 Dynamique des arbres en vent

La dynamique des arbres a été dominée par l'étude du balancement des arbres dû au vent (Mayer, 1987; Kerzenmacher et Gardiner, 1998; Speck et Spatz, 2004; Schindler et al., 2010; Pivato et al., 2014). Dans ces études seul le mode 1 de balancement de l'arbre est considéré, avec une seule fréquence propre. L'arbre une fois excité par le vent est ensuite amorti. L'amortissement des arbres peut avoir plusieurs sources, voir la revue bibliographique par Moore et Maguire (2004). (i) Une source interne, regroupant la dissipation entre

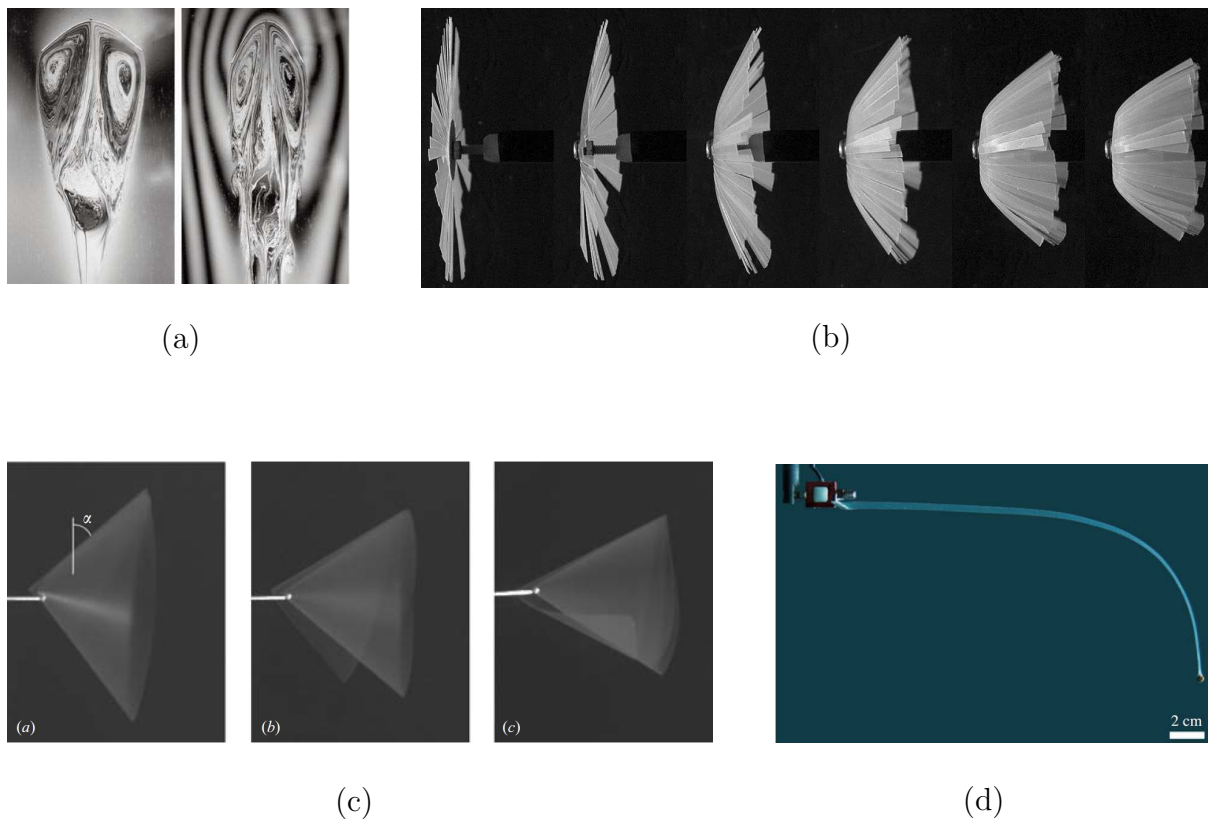


FIGURE 1.6 – Études de la reconfiguration d'objets élastiques et applications biomimétiques. (a) Reconfiguration d'une fibre dans un film de savon,  $\nu = 2/3$ , Alben et al. (2002). (b) Reconfiguration d'un disque découpé en lamelles,  $\nu = 1$ , Gosselin et al. (2010). (c) Reconfiguration plaque sous forme de cône,  $\nu = 4/3$ , Schouveiler et al. (2006). (d) Reconfiguration d'un ruban sans rigidité,  $\nu = 2$ , Barois et de Langre (2013).

les racines et le sol et la dissipation de friction dans le bois à cause des déformations. (ii) Une source externe regroupant l'amortissement aérodynamique et les frottements avec les autres arbres. L'amortissement interne correspond à 10% de l'amortissement total, l'amortissement par frottement avec les arbres voisins et l'amortissement aérodynamique correspondent respectivement à 50% et 40% de l'amortissement total (Milne, 1991). Pour des arbres sans voisins, le ratio amortissement interne, amortissement aérodynamique est conservé (Brüchert et al., 2003). L'amortissement du mouvement de l'arbre est donc dominé par l'amortissement aérodynamique (Sellier et Fourcaud, 2009).

Un autre système largement étudié est le phénomène de honami sur couvert (Dupont et al., 2010). Le honami est un couplage entre le fluide et la structure à l'échelle de la canopée qui crée une impression de vague se déplaçant au sommet de la canopée.

La dynamique des branches est rarement prise en compte dans ces études biomécaniques. Les principaux résultats sur les modes d'ordre supérieur des arbres ont été mesurés par Rodriguez (2009) sur un arbre nu (hiver). La dynamique de l'arbre est décrite sur une base modale comme une structure mécanique classique. Le mouvement d'une structure mécanique peut être décomposé sur sa base modale à l'aide d'une déformée et d'une fréquence propre. Cette décomposition est efficace car les modes propres mécaniques sont orthogonaux entre eux vis-à-vis de l'opérateur de masse.

Pour une poutre droite, encastree libre, le calcul explicite des modes propres est connu. Les fréquences propres des premiers modes ne sont pas proches,  $f_2/f_1 \approx 6,27$ ,  $f_3/f_1 \approx 17,55$ . Pour des modes plus élevés, les fréquences sont de plus en plus éloignées. Pour  $k \gg 1$ , la  $k$ -ième fréquence propre de la poutre, notée  $f_k$ , suit une loi en  $f_k \propto k^2$  (Der Loughian, 2012). Dans ces conditions, la densité fréquentielle de la structure est éparse. Par contre, pour une structure branchée, les essais montrent que la densité fréquentielle est beaucoup plus élevée (Rodriguez et al., 2008; Der Loughian et al., 2014). Les modes propres d'une structure branchée suivent une cascade en fréquence qui ne correspond pas à celle des poutres. Il y a une concentration des fréquences des modes propres : chacune des entités sous le branchement possède des caractéristiques vibratoires proches. Au contraire, les déformées modales de la structure sont localisées spatialement, branche par branche. Il faut retenir que le branchement augmente la densité fréquentielle des modes au profit d'une localisation spatiale des déformées modales. La localisation spatiale des déformées modales est illustrée par des essais sur une branche de charme, où les déformées modales ne se recouvrent presque jamais, figure 1.7. Ces caractéristiques modales du branchement ont été vérifiées sur une plante modèle, *Arabidopsis thaliana* (Der Loughian et al., 2014).

Ainsi, pour deux déformées modales différentes,  $\phi_k$  et  $\phi_l$ , le recouvrement de ces champs vectoriels est très faible. Cela se traduit mathématiquement par

$$\int_{\text{struct.}} |\phi_k(M)| |\phi_l(M)| \approx \delta_{kl} \int_{\text{struct.}} |\phi_k(M)|^2, \quad (1.4)$$



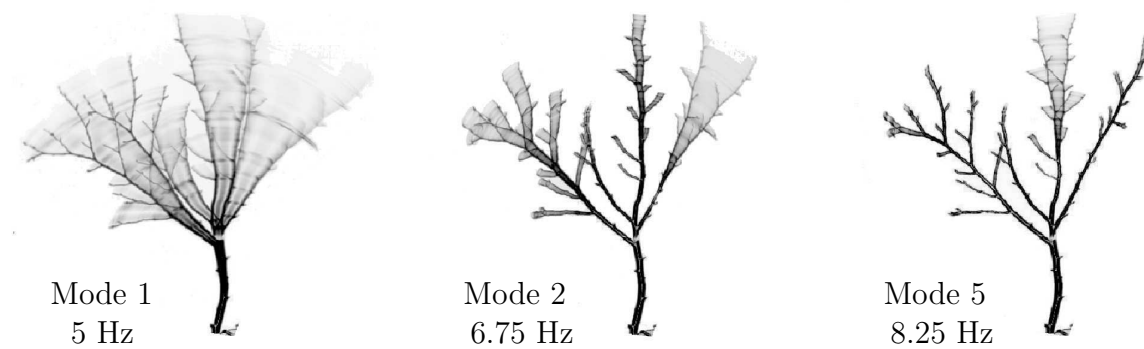


FIGURE 1.7 – Déformées modales d’une branche de charme : la structure branchée favorise la localisation des modes, d’après Rodriguez (2009).

où  $\delta$  est le symbole de Kronecker. Par exemple, sur la figure 1.7, si l’on suit la branche centrale, elle ne bouge pas sur le mode 2 mais représente presque exclusivement la déformée modale du mode 5. D’autres travaux vibratoires purs sur les végétaux ont aussi été entrepris, pour la libération des pollens et des fruits. Par exemple, pour la récolte des olives, les arbres sont secoués à différentes fréquences (Castro-García et al., 2008). La sollicitation de l’arbre à une fréquence unique ne permet pas de mettre en vibration toutes les branches à cause de la localisation des modes. Pour récolter tous les fruits, les oliviers sont secoués à différentes fréquences.

## 1.5 Méthodes expérimentales

### 1.5.1 Mesure du vent et expériences en plein air

Pour étudier et quantifier ces effets de nombreux outils expérimentaux ont été mis au point, certains sont très efficaces pour étudier le mouvement des feuilles dans le vent. L’effet du vent sur les végétaux est une réalité facilement observable : un vent léger fait scintiller les champs de blés avec des honamis, dans un vent fort et régulier s’épanouissent les arbres en drapeau ; enfin la tempête élague les branches, brise les troncs ou déracine des arbres entiers. Pour quantifier l’effet du vent sur les arbres il faut mesurer d’une part le vent, généralement sa vitesse, et d’autre part la réponse plantes avec les amplitudes de mouvement, les fréquences, les déformations, la croissance.

Le vent est quantifié en mesurant la vitesse instantanée, la direction et la masse volumique de l’air. La mesure de vitesse et de direction du vent est réalisée avec des appareils classiques, anémomètres à hélice, anémomètres soniques, anémomètres à fil chaud, ou des manomètres sur convergent en petite soufflerie. Ces techniques de mesure de vent sont usuelles et faciles d’utilisation. De tels appareils permettent de mesurer la vitesse du vent instantanée à quelques dizaines de Hertz donnant avec une bonne précision les fluctua-

tions de vitesse de vent. La masse volumique de l'air dépend de la température et de l'humidité. Une mesure de ces deux paramètres permet de déduire la masse volumique de l'air tabulée. Généralement, pour des études à grandes échelles (parcelles, forêts, régions) les données de vent choisies, vitesses et masse volumique, sont directement celles des organismes météorologiques nationaux. Pour des échelles plus petites (individu, organe), les mesures de vent sont effectuées par le chercheur à proximité de l'objet considéré.

Tout d'abord les effets du vent sur les végétaux ont été étudiés sur des systèmes réels. Mettre en évidence l'effet du vent en pleine nature n'est pas chose aisée vu le nombre de paramètres qui interviennent pour la vie de la plante. Retenons néanmoins deux exemples forts d'expériences qui prouvent l'effet du vent sur la biologie des plantes. Tout d'abord, l'effet du vent sur les végétaux a été mis en évidence de manière directe en analysant les dégâts du vent sur les forêts lors de tempêtes par analyse de données radar, image satellites, comptage d'arbre, etc (Wang et al., 2010). Deuxièmement, toujours de manière directe, Moulia et Combes (2004) ont étudié la croissance différentielle des plants de luzerne soumis au vent. L'expérience a eu lieu en condition naturelle, en plein air au milieu d'une plantation de luzerne. Certains plants de luzerne ont été laissés libres d'être courbés par le vent alors que d'autres ont été soutenus par des tiges rigides. Les plants de luzerne libres ont une croissance moindre en hauteur que les plants de luzerne tutorés. Ces tests grandeur nature sont souvent complétés par des mesures mécaniques statiques et dynamiques à fin d'élargir la gamme des paramètres où s'appliquent ces résultats, établir les lois de comportement mécanique et les réponses physiologiques des végétaux soumis au vent. Des dispositifs de mesure et des techniques spécifiques ont été mis en place pour étudier la réponse des arbres aux sollicitations mécaniques extérieures.

### 1.5.2 Mesures statiques

Les mesures statiques consistent généralement à mesurer le module de rigidité des plantes, les caractéristiques de rupture des branches, la géométrie de l'arbre, son branchement, le diamètre et l'élancement de ses branches et enfin son ancrage au sol avec son système racinaire.

Le module de rigidité moyen du tronc d'un arbre,  $B$ , peut être obtenu par le prélèvement d'un échantillon de bois et le test de celui-ci en flexion. Néanmoins la méthode la plus simple pour déterminer le module de rigidité moyen est le test de l'arbre sur pied en flexion (Peltola et al., 2000). Le tronc de l'arbre est attaché avec un câble à une hauteur  $L$  et le câble est mis en tension pour défléchir l'arbre. La force  $F$  avec laquelle le câble tire sur l'arbre et la déflexion au niveau du point d'application de la force,  $\delta$ , sont mesurées. Pour des petites déflexions et en supposant la section de l'arbre constante, le module de rigidité est donné par la relation suivante :  $B = FL^3/3\delta$ . En tirant plus fort, le tronc peut

se briser ou bien l'arbre être déraciné. Lorsque le tronc se brise, on obtient la contrainte à la rupture. Au contraire, lorsque l'arbre est déraciné, c'est le moment de chablis qui est obtenu (Yang et al., 2014).

Pour obtenir les caractéristiques géométriques de l'arbre, on peut le scanner à l'aide d'un Lidar – Light Radar – que l'on peut traduire par radar lumineux (Van der Zande et al., 2006). Cette méthode de quantification de la géométrie marche bien pour des arbres peu denses hors feuillage et permet d'obtenir rapidement la structure 3D ligneuse de l'arbre. Cependant la méthode apportant la meilleure précision en environnement dense, ou lorsqu'il y a des feuilles est la digitalisation 3D. La digitalisation 3D est une méthode semi-manuelle de repérage des éléments de l'arbre via le déplacement d'un senseur dans un champ magnétique (Raab et al., 1979). La perturbation du champ magnétique est mesurée lorsque le pointeur métallique est situé sur l'objet à pointer et permet de repérer cette position spatialement. Un logiciel accompagne ce dispositif de mesure, le point repéré spatialement est associé à une branche que l'opérateur caractérise par son niveau de branchement. À chaque branche, l'opérateur associe un diamètre mesuré avec un pied à coulisse. Cette technique permet d'obtenir la topologie de l'arbre, c'est-à-dire à la fois sa structure géométrique et ses caractéristiques de branchement. Cette technique a été développée au PIAF, INRA de Clermont-Ferrand (Sinoquet et al., 1997).

La digitalisation 3D permet aussi de repérer la position des feuilles sur l'arbre et de déterminer la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles sur l'arbre. Les techniques de type Lidar ne permettent pas encore de mesurer ces distributions directement. Notons qu'une technique simple de mesure des angles d'inclinaison des feuilles par photographie a récemment été mise au point par Pisek et al. (2013).

Pour les feuilles, les tests mécaniques classiques s'appliquent. Les feuilles doivent être testées fraîches car elles perdent leurs propriétés mécaniques rapidement après la cueillette, avec un temps caractéristique allant de quelques dizaines de minutes à l'heure (Niklas, 1991a). Pour optimiser la conservation des feuilles après prélèvement, il faut les cueillir sous l'eau pour essayer de préserver la turgescence des tissus et éviter la déshydratation. Néanmoins, la règle générale reste de tester la feuille rapidement, avant qu'elle ne fane. Les caractéristiques mécaniques des pétioles sont mesurées grâce à des tests de déflexion, les feuilles pesées avec des balances de précision et mesurées à partir de photographies calibrées.

### 1.5.3 Mesures dynamiques

Les dispositifs de mesure de la dynamique des plantes sont eux aussi adaptés des sciences de l'ingénieur. Les amortissements de la structure d'arbre sont mesurés en faisant des lâchers d'arbre lors d'expériences de déflexion du tronc décrites ci-dessus pour

le cas statique. Les dispositifs mécaniques comme des jauges de déformation ou des accéléromètres permettent de mesurer des déformations ou des fréquences de vibration. Des accéléromètres placés à différents endroits de l'arbre, tronc ou branches permettent de mesurer les accélérations locales (Schindler et al., 2010). Les dispositifs optiques comme des caméras ou des pointeurs lasers sont aussi efficaces pour mesurer la dynamique des arbres. Les mouvements de l'arbre peuvent être mesurés avec des caméras haute vitesse et traités avec des algorithmes de séparation des mouvements (Py et al., 2005). Le traitement des films expérimentaux se fait en deux temps. Dans un premier temps la vitesse des objets filmés est mesurée. Dans un deuxième temps, cette vitesse est décomposée en modes propres spatio-temporels. Ces méthodes de détection de vitesse et de séparation des composantes spatio-temporelles sont synthétisés dans Barbacci et al. (2014) et implantés dans le programme CRtoolbox [WEB05].

### Mesure des vitesses : outil KLT

La mesure des vitesses se fait grâce à un algorithme de détection et de suivi de point de type KLT, du nom de ses développeurs Lucas et al. (1981), Tomasi et Kanade (1991), implanté sur la CRtoolbox. Cet outil est classique pour suivre le mouvement d'objets sur plusieurs images. Les lieux de fort gradient d'intensité sont suivis d'une image sur l'autre et permettent de définir une vitesse locale. La CRtoolbox propose à l'opérateur de choisir un nombre de points à traquer et le nombre d'images à analyser avant de lancer la détection. En sortie du traitement par KLT, les vitesses locales des points suivis sont connues.

### Séparations des modes propres spatio-temporels : outil BOD

La décomposition bi-orthogonale (acronyme anglais BOD) est une technique de décomposition d'un champ scalaire ou vectoriel en éléments corrélés en espace et en temps, voir la thèse de Py (2005) et l'article original par Aubry et al. (1991). La BOD permet de décomposer le champ vectoriel de vitesse des feuilles  $\underline{V}(\underline{x}, t)$  en modes propres spatio-temporels. Les modes propres spatiaux sont appelés topos,  $\underline{\psi}(\underline{x})$ . Les topos sont des champs vectoriels dont l'évolution temporelle est donnée par le chronos associé  $\phi(t)$ . Cette décomposition modale fait ressortir le coefficient  $\alpha$ , qui représente l'énergie cinétique du mode propre. Les modes propres sont classés selon la valeur de l'énergie cinétique, si bien que le  $i$ -ème mode propre est défini par son topos  $\underline{\psi}_i(\underline{x})$ , son chronos  $\phi_i(t)$  et son énergie cinétique  $\alpha_i$ .

Le champ spatio-temporel des vitesses peut être reconstruit comme la somme des modes spatio-temporels

$$\underline{V}(\underline{x}, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{\alpha_i} \underline{\psi}_i(\underline{x}) \phi_i(t). \quad (1.5)$$

Cette décomposition très puissante d'un film en modes spatio-temporels peut être utilisée pour séparer les mouvements avec de larges corrélations spatiales des mouvements

avec de faibles corrélations spatiales (Der Loughian et al., 2014).

Les méthodes classiques d'étude des végétaux en vent font aussi intervenir l'usage de souffleries pour mesurer la traînée sur un arbre (Rudnicki et al., 2004), ou même le développement d'un arbre en vent (Telewski, 2012). L'usage de souffleries permet par ailleurs le test d'objets modèles pour caractériser les dépendances du mouvement avec les paramètres mécaniques ajustables (Schuepp, 1972; Albayrak et al., 2012).

Enfin, la mécanique dynamique des végétaux en vent passe aussi par la simulation numérique qui permet le test rapide et peu coûteux d'un grand nombre de configurations (Dupont et al., 2010).

## 1.6 Modèles d'arbre feuillu

Le modèle d'arbre en feuille est usuellement bâti sur trois niveaux : le niveau de la feuille, le niveau de la structure (tronc et branches) et enfin le niveau du feuillage (ensemble des feuilles). Ces trois niveaux sont présentés ici, en insistant sur les modèles existant dans la littérature et ceux choisis dans le cadre de ce travail.

### 1.6.1 Anatomie des feuilles

Le seul trait que presque toutes les feuilles partagent c'est leur forme de surface 3D où l'épaisseur est très petite devant les deux autres longueurs. Leur taille varie de quelques millimètres (2 à 6 mm pour le Cyprès, *Cupressus sempervirens*) à plusieurs dizaines de mètres, avec un record de 25, 11 m de long, 4, 90 m de large et plus de 100 kg pour le *Raphia Regalis* (Hallé, 2005). Leurs formes sont très diverses, généralement classées comme suit : les feuilles simples, les feuilles pennées, les feuilles palmées et enfin les feuilles sessiles. Ces formes sont représentées sur la figure 1.8.

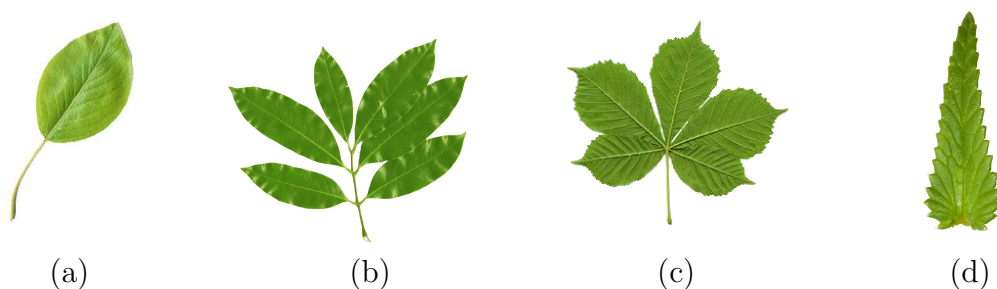


FIGURE 1.8 – Formes des feuilles usuelles : (a) feuille simple, (b) feuille pennée, (c) feuille palmée et (d) feuille sessile, sans pétiole.

Par commodité, la forme de référence choisie dans la plupart des études mécaniques est la feuille simple, composée d'un limbe et d'un pétiole, figure 1.9 (a). Le limbe est la partie

plate de la feuille chargée de la photosynthèse, des échanges gazeux, et de la transpiration. Le pétiole est une tige reliant le limbe à la branche, par laquelle transitent dans un sens les sucres produits par la photosynthèse à travers la conduite appelée phloème et dans l'autre l'eau nécessaire au fonctionnement de la feuille (transpiration) à travers le réseau xylémien. Le pétiole a un diamètre qui lui aussi varie selon les espèces de quelques fractions de millimètre à près de 50 cm pour le *Raphia Regalis* (Hallé, 2005). La figure 1.9 (b) montre une coupe d'un pétiole. En toute généralité, un pétiole n'est pas une poutre homogène et isotrope de section circulaire constante (Niklas, 1991b,c; Vogel, 1992; Faisal et al., 2010). La localisation et la distribution des vaisseaux de transport et des parties lignifiées plus rigides dans le pétiole dépend de l'espèce d'arbre considérée. Ainsi l'anisotropie et l'homogénéité des pétioles varient entre les espèces, et même intra-espèce selon les variétés d'arbre, allant de pétioles très fortement anisotropes et très peu homogènes à des pétioles assez isotropes et homogènes. en première approximation.

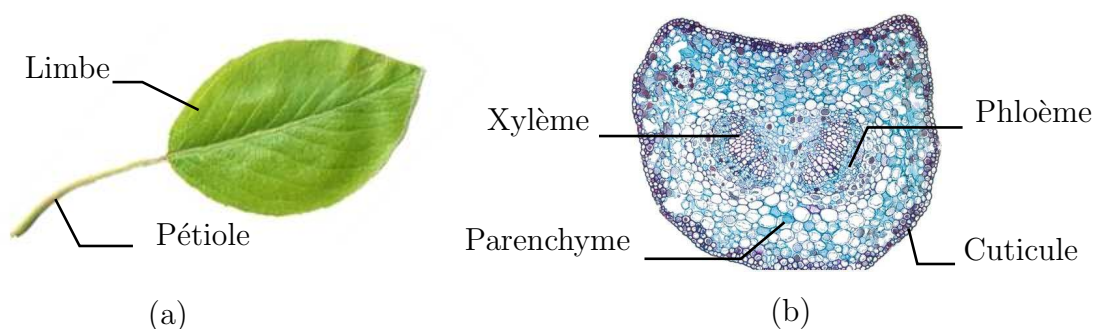


FIGURE 1.9 – (a) Définition des termes botaniques relatifs à la feuille et (b) coupe transversale d'un pétiole de *Ginkgo Biloba* [WEB06]. Le pétiole sert à l'alimentation en eau de la feuille à travers le xylème et évacue les sucres produits par la photosynthèse via le phloème. Le principal constituant du pétiole est le parenchyme. Le tout est recouvert d'une peau appelée cuticule. En règle général le pétiole n'est ni homogène, ni isotrope.

Enfin, pour finir de donner quelques ordres de grandeurs relatifs aux feuilles, il faut estimer le nombre de feuilles présentes sur un grand arbre. J'ai, au cours de ma thèse, numérisé la structure et le feuillage d'un pommier de 2 m de haut qui possédait plus de 3000 feuilles. En supposant que les feuilles poussent en périphérie de l'arbre, sur une sphère dont le rayon est proportionnel à la taille de l'arbre, et que la densité de feuille ne change pas entre un petit arbre et un grand arbre, on peut estimer que le nombre de feuilles d'un arbre de 20 m de haut est :  $3000 \times 10^2 = 300\,000$  feuilles. Certaines sources font état de 800 000 feuilles pour un hêtre de 25 m de haut [WEB07] ou encore de plus de 2 000 000 de feuilles pour un arbre de 50 m de haut<sup>1</sup> (Hallé, 2005). Ces ordres de

1. Hallé (2005) donne un chiffre de 1,25 Hectare de surface d'échange aérienne pour un arbre de 50 m de haut. En prenant des feuilles rectangulaires de 8cm sur 4cm, et en divisant par deux la surface

grandeurs prouvent le nombre immense de feuilles portées par un arbre. L'utilisation des statistiques est dès lors nécessaire.

Le problème de la déformation élastique des pétioles a été étudié par Vogel (1992) et par Niklas (1999) à travers l'utilisation de modèles simples de poutres en flexion. Dans ces études, les pétioles ont été modélisés comme des poutres isotropes et homogènes. Ils ont montré que les déformations statiques et dynamiques se concentrent dans le pétiole pour la grande majorité des feuilles. Ce modèle idéalisé de déformation de la feuille n'est pas adapté lorsque le limbe est plus flexible que le pétiole ou bien lorsque la géométrie de la feuille est trop éloignée de celle considérée comme c'est le cas pour les feuilles pennées ou les feuilles sessiles. Néanmoins, les modèles de feuille à limbe rigide et à pétiole flexible sont efficaces dans la plupart des applications considérées en biologie (Niklas, 1999; Niinemets et Fleck, 2002).

### 1.6.2 Architecture de la structure branchée

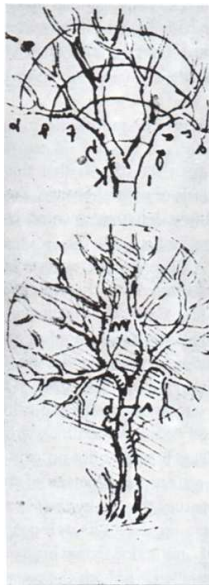
Définir une architecture d'arbre n'est pas une chose aisée : les formes des arbres diffèrent entre espèces, entre individus au sein d'une espèce, et même entre clones d'un même individu. L'architecture d'un arbre dépend de son génome mais aussi de son environnement extérieur. Sa position vis-à-vis des autres arbres, sa réponse aux différents tropismes, les stress biotiques (présence d'herbivores par exemple) et abiotiques (vent, sécheresse, etc.), enfin son histoire (élagage) sont tout autant de facteurs susceptibles d'influer sur l'architecture finale de l'arbre. Peu de travaux de classification des architectures d'arbre ont été menés avant le XX<sup>ème</sup> siècle, notons pour l'exemple les dessins de Léonard de Vinci (1487–1508), figure 1.10 (a). Les différentes architectures d'arbre ont été décrites, schématisées et classifiées par les naturalistes au cours du siècle dernier, voir Hallé (2005). Cette classification morphologique a débouché sur une vingtaine de formes typiques représentées sur la figure 1.10 (b).

Le modèle de Leeuwenberg, figure 1.10 (b), qui représente un arbre sympodial a été mathématisé par une simple itération d'une loi de branchement (Rodriguez et al., 2008). Il a été utilisé avec succès pour l'étude de la vibration des arbres (Rodriguez et al., 2012) et pour les problèmes de fracture (Lopez et al., 2011; Eloy, 2011). Ce modèle est basé uniquement sur la définition d'un angle de branchement et des lois allométriques. Ce modèle peut être utilisé aussi bien pour déterminer l'inclinaison des branches portant les feuilles en statique, que pour donner les caractéristiques mécaniques des structures situées après chaque branchement (masse, fréquence, dimensions).

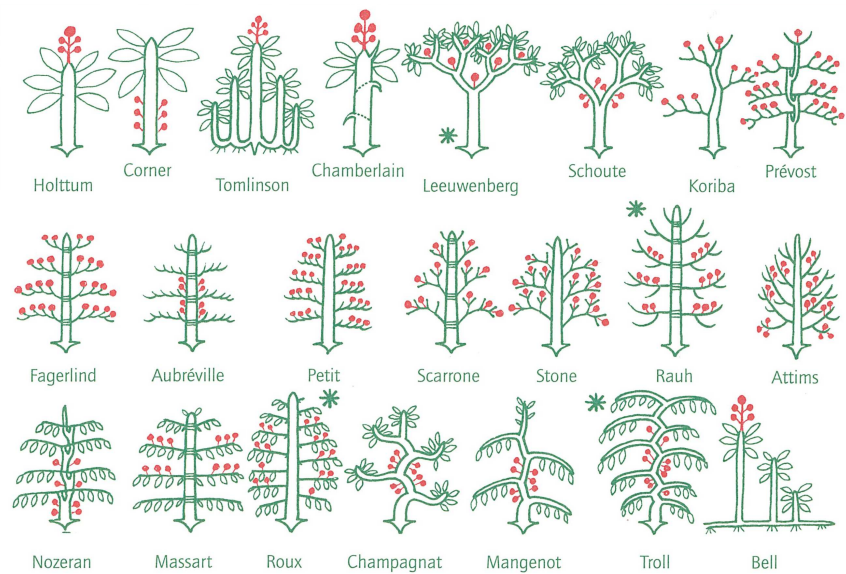
---

d'échange aérienne (les feuilles y étant comptées recto et verso), on obtient :  $1,25 \cdot 10^4 / 2(32 \cdot 10^{-4}) \sim 2\,000\,000$  de feuilles.





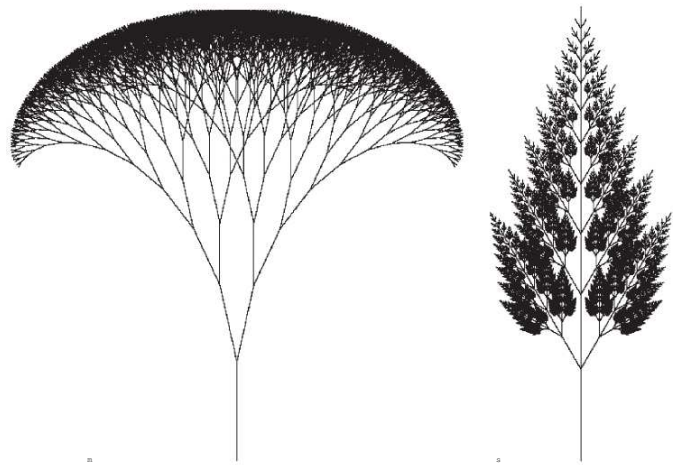
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 1.10 – Les structures architecturales des arbres ont été décrites par les botanistes, citons (a) Léonard de Vinci (1487–1508) et plus récemment (b) Francis Hallé (2005). Ces observations ont donné lieu à plusieurs modèles architecturaux fractals, notamment ceux de (d) Rodriguez et al. (2008) pour les arbres sympodiaux et monopodiaux. Une représentation grandeur nature de cet arbre fractal a « pris racine » dans les jardins de l'université d'Oxford (c), sculpture par Mark Wallinger. *Crédit Photographique : J-M. Allain.*



### Description géométrique du modèle de Leeuwenberg

L'arbre idéalisé considéré ici est un arbre itératif, sympodial, parfaitement symétrique, dont les règles de construction sont les suivantes :

- L'arbre est défini par les paramètres d'élancement,  $\lambda$  et  $\beta$ , et un angle de branchement  $\theta_0$ .
- À chaque itération, une branche mère donne deux branches filles.
- L'angle entre l'axe de la branche mère et celui de la branche fille vaut  $\pm \theta_0$ .
- Le diamètre d'une branche fille, de niveau  $k + 1$ , est relié au diamètre de la branche mère, de niveau  $k$ , par la relation

$$D_{k+1} = \sqrt{\lambda} D_k. \quad (1.6)$$

- La branche suit une loi d'élancement qui lie son diamètre et sa longueur,

$$\frac{D_k}{D_0} = \left( \frac{L_k}{L_0} \right)^\beta. \quad (1.7)$$

- Le module d'Young,  $E$ , et la masse volumique,  $\rho_b$ , des branches sont supposés constants pour toute la structure.
- Le tronc a pour dimensions  $(L_0, D_0)$ .
- L'arbre est constitué de  $n$  itérations.

De plus la structure est supposée parfaitement symétrique à chaque itération. Une version bidimensionnelle de l'arbre est dessinée figure 1.11.

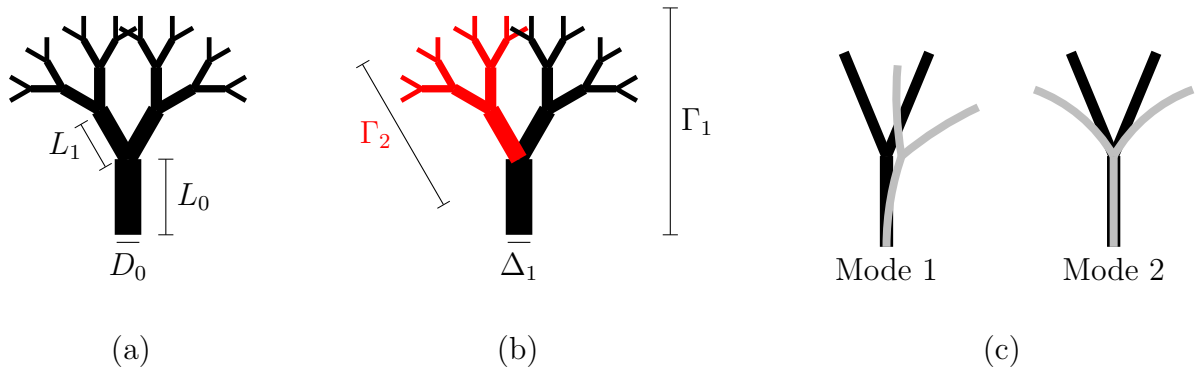


FIGURE 1.11 – (a) Structure d'arbre 2D et construction géométrique. (b) Description géométrique des déformées modales. (c) Le mode 1 est le seul mode antisymétrique d'une telle structure, le mode 2 est le premier mode symétrique.

Les tailles de branches sont alors données par

$$D_k = D_0 \lambda^{k/2} \quad \text{et} \quad L_k = L_0 \lambda^{k/2\beta}. \quad (1.8)$$

## Description modale de la structure

La construction d'un tel arbre permet de définir les caractéristiques des modes. Chaque mode est caractérisé par une déformée modale,  $\varphi_k$ , et une pulsation propre,  $\Omega_k$ . Dans une telle description, les déformées modales du mode  $k$  correspondent aux petits arbres situés après le  $k$  moins unième branchement. Ce modèle rend bien les caractéristiques vibratoires des objets branchés et fractals : ils possèdent une forte densité fréquentielle ainsi qu'une forte localisation spatiale (Russ et al., 1997). Par exemple, le petit arbre d'ordre 2 (situé après le premier branchement) est représenté en rouge sur la figure 1.11 (b).

Les tailles caractéristiques de la déformée du mode  $k$  correspondent à la taille de la plus grosse branche du mode,  $\Gamma_k \propto L_{k-1}$  et  $\Delta_k \propto D_{k-1}$ . Les mouvements de l'arbre sont décomposés sur les déformées spatiales de la structure. L'équation du mouvement libre du mode  $k$  s'écrit

$$\ddot{Q}_k + \Omega_k^2 Q_k = 0, \quad (1.9)$$

avec la pulsation propre

$$\Omega_k \propto \frac{\Delta_k}{\Gamma_k^2} \sqrt{\frac{E}{\rho_b}}. \quad (1.10)$$

### 1.6.3 Description du feuillage

Il n'existe pas beaucoup de modèles de feuillage. La plupart d'entre eux sont des descriptions empiriques des distributions des inclinaisons des feuilles. Les distributions d'angle d'inclinaison des feuilles représentent la probabilité qu'une feuille choisie au hasard sur l'arbre ait une inclinaison donnée. Pour exemple, une distribution d'angle d'inclinaison foliaire est tracée sur la figure 1.12 (b) et (c). Les distributions angulaires des feuilles ont été utilisées pour modéliser l'interception lumineuse du feuillage d'un arbre. Plusieurs fonctions d'ajustement ont été proposées pour représenter l'orientation des feuilles. La première fut la fonction sphérique dont l'interception lumineuse est indépendante de l'inclinaison solaire (Nichiporovich, 1961; Wit, 1966). Wit (1966) a classé les distributions d'angle d'inclinaison des feuilles selon quatre types : (i) lorsque les feuilles sont plutôt horizontales, la distribution est dite planophile. (ii) Les arbres dont les feuilles essentiellement verticales (pointant vers le ciel ou vers le sol) ont une distribution érectophile. (iii) Les feuillages plagiophiles ont une majorité de feuilles inclinées de manière oblique. (iii) Enfin les feuillages extremophiles ont toutes leurs feuilles verticales ou horizontales, aucune de manière oblique. Pour pouvoir faire des calculs d'interception lumineuse tout en collant au mieux aux mesures expérimentales, des fonctions d'ajustement toujours plus compliquées ont été proposées comme les fonctions  $\beta$  (Goel et Strebel, 1984), les fonctions ellipsoïdales (Campbell, 1986, 1990), ou encore les fonctions ellipsoïdales-tournées (Thomas et Winner, 2000). Wang et al. (2007) fournissent une revue exhaustive des algorithmes et fonctions

d'ajustement proposés.

L'interception lumineuse du rayonnement solaire direct par un arbre est une quantité déterminante pour le calcul de la production de biomasse. Pour pouvoir discuter de cette quantité à l'échelle de l'arbre, l'utilisation des statistiques est nécessaire car le nombre de feuilles est très grand (quelques centaines de milliers à quelques millions de feuilles sur un arbre adulte de 25 m). La quantité de lumière interceptée par une feuille dépend de sa surface et de son angle d'inclinaison,  $\phi$ , figure 1.12 (a). L'angle d'inclinaison est défini comme l'angle entre la direction inverse de la gravité et le vecteur entre le point de jonction entre le limbe et le pétiole et le bout de la feuille.

La description de l'interception lumineuse à l'échelle de l'arbre par Monsi et Saeki (2005) fait intervenir la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles,  $P(\phi)$  et l'indice de surface foliaire,  $LAI$  (Leaf Area Index). L'indice de surface foliaire quantifie la densité du feuillage, il est défini comme le quotient de la surface de feuille (1 face) par mètre carré de surface au sol.

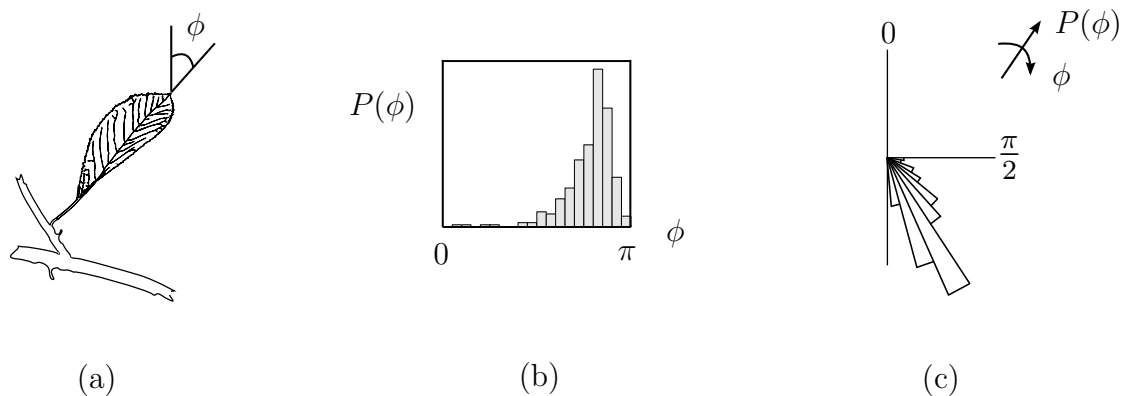


FIGURE 1.12 – (a) Définition de l'angle d'inclinaison des feuilles  $\phi$ . (b) Exemple de distribution d'angle d'inclinaison des feuilles (Falster, 2012). (c) Même exemple en représentation polaire.

Si l'on considère une couche de feuille entre  $z$  et  $z - dz$ , la lumière incidente sur un mètre carré de surface au sol,  $I(z)$ , va être en partie absorbée. L'intensité lumineuse,  $I(z - dz)$ , est donc diminuée. La diminution de l'intensité lumineuse est, comme dans une loi d'absorption de Beer-Lambert, proportionnelle à l'intensité incidente,  $I(z)$ , et à la distance parcourue par le rayon dans la canopée,  $dz / \cos \gamma$ , où  $\gamma$  est l'angle d'inclinaison solaire par rapport au zénith. Le coefficient de proportionnalité de la loi de Beer-Lambert dépend la projection de la densité de surface foliaire par mètre carré de surface au sol,  $q(z)$ . On a  $\int_0^H q(z) dz = LAI$ , où  $H$  est la hauteur de l'arbre. Cela s'écrit mathématiquement comme

$$dI = I(z) \int_0^\pi F(\phi, \gamma) q(z) P(\phi) d\phi \frac{dz}{\cos \gamma}, \quad (1.11)$$

où  $\gamma$  est l'angle d'inclinaison solaire variant dans le temps et  $F$  est une fonction de

projection géométrique compliquée, donnée explicitement par Pisek et al. (2013). Cette description statistique du feuillage suppose une décorrélation totale de la position des feuilles entre elles. L'intégration de l'équation précédente s'écrit (Pisek et al., 2011),

$$\ln \frac{I_0}{I_H} = -\frac{LAI}{\cos \gamma} \left[ \int_0^\pi P(\phi) F(\phi, \gamma) d\phi \right]. \quad (1.12)$$

$I_0$  représente l'intensité lumineuse transmise au sol. L'intensité lumineuse interceptée vaut  $I_H - I_0$ . Il est généralement plus pertinent de considérer l'interception lumineuse sur un jour complet,  $\int_{\text{Jour}} I_H(t) - I_0(t) dt$ , pour des processus tels que la photosynthèse. La quantité de lumière arrivant au sommet de la canopée est donnée par Campbell et Norman (1998),

$$I_H(t) \propto 0.7^{1/\sin \gamma(t)} \quad (1.13)$$

Le très grand nombre de feuilles sur un arbre, supérieur à 100 000, implique l'utilisation de statistiques pour quantifier le feuillage dans son ensemble. La théorie de Monsi et Saeki (2005) est très efficace comme point de départ. Notons qu'aucune fonction de distribution d'angles d'inclinaison des feuilles décrite dans la littérature ne repose sur une théorie mécanique, elles ne peuvent donc pas prendre en compte l'effet du vent.

## 1.7 Modèle de vent : turbulence de Von Kármán

Lorsque le vent souffle sur un arbre, le feuillage est mis en mouvement. Ce mouvement est la conséquence de la déformation statique de la structure et des feuilles, de l'effet de la turbulence et enfin d'interactions hydrodynamiques (instabilités aérodynamiques, vibrations induites par vortex, etc.) Aux très petites échelles sur des temps courts, le vent est modélisé avec une vitesse moyenne,  $U$ , modulée par des fluctuations de vitesse,  $u(t)$ . Ici, on ne tient compte que des fluctuations du vent ayant lieu dans la direction de la vitesse moyenne. La vitesse du vent instantanée par rapport au sol s'écrit  $V(t) = U + u(t)$ . Les fluctuations de vitesse sont généralement aléatoires mais le spectre fréquentiel des vitesses est lui au contraire connu. De ce fait, l'effet de la turbulence est généralement étudié de manière fréquentielle, avec le spectre des fluctuations de vitesses de vent,  $S_u$ . Plusieurs modèles empiriques du spectre des fluctuations de vitesses de vent existent comme le modèle de Kaimal, mais c'est souvent celui de Von Kármán qui est choisi en pratique. La description de la turbulence de Von Kármán est une relation empirique reliant le spectre du vent aux caractéristiques de l'écoulement (Hémon, 2006). Le sens de l'écoulement est

défini par la vitesse moyenne  $U$ . Le spectre des fluctuations s'écrit

$$S_u(\Omega) = \frac{4l_u\sigma_u^2}{U} \frac{1}{\left(1 + 70.7 \left(\frac{\Omega l_u}{2\pi U}\right)^2\right)^{5/6}}, \quad (1.14)$$

où  $l_u$  et  $\sigma_u$  sont des paramètres du modèles. La dimension physique de  $S_u$  est  $[L^2 T^{-1}]$ . De manière empirique,  $l_u \approx 200m$  et  $\sigma_u/U \approx 0,1$  (Hémon, 2006). Pour des fréquences supérieures à 0,1 Hz, le spectre des fluctuations de vent varie comme

$$S_u \propto U^{8/3} \Omega^{-5/3} l_u^{-2/3} \quad (1.15)$$

## 1.8 Problématique de recherche

Comment les feuilles d'arbre bougent-elles dans le vent ? Peut-on quantifier l'évolution des paramètres biologiques tels que l'interception lumineuse ou la photosynthèse en condition de vent ?

La simplicité de la première question cache en fait une complexité inhérente à la biologie : les feuilles d'arbre se ressemblent mais ne sont pas identiques (forme, taille, masse, etc.). Une immense variété existe entre les espèces, mais aussi sur un même arbre. De plus elles sont accrochées à une structure flexible (les branches) qui se déforme et bouge dans le vent. C'est encore la définition de l'échelle de Beaufort qui capture le mieux ce découplage d'échelle : à Beaufort 1, pour une vitesse de vent supérieure à 1,5 m/s, les feuilles frémissent. À Beaufort 3, les feuilles et les brindilles bougent. À Beaufort 4, les petites branches se balancent. Enfin à Beaufort 7, c'est tout l'arbre qui est en mouvement. La définition de l'échelle de Beaufort fait intervenir les différentes échelles de taille et de flexibilité qui apparaissent dans l'arbre : de la feuille à l'arbre total.

Les outils développés pour l'étude des végétaux en vent et hors vent forment un cadre cohérent pour étudier, mesurer et comprendre le mouvement des feuilles. (a) La digitalisation 3D permet de mesurer les caractéristiques statiques de l'arbre : les dimensions et l'organisation de sa structure d'une part et la distribution d'angle foliaire d'autre part. (b) Les modèles de structure d'arbre développés pour des questions vibratoires ou d'élitage des branches peuvent aussi être efficaces pour modéliser la distribution des branches d'arbre dans l'espace. (c) Dans le même temps, les études en petite soufflerie des feuilles d'arbre et des objets modèles permettent de saisir l'effet statique et dynamique du vent aux petites échelles. (d) Du point de vue dynamique, les outils développés pour étudier les mouvements complexes comme la décomposition bi-orthogonale ont été longtemps limités par la technologie des ordinateurs (puissance de calcul) et des capteurs de données (caméra

rapide avec une bonne définition capable d'enregistrer beaucoup d'images). Suivre un très grand nombre de feuilles sur un temps suffisamment long et avec une fréquence d'acquisition n'était pas possible il y a encore quelques années. Le développement des outils numériques permet aujourd'hui d'effectuer ces mesures. (e) Enfin les concepts empruntés à la mécanique classique, à l'interaction fluide-structure et à la mécanique statistique pour traiter le très grand nombre de feuilles sur un arbre sont des outils précieux pour modéliser le mouvement des feuilles. Cette convergence de modèles de plantes en vent et de techniques expérimentales ainsi que l'émergence d'une technologie suffisamment puissante ont créé un environnement favorable à l'étude des mouvements du feuillage dans le vent.

### **Thèse proposée**

*Le mouvement du feuillage en vent est la combinaison des mouvements globaux des branches et des mouvements locaux des feuilles. Ces mouvements peuvent se représenter à l'aide de modèles simples. Ces modèles sont efficaces pour quantifier certaines variables biologiques de l'arbre dans le vent, comme l'interception lumineuse.*

Le cadre d'hypothèses adopté ici se base sur les trois niveaux de l'arbre en feuille. (a) Au niveau de la feuille, la forme simple est privilégiée. La feuille est composée d'un limbe rigide et d'un pétiole flexible. Le pétiole est de plus supposé homogène et isotrope. (b) Au niveau de la structure, le modèle de Leeuwenberg a été choisi pour représenter le tronc et les branches. On suppose de plus dans ce modèle que les feuilles poussent au bout des derniers rameaux. (c) Enfin au niveau du feuillage, la description à l'aide de distribution d'angles d'inclinaison des feuilles est choisie pour pouvoir appliquer la théorie d'interception lumineuse de Monsi et Saeki (2005). Dans cette théorie les positions des feuilles ne sont pas corrélées dans l'espace.

Pour défendre cette thèse, la première étape est l'observation d'un arbre dans le vent. Une expérience en soufflerie atmosphérique avec un arbre entier est présentée au chapitre 2. Le mouvement du feuillage est mesuré en fonction de la vitesse du vent. La seconde étape est la modélisation de ce mouvement à l'aide de modèles simples en étudiant successivement l'effet du vent sur la feuille individuelle, puis sur la structure et enfin en combinant les feuilles et la structure. Le mouvement du feuillage est décomposé en une partie statique abordée au chapitre 3 et une partie dynamique développée au chapitre 4. Dans un souci de clarté et de concision, les détails de certains calculs sont reportés en annexe. Les publications associées à la thèse sont jointes.

# Chapitre 2

## Un arbre en soufflerie

### Notations

|                 |                                      |            |                               |
|-----------------|--------------------------------------|------------|-------------------------------|
| $LAI$           | Indice de surface foliaire           | $U$        | Vitesse du vent               |
| $t$             | Nombre d'images d'une vidéo          | $p, q$     | Dimension de l'image (pixels) |
| $N$             | Nombre de points suivis              | $\psi_i$   | Topos du mode $i$             |
| $\phi_i$        | Chronos du mode $i$                  | $\alpha_i$ | Énergie cinétique du mode $i$ |
| $V_{RMS}$       | Écart type des vitesses du feuillage | $I_h$      | Intensité lumineuse à la      |
| $\underline{V}$ | Vitesse du feuillage                 |            | hauteur $h$ de la canopée     |

Pour observer et mesurer le mouvement du feuillage, il suffit a priori de s'installer en extérieur, de choisir un arbre, de filmer son feuillage et d'enregistrer la vitesse du vent. La mesure du mouvement du feuillage en conditions réelles fut la première tentative, portée sur deux peupliers à l'INRA de Clermont-Ferrand. La vitesse du vent était enregistrée en aval de l'écoulement avec un anémomètre sonique, à une distance de l'arbre d'environ deux mètres. Les films étaient enregistrés avec une caméra rapide de poche « GoPro » de résolution ( $400 \times 800$ ) pour une fréquence d'acquisition de 240 images par seconde. Pour accéder à des vitesses de vent plus élevées, l'arbre a été placé au dessus d'un camion. La vitesse du camion permettait de faire varier la vitesse du vent. En plein air, le vent varie fortement spatialement et temporellement et change de direction rapidement de sorte que mesurer la vitesse du vent à quelques mètres de l'arbre ne donne qu'une valeur approximative du vent que l'arbre subit. Les résultats de ces essais, très encourageants vu la rusticité de l'expérience, ne sont pas présentés ici car similaires à ceux effectués dans la soufflerie mais beaucoup moins précis. Les essais en soufflerie sont plus aisés à discuter car le vent dans la soufflerie est régulier.

## 2.1 Expérience en soufflerie

### 2.1.1 Montage expérimental

Un cerisier *Prunus cerasus* de variété *géant d'Hedelfingen* d'environ 3 m de haut, possédant 12 branches et 1713 feuilles est placé dans la veine d'essai de la soufflerie atmosphérique du CSTB de Nantes (Centre Scientifique et Technique du Bâtiment). La veine de la soufflerie est assez grande, avec une section de 5 mètres par 6, pour que l'arbre soit bien éloigné des bords, voir la figure 2.1. Les feuilles ont une surface moyenne de 36 cm<sup>2</sup>, avec en moyenne une longueur de 9,3 cm et une largeur de 5,2 cm. Ce cerisier a été choisi car c'est un arbre fruitier qui possède des feuilles assez flexibles et un couvert peu dense (son indice de surface foliaire, le *LAI*, vaut environ 1). Les caractéristiques géométriques de l'arbre sont mesurées par photographie avec une mire. Les diamètres des branches sont mesurés précisément avec un pied à coulisse, 2 cm au dessus du branchement. Les caractéristiques mécaniques de l'arbre sont mesurées par lâchers des différents éléments (tronc, branches, feuilles) et déduites après traitement d'image.

Le système de mesure de l'arbre en vent comporte un anémomètre à hélice, et trois caméras rapides. L'anémomètre à hélice permet une mesure de la vitesse du vent aux faibles vitesses. Deux caméras rapides filment l'arbre de profil pour mesurer le mouvement du feuillage. Une des deux caméras filme le feuillage dans son ensemble alors que l'autre zoome sur une seule branche. La troisième caméra rapide est située au pied de l'arbre et permet de mesurer la capacité de l'arbre à intercepter la lumière. Les emplacements des caméras sont repérés sur la figure 2.1.

L'utilisation de la soufflerie permet d'envoyer sur l'arbre un vent assez constant et régulier pendant une période de temps choisie. La possibilité d'avoir des mesures longues avec des conditions fixes est nécessaire pour faire des mesures de qualité. En effet pour effectuer une analyse fréquentielle efficace, il faut d'une part une fréquence d'acquisition au moins dix fois plus élevée que la fréquence propre des objets considérés et d'autre part un temps d'acquisition au moins dix fois plus long que le temps caractéristique des mouvements les plus longs. Les caméras rapides vérifient les conditions d'acquisition, en fréquence et en durée, nécessaires pour faire un traitement d'image fréquentiel correct. Pour pouvoir distinguer les petits objets sur les images, la caméra qui filme le feuillage dans son ensemble est haute définition (1920 × 1080) pour une fréquence de 170 images par secondes. Le temps d'acquisition de cette caméra est illimité, fixé ici à 90 secondes. La caméra qui ne filme qu'une branche a une résolution de (1024 × 1024) pour une fréquence de 231 images par seconde, mais le temps d'acquisition est limité à quelques secondes. Enfin la caméra au sol a une résolution de (1024 × 1024) pour une fréquence de 250 images par seconde avec aussi un temps d'acquisition de quelques secondes.



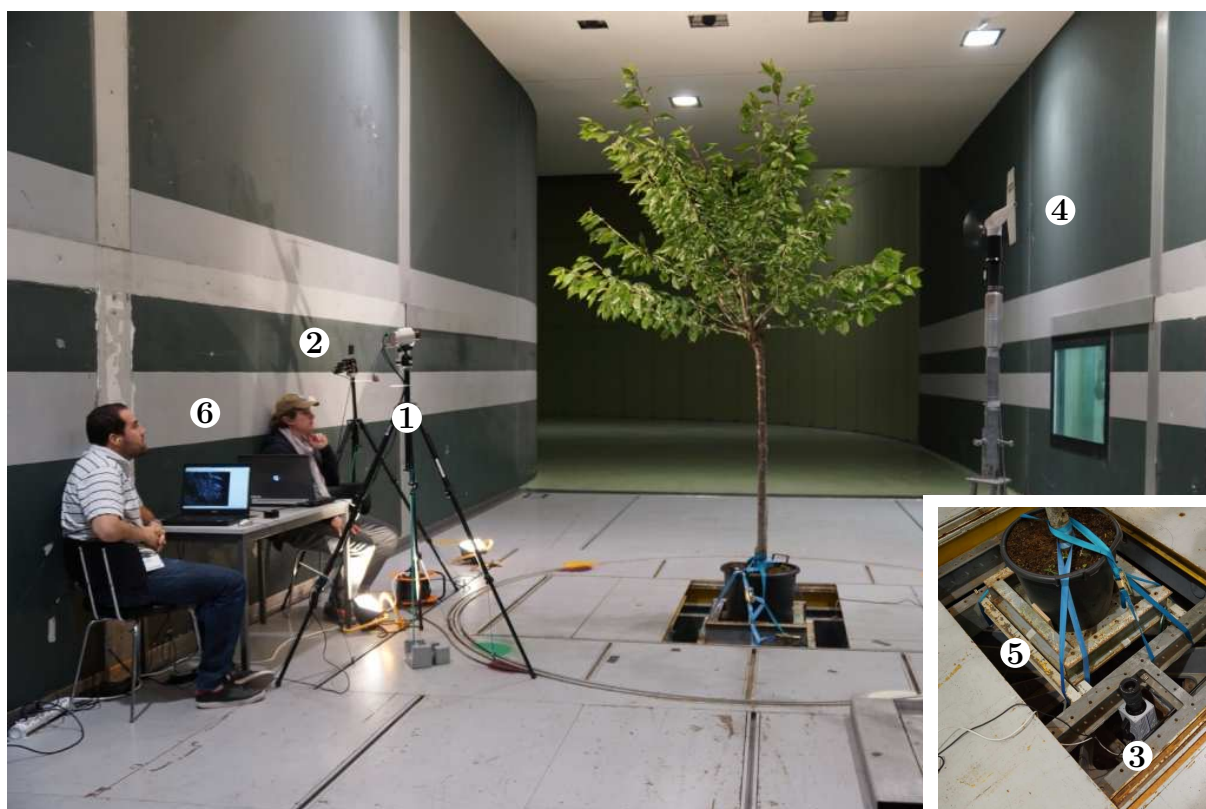


FIGURE 2.1 – Installation du cerisier dans la veine d’essai de la soufflerie atmosphérique du CSTB, Nantes. (1,2,3) Caméras rapides pour la capture du mouvement du feuillage. La caméra (3) sert à mesurer l’interception lumineuse. (4) Anémomètre à hélice. (5) Balance de mesure d’efforts à 6 composantes. (6) Opérateurs.

### 2.1.2 Protocole expérimental

Les vitesses de vent sont fixées par le centre de contrôle de la soufflerie en faisant varier les inclinaisons des pâles des ventilateurs. Les orientations des pâles sont variées de manière à augmenter la vitesse de vent par palier. Pour chaque palier la vitesse du vent est fixée et le mouvement du feuillage de l'arbre enregistré par les trois caméras. Le palier est fixé pour une durée d'au moins 90 secondes.

Dans une gamme de 0 à 2 m/s, 11 paliers fins sont réalisés à intervalle régulier. Puis l'arbre est tourné d'un quart de tour et 27 paliers sont effectués entre 0 et 7,5 m/s.

## 2.2 Rayonnement intercepté

Le cerisier a été filmé par dessous avec une caméra grand angle placé au pied de l'arbre, voir figure 2.1. Le rayonnement intercepté, différence entre le rayonnement au sommet de la canopée  $I_H$  et le rayonnement présent au sol  $I_0$ , noté  $I_H - I_0$ , est quantifié par la proportion de feuillage vu depuis la caméra (Varlet-Grancher et al., 1993). La proportion de « ciel » définit le rayonnement transmis. Le rayonnement intercepté correspond à la quantité de lumière que l'arbre peut utiliser pour la photosynthèse. Les images issues de la caméra haute fréquence sont post-traitées. Pour déterminer la proportion de ciel et de feuillage, les images sont seuillées puis les surfaces de ciel et de feuillage calculées. L'évolution du rayonnement intercepté est reportée sur la figure 2.2.

Lorsque la vitesse du vent augmente, le rayonnement intercepté diminue. Pour des vitesses de vent très faible, les feuilles ne ressentent pas l'effet du vent et ne se reconfigurent pas, le rayonnement intercepté correspond à celui hors vent. La tendance est claire pour le reste de la courbe : l'interception lumineuse est réduite avec la vitesse du vent. La réduction d'interception lumineuse est affine avec la vitesse du vent. La variance du rayonnement intercepté est quasi nulle indiquant que la diminution du rayonnement intercepté n'est principalement pas due aux mouvements dynamiques du feuillage qui induiraient une variance du rayonnement intercepté beaucoup plus importante. Expérimentalement, la réduction d'interception lumineuse semble majoritairement due à un effet de reconfiguration statique des feuilles. Or l'interception lumineuse est un paramètre biologique important pour l'arbre. Cet aspect est abordé en détail au chapitre 3.

## 2.3 Mouvement du feuillage

Le mouvement du feuillage en vent a été mesuré de la même manière que le transmis. Pour quantifier le mouvement global du feuillage de l'arbre, seuls les films issus de la caméra englobant tout l'arbre vu de profil sont utilisés ici, figure 2.3 (a). Cette caméra

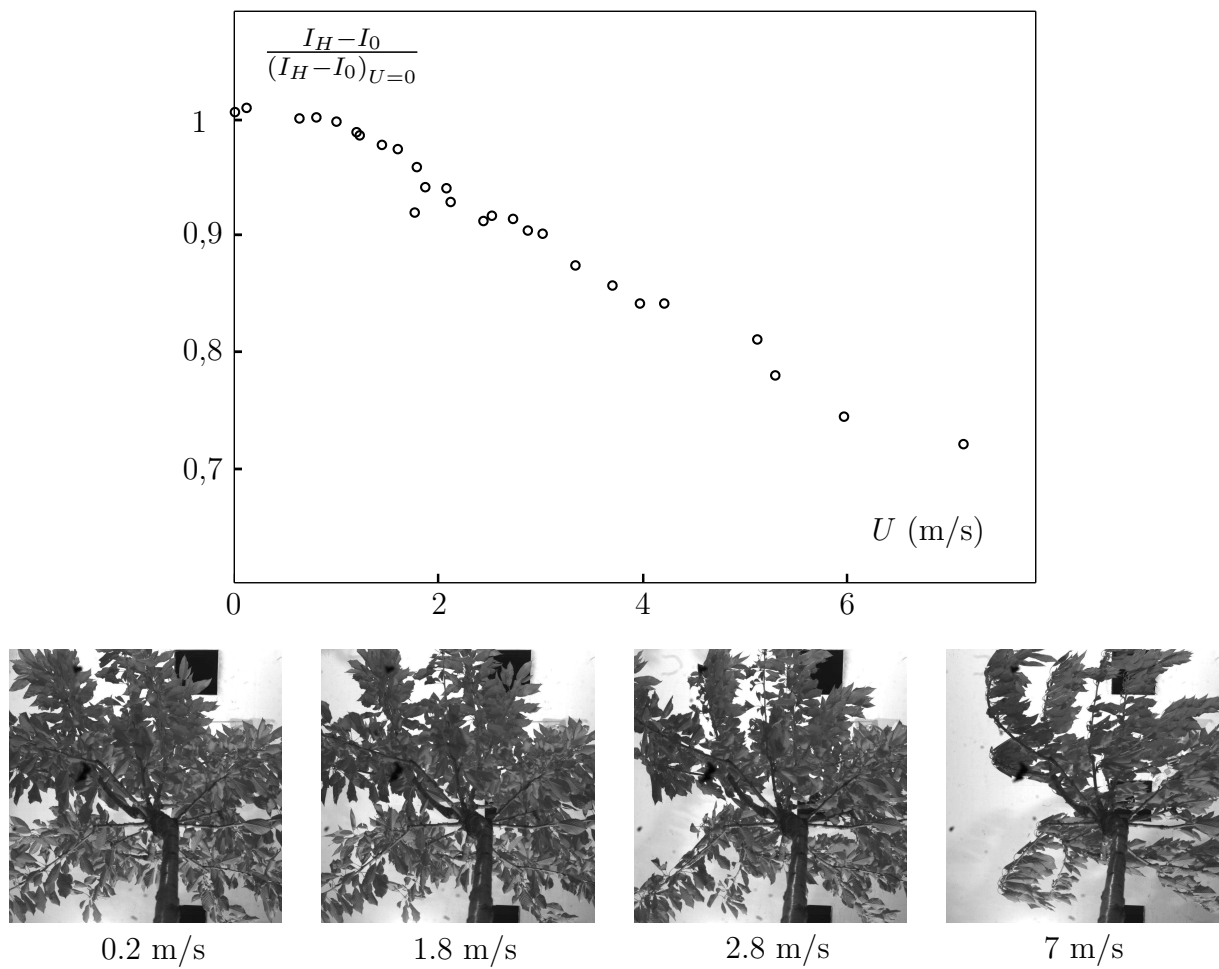


FIGURE 2.2 – Évolution du rayonnement intercepté par le cerisier en fonction de la vitesse du vent. Après un palier où le vent est trop faible pour affecter les feuilles de l'arbre, jusqu'à 1 m/s environ, le rayonnement intercepté diminue à cause de la reconfiguration des feuilles.

filme à 170 images par seconde, ce qui permet de bien décrire le mouvement du feuillage temporellement. Pour cette partie, nous nous intéressons uniquement aux mesures à faible vitesse de vent, de 0,5 à 2 m/s. Les films réalisés ont une durée de 90 secondes chacun. Pour des raisons de limitation de puissance de calcul des ordinateurs, seules 29 secondes de film sont post-traitées pour chaque palier.

### 2.3.1 Mesure du mouvement

Le suivi du mouvement des feuilles d'arbre s'effectue avec l'outil KLT de la CRtoolbox. En sortie du traitement par KLT eulérien, nous possédons le champ de vitesse des feuilles de l'arbre :  $\underline{V}(\underline{x}, t)$ , figure 2.3 (b) et (c). Ce champ de vitesse correspond à la vitesse du feuillage situé à la position  $\underline{x}$  au temps  $t$ . Comme le suivi est eulérien et non lagrangien,  $\underline{V}(\underline{x}, t_1)$  correspond à la vitesse d'une feuille située à la position  $\underline{x}$  au temps  $t_1$  mais qui en toute généralité peut être différente de la feuille précédente située à la même position au temps  $t$ . Pour être plus précis, 2000 points assez bien répartis sur le feuillage sont suivis entre chaque image.

Pour décrire le mouvement des feuilles, il faut définir un paramètre représentatif de l'évolution du mouvement des feuilles en fonction du vent. Comme en moyenne, les vitesses des feuilles sont nulles, on se propose de définir un paramètre basé sur la variance de la vitesse du feuillage. Le champ de vitesse pour une image de  $p \times q$  pixels, pendant  $t$  images, est discrétisé en  $\underline{V}(p, q, t)$ . La variance temporelle de la vitesse en un point de l'image s'écrit

$$\text{Var}(V_{p,q}) = \frac{1}{t} \sum_0^t \underline{V}(p, q, t)^2 - \left( \frac{1}{t} \sum_0^t \underline{V}(p, q, t) \right)^2. \quad (2.1)$$

La moyenne spatiale des variances temporelles est une grandeur intégrée représentant le mouvement du feuillage,

$$< \text{Var}(V_{p,q}) >_s = \frac{1}{pq} \sum_{p,q} \text{Var}(V_{p,q}). \quad (2.2)$$

Cette grandeur représente bien le mouvement du feuillage, mais comporte le défaut de ne pas représenter quantitativement la vitesse des feuilles : la vitesse des feuilles n'est mesurée qu'en  $N = 2000$  points du feuillage, pour la majorité des points de l'image,  $pq = 1920 * 1080$ , la vitesse n'est pas mesurée, même si ces points bougent. Ainsi la variable  $\sqrt{< \text{Var}(V_{p,q}) >_s}$  est très inférieure à la vitesse des feuilles, que l'on souhaite représenter à cause du faible échantillonnage de l'image. Pour obtenir une grandeur qui soit de l'ordre de grandeur de la vitesse des feuilles, il faut multiplier le résultat par le

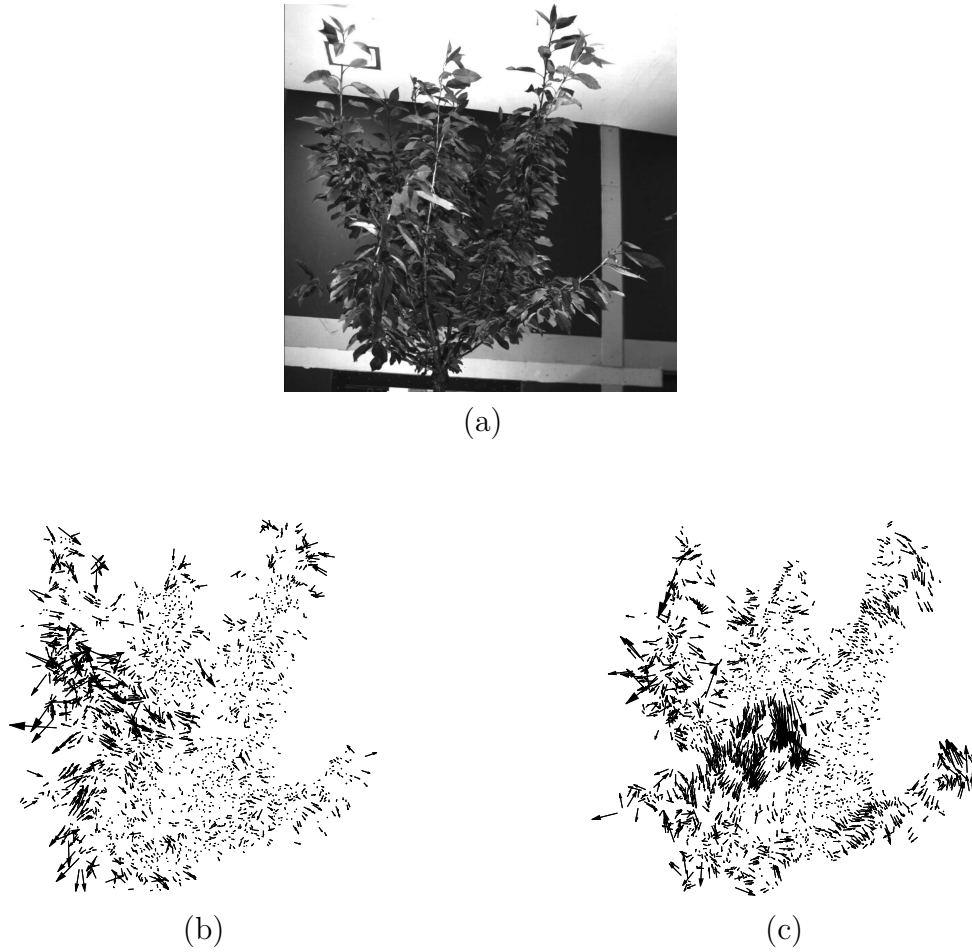


FIGURE 2.3 – Exemple de champ de vitesse obtenu par utilisation du KLT eulérien ( $\text{KLT}_{\text{flow}}$ ) sur une configuration de feuillage (a), pour une vitesse de vent de 0.8 m/s (b) et 2 m/s (c).

$\text{ratio}(pq)/\sqrt{N}$ . On définit alors la vitesse RMS comme

$$V_{RMS} = \frac{pq}{\sqrt{N}} \sqrt{\langle \text{Var}(V_{p,q}) \rangle_s}. \quad (2.3)$$

Ainsi la détection des vitesses des feuilles au cours du temps permet de déterminer sur un film l'amplitude moyenne de la vitesse des feuilles,  $V_{RMS}$ . Chaque film correspond à une vitesse de vent fixe, c'est-à-dire que chaque point sur le graphique correspond à un film de 29 secondes d'un palier de vitesse.

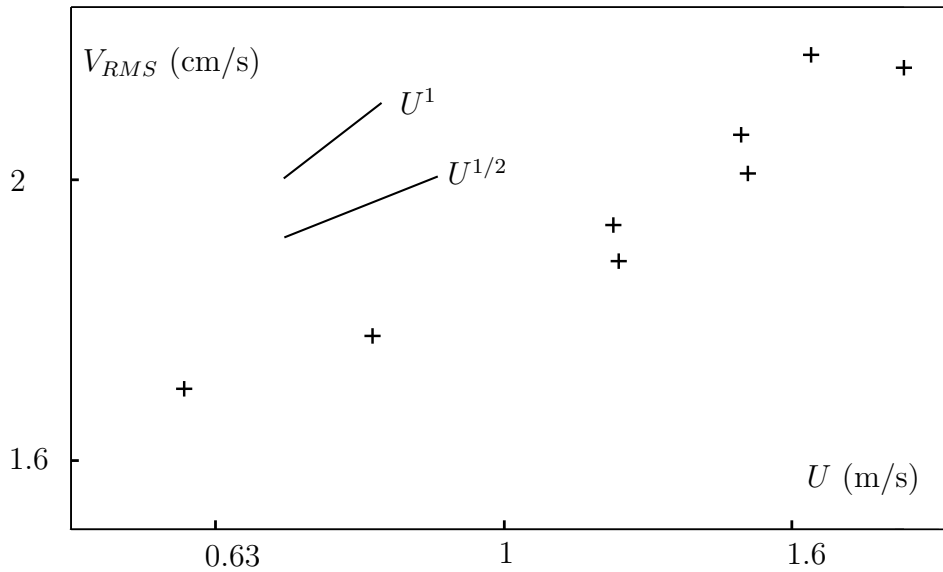


FIGURE 2.4 – Évolution de la vitesse du feuillage en fonction de la vitesse du vent, issues des mesures effectuées sur le cerisier entier en soufflerie atmosphérique. Le graphique est en échelle log-log.

La vitesse RMS du feuillage augmente avec la vitesse du vent. La pente du graphique log-log donne une valeur entre  $1/2$  et  $1$ . La figure 2.4 indique clairement que la vitesse moyenne du feuillage augmente avec la vitesse du vent. La source du mouvement du feuillage peut provenir d'une part du mouvement des branches qui entraînent les feuilles dans leur mouvement et d'autre part du mouvement individuel de chaque feuille par rapport aux branches.

### 2.3.2 Séparation des mouvements des branches et des feuilles

Comment séparer le mouvement dû aux branches du mouvement dû aux feuilles par rapport aux branches ? Autrement dit comment séparer les mouvements corrélés de grande échelle aux mouvements corrélés de petite taille ?

L'utilisation de la BOD est très efficace pour analyser le mouvement du feuillage. La BOD sépare le mouvement en modes spatio-temporels orthogonaux en temps et en

espace. Pour rappel, les déformées modales sont appelées topos,  $\underline{\psi}_i$ , et leurs évolutions temporelles sont les chronos  $\phi_i$ . Le coefficient de normalisation  $\alpha_k$  représente l'énergie cinétique contenue dans le mode  $i$ .

Le critère de ségrégation des modes locaux ( $L$ ) des feuilles, des modes globaux ( $G$ ) des branches, porte sur la forme du topos. Si plus de 5% de la surface du topos du mode  $i$  possède une vitesse supérieure à 20% de la vitesse maximale de ce topos alors le mode  $i$  est considéré comme un mode global ( $i \in G$ ), reflétant le déplacement d'une partie de la structure. Si cette condition n'est pas vérifiée pour le mode  $j$  alors le mode est considéré comme un mode local ( $j \in L$ ), dû au mouvement propre de la feuille. Un mode global et un mode local sont représentés sur la figure 2.5 (b) et (c).

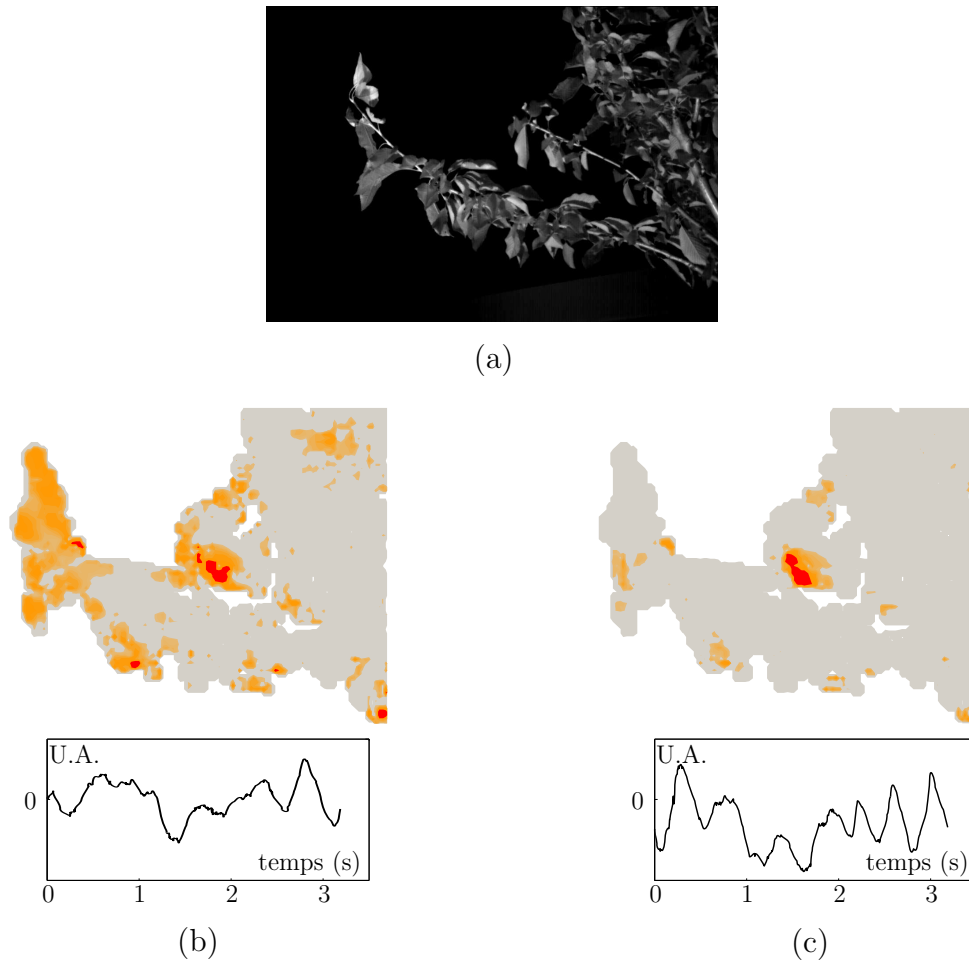


FIGURE 2.5 – Exemples de modes propres obtenus par BOD pour une image en vue rapprochée en (a), en (b) Topos et chronos d'un mode global et en (c) Topos et chronos d'un mode local. U.A. : unité arbitraire.

Le calcul de l'écart type de la vitesse des modes globaux,  $G$ , ou locaux,  $L$ , est précisé en Annexe B et colle à la définition de la vitesse RMS précédente. Pour les modes globaux

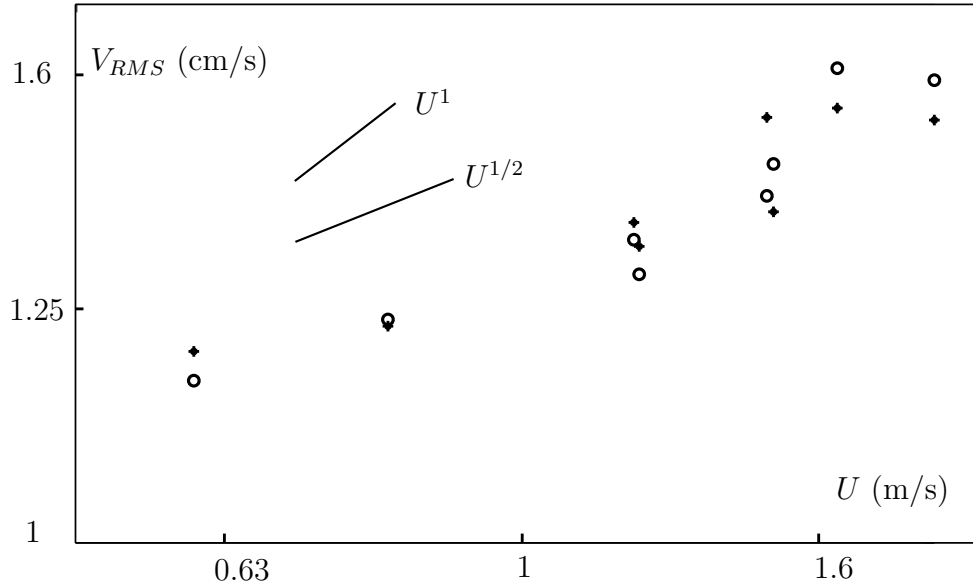


FIGURE 2.6 – Vitesse du feuillage entier décomposée en une vitesse des branches, modes globaux, (\*) et une vitesse des feuilles, modes locaux, (o). Graphique log-log.

par exemple,

$$V_{RMS}^G = \frac{pq}{\sqrt{N}} \sqrt{\sum_{i \in G} \alpha_i \langle \psi_i^2(\underline{M}) \rangle_s \langle \phi_i \rangle_{RMS}^2} \quad (2.4)$$

### 2.3.3 Résultats expérimentaux

Les résultats de cette décomposition sont tracés sur la figure 2.6. Le comportement des branches et des feuilles ne sont pas très différents. La composante d'excitation des modes globaux croît avec la vitesse du vent. Les modes locaux de feuilles suivent une évolution similaire aux modes globaux de branches. En terme d'intensité, feuilles et branches participent également aux vitesses du feuillage.

## 2.4 Conclusions

Pour la première fois un arbre entier, de taille respectable, a été soumis à des vents faibles dans une soufflerie atmosphérique pour mesurer le mouvement du feuillage. Des paliers de vitesses très rapprochés, tous les 0,2 m/s environ, ont été réalisés pour mesurer finement l'évolution du mouvement du feuillage dans le vent. Dans un premier temps, cette expérience a permis de prouver que l'interception lumineuse d'un arbre change dans le vent. L'interception lumineuse diminue de 30% pour une vitesse de vent de 7.5 m/s par rapport à l'interception lumineuse en conditions calmes. Ce changement d'interception lumineuse est principalement un effet statique dû à la reconfiguration des feuilles, sans



déformation de la structure. Nous allons tenter de rendre compte de ce phénomène grâce au développement de modèles simples de déformations statiques des feuilles dans le vent au chapitre 3. Dans un deuxième temps, l'analyse dynamique de l'expérience a aussi permis l'analyse du mouvement du feuillage. La vitesse du feuillage suit une loi d'échelle en  $U^\alpha$  avec  $1/2 < \alpha < 1$ . L'utilisation de la BOD permet de séparer les mouvements corrélés à grande échelle, que nous avons appelé mouvements des branches, des mouvements corrélés à petite échelle, que nous avons appelé mouvements des feuilles. La modélisation de ce mouvement qui fait intervenir des objets d'échelles différentes est un défi. La prédiction du mouvement du feuillage à l'aide d'outils d'aéroélasticité classiques est abordée au chapitre 4.



# Chapitre 3

## Statique du feuillage en vent

| Notations        |                                    |           |                                                                    |
|------------------|------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------------------------|
| $\theta$         | Angle d'inclinaison de la branche  | $\phi$    | Angle d'inclinaison de la feuille                                  |
| $\theta_0$       | Angle de branchement               | $n$       | Ordre de branchement                                               |
| $\beta$          | Angle entre le pétiole et le limbe | $\Lambda$ | Distance entre le bout du pétiole et le centre de gravité du limbe |
| $L$              | Longueur du pétiole                | $S$       | Surface de la feuille                                              |
| $m$              | Masse du limbe                     | $EI$      | Rigidité en flexion                                                |
| $g$              | Gravité                            | $\rho$    | Masse volumique de l'air                                           |
| $U$              | Vitesse du vent                    | $C_N$     | Coefficient de traînée normal au limbe                             |
| $\mu, \Phi$      | Position du pic des distributions  | $C_Y$     | Nombre de Cauchy                                                   |
| $\sigma, \Sigma$ | Largeur typique des distributions  | $\gamma$  | Angle d'inclinaison solaire                                        |
| $E_G$            | Nombre élasto-gravitaire           | $C$       | Facteur de correction d'interception lumineuse                     |
| $P$              | Distribution d'angle d'inclinaison |           |                                                                    |
| $I_H$            | Intensité lumineuse incidente      |           |                                                                    |
| $I_0$            | Intensité lumineuse transmise      |           |                                                                    |

L'effet statique du vent sur la feuille d'arbre correspond au déplacement de la position d'équilibre de la feuille d'arbre d'une configuration hors vent à une configuration moyenne en vent.

À l'instar des forces de traînée, le changement d'orientation des feuilles en présence de vent change la quantité de rayonnement direct intercepté par l'arbre, comme nous l'avons rapporté au chapitre précédent, section 2.2. Par l'observation, la réduction de lumière interceptée est principalement due à la reconfiguration statique des feuilles. Cependant la discussion de l'effet de la reconfiguration statique des feuilles sur l'interception lumineuse n'a jamais été abordée. Dans ce chapitre, nous allons étudier la configuration statique des feuilles d'arbre non pas dans le but classique de calculer le coefficient de Vogel pour une

nouvelle configuration, mais pour proposer une quantification de l'évolution de l'interception lumineuse de l'arbre en fonction de la vitesse du vent. Le principe très simplifié de ce phénomène est décrit figure 3.1. La projection des rayons lumineux dépend de l'orientation de la feuille, or l'orientation de la feuille change dans le vent. L'interception lumineuse change ainsi dans le vent.

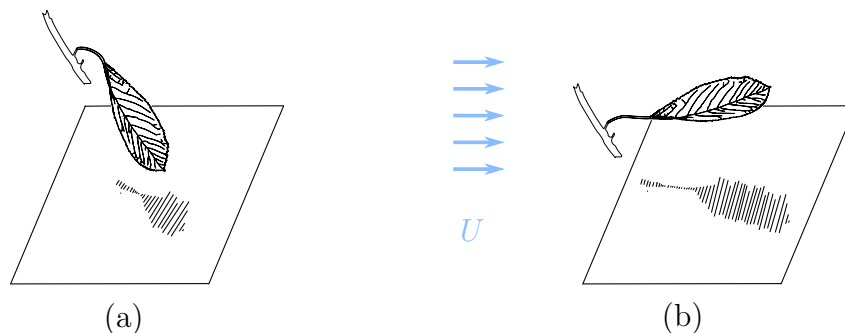


FIGURE 3.1 – Schéma simplifié de l'interception lumineuse pour une feuille dans deux configurations différentes : (a) hors vent et (b) en vent. Ici, la branche est non déformée.

Pour quantifier l'interception lumineuse, la théorie de Monsi et Saeki (2005) fait intervenir l'indice de surface foliaire et la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles. Si les feuilles ne sont pas arrachées par le vent, l'indice de surface foliaire,  $LAI$ , ne varie pas (Varlet-Grancher et al., 1993). Le vent change uniquement la distribution d'angle des feuilles.

En pratique, les distributions d'angle d'inclinaison des feuilles mesurées sont très variables entre espèces, elles peuvent varier dans le temps, au cours de la croissance ou en réponse à des stress biotiques ou abiotiques (Pisek et al., 2013; Falster et Westoby, 2003). Cette variabilité est probablement due à la fois à des facteurs physiques et biologiques : l'architecture de l'arbre (à travers les inclinaisons des branches), la déformation des pétioles qui elle-même dépend de la pression de turgescence, des tropismes, l'histoire de la croissance ou encore en réaction à des stimuli extérieurs comme le vent. Pour rendre compte de cette diversité de distributions, plusieurs fonctions ont été proposées : sphérique, ellipsoïde, beta, etc (Wang et al., 2007; Pisek et al., 2011). Cependant ces fonctions empiriques ne prennent en compte aucun de ces facteurs. Le modèle présenté ici s'intéresse à l'effet du vent sur les distributions d'angle d'inclinaison des feuilles.

Notons au passage que le vent n'est pas le seul phénomène physique faisant varier les orientations des feuilles. Les angles d'inclinaison des feuilles peuvent aussi varier lors de périodes de sécheresse. Lorsque le sol est très sec, l'arbre ne peut plus y puiser d'eau sans se mettre en danger, un mécanisme de réponse au stress se met en place. La pression de turgescence d'un arbre en condition de stress hydrique s'abaisse, ce qui a pour effet de fermer les stomates (pores de la feuille). L'arbre s'arrête alors de transpirer et de refroidir

ses feuilles. L'abaissement de la pression de turgescence a aussi pour conséquence de diminuer le module d'Young des tissus parenchymateux (Faisal et al., 2010; Nilsson et al., 1958). Comme le pétiole est principalement composé de parenchyme, voir la figure 1.9 (b), la rigidité du pétiole diminue avec la pression de turgescence. Pour certains arbres, le module de rigidité du pétiole n'est alors plus assez important pour assurer le port gravitaire des feuilles : les feuilles fanent. Ainsi les distributions d'angles foliaires varient en fonction de l'état hydrique de l'arbre à travers un changement de rigidité du pétiole. Cela a pour effet de réduire drastiquement la quantité de lumière reçue par la feuille et de favoriser la convection naturelle le long du limbe. Ces deux effets combinés permettent de limiter les dégâts dus à l'augmentation de température des feuilles suite à l'arrêt de la transpiration (Chiariello et al., 1987; Pastenes et al., 2005; Zhang et al., 2010; Vogel, 2012). L'évolution mécanique des angles d'inclinaison foliaire suite à un changement de rigidité du pétiole est décrite dans Tadrist et al. (2014) mais n'est pas incluse dans le corps du manuscrit.

La méthodologie proposée ici est de combiner un modèle géométrique d'orientation des branches avec un modèle mécanique de déformation de la feuille soumise au vent. Dans ce modèle d'arbre, on suppose que les feuilles poussent au bout des derniers rameaux de l'arbre. Cette construction idéalisée cherche à prédire l'évolution des distributions d'angle d'inclinaison des feuilles en fonction du vent.

La première partie du chapitre s'intéresse à la caractérisation mécanique de la feuille individuelle, et présente un modèle de déformation statique de la feuille sous le vent. Dans la seconde partie, la distribution d'angle d'inclinaison des branches est construite pour un arbre idéalisé. On suppose que la charpente de l'arbre n'est pas affectée par le vent, seules les feuilles se reconfigurent. Cette distribution d'angle d'inclinaison des branches correspond à la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles hors vent dans l'optique de ce modèle simplifié (les feuilles poussent au bout des branches). Dans la troisième partie ces résultats sont combinés pour obtenir la distribution d'angle d'inclinaison foliaire et ses variations en fonction du vent.

## **3.1 Modélisation mécanique de la feuille d'arbre**

### **3.1.1 Propriétés mécaniques**

Pour se faire une idée de la variété des propriétés mécaniques des feuilles dans la nature, des tests mécaniques et des mesures géométriques ont été entrepris sur des feuilles d'arbre de verger. Les feuilles ont été cueillies sur les arbres de l'INRA de Clermont-Ferrand (site du Puy de Crouël). La cueillette est effectuée avec des techniques de prélèvement classiques pour le maintien des propriétés mécaniques, et les feuilles sont testées rapidement pour

s'assurer de leur fraîcheur. Pour chaque arbre, un échantillon de 10 à 20 feuilles choisies aléatoirement, sans distinction entre les feuilles d'ombre et les feuilles de lumière, est mesuré. Dix arbres différents sont testés, un cerisier, un noisetier, un prunier, un peuplier, deux abricotiers et quatre pommiers. Les tests sur les abricotiers et les pommiers sont effectués sur des arbres de variétés différentes. Ces tests permettent de faire ressortir la variabilité inter-espèces et intra-espèces des propriétés mécaniques des feuilles.

### Caractérisation des feuilles

Les caractéristiques géométriques de la feuille, la longueur du pétiole  $L$ , la distance entre l'extrémité du pétiole en contact avec le limbe et le centre de masse du limbe  $\Lambda$ , sont mesurées par photographie calibrée. La feuille est pesée sur des balances précises au décigramme près pour obtenir sa masse,  $m$ . Enfin la rigidité en flexion,  $EI$ , est mesurée en testant les pétioles avec des masselottes. La masselotte placée au bout du pétiole fait défléchir ce dernier, voir la figure 3.2. La différence de courbure à l'encastrement entre celle du pétiole non défléchi par la masse et celle du pétiole défléchi par la masse est proportionnelle au moment du poids de la masselotte via le module de rigidité,  $EI(C - C_0) = \mathcal{M}_p$ . Le moment du poids,  $\mathcal{M}_p$ , est le produit du bras de levier,  $b$ , par le poids de la masselotte,  $\mathcal{M}_p = bmg$ . Le dispositif défléchi est photographié. La courbure et le bras de levier sont mesurés par post-traitement de l'image. Pour chaque pétiole, plusieurs masselottes sont appliquées à son bout. La courbure du pétiole défléchi moins sa courbure au repos est tracée en fonction du moment gravitaire appliqué en bout du pétiole. Une régression linéaire permet de trouver le module de rigidité du pétiole,  $EI$ .

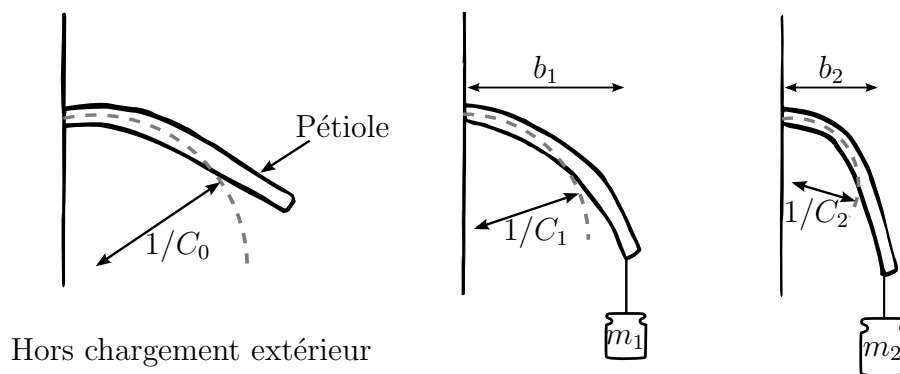


FIGURE 3.2 – Schéma de la caractérisation mécanique des pétioles. La courbure du pétiole à l'encastrement est dans un premier temps mesurée hors chargement extérieur puis mesurée pour la déflexion de différentes masselottes ( $m_1$ ,  $m_2$ , etc.) Les bras de levier correspondants ( $b_1$ ,  $b_2$ , etc.) sont aussi mesurés pour calculer ensuite le module de rigidité.

### Nombre de Cauchy, $C_Y$

Le chargement statique du vent sur la feuille dépend de la pression dynamique,  $\rho U^2$ , de la surface de la feuille,  $S$ , et de l'angle entre la feuille et la vitesse du vent (de Langre, 2008). Notons que la surface de la feuille est proportionnelle au carré de sa dimension caractéristique,  $S \propto \Lambda^2$ . Cet effort statique est contre balancé par la rigidité du pétiole,  $EI$ . Par conséquent, le nombre sans dimension qui définit la déformation de la feuille induite par le vent est le nombre de Cauchy. Il est défini ici comme

$$C_Y = \frac{\rho U^2 \Lambda^3 L}{EI}. \quad (3.1)$$

Suite aux mesures des caractéristiques mécaniques des feuilles présentées ci-dessus, le nombre de Cauchy est estimé pour des vents de 0, 1 m/s et 10 m/s, pour des feuilles de différentes espèces, voir le tableau 3.1. Ce tableau montre que les nombres de Cauchy, pour une telle gamme de vitesses, varient de  $10^{-4}$  jusqu'à  $10^2$ . Des déformations non négligeables sont attendues lorsque  $C_Y > 1$ .

En fonction de la vitesse du vent, on s'attend à ce que les feuilles soient ou bien ne soient pas déformées. Pour des vitesses de vent faible, 0, 1 m/s, pour toutes les espèces d'arbre considérées le nombre de Cauchy est très inférieur à 1, les feuilles ne sont pas déformées par le vent. Pour des vitesses de vent de l'ordre de 10 m/s, les nombres de Cauchy sont supérieurs à l'unité, ce qui indique que des déformations de la feuille sont attendues.

Pour le cerisier de l'expérience présentée au chapitre précédent, le nombre de Cauchy n'a pas été mesuré directement. Néanmoins, si l'on considère que les propriétés mécaniques du cerisier (variété *géant d'Hedelfingen*) testé dans la soufflerie de Nantes et celles du cerisier (variété *burlat*) rapportées ici sont similaire, le nombre de Cauchy vaut  $C_Y = 0,18$  à 1 m/s et  $C_Y = 1$  pour une vitesse de vent de 2,3 m/s. On s'attend à ce que la reconfiguration des feuilles de l'arbre placé dans la soufflerie atmosphérique du CSTB démarre pour des vitesses de l'ordre de 2 m/s. Pour rappel, la figure 2.2 montre que la diminution de l'interception lumineuse par reconfiguration démarre dans une gamme de vitesse similaire, soit 1 m/s.

### 3.1.2 Expériences de déformation statique en soufflerie

Une expérience simple a permis d'explorer la déformation statique d'une feuille individuelle soumise au vent. Dans un premier temps, des feuilles artificielles ont été construites pour pouvoir varier leurs propriétés mécaniques. Conformément au cadre conceptuel défini dans l'introduction, les feuilles artificielles étaient composées d'un limbe rigide (plastique dur) et d'un pétiole flexible (corde de piano métallique). Le pétiole était introduit dans une

| Arbre                                                     | $L$<br>(cm) | $\Lambda$<br>(cm) | $EI$<br>$10^{-5}(\text{N.m}^2)$ | $m$<br>(g) | Nombre de Cauchy    |          |
|-----------------------------------------------------------|-------------|-------------------|---------------------------------|------------|---------------------|----------|
|                                                           |             |                   |                                 |            | à 0,1 m/s           | à 10 m/s |
| Abricotier<br><i>Prunus armeniaca</i> 'précoce de Saumur' | 3,9         | 4,3               | 3,9                             | 1,3        | $7,9 \cdot 10^{-4}$ | 7,9      |
| Abricotier<br><i>Prunus armeniaca</i> 'variété ancienne'  | 5,8         | 4,2               | 1,7                             | 1,1        | $2,5 \cdot 10^{-3}$ | 25       |
| Cerisier<br><i>Prunus avium</i> 'burlat'                  | 5,3         | 7,1               | 10                              | 1,3        | $1,8 \cdot 10^{-3}$ | 18       |
| Noisetier<br><i>Corylus avellana</i>                      | 1,9         | 5,5               | 4,5                             | 0,75       | $7,0 \cdot 10^{-4}$ | 7,0      |
| Peuplier<br><i>Populus x. euramericana</i>                | 6,0         | 4,4               | 7,2                             | 1,6        | $7,1 \cdot 10^{-4}$ | 7,1      |
| Pommier<br><i>Malus pumila</i> 'arianne'                  | 3,1         | 5,0               | 20                              | 1,3        | $1,5 \cdot 10^{-4}$ | 1,5      |
| Pommier<br><i>Malus pumila</i> 'fuji'                     | 3,6         | 4,4               | 9,8                             | 0,71       | $3,1 \cdot 10^{-4}$ | 3,1      |
| Pommier<br><i>Malus pumila</i> 'golden delicious'         | 3,2         | 4,5               | 13                              | 0,80       | $2,2 \cdot 10^{-4}$ | 2,2      |
| Pommier<br><i>Malus pumila</i> 'jubilé'                   | 2,3         | 3,6               | 7,8                             | 0,57       | $1,4 \cdot 10^{-4}$ | 1,4      |
| Prunier<br><i>Prunus salicina</i>                         | 3,4         | 5,3               | 20                              | 1,1        | $2,5 \cdot 10^{-4}$ | 2,5      |

TABLEAU 3.1 – Caractéristiques mécaniques des feuilles d'arbre de verger et valeurs typiques du nombre de Cauchy,  $C_Y$ , à 0,1 m/s et 10 m/s. Pour chaque arbre, une dizaine de feuilles sont testées. Les valeurs reportées ici sont les valeurs moyennes du groupe de feuilles pour chacun des paramètres. L'écart type est de l'ordre de grandeur des valeurs moyennes.

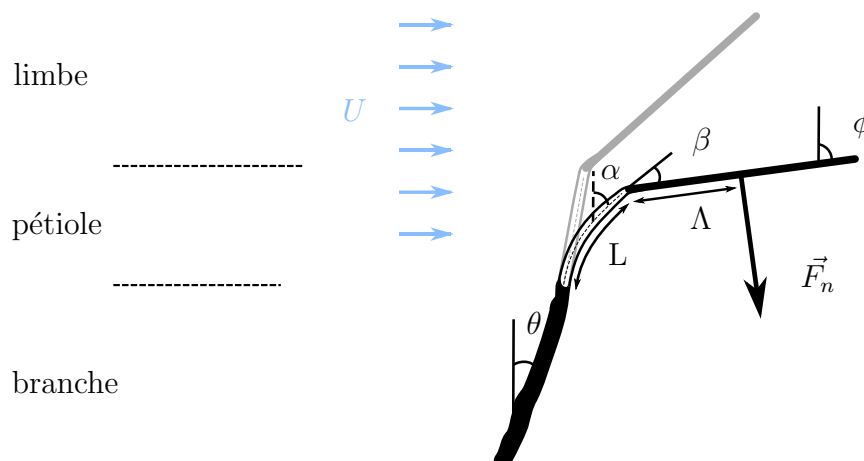


FIGURE 3.3 – Schéma des déformations de la feuille sous l'action des forces dues au vent,  $\vec{F}_n$ . Les variables de calcul utilisées dans cette partie sont aussi représentées.



encoche faite dans le limbe et scellé avec une colle polymère. L'autre extrémité du pétiole était fixée à un support rigide indéformable (tige filetée) représentant la branche. Dans un deuxième temps, ces feuilles ont été placées en soufflerie verticale. Le nombre de Reynolds de l'écoulement dans la soufflerie est  $\mathcal{R}_e \sim 5 \cdot 10^5$ , en se basant sur une vitesse de 4 m/s et le diamètre de la veine d'essai de la soufflerie de 194 mm. L'écoulement dans cette gamme de Reynolds est complètement turbulent. La tuyère d'entrée convergente, équipée d'une grille fine et d'un nid-d'abeilles permet d'obtenir un faible taux de turbulence, inférieur à 0,1% (Lemaitre et al., 2005). Les conditions sont uniformes et stationnaires. Dans cette soufflerie la vitesse de l'écoulement peut varier de 0 à 10 m/s.

Deux feuilles ont été étudiées avec  $L=2,7$  cm,  $\Lambda = 5,5$  cm,  $EI=1,1 \cdot 10^{-5}$  kg.m<sup>3</sup>.s<sup>-2</sup>, et  $\beta = 0$  ou  $\beta = 0,36\pi$  respectivement. L'angle  $\beta$  est l'angle entre le pétiole et le limbe, voir la figure 3.3. Au début de chaque expérience, la feuille est initialement placée de telle sorte que la normale au limbe soit dans le plan défini par la direction du vent et le pétiole. À chaque palier de vitesse de vent dans la soufflerie, la feuille est prise en photo. Les photographies sont post-traitées sous ImageJ pour déterminer l'inclinaison de la feuille à une vitesse de vent donnée. Ainsi les inclinaisons des feuilles ont été mesurées pour différentes vitesses de vent.

Pour les deux feuilles, l'inclinaison augmente avec la vitesse du vent. Pour la feuille où  $\beta = 0$ , l'inclinaison passe de 0 à plus de  $\pi/4$  lorsque la vitesse du vent passe de 0 à 10 m/s. Pour la feuille où l'angle  $\beta = 0,36\pi$ , la reconfiguration de la feuille est moins marquée et l'inclinaison passe de  $0,36\pi$  à  $0,43\pi$  pour la même gamme de vitesse. L'évolution de l'angle d'inclinaison  $\phi$  avec la vitesse de l'écoulement représentée par le nombre de Cauchy, équation (3.1), est représenté sur la figure 3.4 (b). Les deux feuilles utilisées dans cette expérience permettent de valider le modèle simple, composé d'éléments très classiques, développé ci-après.

### 3.1.3 Description mécanique de la déformation de la feuille

Un modèle simple de la déformation du pétiole est proposé ici. La force du vent sur la feuille est normale au limbe avec une magnitude  $F_n = \rho U^2 C_N S/2$  où  $\rho$  est la masse volumique de l'air,  $U$  est la vitesse du vent,  $C_N$  est le coefficient de traînée normal (Blevins, 1984), et  $S = \Lambda^2 \cos \phi$  est l'aire du limbe projetée dans la direction du vent. Dans la suite,  $C_N$  est choisi égal à l'unité, mais dans les faits, il dépend aussi de  $\phi$ . Pour établir l'équation de la forme du pétiole, considérons l'équilibre statique des moments (Salençon, 1995; Audoly et Pomeau, 2010). La somme du moment induit par la force hydrodynamique à l'abscisse  $s$  avec le moment de courbure est nulle,

$$-EI \frac{d\alpha}{ds} - F_n \left( \int_s^L \cos(\phi - \alpha) ds + \Lambda \right) = 0. \quad (3.2)$$

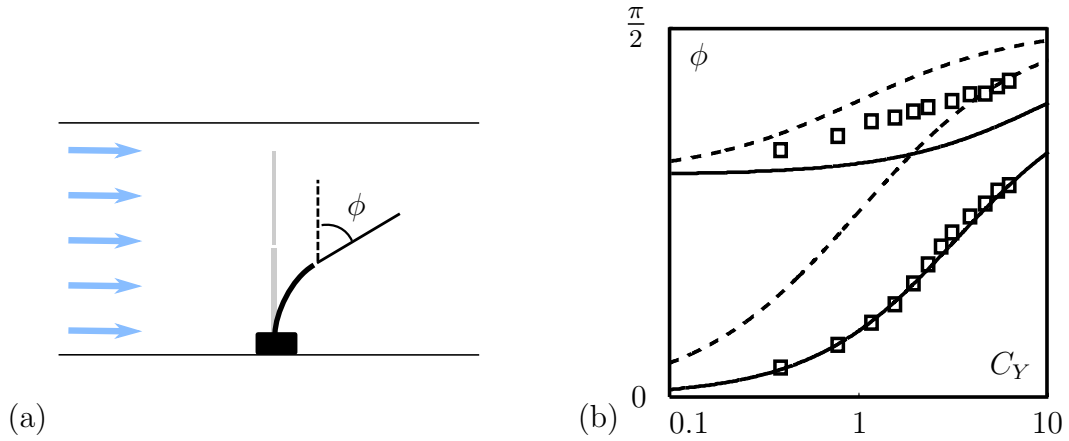


FIGURE 3.4 – (a) Représentation schématique de l'expérience en soufflerie. (b) Angle d'inclinaison mesuré,  $\phi$ , en fonction de la vitesse du vent via le nombre de Cauchy. Le trait plein correspond au modèle Elastica, résolution numérique de l'équation (3.3), et la courbe pointillée à l'approximation analytique, équation (3.4).

Le moins dans l'expression du moment de courbure provient du choix de  $\alpha$  dans le sens anti-trigonométrique. Si l'on considère la dérivée de cette équation, en la passant sous forme adimensionnelle, en utilisant  $\bar{s} = s/L$ , l'équation qui gouverne la déflexion du pétiole s'écrit

$$\frac{d^2\alpha}{d\bar{s}^2} = \frac{L}{2\Lambda} C_Y C_N \cos \phi \cos(\phi - \alpha). \quad (3.3)$$

Les conditions aux limites, du côté de la branche d'une part et du côté du limbe d'autre part, sont  $\alpha = \theta$  et  $d\alpha/d\bar{s} = -C_Y C_N \cos(\phi + \beta)/2$  respectivement. Il n'existe pas de solution analytique à ce problème non linéaire<sup>1</sup>. La résolution numérique de cette équation, en prenant  $C_N = 1$ , est tracée sur la figure 3.4 (b) en bon accord avec les données expérimentales pour la feuille avec  $\beta = 0$ . Pour  $\beta = 0,36\pi$ , l'accord avec les données expérimentales est un peu moins bon. La forme de la force fluide choisie, purement orthogonale au limbe, est une bonne approximation tant que le limbe n'est pas trop incliné dans le sens du vent. Quand la plaque est très inclinée, la composante tangentielle n'est plus tout à fait négligeable, ce qui entraîne un léger décalage entre les données expérimentales et le modèle Elastica.

Une forme simplifiée de la relation entre l'angle d'insertion du pétiole,  $\theta$ , et l'angle d'inclinaison de la feuille,  $\phi$ , en fonction du nombre de Cauchy existe. Dans la limite  $\Lambda \gg L$ , un grand limbe ou un pétiole court, et  $\phi \approx \pi/2$ , la solution de l'équation (3.3)

1. Pour des poutres avec une charge ponctuelle au bout, une solution analytique a été trouvée par Bisshopp et Drucker (1945). Dans le cas du vent, il n'existe pas de résolution analytique.

s'écrit  $\alpha(\bar{s}) = \theta - \bar{s}C_Y(\pi/2 + \phi)$ , ainsi

$$\phi = \frac{\theta + \beta + \frac{\pi}{2}C_Y}{1 + C_Y} . \quad (3.4)$$

À faible  $C_Y$ ,  $\phi = \theta$ , le pétiole n'est pas courbé. Dans la limite des grands  $C_Y$ ,  $\phi = \pi/2$ , la feuille est courbée dans le sens du vent. Cette approximation est, elle aussi, comparée aux données expérimentales, lignes en pointillés sur la figure 3.4 (b). La solution analytique approchée conserve bien la tendance des points expérimentaux et du modèle *Elastica*. C'est cette forme simple, équation (3.4), qui est utilisée par la suite car elle permet de conserver la puissance d'une approche analytique.

## 3.2 Distribution d'angle d'inclinaison des branches

Il faut définir ici la distribution d'angle d'inclinaison des branches (ou angles des branches), qui décrit l'orientation des branches portant les feuilles par rapport à l'axe vertical. La définition de l'angle d'inclinaison de la branche,  $\theta$ , est présentée sur la figure 3.5 (a). Une distribution d'angle d'inclinaison des branches d'un grand noyer (Sinoquet et al., 1997) est présentée figure 3.5 (b) et (c). Cette distribution a été obtenue ici par post-traitement des fichiers de la structure du noyer numérisée grâce à la technique de Digitalisation 3D. On propose dans cette partie de modéliser la distribution d'angle d'inclinaison des branches à partir d'une construction géométrique de la structure de l'arbre.

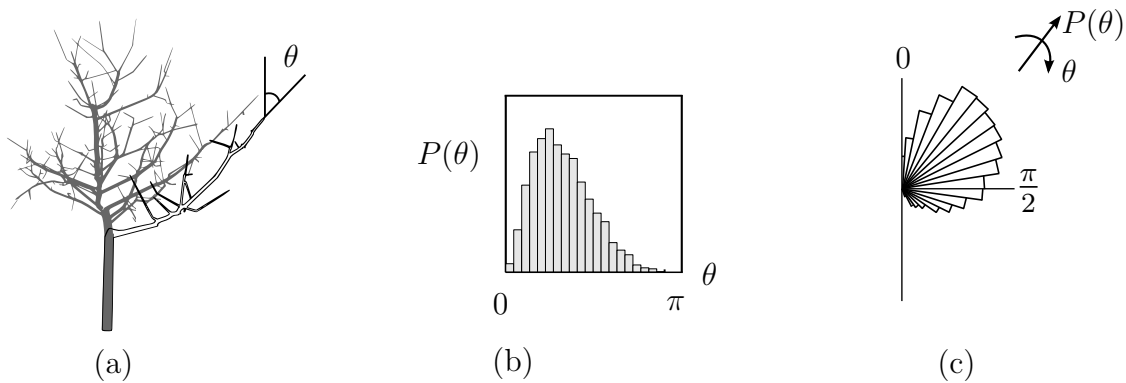


FIGURE 3.5 – (a) Définition de l'angle d'inclinaison des branches  $\theta$ . (b) Exemple de distribution d'angle d'inclinaison des branches, (Sinoquet et al., 1997; Rodriguez et al., 2008). (c) Même exemple en représentation polaire.

### 3.2.1 Modèles géométriques

#### L'arbre 2D

Le modèle d'arbre bidimensionnel, est illustré figure 3.6 (a). La géométrie de cet arbre est le résultat de  $n$  itérations de branchement, où les segments de l'arbre sont prolongés par deux branches filles. Ces deux branches filles font un angle  $-\theta_0$  et  $+\theta_0$  avec l'axe de la branche mère. Aucune information sur la longueur ou le diamètre des branches n'est nécessaire pour déduire l'inclinaison des branches, seuls les angles de branchement comptent.

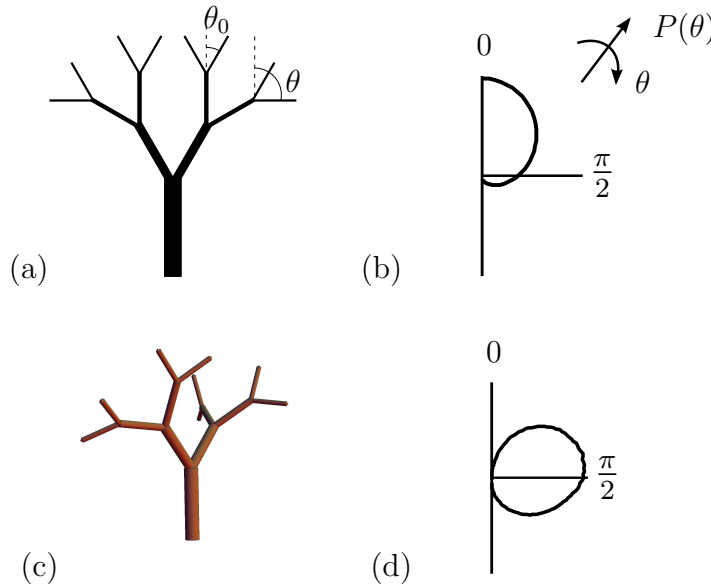


FIGURE 3.6 – Arbres idéalisés à branchement itératif. (a) Arbre bidimensionnel, (b) distribution d'angle d'inclinaison des branches correspondante, équation (3.7), avec un nombre d'itération  $n$  égal à 4, pour un angle de branchement  $\theta_0 = \pi/6$ . (c) Arbre tridimensionnel, (d) distribution d'angle d'inclinaison des branches correspondante, obtenue par simulation numérique pour la même valeur de  $n$  et  $\theta_0$  en moyennant sur  $10^4$  arbres.

La distribution d'angle d'inclinaison des branches décrit l'inclinaison des branches portant les feuilles, ainsi l'analyse se porte uniquement sur les branches de l'arbre d'ordre  $n$ . Un calcul élémentaire permet de montrer que l'inclinaison des branches varie entre  $\theta = 0$  et  $\theta = n\theta_0$ . La probabilité qu'une branche d'ordre  $i$  ait un angle d'inclinaison  $\theta = k\theta_0$  ( $i$  et  $k$  étant des entiers) est notée  $P_i(k\theta_0)$ . La loi d'itération qui définit cette distribution de probabilité s'écrit

$$2P_{i+1}(k\theta_0) = P_i[(k-1)\theta_0] + P_i[(k+1)\theta_0] \quad , \quad (3.5)$$

avec  $P_{i+1}(\theta_0) = P_i(0) + P_i(2\theta_0)/2$  et  $P_{i+1}(0) = P_i(\theta_0)/2$ . L'expression analytique exacte

de cette distribution est

$$P_i(k\theta_0) = \frac{1 + (-1)^{i+k}}{2^i} \binom{i}{(i+k)/2}. \quad (3.6)$$

On peut simplement l'analyser comme une marche aléatoire à une dimension. Le nombre d'itération  $n$  est généralement grand, variant de 5 pour des petits arbres jusqu'à 10 pour de grandes structures (Lopez et al., 2011), l'utilisation d'outils de physique statistique (Kittel, 1958, page 23) se révèle efficace pour donner une approximation de la distribution d'angle d'inclinaison des branches

$$P_n(\theta) = \frac{1}{\theta_0} \sqrt{\frac{2}{n\pi}} e^{-\theta^2/2n\theta_0^2}. \quad (3.7)$$

Dans cette approximation,  $\theta$  varie de manière continue et n'est plus restreint aux valeurs quantifiées  $\theta = k\theta_0$ . La figure 3.6 (b) illustre le fait que la distribution est une gaussienne piquée en  $\theta = 0$  avec un écart type,  $\sigma = \theta_0\sqrt{n}$ , qui dépend à la fois de l'angle de branchement et du nombre d'itérations. Si l'on compare à une distribution réelle, figure 3.5, il est évident que le modèle d'arbre 2D ne permet pas de rendre compte correctement du pic de la distribution qui n'est jamais nul en pratique.

### L'arbre 3D

Pour améliorer le modèle de l'arbre 2D, un modèle d'arbre 3D est défini : à chaque point de branchement est incluse une rotation aléatoire autour de l'axe de la branche mère. Ceci permet de générer un arbre tridimensionnel tel qu'illustré sur la figure 3.6 (c). La distribution d'angles d'inclinaison ne peut plus être calculée analytiquement car elle résulte elle même d'un processus aléatoire. Une étude numérique sur  $10^4$  arbres 3D générés indépendamment est menée pour chaque couple de paramètres  $(\theta_0, n)$ . Pour chaque couple de paramètres les distributions des  $10^4$  arbres sont moyennées pour obtenir une distribution de référence, voir figure 3.6 (d). La distribution obtenue diffère significativement de la distribution de l'arbre 2D car elle n'est plus piquée en  $\theta = 0$ . En fait le modèle 2D possède un biais en attribuant un rôle trop important à la verticale, favorisant ainsi l'angle  $\theta = 0$ .

Une faible dépendance du nombre d'itération a été trouvée suite à l'exploration systématique des paramètres. Ces distributions sont ajustées avec des formes gaussiennes

$$P(\theta) \propto e^{-[(\theta-\mu)^2/2\sigma^2]}, \quad (3.8)$$

où la position du pic,  $\mu$ , et l'écart type,  $\sigma$ , ne dépendent que de l'angle de branchement  $\theta_0$ . Pour une écriture plus aisée, le facteur de normalisation a été omis en utilisant la notation  $\propto$  qui signifie que la distribution  $P$  est proportionnelle au membre de droite de

l'équation. En faisant varier  $\theta_0$  de manière systématique de 0 à  $\pi/3$ , on trouve que le pic et l'écart type de la distribution sont bien approchés par

$$\mu = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{3\theta_0}{2}\right) \quad \text{et} \quad \sigma = \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{3\theta_0}{2}\right) . \quad (3.9)$$

Ce modèle 3D a l'avantage de pouvoir représenter une distribution d'angle d'inclinaison des branches dont le pic n'est pas en  $\theta = 0$ , contrairement au modèle 2D. De plus, puisque  $\theta_0 < \pi/3$ , le pic de la distribution n'est jamais plus grand que  $\pi/2$ . Ainsi, l'architecture de l'arbre n'est probablement pas responsable des distributions d'angle d'inclinaison des feuilles très décentrées « vers le bas » comme celle de la figure 1.12 (c) avec un pic proche de  $3\pi/4$ .

### 3.2.2 Validation expérimentale

Ce modèle de distribution d'angle d'inclinaison des branches, défini par les équations (3.8) et (3.9), est comparé aux distributions mesurées sur le noyer, figure 3.5 (b) et (c). L'angle de branchement,  $\theta_0$ , est mesuré directement sur la structure du noyer digitalisé, figure 3.7 (a). À chaque embranchement, l'angle de branchement est calculé puis ces valeurs sont moyennées sur tout l'arbre. Cette valeur moyenne,  $\theta_0 = 0,26\pi$ , est utilisée pour prédire les angles d'inclinaison des branches. La figure 3.7 (b) montre que le modèle en dépit de sa rusticité prédit qualitativement la distribution d'angle d'inclinaison des branches en utilisant uniquement l'angle de branchement comme paramètre.

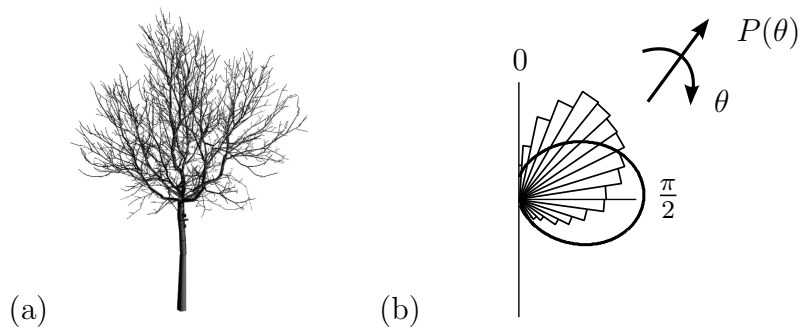


FIGURE 3.7 – (a) Grand noyer digitalisé (Rodriguez et al., 2008) (b) Représentation polaire de la distribution d'angle d'inclinaison des branches (histogramme) comparée à la prédiction théorique (trait plein), équations (3.8) et (3.9).

### 3.3 Distribution d'angles d'inclinaison des feuilles

#### 3.3.1 Méthodologie

À ce stade de l'analyse, nous possédons la distribution d'angles d'inclinaison des branches  $P_\theta(\theta)$  et la relation entre l'angle d'insertion du pétiole et l'inclinaison de la feuille en fonction de la vitesse du vent, équation (3.4), que l'on écrit  $\phi = f(\theta, U)$ . Comment obtenir la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles en fonction de la vitesse du vent,  $P_\phi(\phi)$  ?

Étant donné que la relation entre  $\theta$  et  $\phi$  est linéaire, on peut appliquer le théorème de changement de variable dans une distribution,

$$P_\phi(\phi) = \frac{1}{f' \circ f^{-1}(\phi)} P_\theta(f^{-1}(\phi)) \quad . \quad (3.10)$$

Dans notre cas, la fonction  $f'$ , déduite en dérivant l'équation (3.4), est constante. La notation proportionnelle  $\propto$ , permet d'écrire  $P_\phi(\phi) \propto P_\theta(f^{-1}(\phi))$ . Dans ce cas précis, la fonction  $\phi(\theta)$  est définie sur  $] -\pi/2; 3\pi/2]$  et la distribution d'angle d'inclinaison des branches est définie sur  $] -\pi; \pi]$ . Pour pouvoir appliquer le théorème de changement de variable, il faudrait redéfinir la distribution d'angle des branches sur  $] -\pi/2; 3\pi/2]$  en changeant son expression simple. Comme la proportion de branche située entre  $] -\pi/2; -\pi]$  est généralement faible, on la néglige. On applique le théorème de changement de variable, malgré les ensembles de définition différents, sans avoir de différences notables entre les résultats numériques (obtenus exactement) et les résultats analytiques.

#### 3.3.2 Arbre 2D

L'arbre 2D bien qu'il comporte un biais qui force le pic de la distribution des angles des branches à  $\theta = 0$  est étudié dans un premier temps. En effet, sa simplicité permet de comprendre qualitativement l'effet du vent sur la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles. Sans tenir compte des pré-facteurs et en inversant la relation entre  $\phi$  et  $\theta$ , équation (3.4), on trouve

$$P(\phi) \propto e^{[-(\phi - \Phi_1)^2 / 2\Sigma_1^2]}, \quad (3.11)$$

avec  $\Phi_1 = \pi C_Y / 2(1 + C_Y)$  et  $\Sigma_1 = n\theta_0^2 / (1 + C_Y)^2$ . En utilisant la représentation polaire, la figure 3.8 montre que la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles, symétrique par rapport à la verticale quand il n'y a pas de vent, devient de plus en plus dissymétrique dans la direction du vent lorsque le vent est de plus en plus fort. Plus précisément, toutes les feuilles pointant au dessus de l'axe du vent, pour des angles  $\theta$  compris entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ , sont soulevées par le vent et finalement alignées dans sa direction,  $\phi = \pi/2$ . À l'inverse, les feuilles en dessous de l'axe du vent sont rabattues vers le bas pour finalement

s'aligner elles aussi dans la direction du vent. Ce résultat prouve que lorsque le nombre de Cauchy change, une réorganisation importante de la distribution des angles des feuilles a lieu.

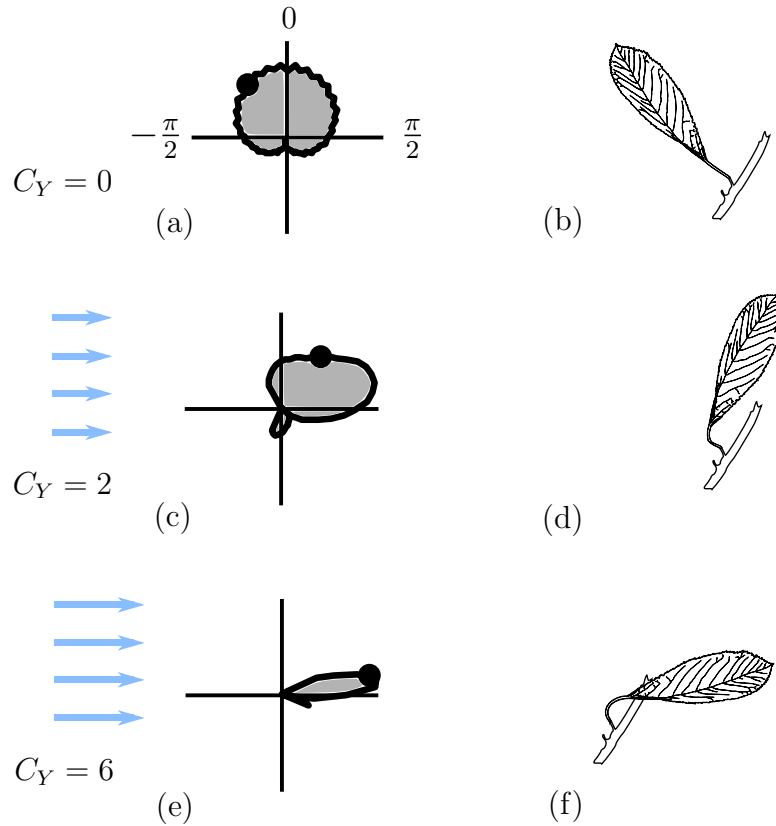


FIGURE 3.8 – Évolution de la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles avec une vitesse de vent croissante (a, c, e). Le point noir correspond à l'inclinaison de la feuille représentée sur la droite (b, d, f).

### 3.3.3 Arbre 3D

Appliquant la même méthode que pour l'arbre 2D, il semble qu'en combinant les équations (3.8) et (3.4), la distribution d'angles d'inclinaison des feuilles peut être calculée. Cependant, dans le cas 3D, on ne peut pas faire simplement la même opération que pour le cas 2D. En effet dépendant de leur orientation par rapport au vent, les feuilles de l'arbre sont différemment affectées par le vent. Une feuille dont la normale au limbe est dans la direction du vent est beaucoup plus affectée par le vent qu'une feuille dont la normale est orthogonale à la direction du vent. Dans ce modèle simple, les pétioles n'ont qu'un seul degré de liberté en flexion. Ils ne peuvent être courbés que dans le plan défini par leur position hors vent et la gravité. Les autres degrés de liberté en flexion et en torsion ne sont pas pris en compte ici, en première approximation, mais pourraient être pris en compte en raffinant le modèle.



Le modèle est amélioré comme suit : (a) à la place de l'équation simplifiée (3.4), l'équation complète décrivant la déformation élastique du pétiole est utilisée, (b) le chargement sur la feuille est corrigé d'un facteur  $\cos \psi$  pour tenir compte de la projection de la surface de la feuille dans la direction du vent, où  $\psi$  est l'angle azimutal de la feuille par rapport au vent. Ainsi l'intensité du vent pour déformer une feuille dépend de l'angle azimutal. Pour chaque feuille l'angle d'inclinaison en vent est calculé numériquement.

Pour un angle azimutal donné, la configuration hors vent des feuilles est donnée par la distribution des angles des branches d'un arbre 3D, équation (3.8). Pour chaque angle azimutal, la distribution d'angle des feuilles en vent est calculée numériquement. La distribution des feuilles autour de l'arbre est supposée uniforme. La distribution des angles d'inclinaison des feuilles dans le vent,  $P(\phi, C_Y)$ , est la moyenne des distributions d'angles des feuilles pour chaque direction azimutale.

L'évolution de ces distributions (non représentées) est similaire au cas 2D de la figure 3.8. Cependant l'effet du vent est moins important : les feuilles dont la normale est dans le sens du vent changent d'orientation dans la même mesure que pour le cas 2D. Les feuilles dont la normale est inclinée par rapport au vent perçoivent une action du vent moins importante, modulée par leur surface projetée. Dans le cas extrême où les feuilles ont une normale orthogonale au vent, leur orientation ne change pas. Ces distributions d'orientation de feuille en vent, sont utilisées pour calculer l'interception lumineuse de l'arbre en vent.

## 3.4 Interception lumineuse du couvert

La théorie de Monsi et Saeki (2005) prévoit que l'interception lumineuse dépende fortement de l'orientation des feuilles. La figure 3.1, met en exergue cette affirmation : l'ombre portée n'est pas la même dans le cas de la feuille hors vent et de la feuille en vent. La lumière interceptée par la feuille horizontale est beaucoup plus importante. L'étude mécanique montre que l'orientation des feuilles change avec la vitesse du vent. Peut-on quantifier l'effet du vent sur l'interception lumineuse ? Plus précisément, comment varie l'interception lumineuse en fonction de la vitesse du vent ?

### 3.4.1 Modèle statique

Dans ce cadre de travail, on peut estimer l'effet du vent à travers l'effet du nombre de Cauchy,  $C_Y$ , sur l'interception de rayonnement direct. La distribution d'angle d'inclinaison des feuilles  $P(\phi)$  dépend explicitement du nombre de Cauchy  $C_Y$  et est notée  $P(\phi, C_Y)$ .

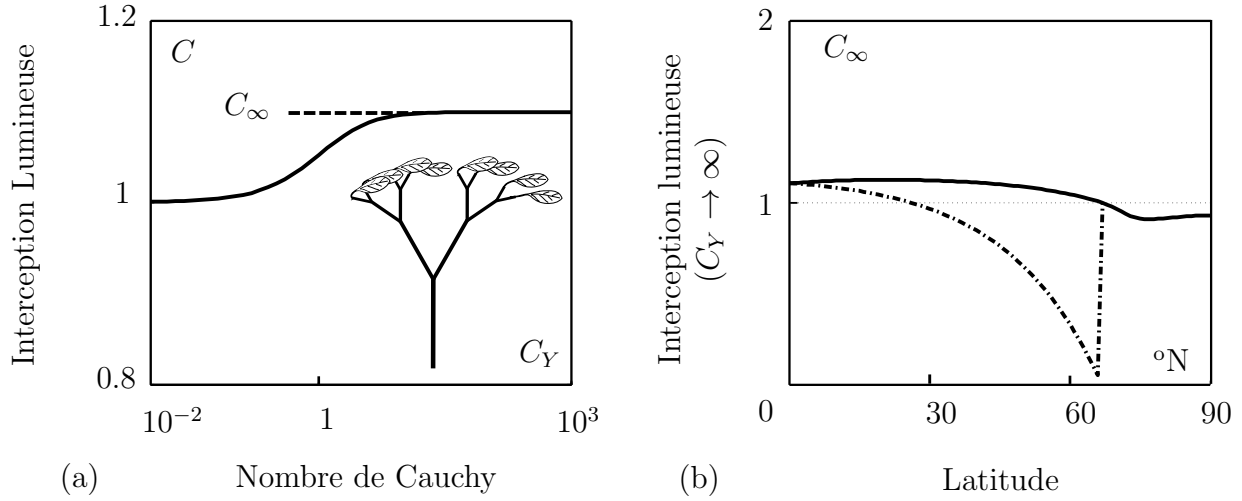


FIGURE 3.9 – Effet des déformations mécaniques de la feuille au vent. (a) Évolution du facteur de correction,  $C$ , défini par l'équation (3.13), avec le nombre de Cauchy à la latitude de 45°N, le jour du solstice d'été. (b) Évolution de la valeur limite  $C_\infty$  avec la latitude,  $\lambda$  pour les solstices d'été et d'hiver, ligne continue et pointillée respectivement. Tous les calculs ont été effectués avec  $LAI = 3$ .

L'équation (1.12), régissant la transmission de lumière dans la canopée se réécrit

$$\ln \frac{I_0(t)}{I_H(t)} = -\frac{LAI}{\cos \gamma} \left[ \int_0^\pi P(\phi, C_Y) F(\phi, \gamma) d\phi \right]. \quad (3.12)$$

Pour quantifier cet effet, l'interception lumineuse est calculée sur une journée et comparée à l'interception d'un même arbre hors vent. On définit le facteur de correction d'interception lumineuse par rapport au cas  $C_Y = 0$ , hors vent, par

$$C = \frac{\left[ \int_{\text{Jour}} I_H(t) - I_0(t) dt \right]_{C_Y}}{\left[ \int_{\text{Jour}} I_H(t) - I_0(t) dt \right]_{C_Y=0}}, \quad (3.13)$$

où  $I_0$  est donné par l'équation (3.12). Ce facteur de correction dépend maintenant seulement du jour et de la latitude choisis, qui affectent l'inclinaison solaire  $\gamma(t)$  et du nombre de Cauchy,  $C_Y$ . L'évolution de  $\gamma(t)$  en fonction du jour calendaire et de la latitude choisie est rappelée dans Varlet-Grancher et al. (1993).

Pour illustrer cet effet, on montre figure 3.9 l'influence de  $C_Y$  au solstice d'été à la latitude de Clermont-Ferrand, 45°N. Clairement le nombre de Cauchy affecte l'interception lumineuse lorsque l'on dépasse  $C_Y = 1$  ce qui est un cas pour des vents usuels, voir le tableau 3.1. Pour les grandes valeurs de  $C_Y$  lorsque toutes les feuilles sont horizontales, une valeur limite est obtenue,  $C_\infty$ , qui ne dépend que de la latitude pour un jour donné. En guise de résultat synthétique, on donne l'évolution de  $C_\infty$  en fonction de la latitude dans l'hémisphère nord aux deux solstices. De manière évidente la déformation du pétiole

affecte l'interception lumineuse, mais cet effet varie significativement en fonction du jour de l'année et de la latitude. De manière générale, dans les zones tempérées, ce modèle prévoit une augmentation de l'interception lumineuse lorsqu'il y a vent durant la période de croissance.

### 3.4.2 Comparaison avec l'expérience

Si l'on se place dans des conditions où le soleil est au zénith, lorsque la direction des rayons lumineux et de la gravité sont confondues, on peut comparer directement cette théorie d'interception lumineuse en vent avec les mesures de transmis effectuées lors de l'expérience en soufflerie, chapitre 2. Lors de l'expérience en soufflerie, la mesure du facteur de correction de lumière interceptée,  $(I_H - I_0)/(I_H - I_0)_{C_Y=0}$ , montre que celui-ci diminue avec la vitesse du vent. La lumière pénètre mieux dans le couvert. Cette mesure est *inverse* aux prédictions du modèle simple développé ici en adaptant la théorie de Monsi et Saeki (2005).

Plusieurs pistes peuvent expliquer cet écart entre la prédiction du modèle et la mesure : Roden et Percy (1993) ont proposé que le mouvement dynamique du feuillage permettrait un environnement lumineux plus dynamique grâce à une meilleure pénétration de la lumière dans la canopée. Si l'on observe ce qui se passe sur l'arbre étudié en soufflerie, cette explication n'est pas satisfaisante. Certes les feuilles flottent un peu, mais les fluctuations de lumière observées sont trop faibles pour être la source de la diminution de l'interception par l'arbre. Par observation, l'augmentation de la lumière transmise est due au fait que les feuilles se mettent en paquet lorsque le vent devient de plus en plus fort. Dans le modèle développé ici, les feuilles poussent au bout des branches et on suppose que leurs localisations spatiales sont aléatoires. Ce modèle ne peut pas tenir compte de la mise en paquet des feuilles.

Du point de vue du modèle d'interception lumineuse, la mise en paquet correspond à la corrélation de la position des feuilles. Une des hypothèses d'application de la théorie de Monsi et Saeki (2005) est le fait que les positions des feuilles soient parfaitement décorrélées. Cette corrélation spatiale (mise en paquet) correspond à une diminution de la surface apparente des feuilles – les feuilles se superposent les unes sur les autres – soit une diminution du  $LAI$  apparent. Si le  $LAI$  apparent diminue, alors l'interception lumineuse, définie par l'équation (3.12), diminue aussi.

Pour une plaque, lors de la reconfiguration, la surface exposée au vent diminue selon une loi de puissance en  $U^{-2/3}$ , (de Langre et al., 2012). L'indice de surface foliaire apparent qui correspond à la surface de feuille disponible pour l'interception lumineuse, suit la même loi de reconfiguration,  $LAI \propto U^{-2/3}$ . Dans le même temps, lorsqu'il n'y a pas de vent, le  $LAI$  est constant, égal à  $LAI_0$ . La forme la plus simple qui convient aux deux conditions

énoncées ci-dessus est  $LAI = LAI_0/(1 + C_Y^{1/3})$ . L'interception lumineuse s'écrit, d'après l'équation (3.12),

$$I_H - I_0 = I_H (1 - \exp(-\kappa LAI)) , \quad (3.14)$$

où  $\kappa$  est le facteur d'extinction, qui dépend de la distribution d'angle des feuilles et de l'angle d'inclinaison solaire, que l'on suppose constant ici. Le développement limité de l'interception lumineuse donne

$$\frac{I_H - I_0(C_Y)}{I_H - I_0(0)} = 1 - C_Y^{1/3} \frac{I_H}{I_H - I_0(0)} . \quad (3.15)$$

Avec un tel modèle, l'interception lumineuse diminue en  $U^{2/3}$ , ce qui est proche de l'expérience. Pour l'interception lumineuse statique, le changement d'angle d'inclinaison des feuilles est donc un phénomène du deuxième ordre comparé à la réduction de l'indice de surface foliaire apparent,  $LAI$ , en fonction de la reconfiguration des feuilles. Les feuilles se mettent en paquet et leurs positions sont dès lors corrélées, ce qui implique qu'on ne peut plus appliquer directement la théorie de Monsi et Saeki (2005).

### 3.5 Conclusions

Au cours de ce chapitre, nous avons étudié les réorientations des feuilles individuelles dans le vent. Ce modèle de feuille a été complété par un modèle d'architecture 3D pour obtenir la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles. Au final nous avons bâti un modèle de distribution d'angle d'inclinaison des feuilles en vent. Ce modèle est utilisable pour calculer l'interception lumineuse d'un arbre. Une des hypothèses cruciales de ce modèle est que les positions des feuilles dans l'espace sont aléatoires et restent aléatoires lorsqu'il y a du vent.

Lors de la mise en soufflerie d'un arbre, nous avons observé que l'interception lumineuse diminue lorsque la vitesse du vent augmente. Cette diminution de l'interception lumineuse est accompagnée d'une mise en paquets des feuilles lorsqu'elles se reconfigurent. Le modèle basé sur le changement des inclinaisons des feuilles prévoit au contraire une augmentation de l'interception lumineuse. Cette prévision de tendance inverse s'explique à cause de l'hypothèse de répartition aléatoires des positions des feuilles qui n'est plus vérifiée dès que le vent souffle et met les feuilles en paquets. Pour tenir compte de cet effet un modèle très simple de diminution de la surface foliaire apparente suivant des lois de reconfiguration classique pour des objets élastiques est proposée. Cette loi s'accorde raisonnablement aux mesures faites en soufflerie.

# Chapitre 4

## Dynamique du feuillage en vent

La feuille d'arbre dans le vent ne plie pas uniquement, elle bouge aussi. Ce mouvement est d'une part dû aux branches qui emportent leurs feuilles avec elles, et aux feuilles elles-même qui répondent aux sollicitations du vent. Dans un premier temps, le travail se concentre sur le mouvement de la feuille individuelle, dans une configuration où la branche ne bouge pas. Puis, dans un deuxième temps, sur le mouvement des branches excitées par le vent. Enfin la dernière partie de ce chapitre couple les deux mouvements, de la feuille et de la branche, pour obtenir le mouvement du feuillage.

### 4.1 Dynamique de la feuille individuelle

| Notations     |                                    |           |                                                                    |
|---------------|------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------------------------|
| $\theta$      | Angle d'insertion du pétiole       | $\phi$    | Angle entre la normale au limbe et la direction du vent            |
| $\psi$        | Angle de la roue                   | $\delta$  | Angle de projection des efforts sur l'axe de rotation              |
| $\beta$       | Angle entre le pétiole et le limbe | $w$       | Largeur du limbe                                                   |
| $L$           | Longueur du pétiole                | $S$       | Surface de la feuille                                              |
| $l$           | Longueur du limbe                  | $J$       | Inertie en torsion                                                 |
| $m$           | Masse du limbe                     | $\Lambda$ | Distance entre le bout du pétiole et le centre de gravité du limbe |
| $f_0$         | fréquence du mode de torsion       | $\rho$    | Masse volumique de l'air                                           |
| $p$           | Périmètre du limbe                 | $U_R$     | Vitesse réduite                                                    |
| $\xi$         | Amortissement du mode de torsion   |           |                                                                    |
| $U$           | Vitesse du vent                    |           |                                                                    |
| $\mathcal{M}$ | Nombre de masse                    |           |                                                                    |
| $P$           | Indice de palmation                |           |                                                                    |

Dans le cadre général des vibrations induites par un écoulement (Blevins, 1977; Naudascher, 1991; Païdoussis et al., 2010), le mouvement de la feuille par rapport à la branche

peut être le résultat d'un forçage par la turbulence du vent, un couplage avec le sillage de la feuille (vibrations induites par vortex) ou bien du flottement par instabilité aéroélastique. Cette section de la thèse se concentre sur le flottement de la feuille individuelle par instabilité aéroélastique.

Le déclenchement du flottement de la feuille d'arbre est fonction des paramètres géométriques et mécaniques de la feuille ainsi que de la vitesse du vent. Dans un premier temps, la mise en soufflerie de feuilles de ficus (*Ficus Benjamina*) montre que le flottement des feuilles est un galop en torsion. Ensuite, l'utilisation de feuilles artificielles permet d'explorer systématiquement les effets mécaniques et géométriques des paramètres sur le déclenchement du flottement. Enfin, à l'aide de concepts standards d'aéroélasticité, nous proposons un modèle basé sur une analyse linéaire de stabilité et le comparons aux résultats expérimentaux.

### 4.1.1 Feuilles réelles en soufflerie

#### Observation du flottement en torsion

Des feuilles de ficus (*Ficus Benjamina*), telles que représentées sur la figure 4.1 (a) sont testées dans la soufflerie. Les feuilles sont prélevées avec soin, en utilisant des pratiques classiques en biomécanique des plantes, pour conserver leurs propriétés mécaniques, voir le chapitre 1. Les feuilles individuelles sont placées dans la soufflerie, comme précédemment pour le cas statique. Leur flexion et leur déformation en torsion sont mesurées, à travers un dispositif optique, en fonction de la vitesse du vent,  $U$ . Les feuilles sont maintenues en place à l'aide de pinces et leur orientation peut-être changée grâce à une roue, comme représenté sur la figure 4.1 (b).

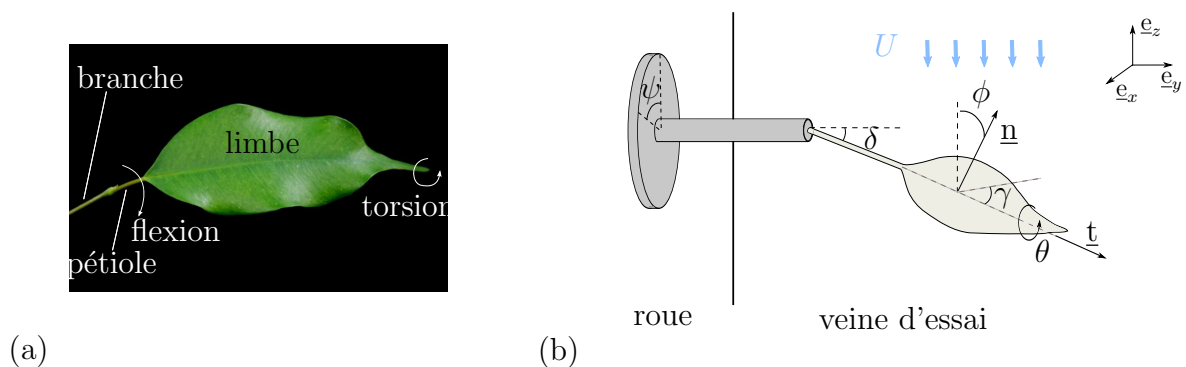


FIGURE 4.1 – (a) Éléments de la feuille et description du mouvement. (b) Vue schématique du dispositif et définition des angles utilisés pour définir la position de la feuille.

Pour illustrer le comportement générique de ces feuilles dans le vent, la figure 4.2 (a) montre l'évolution typique de l'angle d'inclinaison et de l'amplitude de l'angle de torsion

en fonction de la vitesse du vent. Le chargement du vent sur le limbe courbe le pétiole. Cette déformation statique correspond aux effets de reconfiguration mentionnés dans le chapitre précédent. Ici, l'angle d'inclinaison varie d'environ  $\pi/2$ . Pour cet exemple, l'angle de torsion du limbe le long de son axe principal évolue comme suit : pour les faibles vitesses de vent, jusqu'à 4 m/s dans ce cas précis, aucun mouvement dynamique n'est observé. Au dessus de cette vitesse, la feuille flotte selon un mode de torsion, avec une amplitude qui croît soudainement avec la vitesse du vent  $U$ , pour atteindre près de  $\pi/4$  à 5 m/s. Le mouvement de flottement est très régulier avec une fréquence fixe. Cette évolution est typique d'une instabilité aéroélastique. Le flottement observé ici, en torsion pure est appelé galop en torsion, par anticipation des conclusions de la sous-section 4.1.3 où un modèle est proposé. Pour des vitesses de vent encore plus grandes, des mouvements complexes, combinant plusieurs degrés de liberté de la feuilles, sont observés.

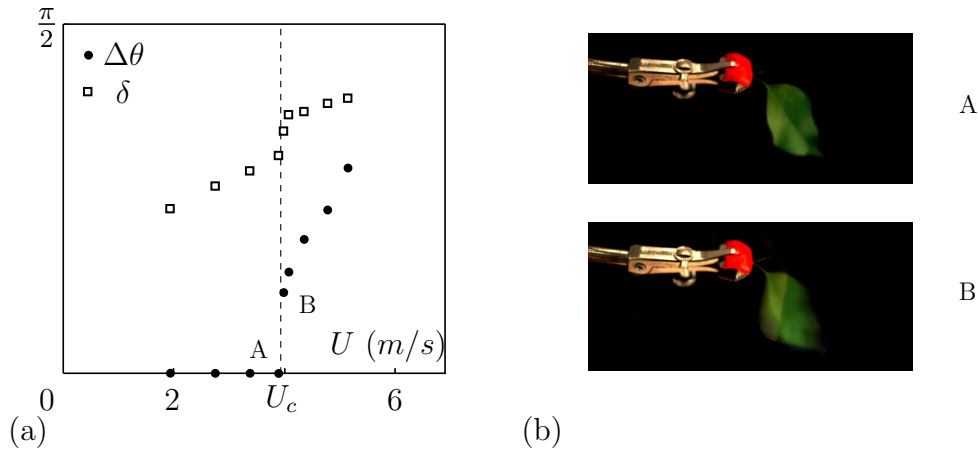


FIGURE 4.2 – Déformation et flottement de la feuille de ficus. (a) Évolution de l'angle d'inclinaison ( $\square$ ) et de l'amplitude du mouvement de torsion ( $\bullet$ ) montrant le début du flottement,  $U_c$ . (b) et (c) Vues de la feuille en avant et après le démarrage de l'instabilité de flottement, points A et B dans (a).

### Domaine du galop en torsion

Pour décrire la limite de l'apparition du galop en torsion, on se concentre sur la valeur critique de la vitesse de vent  $U_c$  du déclenchement de l'instabilité,  $U_c \approx 4$  m/s sur la figure 4.2. Expérimentalement, pour une vitesse de vent donnée, l'angle  $\psi$  de la roue où le pétiole est fixé, figure 4.1 (b), est varié pour explorer la gamme de galop en torsion. La mesure de  $\psi$  se fait directement par lecture des graduations sur la roue. Le domaine de flottement pour une feuille est donc donné dans l'espace des paramètres  $(U, \psi)$ , figure 4.3 (a). Les barres d'erreur en  $\psi$  correspondent à une petite hystérésis observée quand le signe de la variation de  $\psi$  est changé. Dans la suite de l'étude, ce petit effet n'est pas pris en considération. La figure 4.3 (a) montre que le flottement en torsion est observé pour tous

les angles entre la feuille et le vent, hormis pour  $\psi = 0$  et  $\psi = \pi$ , où la feuille est placée orthogonalement à l'écoulement. Pour plus de clarté, les mêmes résultats expérimentaux sont tracés en représentation polaire en utilisant les variables  $(U, \psi)$ , sur la figure 4.3 (b). La dissymétrie entre la partie du haut et la partie du bas des frontières de stabilité est due à une asymétrie des valeurs des paramètres géométriques et mécaniques du dessus et du dessous de la feuille. Pour donner un exemple de la variabilité, le domaine de stabilité d'une autre feuille du même ficus est tracé figure 4.3 (c). Un comportement similaire est observé bien que les deux feuilles diffèrent sous beaucoup d'aspects (taille, forme, masse, etc.), voir le tableau 4.1.

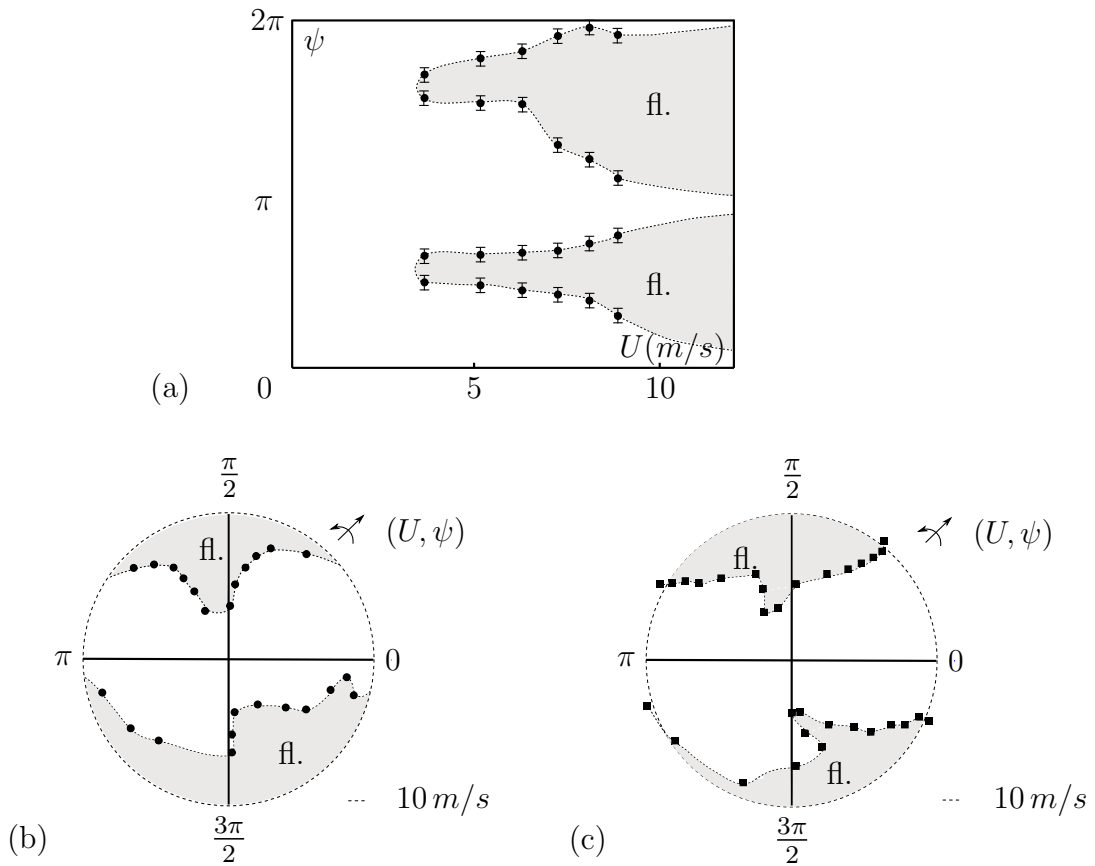


FIGURE 4.3 – Domaines de flottement de feuilles de ficus. (a) Dans la représentation cartésienne des domaines de flottement de la feuille de ficus 1 dans l'espace des paramètres vitesse du vent,  $U$ , et angle de la roue  $\psi$ . À la frontière, la feuille commence par vibrer en torsion. (b) Mêmes résultats, en coordonnées polaires  $(U, \psi)$ . (c) Même test pour la feuille de ficus 2.

Ces expériences sur des feuilles naturelles montrent que l'orientation de la feuille par rapport au vent joue un rôle décisif sur le déclenchement du galop en torsion. Puisque le flottement de la feuille apparaît essentiellement en torsion le long de l'axe principal de la feuille, les caractéristiques mécaniques de ce mode de vibration doivent être déterminées pour bâtir un modèle mécanique de la feuille flottante.



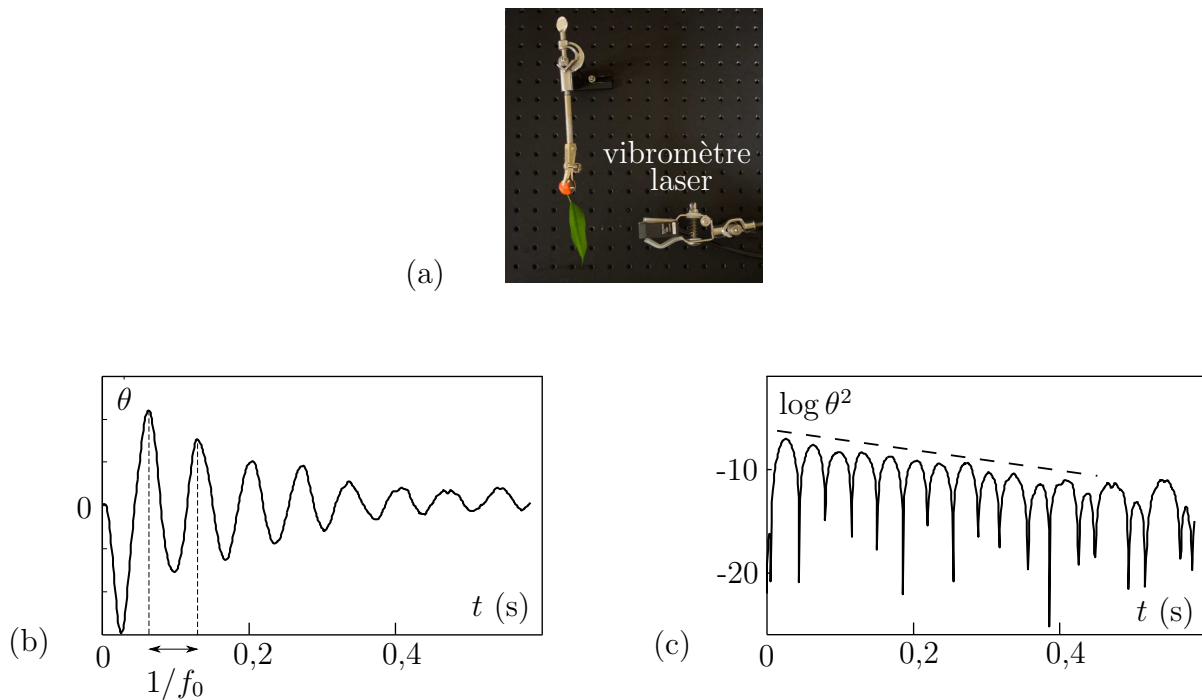


FIGURE 4.4 – Mode de torsion d’une feuille de ficus. (a) Dispositif expérimental. (b) et (c) évolution temporelle de l’angle de torsion. La pente du graphique (c) permet de mesurer  $\xi$ .

La fréquence et l’amortissement du mode de torsion sont mesurés dans l’air au repos. Cette mesure est faite sur les feuilles fixées à l’aide de pinces comme précédemment mais le mouvement de torsion est maintenant mesuré à l’aide d’un vibromètre laser (*micro epsilon ILD1300-20*). La feuille est excitée manuellement et le mouvement libre est enregistré. La fréquence  $f_0$ , et l’amortissement réduit  $\xi$ , sont mesurés en utilisant des techniques d’ajustement classiques (Bert, 1973). Cette procédure est illustrée sur la figure 4.4. Le moment d’inertie en torsion  $J$ , est estimé en pesant la feuille et en utilisant la formule  $J = mw^2/12$ , où  $m$  est la masse et  $w$  la largeur de la feuille. Cette formule suppose que la feuille est rectangulaire. Le facteur numérique change si l’on considère que la feuille a une forme différente, cependant ces facteurs numériques ont des valeurs assez proches, par exemple pour un cercle,  $J = mw^2/8$ . Les valeurs des paramètres mécaniques sont consignées dans le tableau 4.1 pour les deux feuilles de ficus.

#### 4.1.2 Feuilles artificielles en soufflerie

Pour comprendre, et ultimement prévoir, la mise en vibration des feuilles de ficus dans le vent, il faut en déterminer les mécanismes sous-jacents. Plus précisément, il faut identifier les effets des paramètres mécaniques et géométriques sur le déclenchement du flottement. Pour ce faire, des feuilles artificielles similaires à celles construites pour les

|             | $S$<br>cm <sup>2</sup> | $w$<br>cm | $l$<br>cm | $\Lambda$<br>cm | $p$<br>cm | $\beta$<br>- | $\delta$<br>- | $J$<br>10 <sup>-7</sup> kg.m <sup>2</sup> | $f_0$<br>Hz | $\xi$<br>- |   |
|-------------|------------------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|--------------|---------------|-------------------------------------------|-------------|------------|---|
| Ficus 1     | 12,4                   | 2,8       | 7,1       | 3,6             | 19,6      | $\pi/6$      | 0             | 0,27                                      | 14,1        | 5,2        | ● |
| Ficus 2     | 10,0                   | 3,2       | 7         | 3,6             | 20,4      | $\pi/6$      | 0             | 0,55                                      | 8,4         | 7,8        | ■ |
| Feuille (A) | 23,8                   | 5,5       | 5,5       | 2,8             | 17,3      | 0            | 0             | 4,7                                       | 12,3        | 1,7        | ○ |
| Feuille (B) | 23,8                   | 5,5       | 5,5       | 2,8             | 17,3      | $\pi/4$      | 0             | 4,7                                       | 4,01        | 2,7        | △ |
| Feuille (C) | 23,8                   | 5,5       | 5,5       | 2,8             | 17,3      | 0            | $\pi/3$       | 4,7                                       | 3,87        | 2,7        | ☆ |
| Feuille (D) | 16,3                   | 5         | 6,2       | 2,3             | 25        | 0            | 0             | 5,2                                       | 7,9         | 3,1        | □ |

TABLEAU 4.1 – Valeurs numériques des paramètres géométriques et mécaniques des feuilles utilisées pendant l'expérience.

expériences en statique, avec un limbe rigide (en plastique dur) et un pétiole flexible (corde de piano métallique), pour lesquelles les paramètres géométriques et mécaniques peuvent être contrôlés sont maintenant considérées.

### Paramètres géométriques

Les paramètres géométriques des feuilles utilisées ci-après sont représentés sur la figure 4.5. Premièrement, la forme du limbe est définie par cinq paramètres : la surface,  $S$ , la largeur et la hauteur,  $w$  et  $l$ , la distance de la base du limbe au centre de masse,  $\Lambda$ , et le périmètre,  $p$ . On se donne ce jeu de cinq paramètres pour quantifier la géométrie du limbe. Il est évident que l'on ne peut pas représenter toutes les surfaces avec ces paramètres, ni que réciproquement, ces paramètres définissent une surface unique. Cependant ce jeu de paramètre possède deux avantages : il donne rapidement une assez bonne idée de la forme de la feuille et il est facilement mesurable pour un grand nombre de feuilles. Deux angles relatifs à la feuille sont aussi définis ici, l'angle entre le limbe et le pétiole,  $\beta$ , et celui entre le pétiole et la branche,  $\delta$ , figure 4.5. Les valeurs de ces paramètres pour les feuilles de ficus de la section précédente sont consignées dans le tableau 4.1. Les paramètres sans dimension définis d'après ces longueurs et surface sont  $S/wl$ ,  $w/l$ ,  $\Lambda/l$  et l'indice de palmation  $P = 2\sqrt{\pi S}/p$  qui représente la complexité de la forme de la feuille ( $P = 1$  pour une feuille circulaire). La mesure du périmètre,  $p$ , de la feuille varie en fonction de l'échelle à laquelle on regarde la feuille. Tout comme pour l'exemple classique des côtes de Bretagne, le périmètre de la feuille d'arbre est un objet fractal. Pour ne pas sur-représenter l'effet des dentelures par rapport à la palmation de la feuille, le périmètre est mesuré en regardant la feuille d'assez loin. Les détails minimaux mesurés sont de l'ordre de 5% de la taille de la feuille.

Quatre feuilles artificielles sont utilisées pour tester l'influence de ces paramètres sans dimension. La feuille A est un simple disque, avec les deux angles  $\beta$  et  $\delta$  nuls. La feuille B possède la même forme que la feuille A mais l'angle entre le pétiole et le limbe n'est pas

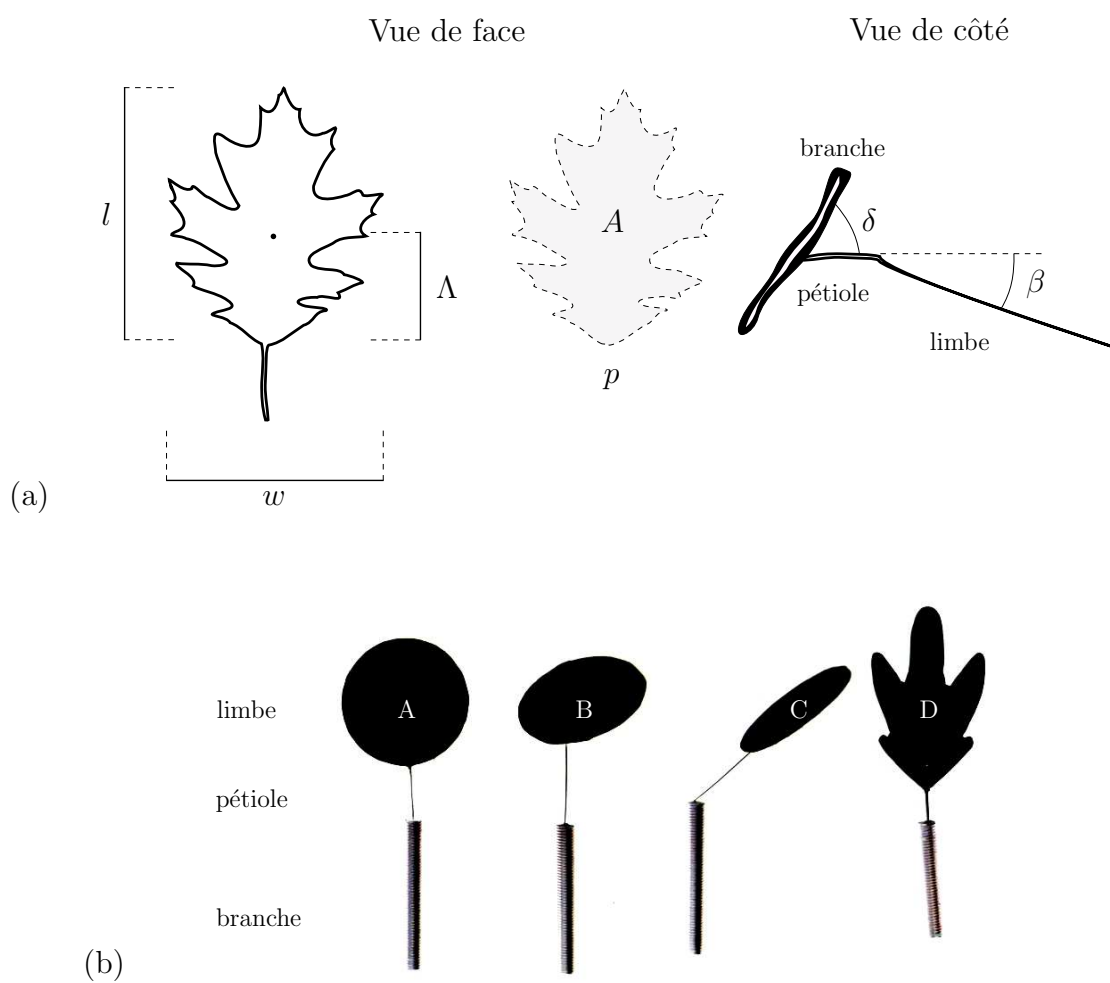


FIGURE 4.5 – (a) Paramètres géométriques utilisés pour décrire la feuille. (b) Feuilles artificielles utilisées dans l'expérience.

nul,  $\beta = \pi/4$  et  $\delta = 0$ . À l'inverse, pour la feuille C,  $\beta = 0$  et  $\delta = \pi/3$ . La définition de la forme de la feuille D s'appuie sur la base de données LEAF (2010) qui donne les formes de feuilles simples de 90 espèces d'arbres différentes typiques des forêts européennes, avec environ 9 feuilles par espèce d'arbre (795 feuilles au total). Certaines de ces formes sont rapportées sur la figure 4.6 (a). Les quatre paramètres sans dimension définis ci-dessus sont calculés pour toutes les espèces d'arbres et reportés sous la forme de fonctions de densité de probabilité sur la figure 4.6 (b). Les valeurs moyennes de chaque paramètre sont tracées d'un trait vertical sur chaque graphique. Ceci permet de définir une feuille *moyenne* dont les paramètres correspondent aux valeurs moyennes de la base de données. Cette feuille moyenne n'est pas définie de manière unique ; la forme utilisée par la suite est la feuille D, donnée sur la figure 4.5 (b). Les paramètres de cette feuille sont :  $S/wl = 0.54$ ,  $w/l = 0.61$ ,  $\Lambda/l = 0.43$  et  $P = 0.57$ .

Les paramètres géométriques dimensionnels et adimensionnels des quatre feuilles sont donnés dans les tableaux 4.1 et 4.2 respectivement.

|                          | $S/wl$  | $w/l$ | $\Lambda/l$ | $P$  | $\beta$ | $\delta$ | $\mathcal{M}$ | $\xi$ |
|--------------------------|---------|-------|-------------|------|---------|----------|---------------|-------|
| Feuille ficus 1          | 0,62    | 0,39  | 0,50        | 0,63 | $\pi/6$ | 0        | 0,15          | 5,2   |
| Feuille ficus 2          | 0,43    | 0,45  | 0,51        | 0,55 | $\pi/6$ | 0        | 0,09          | 7,8   |
| Feuille artificielle (A) | $\pi/4$ | 1     | 0,5         | 1    | 0       | 0        | 0,10          | 1,7   |
| Feuille artificielle (B) | $\pi/4$ | 1     | 0,5         | 1    | $\pi/4$ | 0        | 0,10          | 2,7   |
| Feuille artificielle (C) | $\pi/4$ | 1     | 0,5         | 1    | 0       | $\pi/3$  | 0,10          | 2,7   |
| Feuille artificielle (D) | 0,53    | 0,61  | 0,43        | 0,57 | 0       | 0        | 0,05          | 3,1   |

TABLEAU 4.2 – Nombres sans dimension géométriques et mécaniques des feuilles utilisées dans l'expérience.

### Galop des feuilles artificielles

Les quatre formes de limbe (A,B,C,D) découpées dans du plastique rigide, sont montées sur des pétioles flexibles en corde de piano métallique. Les paramètres mécaniques de ces feuilles artificielles sont obtenus en utilisant la même procédure que pour les feuilles de ficus, voir la sous-section 4.1.1. Pour calculer le moment d'inertie en torsion, la forme réelle est utilisée. Les valeurs correspondantes de  $f_0$ ,  $\xi$  et  $J$  sont données dans le tableau 4.1. Ces feuilles artificielles sont placées dans la soufflerie et leur comportement est étudié pour une vitesse de vent croissante mais aussi en variant l'angle de la roue  $\psi$ . Comme pour les feuilles de ficus, on observe une transition soudaine vers le flottement en torsion lorsque la vitesse du vent augmente. Pour les feuilles artificielles comme pour les feuilles de ficus, le déclenchement de l'instabilité de flottement se fait sur un mode de galop en torsion. Cette transition dépend fortement de l'angle  $\psi$ . Le domaine de flottement en paramètres  $(U, \psi)$  pour les quatre feuilles est donné dans la figure 4.7. Pour les feuilles A

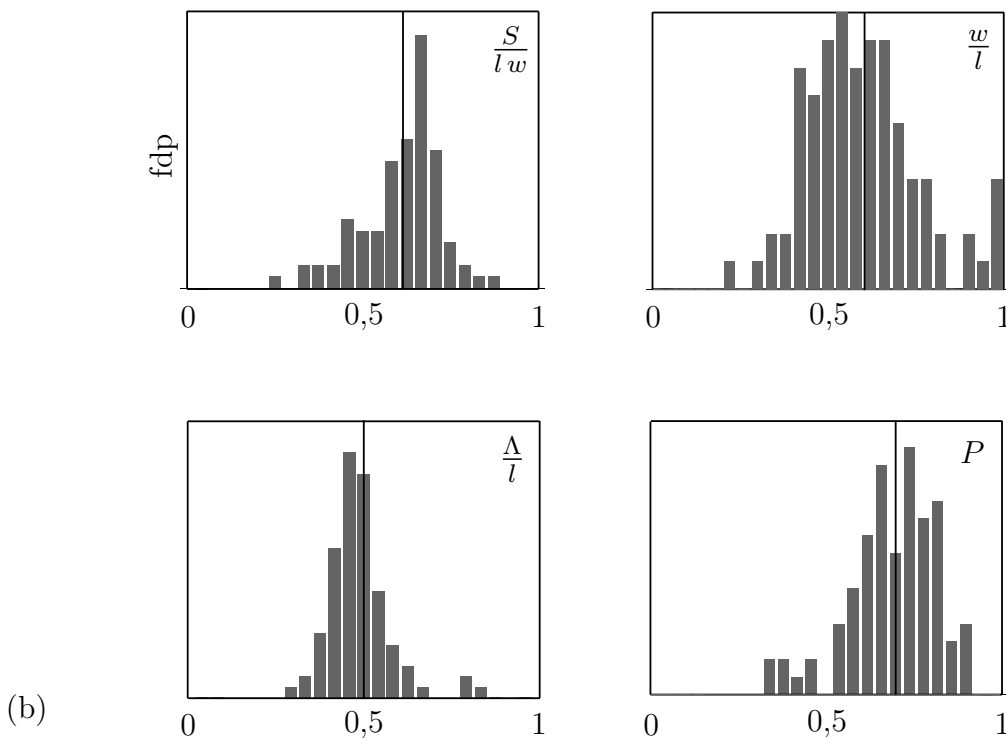
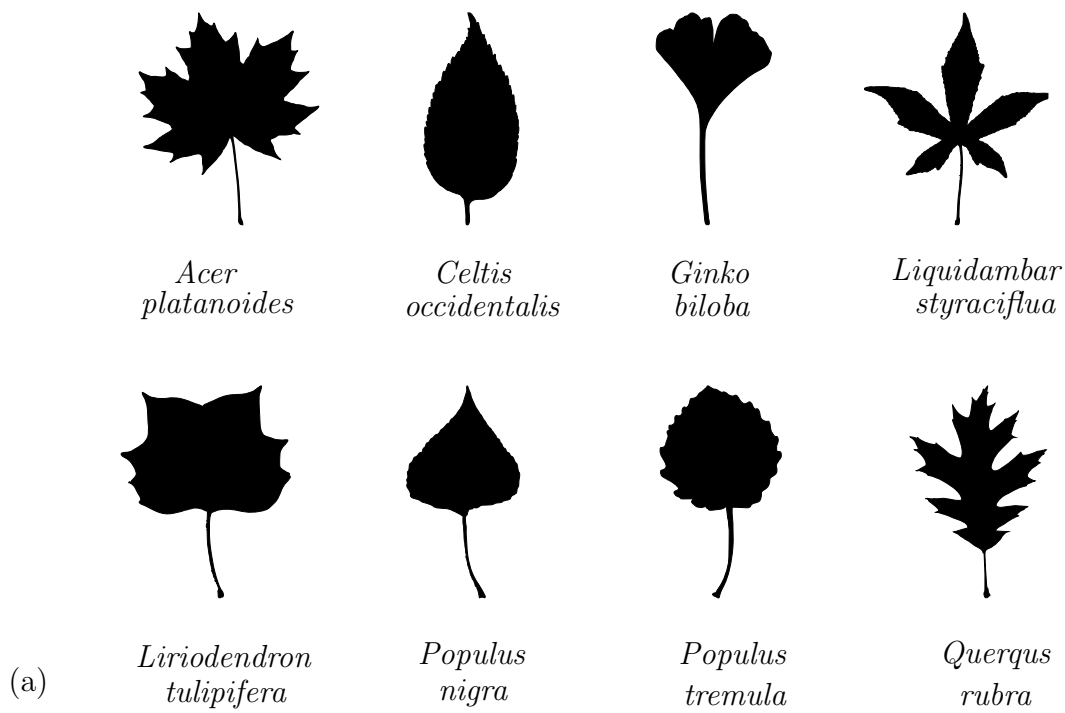


FIGURE 4.6 – (a) Formes de feuilles typiques de la base de données LEAF (2010) (b) Fonction de densité de probabilité des paramètres géométriques sans dimension en prenant en compte toutes les espèces de la base de données. Les valeurs moyennes satisfaites par la feuille D sont représentées par une ligne verticale.

et D, qui possèdent les symétries droite/gauche et haut/bas, seulement un quart de cercle a été exploré. Les formes des domaines de flottement sont généralement similaires avec quelques différences pour les feuilles B et C. La valeur de la vitesse de l'écoulement au seuil de flottement dépend des paramètres des feuilles. Enfin, pour la feuille C, proche de  $\psi = \pi$ , une zone de flottement impliquant un mouvement complètement différent a été observé. Cela est, semble-t-il, dû à une très forte courbure du pétiole dans cette position.

Ces résultats expérimentaux sont mis à l'échelle en utilisant des paramètres classiques en aéroélasticité (Blevins, 1977; Larsen, 2002; Païdoussis et al., 2010), le nombre de masse  $\mathcal{M}$ , la vitesse réduite  $U_R$  et l'amortissement  $\xi$ , combinés en  $\mathcal{M}U_R/\xi$ . On définit ce nombre avec

$$\mathcal{M} = \frac{\rho A w^3}{8J} \quad \text{et} \quad U_R = \frac{U}{f_0 w}. \quad (4.1)$$

Les valeurs de  $\mathcal{M}$  et  $\xi$  pour chacune des feuilles sont rapportées dans le tableau 4.2. La figure 4.7 montre les frontières de flottement pour toutes les feuilles artificielles dans l'espace des paramètres  $(\mathcal{M}U_R/\xi, \psi)$ . Le comportement des quatre feuilles artificielles est qualitativement similaire et beaucoup plus dépendant de  $\psi$  que de tous les autres paramètres géométriques. Cette conclusion mène tout naturellement à explorer la possibilité d'un modèle simple de galop de torsion pour rendre compte de la dynamique des feuilles en vent.

### 4.1.3 Modèle mécanique du flottement des feuilles

#### Modèle aéroélastique

Dans le cadre de travail défini ici, pour un limbe de feuille plan dans un écoulement, plusieurs angles doivent être définis pour décrire le chargement aérodynamique. En utilisant  $\underline{n}$ , la normale au limbe, et  $\underline{t}$  l'axe de rotation du limbe, on peut définir  $\phi = \langle \underline{n}, \underline{U} \rangle$  et  $\gamma = \langle \underline{n} \times \underline{U}, \underline{t} \rangle$ , représentés sur la figure 4.1 (c). Ils dépendent des angles  $\beta$ ,  $\delta$  et  $\psi$  définis plus haut par  $\cos \phi = \cos \delta + \beta \cos \psi$  et  $\cos \gamma = \sin \psi / \sin \phi$ . Les calculs de ces relations géométriques sont explicités dans l'annexe A.

On note  $M$  le moment aérodynamique par rapport à l'axe  $\underline{t}$ . Pour modéliser le flottement en torsion observé dans les expériences, l'approche quasi-statique la plus simple du galop en torsion est utilisée (Blevins, 1977; Larsen, 2002; Païdoussis et al., 2010; Fernandes et Armandei, 2014). Dans cette approche, le moment en torsion dépend d'un angle d'attaque de référence  $\alpha$ , qui lui même dépend d'une référence de vitesse du fluide, voir figure 4.8 (a). Cette méthode très rustique est connue pour être incapable de rendre compte de plusieurs aspects du galop en torsion ; pour plus de précision, la discussion sur les limites de cette approche se trouve dans Païdoussis et al. (2010). Néanmoins cette approche est utilisée ici en première approximation de ce phénomène.

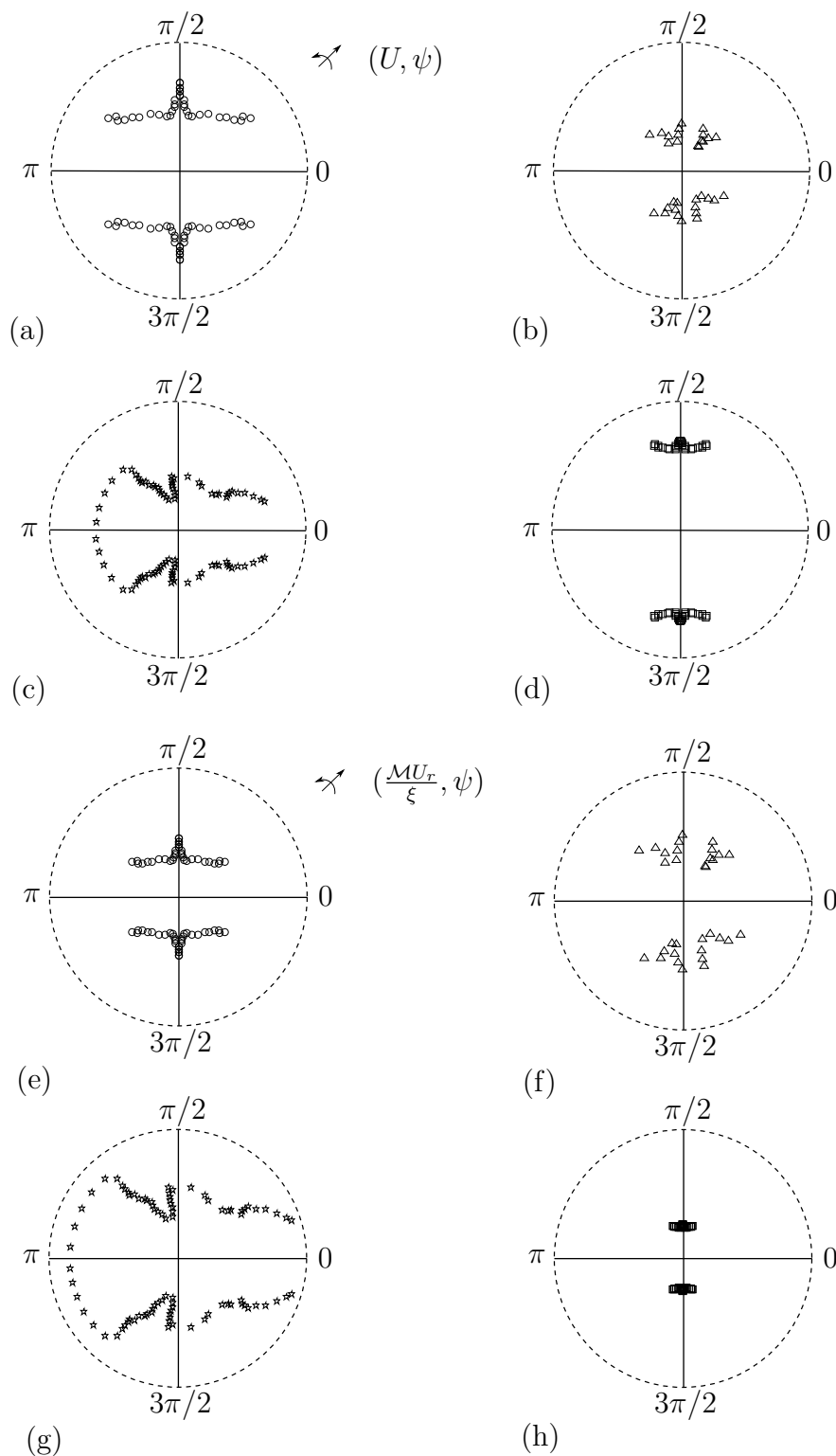


FIGURE 4.7 – Frontières du flottement en torsion pour les feuilles A,B,C et D. (a) à (d) font référence à la représentation dans l'espace  $(U, \psi)$ . (e) à (h) à la représentation dans l'espace  $(\mathcal{M}U_r/\xi, \psi)$ . Les cercles pointillés extérieurs correspondent à  $U = 15$  m/s et  $\mathcal{M}U_r/\xi = 80\pi$  respectivement.

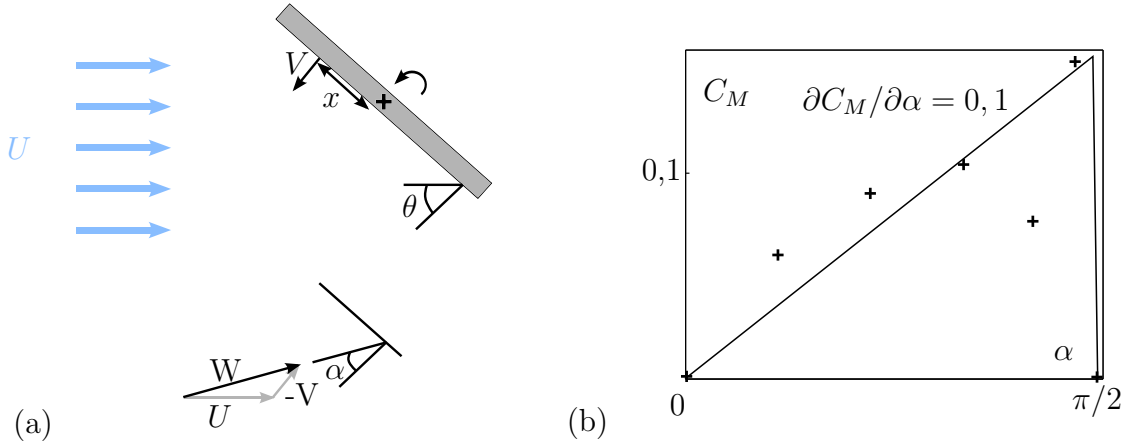


FIGURE 4.8 – (a) Principe de changement d'angle entre le fluide et une surface en rotation. La distance  $x$  permet de calculer la vitesse de référence du fluide sur la plaque  $w$ , et de définir l'angle de référence  $\alpha$ . (b) Évolution du coefficient de moment par rapport à l'axe de vibration. Données expérimentales d'après Wick (1954).

Dans la géométrie complète, voir figure 4.1, prendre en compte tous les angles mène à des équations assez compliquées. Pour ne pas masquer la physique du phénomène sous des équations géométriques complexes, un cas simplifié est décrit ici où  $\delta = 0$  et  $\beta = 0$ , ce qui implique  $\gamma = 0$  et  $\phi = \psi$ . Le cas général ainsi que les calculs de géométrie sont détaillés en Annexe A. Dans ce cas simplifié, les variations du moment de torsion pour une petite variation de l'angle  $\theta(t)$  sont approchées par

$$M = \frac{1}{4} \rho U^2 A w \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} \dot{\theta}, \quad (4.2)$$

où  $C_M(\alpha)$  est le coefficient de moment aérodynamique,  $\dot{\theta}$  est la dérivée temporelle de  $\theta$ , l'aire  $A$  et la largeur de la feuille  $w$  ont été définies précédemment. Pour ne garder que le mécanisme de l'instabilité, les variations proportionnelles à  $\theta$  n'ont pas été conservées dans l'équation (4.2). L'angle d'attaque de référence est défini par, annexe A,

$$\alpha = \psi + x \frac{w \dot{\theta}}{2U} \sin \psi, \quad (4.3)$$

où  $x$  définit la position du point où la vitesse du solide est considérée pour définir l'angle de référence  $\alpha$  ( $x = 1$  est le bord d'attaque et  $x = 0$  est la position à mi-corde). La stabilité dynamique du mode de torsion est usuellement calculée en comparant l'amortissement d'origine aérodynamique à l'amortissement propre dans l'équation du mouvement (Païdoussis et al., 2010),

$$J\ddot{\theta} + 2J\xi\omega\dot{\theta} + J\omega^2\theta = M. \quad (4.4)$$



Cette équation se réécrit de manière adimensionnelle,

$$\ddot{\theta} + \left( 2\xi - \frac{x}{2\pi} \mathcal{M} U_R \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \sin \psi \right) \dot{\theta} + \theta = 0, \quad (4.5)$$

et le galop en torsion apparaît lorsque l'amortissement s'annule, soit

$$U_R > \frac{4\pi\xi}{x \sin \psi} \frac{1}{\partial C_M / \partial \alpha} \quad \text{ou de manière équivalente} \quad x \frac{\mathcal{M} U_R}{\xi} \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \sin \psi > 4\pi. \quad (4.6)$$

En géométrie complète, lorsque  $\delta \neq 0$  et  $\beta \neq 0$ , le calcul mène au final au même résultat, voir Annexe A. Les éléments clés de ce type de modèle sont la position de la vitesse de référence,  $x$ , et le coefficient de moment  $C_M(\alpha)$  à travers le produit  $x \partial C_M / \partial \alpha$ . Ces deux paramètres sont mal connus pour des formes de feuilles complexes ou même pour les disques utilisés ici.

### Comparaison du modèle aux expériences

Si l'on suppose que  $x$  et  $\partial C_M / \partial \alpha$  varient peu avec l'angle d'incidence, alors leur produit aussi, figure 4.8 (b). La condition de flottement s'écrit

$$\frac{\mathcal{M} U_R}{\xi} \sin \psi > \pi C, \quad (4.7)$$

où  $C = 4/(x \partial C_M / \partial \alpha)$  est une constante. En représentation polaire, dans l'espace des paramètres  $(\mathcal{M} U_R / \xi, \psi)$ , le domaine de flottement est alors délimité par deux lignes horizontales. En ajustant ces lignes horizontales aux données expérimentales, figure 4.9, on trouve  $C = 20$ , ce qui correspond à  $x \partial C_M / \partial \alpha = 0,2$ . Cette valeur est compatible avec celles obtenues sur des plaques rectangulaires avec  $x$  variant entre 0,5 et 1 (Païdoussis et al., 2010), et  $\partial C_M / \partial \alpha = 0,1$  (Wick, 1954), qui donnent  $x \partial C_M / \partial \alpha = 0,05 - 0,1$  et donc  $C = 40 - 80$ .

Le modèle ne rend pas compte du léger incrément de stabilité observé dans les expériences sur les feuilles artificielles autour de  $\psi = \pi/2$  ou  $3\pi/2$ , lorsque l'écoulement est tangentiel à la feuille. Ceci était attendu car le signe de  $\partial C_M / \partial \alpha$  change dans cette gamme d'angle, un aspect dont ce modèle simple ne tient pas compte, figure 4.8.

Le résultat sur le déclenchement du flottement des feuilles d'arbre, figure 4.9, est original. Ce travail constitue la première description mécanique du flottement des feuilles d'arbre dans le vent. Il fait ressortir deux aspects importants de ce mouvement : (i) le flottement des feuilles est déclenché pas une instabilité aéroélastique de galop en torsion. Cette instabilité est générale pour la majorité des feuilles. (ii) Un modèle pseudo statique rustique permet de décrire la limite du domaine de stabilité de la feuille dans le vent.

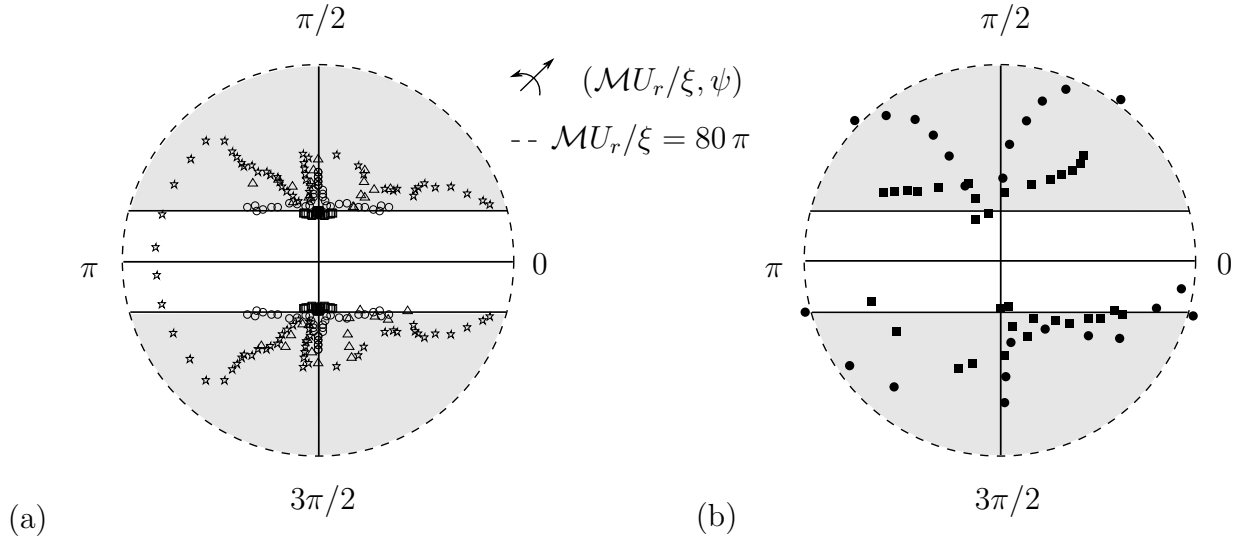


FIGURE 4.9 – Limite du galop en torsion prévu par le modèle et comparaison aux données expérimentales. (a) Pour les feuilles artificielles (A), (B), (C) et (D) et (b) pour les feuilles de ficus 1 et 2. L'aire grisée correspond aux zones de flottement prévues par le modèle.

#### 4.1.4 Conclusions

Comme il l'a été précisé au début de cette partie, les paramètres géométriques et mécaniques d'une feuille sont très variés parmi les espèces d'arbres mais aussi parmi les feuilles d'un même arbre. De plus le vent peut changer certains de ces paramètres : les effets statiques du vent sur la courbure et la torsion du pétiole peut changer les angles et la rigidité effective en torsion du pétiole et de fait la fréquence du mode de torsion ainsi que sa déformée.

Le critère donné dans l'équation (4.6), peut s'écrire en terme de quantités dimensionnelles,

$$\frac{\rho}{m/S} \frac{U}{f_0 \xi} \sin \psi > \frac{40\pi}{3}. \quad (4.8)$$

Cette équation montre que les angles  $\delta$  et  $\beta$  peuvent changer par déformation élastique sans influence notable sur la limite de flottement. L'effet indirect de la déformation statique du pétiole sur la fréquence du mode de torsion va déplacer la vitesse critique. De plus, seule la masse surfacique ( $m/S$ ) compte dans l'équation (4.8), une quantité totalement indépendante de la taille du limbe de la feuille, du moins pour un arbre donné. Ainsi la taille du limbe n'influence la vitesse critique qu'à travers la fréquence de torsion  $f_0$ , qui dépend de la masse de la feuille. L'indice de palmation de la feuille,  $P$  et même sa planéité ne semblent pas beaucoup jouer sur le déclenchement du flottement comme on peut le voir sur le comportement de la feuille D ou celui des feuilles de ficus par comparaison au comportement des feuilles artificielles, planes et circulaires.

Nous pouvons conclure que le galop en torsion décrit ici est un mécanisme plutôt

robuste quant à sa dépendance par rapport aux paramètres géométriques et mécaniques.

Dans les expériences, aussi bien que pour le modèle, seul le déclenchement du flottement a été considéré. En fait, on observe aussi, pour des vitesses d'écoulement plus élevées, des mouvements de la feuille complexes faisant intervenir des courbures et des torsions de très grande amplitude et d'évolution temporelle irrégulière. Ces mouvements existent dans la nature, mais la transition principale se produit entre le repos et le flottement. Un cas de translation pure, autour de  $\psi = 0$ , a été observé pour des feuilles artificielles lorsque le mode de torsion a été annulé artificiellement par construction d'un pétiole fortement anisotrope. Rappelons à ce propos que certains pétioles dans la nature sont effectivement anisotropes. Le flottement par couplage de mode, couplant les modes de flexion et de torsion du pétiole, tel que suggéré par la lecture des travaux de Niklas (1991b), n'a jamais été observé au déclenchement de l'instabilité, probablement car les fréquences de torsion et de flexion sont significativement différentes. Des mouvements semblables à des instabilités par couplage de mode sont observés pour des vitesses de vent plus élevées lorsque le pétiole est très courbé.

Le mouvement total d'une feuille est la combinaison du mouvement local, l'instabilité de la feuille et du mouvement de la branche. Le mouvement des branches est décrit dans la section suivante.

## 4.2 Dynamique de la structure d'arbre

### Notations

|                 |                              |                 |                                     |
|-----------------|------------------------------|-----------------|-------------------------------------|
| $n$             | Nombre de branchement        | $k$             | $k$ -ème niveau de branchement      |
| $D_k$           | Diamètre de niveau $k$       | $L_k$           | Longueur de niveau $k$              |
| $\beta$         | Facteur d'élancement         | $\lambda$       | Facteur d'itération                 |
| $E$             | Module d'Young de l'arbre    | $\rho_b$        | Masse volumique du bois             |
| $\varphi_k$     | Déformée du mode $k$         | $\Omega_k$      | Pulsation du mode $k$               |
| $\Delta_k$      | Diamètre du mode $k$         | $\Gamma_k$      | Longueur du mode $k$                |
| $\rho$          | Masse volumique de l'air     | $C_D$           | Coefficient de traînée              |
| $V$             | Vitesse du vent              | $U$             | Vitesse moyenne du vent             |
| $\dot{X}$       | Vitesse de la branche        | $Q_k$           | Déplacement du mode $k$             |
| $u$             | Fluctuations du vent         | $s$             | Abscisse curviligne de la structure |
| $\mathcal{S}_u$ | Spectre des fluctuations     | $l_u, \sigma_u$ | Coefficients de Von Kàrman          |
| $F$             | Force aérodynamique linéique | $\mathcal{F}_k$ | Force aérodynamique du mode $k$     |
| $\xi_k$         | Amortissement du mode $k$    | $A_k$           | Excitation turbulente du mode $k$   |
| $\mathcal{M}$   | Nombre de masse              | $U_R$           | Vitesse réduite                     |

### 4.2.1 Rappels sur les mouvements d'une structure branchée

Pour cette partie, les résultats de Rodriguez (2009) sont repris, corrigés et complétés. Nous rappelons les hypothèses et le déroulement général du calcul. Les calculs complets sont développés dans l'annexe C.

Dans le cadre du modèle de Leeuwenberg, présenté à la section 1.6.2, l'organisation modale de la structure est directement reliée au branchement. Ce modèle rend bien les caractéristiques fractales du branchement : une forte localisation spatiale et une forte densité fréquentielle (Russ et al., 1997). Le modèle de Rodriguez (2009) a été développé pour une structure nue, sans feuilles.

#### Effets du vent sur la structure

L'effet du vent sur une structure se décompose en un effet statique qui déforme toute la structure, et un effet dynamique qui fait vibrer la structure. L'effet statique va avoir pour conséquence de déformer l'arbre et de changer la distribution d'angle d'inclinaison des branches en conséquence. Ici, nous ne nous intéressons pas à l'effet statique et concentrons nos efforts sur les effets dynamiques.

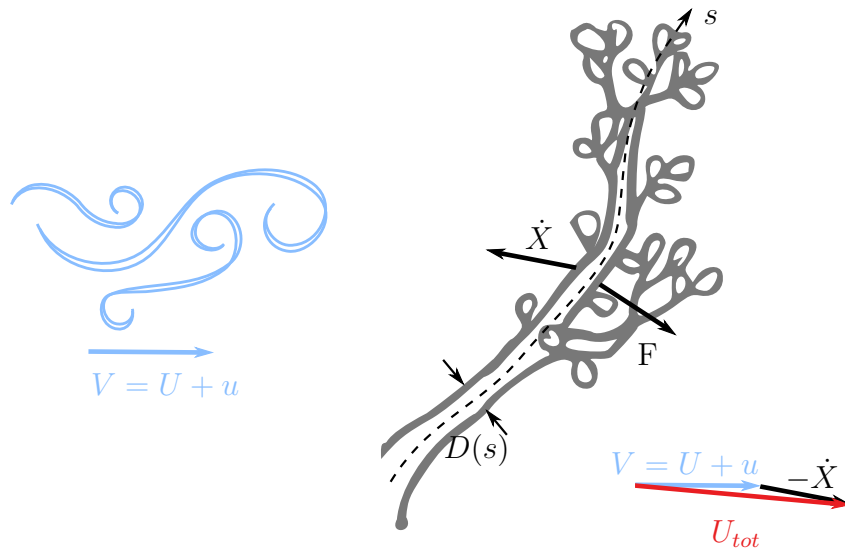


FIGURE 4.10 – Schéma des forces aérodynamiques sur la structure

Une structure animée d'une vitesse locale  $\dot{X}$ , dans un vent de vitesse moyenne  $U$  modulée par des fluctuations  $u$  subit une force hydrodynamique. La vitesse d'un point de la structure se décompose ainsi sur les déformées modales

$$\dot{X} = \sum_k \phi_k \dot{Q}_k \quad (4.9)$$

Si la vitesse moyenne du vent est très supérieure aux fluctuations de vitesse et à la vitesse de la structure, la force hydrodynamique locale à l'abscisse  $s$ , se décompose en trois parties

$$\begin{aligned} \underline{F}(s) = & \quad \rho C_D U^2 |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| D(s) ds \underline{e}_u / 2 && \text{Composante statique} \\ & - \rho C_D (U \underline{e}_u \cdot \dot{\underline{X}}) |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| D(s) ds \underline{e}_u && \text{Amortissement aérodynamique} \\ & + \rho C_D U u(t) |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| D(s) ds \underline{e}_u && \text{Excitation par la turbulence} \end{aligned} \quad (4.10)$$

où  $\rho$  est la masse volumique de l'air,  $C_D$  le coefficient de traînée,  $D(s)$  est le diamètre de la branche à l'abscisse  $s$  et  $|\underline{e}_u \times \underline{e}_s|$  est la projection entre la normale à la branche et la direction du vent. Par la suite comme on s'intéresse seulement aux efforts dynamiques, on ne tiendra pas compte de la composante statique. Ces efforts hydrodynamiques sont projetés sur chaque mode de l'arbre puis intégrés sur toute la structure pour déterminer l'équation du mouvement de chaque mode. Ces calculs sont rapportés dans l'annexe C. La force d'amortissement par le fluide sur le mouvement du mode  $k$  s'écrit

$$\mathcal{F}_k^{amort.} \propto -\rho C_D U \Delta_k \Gamma_k \dot{Q}_k \quad (4.11)$$

où  $\Delta_k$  et  $\Gamma_k$  sont les dimensions du mode  $k$  et  $\dot{Q}_k$  est la vitesse du mode  $k$ . De la même manière, la force d'excitation par la turbulence du mode  $k$  s'écrit

$$\mathcal{F}_k^{turb.} \propto \rho C_D U \Delta_k \Gamma_k u(t) \quad (4.12)$$

L'équation d'évolution du mode  $k$  s'écrit

$$\ddot{Q}_k + 2\xi_k \Omega_k \dot{Q}_k + \Omega_k^2 Q_k = A_k u(t) \quad (4.13)$$

où  $\xi_k \propto (\rho/\rho_b) (\Gamma_k/\Delta_k)^2 (U/\sqrt{E/\rho_b})$  est l'amortissement ajouté grâce à la force d'amortissement et  $A_k \propto (\rho/\rho_b) (U/\Delta_k)$  est le coefficient d'excitation turbulente. L'expression de la pulsation du mode  $k$  a été donnée en introduction, section 1.6.2,  $\Omega_k \propto \Delta_k/\Gamma_k^2 \sqrt{E/\rho_b}$ .

## Amplitude du mouvement

La résolution de l'équation (4.13) est impossible car les fluctuations de vitesses,  $u(t)$ , sont inconnues. Néanmoins, la densité spectrale de puissance des fluctuations de vitesses d'un vent turbulent est connue. Elle est généralement modélisée par un modèle de Von Kármán, voir la section 1.7, équation (1.15), par  $S_u \propto U^{8/3} \Omega^{-5/3} l_u^{-2/3}$ . En travaillant dans le domaine fréquentiel, on trouve, annexe C,

$$\overline{Q_k^2} = \frac{\pi A_k^2}{2 \xi_k \Omega_k^3} S_u(\Omega_k) \quad (4.14)$$

$$\overline{Q_k^2} \propto \frac{\rho}{\rho_b} \left( \frac{U}{\sqrt{E/\rho_b}} \right)^{-11/3} L_0^{22/3} D_0^{-14/3} l_u^{-2/3} \lambda^{(k-1)(11-7\beta)/3\beta} \quad (4.15)$$

Ce résultat diffère de celui de Rodriguez (2009) car certaines erreurs de calcul ont été corrigées. De plus, le modèle de Rodriguez (2009) est établi dans le cas d'un arbre sans feuilles. Dans ce modèle de structure où l'arbre est considéré sans feuilles, les efforts du vent sur le mode  $k$  sont proportionnels à la taille du mode,  $\Delta_k \Gamma_k$ . Si l'on veut tenir compte des feuilles, les efforts hydrodynamiques pertinents sont ceux exercés sur la surface foliaire portée par la branche et non sur la surface de la branche car la surface foliaire est beaucoup plus importante. Dans la littérature, il existe une loi allométrique reliant le diamètre de la branche,  $D$ , à la surface des feuilles portées par la branche,  $LAI \propto D^{1.84}$  (Niklas, 1994). D'un autre côté, la loi allométrique de construction de la structure donne  $L \propto D^{1/\beta}$ , équation (1.7). Usuellement,  $\beta = 3/2$  (Lopez et al., 2011), ce qui donne  $L \propto D^{2/3}$ . Le produit  $L D \propto D^{5/3}$  est proche de  $D^{1.84}$  ainsi la surface caractéristique de la branche en feuille est proportionnelle à la surface du mode  $LAI \propto \Delta_k \Gamma_k$ . La loi d'échelle de l'amplitude de la force du vent sur l'arbre feuillu est identique à la loi d'échelle que l'on trouve en considérant la structure nue. De cette manière, le modèle de Rodriguez (2009) en loi d'échelle est aussi pertinent pour décrire les mouvements de la structure nue que ceux de la structure avec des feuilles. En vitesse et en accélération on obtient respectivement

$$\overline{\dot{Q}_k^2} = \Omega_k^2 \overline{Q_k^2} \quad \text{et} \quad \overline{\ddot{Q}_k^2} = \Omega_k^4 \overline{Q_k^2}. \quad (4.16)$$

## 4.2.2 Discussion sur le mouvement des branches

On peut discuter le modèle ci-dessus sous trois aspects du mouvement de l'arbre : le déplacement des branches, leurs vitesses et leurs accélérations. On définit tout d'abord l'écart type du déplacement du mode  $k$ ,  $Q_{k,RMS} = \sqrt{\overline{Q_k^2}}$ , l'écart type de la vitesse des branches  $\dot{Q}_{k,RMS} = \Omega_k \sqrt{\overline{Q_k^2}}$  et l'écart type de leur accélération  $\ddot{Q}_{k,RMS} = \Omega_k^2 \sqrt{\overline{Q_k^2}}$ . L'amplitude du déplacement dépend de la structure de l'arbre, des dimensions du tronc  $L_0$ ,  $D_0$ , de la vitesse du vent,  $U$ , et des paramètres d'élancement,  $\lambda$  et  $\beta$ , définis pour le modèle de Leeuwenberg. Si on réécrit la dépendance de l'écart type des déplacements du mode  $k$  on obtient

$$Q_{k,RMS} \propto U^{11/6} L_0^{11/3} D_0^{-7/3} \lambda^{(k-1)(11-7\beta)/6\beta}. \quad (4.17)$$

Tout d'abord, la dépendance du déplacement des branches avec le numéro de mode

est donnée par  $Q_{k,RMS} \propto \lambda^{(k-1)(11-7\beta)/6\beta}$ . Pour des arbres usuels,  $\beta \approx 3/2$  et  $\lambda \approx 0,3$  (Lopez et al., 2011), l'application numérique donne  $Q_{k,RMS} \propto 0.93^{k-1} \approx 1$ . Toutes les branches participent autant aux déplacements de la structure. Le tronc bouge peu mais comme la déformée modale du mode 1 correspond à l'arbre complet, ce mouvement est amplifié par la taille de l'arbre. Bien que le calcul original ait été corrigé, ces conclusions sont similaires à celles de Rodriguez (2009) qui ne s'est intéressé qu'aux déplacements de la structure. La discussion suivante sur les vitesses, les accélérations et la dépendance avec la vitesse du vent est nouvelle.

Pour les vitesses, comme pour les accélérations, le constat est presque identique. La densité fréquentielle des modes de l'arbre fait que les fréquences propres varient peu. Cela se vérifie si l'on choisit  $\beta \approx 3/2$  et  $\lambda \approx 0,3$ ,  $\Omega_k \propto \lambda^{(k-1)(\beta-2)/2\beta} \propto 0,81^{-k+1}$ . Même si les fréquences varient peu, les fréquences propres des modes ont tendance à augmenter avec le numéro du mode. Cela signifie que les vitesses et les accélérations sont dominées par celles des modes des petites branches par rapport aux modes de tronc.

Pour un arbre donné, où les grandeurs géométriques du tronc et des branches sont fixées, on s'attend à une augmentation du déplacement des branches avec la vitesse du vent avec une pente proche de 2 dans un repère log-log. Si le vent souffle 2 fois plus fort, le mouvement des branches va être 4 fois plus ample. L'augmentation de l'amplitude des vitesses de la structure avec la vitesse du vent est identique quel que soit le numéro du mode considéré. Au final, l'effet du vent est triple : les mouvements sont de plus grande amplitude, les vitesses moyennes des branches augmentent et les accélérations sont plus fortes. Ces trois paramètres varient avec la même loi d'échelle en fonction de la vitesse du vent, en  $U^{11/6}$ .

Maintenant pour une population d'arbre donnée où les dimensions du tronc,  $L_0$  et  $D_0$ , varient, les arbres les plus élancés pour lesquels le rapport  $L_0/D_0$  est grand ont une amplitude des déplacements plus importante que les arbres trapus. Les vitesses RMS de la structure varient en  $L_0^{5/3} D_0^{-4/3}$ . La conclusion au sujet des vitesses RMS est similaire à celle des déplacements : plus l'arbre est élancé plus les vitesses sont importantes. Les accélérations varient en  $L_0^{-1/3} D_0^{-1/3}$ , elles sont pratiquement indépendantes de l'élancement de l'arbre.

### 4.3 Mouvement du feuillage

#### Notations

|                      |                           |                       |                                  |
|----------------------|---------------------------|-----------------------|----------------------------------|
| $X$                  | Déplacement d'une feuille | $\dot{X}$             | Dérivée temporelle de $X$        |
| $X_{RMS}$            | Écart type de $X$         | $\underline{V}(x, t)$ | Champ de vitesse du feuillage    |
| $T$                  | Temps d'acquisition       | $\alpha_i$            | Énergie cinétique du mode $i$    |
| $\underline{\psi}_i$ | Topos du mode $i$         | $\phi$                | Chronos du mode $i$              |
| $Nf$                 | Nombre de feuilles        | $S$                   | Surface du feuillage sur l'image |

On suppose maintenant que le mouvement du feuillage est composé du mouvement de toutes les feuilles de l'arbre et que ce mouvement est la superposition des mouvements globaux des branches et ceux locaux dus à l'instabilité de flottement de la feuille individuelle. Dans une approche montante, de la feuille vers le feuillage, objectif similaire à celui du chapitre 3, nous allons combiner les résultats obtenus sur les feuilles individuelles, section 4.1, avec ceux obtenus sur la dynamique de la structure, section 4.2, pour en déduire le comportement du feuillage en vent. Ces résultats théoriques sont ensuite comparés à l'expérience présentée au chapitre 2, où un cerisier entier a été placé dans une soufflerie atmosphérique.

#### 4.3.1 Mouvement des feuilles d'arbre

Le mouvement d'une feuille d'arbre peut être quantifié comme l'amplitude du déplacement de la feuille au cours du temps  $X(t)$ , l'amplitude de sa vitesse,  $\dot{X}(t)$  ou bien encore de son accélération,  $\ddot{X}(t)$ .

Avant de s'attaquer au feuillage complet, on cherche tout d'abord à quantifier le mouvement d'une feuille. La variable d'intérêt ici est la vitesse RMS de la feuille,  $\dot{X}_{RMS}$ . L'écart type de l'amplitude des vitesses,  $\dot{X}_{RMS}$ , d'une feuille sur un intervalle de temps  $[0; T]$  est défini par

$$\dot{X}_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \dot{X}(t)^2 dt - \left( \frac{1}{T} \int_0^T \dot{X}(t) dt \right)^2}. \quad (4.18)$$

La vitesse RMS d'une feuille s'exprime comme une vitesse : une longueur par unité de temps. Dans la suite du chapitre, s'il n'y a pas d'autre précision, nous parlerons de la vitesse RMS pour désigner l'écart type de l'amplitude des vitesses. Si l'on considère que sur un arbre, les feuilles sont identiques, alors la vitesse RMS des feuilles est uniforme sur tout le feuillage. Suivre une feuille au cours du temps, description lagrangienne, ou



bien suivre la vitesse instantanée du feuillage en un point fixe de l'espace, description eulérienne, amène aux mêmes résultats. On définit la vitesse RMS eulérienne,  $V_{RMS}$ , à partir du champ des vitesses du feuillage par

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{S} \int_S \frac{1}{T} \int_0^T \underline{V}(t)^2 dt - \left( \frac{1}{T} \int_0^T \underline{V}(t) dt \right)^2}. \quad (4.19)$$

On identifiera par la suite la vitesse RMS lagrangienne du modèle,  $\dot{X}_{RMS}$ , avec la vitesse eulérienne des mesures,  $V_{RMS}$ .

### 4.3.2 Modèle complet du mouvement des feuilles

Le mouvement des feuilles est la somme du mouvement des branches et du mouvement individuel de la feuille. Dans la section 4.1, seul le seuil de l'instabilité de flottement a été modélisé. La vitesse du flottement après le seuil de flottement dépend fortement d'effets non linéaires et n'a pas été abordée. L'amplitude de la vitesse du flottement la plus simple que l'on peut choisir est indépendante de la vitesse du vent après le déclenchement de l'instabilité,

$$\dot{A}_f = V_0 H(U - U_c), \quad (4.20)$$

où  $V_0$  est la vitesse RMS de la feuille soumise uniquement à l'instabilité de galop en torsion et  $H$  désigne la fonction de Heaviside. Ce modèle est « tout ou rien » : en dessous d'une vitesse critique, les feuilles ne bougent pas du tout et au dessus de cette vitesse critique, les feuilles bougent avec une vitesse RMS  $V_0$ .

La vitesse de la structure développée à la section précédente fait ressortir une évolution en  $\dot{Q}_{RMS} \propto U^{11/6}$ . La vitesse totale d'une feuille est la somme du mouvement des branches et de l'instabilité de flottement. Elle s'écrit

$$V_{RMS} \propto \sqrt{\dot{Q}_{RMS}^2 + \dot{A}_f^2}. \quad (4.21)$$

Le mouvement de la feuille suit donc une tendance de fond donnée par l'évolution du mouvement des branches en  $U^{11/6}$ . Cette évolution est ensuite modulée par l'instabilité du mouvement des feuilles. Le déclenchement de l'instabilité de flottement dépend de l'orientation de la feuille par rapport au vent, on s'attend à une mise en vibration progressive des feuilles, figure 4.11.

À la vitesse seuil,  $V_{RMS}$  est la somme de la composante des branches  $\dot{A}_b$  et de la composante des feuilles  $\dot{A}_f$ . La vitesse du feuillage peut être principalement due aux branches ou aux feuilles. Cela dépend des paramètres mécaniques de la structure et des feuilles. Par expérience personnelle, ces paramètres varient entre les espèces d'arbres. Certains arbres pour lesquels le flottement se déclenche très tôt, comme le peuplier, les

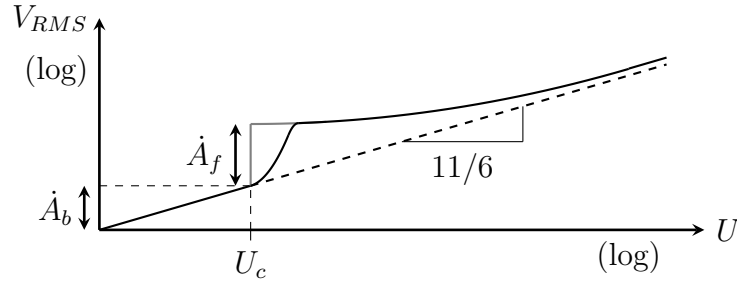


FIGURE 4.11 – Évolution schématisée de la vitesse RMS du mouvement du feuillage en fonction de la vitesse du vent.

vitesses sont principalement dues aux mouvements des feuilles. À l'inverse, pour le cerisier étudié en soufflerie, la vitesse du feuillage est due aussi bien aux feuilles qu'aux branches, figure 2.6.

Concernant les déplacements et les accélérations, la discussion est plus simple. Autant, les vitesses du feuillage peuvent aussi bien provenir des branches ou des feuilles, autant les accélérations sont dues principalement aux feuilles et les déplacements, dus aux branches. Cela vient du fait que la fréquence des feuilles est très supérieure à la fréquence des branches, au moins 3 à 4 fois, généralement 10 fois. Ainsi, lorsque l'on discute des accélérations du feuillage, pour l'expulsion de gouttes d'eau ou d'insectes des feuilles, on se référera principalement à l'instabilité de flottement des feuilles. Au contraire, si l'on veut savoir si plusieurs arbres vont s'entrechoquer, il suffit de calculer les déplacements de la structure, le mouvement des feuilles apportant une contribution négligeable.

D'un point de vue perceptif, la question est beaucoup plus vaste. Comme nous l'avons rappelé en introduction, notre perception des vents faibles passe par l'observation du mouvement des objets végétaux. C'est d'ailleurs comme cela qu'est définie l'échelle de Beaufort terrestre. Sommes-nous plus réceptifs au flottement des feuilles ou bien au déplacement des branches ? Cette question revient à se demander si nous sommes plus sensibles aux déplacements des végétaux, à leurs vitesses ou bien à leurs accélérations ?

### 4.3.3 Comparaison avec l'expérience

Les mesures de l'amplitude de la vitesse du feuillage en fonction de la vitesse du vent et la prédiction du modèle possèdent une tendance similaire, figure 4.12. La loi d'échelle du modèle surestime les mouvements effectivement mesurés. D'autre part, on ne distingue pas de différence de tendance entre les mouvements des modes locaux et les mouvements des modes globaux. Autrement dit, le saut de vitesse dû à l'apparition de l'instabilité de flottement n'est pas repéré. On peut noter que les mesures des spectres de turbulence ont été effectués dans la soufflerie et donnent des dépendances en  $U^{3/2}$  beaucoup plus

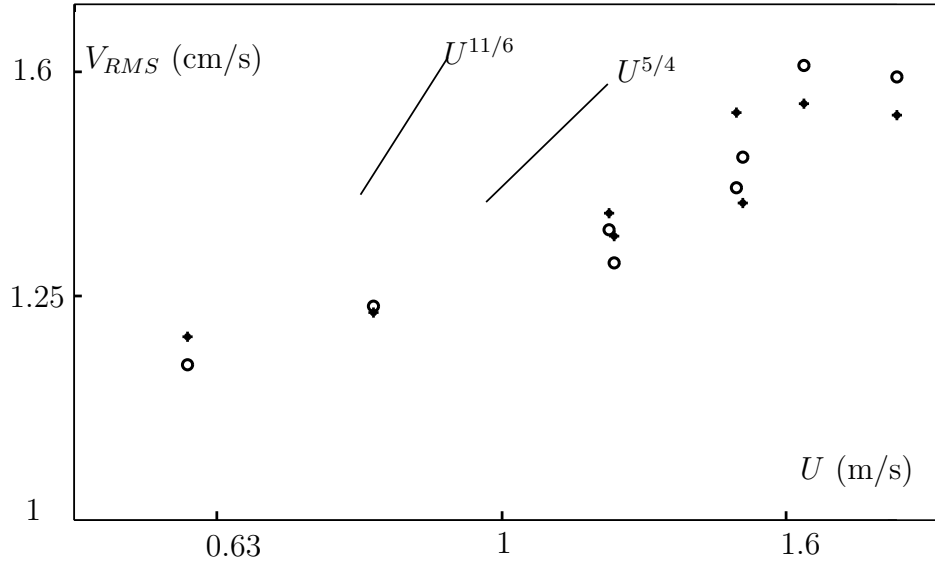


FIGURE 4.12 – Comparaison de la vitesse du feuillage entier décomposée en une vitesse des branches, modes globaux, (\*) et une vitesse des feuilles, modes locaux, (o), au modèle développé au chapitre 4, échelle log-log.

faible que le  $U^{8/3}$  du modèle de Von Kármán. Si l'on corrige le modèle de ce facteur, la dépendance prévue du mouvement des branches est en  $U^{5/4}$  beaucoup plus proche des mesures effectuées ici, figure 4.12.

## 4.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons bâti un modèle de mouvement dynamique du feuillage dans le vent. L'approche choisie est similaire à celle du chapitre 3 où les effets du vent ont d'abord été explorés à l'échelle de la feuille individuelle puis au niveau de la structure et enfin en combinant les résultats à ces deux niveaux.

Au niveau de la feuille individuelle, une expérience sur des feuilles réelles a été conduite en soufflerie. En variant l'orientation de la feuille par rapport au vent ainsi que l'intensité du vent, les feuilles se sont mises ou non à flotter. Le flottement observé était du galop en torsion. Cette instabilité a été reproduite avec des feuilles artificielles pour pouvoir explorer aisément une large gamme de paramètres. Un modèle aéroélastique classique a été bâti pour rendre compte de ces résultats. En sortie de ce modèle, un critère de stabilité dépendant de l'amortissement propre de la feuille, de son nombre de masse, de sa vitesse réduite et de son orientation par rapport au vent est donné. Ces résultats sur l'instabilité de flottement des feuilles donnent une première base de travail solide pour l'étude du mouvement des feuilles dans le vent.

Au niveau de la structure, le modèle présenté ici est largement inspiré des travaux

de thèse de Mathieu Rodriguez. Ce modèle est repris, corrigé et amélioré pour donner le mouvement des branches d'arbre portant les feuilles dans le vent. Le mouvement des branches est dû à l'excitation de la structure par la turbulence du vent. Parallèlement, la présence de vent moyen crée un amortissement aérodynamique. L'amplitude du mouvement est le résultat de la compétition entre l'excitation par la turbulence et l'amortissement aérodynamique. Ce mouvement des branches d'arbre dépend fortement des caractéristiques géométriques de l'arbre et de la vitesse du vent.

Enfin, dans une dernière partie, les résultats sur la feuille individuelle et sur les branches sont combinés pour déterminer le mouvement dynamique du feuillage. On peut conclure que d'un point de vue qualitatif les accélérations subies par leurs feuilles sont principalement dues aux instabilités de flottement alors que les déplacements sont majoritairement imputables aux mouvements des branches. Pour les vitesses, on ne peut rien dire car cela dépend des paramètres de chaque arbre. Les prédictions du modèle sont comparés aux résultats expérimentaux présentés au chapitre 2. Le modèle rend bien la tendance d'augmentation du mouvement du feuillage en fonction de la vitesse du vent, et ce d'autant plus si l'on corrige le modèle de turbulence par les spectres mesurés dans la soufflerie. Ce travail constitue le premier modèle de mouvement de feuillage d'arbre dans le vent.

# Chapitre 5

## Conclusion

Le vent est un stress abiotique que les arbres subissent chaque jour avec des vents faibles à modérés, et de manière exceptionnelle pour des événements extrêmes. Les dégâts des tempêtes ont été largement étudiés et modélisés. En effet, le coût économique et le choc moral de la perte d'une parcelle sont très sévères pour les sylviculteurs. Pourtant ces événements destructifs sont rares, et il est légitime de s'interroger sur l'effet des vents modérés sur le développement des arbres.

Certains biologistes ont pointé la nécessité de décrire le mouvement des feuilles d'arbre dans le vent. La production photosynthétique, la régulation thermique, les échanges gazeux, les attaques par les herbivores, sont autant d'aspects biologiques et écologiques directement affectés par la présence de vent, même faible. Pourtant aucune étude mécanique du feuillage en vent n'existait préalablement à ce travail. L'immense majorité des études mécaniques se sont portées sur la réaction des arbres aux vents forts (chablis et volis) ou bien au mouvement des feuilles mortes avec des scientifiques de renom comme Maxwell (1854). Peu de choses si ce n'est rien sur la mécanique des feuilles vivantes. Il est certain que le mouvement des feuilles paraît au premier abord compliqué : il y a une composante statique, une composante dynamique, certaines feuilles flottent, d'autres pas du tout, parfois les branches bougent, parfois elles sont immobiles. La vitesse du vent elle-même n'est pas homogène entre l'amont et l'aval de l'arbre qui se comporte comme un milieu poreux. Le mouvement des feuilles semble le plus souvent erratique voire aléatoire. Ces travaux de thèse ont eu pour but de s'attaquer à cette apparente complexité.

Dans un premier temps la mesure du mouvement du feuillage a été effectuée en fonction de la vitesse du vent avec une expérience grandeur nature en soufflerie atmosphérique. Ce problème multi-échelle a ensuite été abordé avec une méthode montante, des petits objets vers les caractéristiques globales. En s'appuyant sur le découplage naturel d'échelle de l'arbre – des feuilles, aux petites branches, aux branches plus grosses, enfin à la structure entière – on peut étudier pas à pas la mécanique propre à chaque niveau. Les résultats obtenus sont discutés au niveau de l'arbre complet en utilisant le fait que le grand nombre

de feuilles sur l'arbre permet l'usage des statistiques.

## 5.1 Résultats

Les résultats mécaniques se séparent en deux grandes parties, tout d'abord les résultats sur la statique du feuillage, et ensuite sur la dynamique du feuillage.

La mécanique statique des feuilles d'arbre est discutée au chapitre 3. La discussion porte ici sur les changements d'orientation des feuilles d'arbre en présence de vent. Cet effet est tout d'abord testé en soufflerie sur des feuilles modèles qui représentent le plus petit niveau de modélisation. Ce changement d'orientation avec la vitesse du vent est quantifié avec un modèle analytique simple en considérant le pétiole comme une poutre en flexion. L'effet statique du vent sur le feuillage est obtenu en considérant les effets sur chaque feuille : les feuilles sont orientées différemment sur l'arbre car elles poussent sur les branches qui elles-mêmes résultent d'une construction itérative. La construction itérative de la structure d'arbre est basée sur un modèle d'arbre sympodial. La déformation statique du feuillage est prise en compte dans la distribution d'angle d'inclinaison des feuilles qui varie en fonction du nombre de Cauchy. Cette modélisation des distributions d'angle foliaire permet de calculer l'interception lumineuse en fonction du vent dans le cadre de la théorie de Monsi et Saeki (2005). Cependant cette modélisation n'est pas conforme à l'expérience car elle prédit une évolution de l'interception lumineuse en fonction du vent inverse de celle observée. Cet écart vient du fait que la théorie de Monsi et Saeki (2005) suppose les positions des feuilles parfaitement décorrélées alors que dans la réalité, les feuilles se mettent en paquet. Ce phénomène de reconfiguration en paquet est modélisé en supposant une diminution de l'indice de surface foliaire apparent en fonction de la vitesse du vent en s'appuyant sur la théorie de la reconfiguration élastique.

Le chapitre 4 traite de la dynamique du feuillage. Premièrement, on s'intéresse à l'instabilité aérodynamique de flottement de la feuille individuelle. Les investigations sont portées sur des feuilles de ficus et des feuilles modèles. Selon les propriétés mécaniques des feuilles, la vitesse du vent et leur orientation par rapport au vent, le flottement peut-être ou non déclenché. On y observe que cette instabilité est un galop en torsion. La limite linéaire de stabilité est décrite par un modèle simple pseudo-statique dépendant de la vitesse réduite et du nombre de masse. Ensuite, la dynamique de la structure d'arbre branchée est décrite. Le branchement apporte une densité fréquentielle élevée mais localise les modes spatialement. La dépendance entre l'amplitude du mouvement et la vitesse du vent est donnée par ce modèle. Enfin les résultats de la modélisation sont confrontés à l'expérience grandeur nature. L'évolution de l'amplitude du mouvement des branches évolue avec une pente inférieure à celle prévue par la modélisation. Néanmoins si l'on corrige le spectre de Von Kármán par les mesures de spectre de turbulence effectuées

dans la soufflerie, les lois d'échelles sont sensiblement meilleures.

Ce travail constitue la première étude mécanique du feuillage en vent, traitant des aspects statiques et dynamiques. Ces modèles simples fournissent des outils d'analyse puissants pour mieux comprendre les conséquences du mouvement du feuillage sur les paramètres biologiques de l'arbre ou bien sur la transmission wifi à travers un couvert d'arbre en vent.

## 5.2 Perspectives

Les perspectives de ce travail de thèse sont nombreuses, principalement biologiques. Commençons toutefois par la mécanique. Tout d'abord en statique, le modèle développé dans la thèse peut être raffiné en considérant plusieurs degrés de liberté pour la reconfiguration des feuilles. Les autres formes de feuilles (pennées, palmées) ou bien d'autres mouvements des pétioles en flexion ou en torsion peuvent être ainsi considérés. Néanmoins, je crois que cela ne changerait pas les tendances trouvées grâce au modèle simple. Une piste de recherche plus pertinente à développer selon moi est de comprendre l'évolution de la traînée sur un objet flottant par rapport au même objet fixe. La question profonde est de savoir si le flottement des feuilles augmente ou bien s'il diminue la traînée sur l'arbre ? À moins que cela n'ait aucun effet notable... Lors des essais sur le cerisier, les efforts ont été pesés et devraient permettre de donner un début de réponse à cette interrogation. Les résultats sont en cours de dépouillement au sein de l'équipe.

Ce problème du feuillage dans le vent offre différentes perspectives biologiques. Commençons par la photosynthèse en vent et la production de biomasse. Des variations, même faibles, de l'ordre du pour-cent, du rendement photosynthétique ont des conséquences non négligeables sur les productions de biomasse. En conditions optimales, le rendement de la photosynthèse, c'est-à-dire le ratio entre l'énergie solaire qui illumine la plante et l'énergie chimique créée par la plante peut aller jusqu'à 13%. Usuellement, on a plutôt des rendements de l'ordre de 3 à 6%, qui dépendent de la température, des gaz en présence, de l'état hydrique de la plante, etc. À mon avis, comprendre le rôle du stress abiotique que représente le vent sur la photosynthèse est primordial. Roden (2003) montre que le flottement des feuilles de peuplier permet de mieux répartir l'énergie lumineuse en entrée pour la production de photosynthèse. Les conclusions de cette recherche peuvent être utilisées en collaboration avec des biologistes issus du génie génétique pour choisir des variétés d'arbre plus ou moins rigides, plus ou moins sensibles aux vents.

Une autre perspective ouverte par cette étude mécanique du feuillage en vent est la sensibilité aux organismes pathogènes. Outre la protection contre les attaques des herbivores que le flottement empêche de dévorer les feuilles de l'arbre, le flottement peut aussi être une protection contre le développement des champignons. Le développement

des champignons se fait lorsque le feuillage est humecté. La probabilité de développement des champignons dépend alors du temps d'humectation et de la température ambiante, (Magarey et al., 2005). À température fixée, plus une feuille est humectée longtemps, plus elle a de chance de développer une maladie telle que la rouille du caféier ou bien les tavelures des pommiers. Lorsque les feuilles flottent, le mouvement crée des accélérations au niveau du limbe qui ont tendance à éjecter les gouttes d'eau les plus grosses. De même, le flottement expose les deux faces de la feuille au vent, ce qui a donc tendance à limiter la quantité d'eau qui reste sur la feuille.

La suite logique de ce travail est l'implémentation des conséquences mécaniques du vent sur les plantes dans des modèles structure-fonction qui vont permettre de prédire l'effet du vent sur les paramètres biologiques et développementaux des plantes (Mathieu et al., 2009). On sait que le vent joue sur le développement des plantes aussi bien en croissance qu'en allocation de biomasse. De manière générale, l'implémentation des stress extérieurs à travers des modèles mécaniques semble être prometteuse dans ce domaine.

Enfin, on peut penser que ce travail peut être repris pour améliorer le mouvement du feuillage dans le vent en réalité virtuelle. Les seuils de flottement décrits ici ne dépendent que de l'orientation de la feuille d'arbre et sont donc très simples à calculer numériquement. Le frein principal de la modélisation des feuilles grâce à des outils de simulation numérique (CFD, Computational Fluid Dynamics) était jusqu'à présent le temps de calcul. On peut espérer qu'avec des modèles simples comme ceux proposés ici, on puisse réduire substantiellement les temps de calculs nécessaires pour modéliser le feuillage dans le vent.

L'approche utilisée ici est prometteuse pour l'étude des objets multi-échelles en interaction avec un fluide. Que l'on change la nature du fluide pour travailler avec des plantes aquatiques, ou bien que l'on change d'objet pour travailler sur les poils détecteurs de mouvement d'air des insectes, sur les vibrations acoustiques dans les poumons, sur des structures bio-inspirées comme des antennes ou des éoliennes stylisées comme l'arbre-à-vent présenté en introduction, ou bien encore que l'on change d'échelle pour travailler sur les vibrations des cellules ciliées de l'oreille, les éjections de pollens, ou la nage de certaines bactéries, l'utilisation des outils et concepts développés dans cette thèse forment un point de départ séillant pour l'étude de ces systèmes.



# Annexe A

## Relations géométriques et modèle général du galop en torsion

### Relations géométriques entre les angles du problème

La direction de la ligne centrale de la feuille,  $\underline{t}$ , et du vecteur directeur,  $\underline{n}$ , s'écrivent

$$\underline{t} = \begin{pmatrix} -\sin \psi \sin(\delta + \beta) \\ \cos(\delta + \beta) \\ -\cos \psi \sin(\delta + \beta) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \underline{n} = \begin{pmatrix} \sin \psi \cos(\delta + \beta) \\ \sin(\delta + \beta) \\ \cos \psi \cos(\delta + \beta) \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Le vecteur  $\underline{q}$  est défini comme le produit vectoriel normalisé de  $\underline{n}$  et de  $\underline{e}_z$ ,

$$\underline{q} = \frac{1}{\sin \phi} \underline{e}_z \times \underline{n} = \frac{1}{\sin \phi} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \sin \psi \cos(\delta + \beta) \\ \sin(\delta + \beta) \\ \cos \psi \cos(\delta + \beta) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sin \phi} \begin{pmatrix} -\sin(\delta + \beta) \\ \sin \psi \cos(\delta + \beta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Ainsi, en définissant  $\cos \phi = \underline{n} \cdot \underline{e}_z$  et  $\cos \gamma = \underline{q} \cdot \underline{t}$ , il vient

$$\cos \phi = \cos \psi \cos(\delta + \beta) \quad \text{et} \quad \cos \gamma = \frac{\sin \psi}{\sin \phi}. \quad (\text{A.3})$$

### Calcul de l'angle d'incidence $\alpha$

Dans le repère de référence de la feuille,  $\underline{V} = \underline{U} + x w \dot{\theta} \underline{n}/2$ . En utilisant les équations A.1 et A.3, on obtient

$$\frac{-\underline{V} \cdot \underline{n}}{|\underline{V}|} = \frac{(U \cos \psi \cos(\delta + \beta) - x w \dot{\theta}/2)}{\sqrt{U^2 - U x w \dot{\theta} \cos \psi \cos(\delta + \beta)}} \quad (\text{A.4})$$

$$= \frac{(U \cos \psi \cos(\delta + \beta) - x w \dot{\theta}/2)}{U(1 - x w \dot{\theta}/U \cos \psi \cos(\delta + \beta)/2)} \quad (\text{A.5})$$

$$= \cos \psi \cos(\delta + \beta) + \frac{x w \dot{\theta}}{2U} (\cos^2 \psi \cos^2(\delta + \beta) - 1) . \quad (\text{A.6})$$

Par définition,  $\alpha = \arccos(-\underline{V} \cdot \underline{n}/|\underline{V}|)$ , Ce qui donne au premier ordre en  $\dot{\theta}$ ,

$$\alpha = \arccos(\cos \psi \cos(\delta + \beta)) + \frac{x w \dot{\theta}}{2U} \sqrt{1 - \cos^2 \psi \cos^2(\delta + \beta)} = \phi + \frac{x w \dot{\theta}}{2U} \sin \phi . \quad (\text{A.7})$$

Dans le cas simplifié, quand  $\beta = 0$  et  $\delta = 0$  cela donne  $\phi = \psi$  et ainsi

$$\alpha = \psi + \frac{x w \dot{\theta}}{2U} \sin \psi . \quad (\text{A.8})$$

## Modèle général avec $\beta \neq 0$ et $\delta \neq 0$

Dans ce cas, le coefficient de moment fluide est changé d'un facteur  $\cos \gamma$  à cause de l'angle entre l'axe de torsion et l'incidence du fluide sur la plaque,

$$M = \frac{1}{4} \rho U^2 A w \frac{\partial C_M \cos \gamma}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{\theta}} \dot{\theta} . \quad (\text{A.9})$$

En utilisant l'expression complète de  $\alpha$ , équation A.7, On peut exprimer la limite du déclanchement du galop en torsion

$$x \frac{\mathcal{M} U_R}{\xi} \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \cos \gamma \sin \phi > 4\pi . \quad (\text{A.10})$$

Finalement, avec l'équation A.3, le résultat est exactement le même que dans le cas simplifié :

$$\frac{\mathcal{M} U_R}{\xi} \sin \psi > \pi C , \quad (\text{A.11})$$

où  $C$  est une constante.

## Annexe B

# Écarts types en vitesse par la décomposition modale (BOD)

Le champ de vitesse de l'image est obtenu par le KLT - flow (tracking eulérien) implémenté sur la toolbox. On connaît alors le champ de vitesse :

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} U(\underline{M}, t) \\ V(\underline{M}, t) \end{pmatrix}$$

Nous cherchons à quantifier ce champs de vitesse par un nombre. Dans la suite, on choisira la vitesse RMS. La vitesse RMS est la moyenne sur l'espace des variances temporelle de la vitesse en chaque point. Ainsi, pour la composante V (ou U) c'est symétrique et additif,

$$U_{RMS}^2 = \langle \langle U^2 - \bar{U}^2 \rangle_t \rangle_s \quad (\text{B.1})$$

$$= \frac{1}{S} \int_S \left( \frac{1}{T} \int_0^T U^2(\underline{M}, T) - \left( \frac{1}{T} \int_0^T U(\underline{M}, t) dt \right)^2 dt \right) d\underline{M} \quad (\text{B.2})$$

Maintenant que nous connaissons ces définitions, comment les relier aux topes et chronos de la BOD ?

$$U(\underline{M}, t) = \sum_k \sqrt{\alpha_k} \psi_k(\underline{M}) \phi_k(t) \quad (\text{B.3})$$

$$\langle U \rangle_t = \sum_k \sqrt{\alpha_k} \psi_k(\underline{M}) \langle \phi_k(t) \rangle_t \quad (\text{B.4})$$

on trouve aussi :

$$\langle U \rangle_t^2 = \left( \sum_k \sqrt{\alpha_k} \psi_k(\underline{M}) \langle \phi_k(t) \rangle_t \right) \left( \sum_j \sqrt{\alpha_j} \psi_j(\underline{M}) \langle \phi_j(t) \rangle_t \right) \quad (\text{B.5})$$

$$= \sum_{k,j} \sqrt{\alpha_k \alpha_j} \psi_k(\underline{M}) \psi_j(\underline{M}) \langle \phi_k(t) \rangle_t \langle \phi_j(t) \rangle_t \quad (\text{B.6})$$

on continue :

$$\langle U^2 \rangle_t = \sum_{k,j} \sqrt{\alpha_k \alpha_j} \psi_k(\underline{M}) \psi_j(\underline{M}) \langle \phi_k(t) \phi_j(t) \rangle_t \quad (\text{B.7})$$

$$= \sum_{k,j} \sqrt{\alpha_k \alpha_j} \psi_k(\underline{M}) \psi_j(\underline{M}) \langle \phi_k^2(t) \rangle_t \delta_{k,j} \quad (\text{B.8})$$

$$= \sum_k \alpha_k \psi_k^2(\underline{M}) \langle \phi_k^2(t) \rangle_t \quad (\text{B.9})$$

Le symbole de Kronecker apparaît car les modes sont orthogonaux en temps, par définition. Maintenant, on peut écrire la moyenne spatiale :

$$\begin{aligned} U_{RMS}^2 &= \langle \langle U^2 - \bar{U}^2 \rangle_t \rangle_s \\ &= \left\langle \sum_k \alpha_k \psi_k^2(\underline{M}) \langle \phi_k^2(t) \rangle_t - \sum_{k,j} \sqrt{\alpha_k \alpha_j} \psi_k(\underline{M}) \psi_j(\underline{M}) \langle \phi_k(t) \rangle_t \langle \phi_j(t) \rangle_t \right\rangle_s \quad (\text{B.10}) \end{aligned}$$

$$= \sum_k \alpha_k \langle \psi_k^2(\underline{M}) \rangle_s \langle \phi_k^2(t) \rangle_t - \sum_{k,j} \sqrt{\alpha_k \alpha_j} \langle \psi_k(\underline{M}) \psi_j(\underline{M}) \rangle_s \langle \phi_k(t) \rangle_t \langle \phi_j(t) \rangle_t$$

$$= \sum_k \alpha_k \langle \psi_k^2(\underline{M}) \rangle_s \langle \phi_k^2(t) \rangle_t - \sum_{k,j} \sqrt{\alpha_k \alpha_j} \langle \psi_k^2(\underline{M}) \rangle_s \delta_{kj} \langle \phi_k(t) \rangle_t \langle \phi_j(t) \rangle_t$$

$$= \sum_k \alpha_k \langle \psi_k^2(\underline{M}) \rangle_s \langle \phi_k^2(t) \rangle_t - \sum_k \alpha_k \langle \psi_k^2(\underline{M}) \rangle_s \langle \phi_k(t) \rangle_t^2$$

$$U_{RMS}^2 = \sum_k \alpha_k \langle \psi_k^2(\underline{M}) \rangle_s (\langle \phi_k^2(t) \rangle_t - \langle \phi_k(t) \rangle_t^2) \quad (\text{B.11})$$

$$= \sum_k \alpha_k \langle \psi_k^2(\underline{M}) \rangle_s \langle \phi_k \rangle_{RMS}^2 \quad (\text{B.12})$$

Finalement,

$$U_{RMS} = \sqrt{\sum_k \alpha_k \langle \psi_k^2(\underline{M}) \rangle_s \langle \phi_k \rangle_{RMS}^2} \quad (\text{B.13})$$

# Annexe C

## Mouvements des branches d'arbre dans le vent

### C.1 Amortissement aérodynamique

La force hydrodynamique crée une force proportionnelle à la vitesse des branches que nous appellerons force d'amortissement. Cette force se projette localement sur le mode  $k$ ,

$$F_k(s)^{amort} = -\rho C_D U \underline{e}_u \cdot \underline{\dot{X}} |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| D(s) \underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_k(s) ds \quad (C.1)$$

La force totale projetée sur le mode  $k$  est simplement l'intégrale de la projection de la composante locale,

$$\mathcal{F}_k^{amort.} = -\rho C_D U \int_{Arbre} D(s) |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| [\underline{e}_u \cdot \underline{\dot{X}}] \underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_k(s) ds \quad (C.2)$$

La vitesse de la branche  $\underline{\dot{X}}$ , se décompose sur les modes propres de la structure :

$$\underline{\dot{X}} = \sum_l \dot{Q}_l \underline{\varphi}_l. \quad (C.3)$$

La force d'amortissement s'exprime,

$$\mathcal{F}_k^{amort} = -\rho C_D U \sum_l \dot{Q}_l \int_{Arbre} D(s) |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| [\underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_l(s)] [\underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_k(s)] ds, \quad (C.4)$$

or si l'on applique l'équation (1.4) de décorrélation spatiale des déformées modales,

$$\int_{Arbre} D(s) |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| [\underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_l(s)] [\underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_k(s)] ds \leq \int_{Arbre} D(s) |\underline{\varphi}_l(s)| |\underline{\varphi}_k(s)| ds \approx \delta_{kl}, \quad (C.5)$$

la force d'amortissement se réécrit simplement,

$$\mathcal{F}_k^{amort} = -\rho C_D U \dot{Q}_k \int_{Arbre} D(s) |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| [\underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_k(s)] [\underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_k(s)] ds. \quad (C.6)$$

Au final, on trouve

$$\mathcal{F}_k^{amort.} \propto -\rho C_D U \Delta_k \Gamma_k \dot{Q}_k. \quad (C.7)$$

La force d'amortissement hydrodynamique a pour effet de créer un amortissement effectif  $\xi_k$ . Avec la masse du mode  $k$ ,  $M_k \propto \Delta_k^2 \Gamma_k$ , l'équation d'évolution du mode  $k$  se ramène à

$$\ddot{Q}_k + 2\xi_k \Omega_k \dot{Q}_k + \Omega_k^2 Q_k = \frac{\mathcal{F}_k^{turb.}}{M_k}, \quad (C.8)$$

avec  $\xi_k \propto (\rho/\rho_b) (\Gamma_k/\Delta_k)^2 (U/\sqrt{E/\rho_b})$ .

## C.2 Excitation par la turbulence

La force hydrodynamique turbulente s'écrit en fonction des fluctuations de vitesse  $\underline{u}(t)$  en supposant que  $u \ll U$ ,

$$F_k^{turb.}(s) = \rho C_D U u(t) D(s) |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| ds \underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_k. \quad (C.9)$$

On peut projeter cette force locale sur les modes propres de la structure, puis intégrer :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_k^{turb.} &= \rho C_D U u(t) \int_{Arbre} D(s) |\underline{e}_u \times \underline{e}_s| [\underline{e}_u \cdot \underline{\varphi}_k] ds \\ &\propto \rho C_D U \Delta_k \Gamma_k u(t) \end{aligned} \quad (C.10)$$

L'équation du mouvement temporel de la structure d'arbre se ramène à,

$$\ddot{Q}_k + 2\xi_k \Omega_k \dot{Q}_k + \Omega_k^2 Q_k = A_k u(t) \quad (C.11)$$

avec  $A_k \propto \rho U / (\rho_b \Delta_k)$

## C.3 Amplitude du mouvement des branches

Les fluctuations de vitesse de vent sont aléatoires, on ne peut rien dire de général sur l'équation (C.11), par contre leur spectre fréquentiel est habituellement bien modélisé par celui de Von Kármán. Grâce aux transformées de Fourier, on va pouvoir en déduire la

variance des déplacements  $\overline{Q_k^2}$ . L'équation (C.11) dans l'espace fréquentiel s'écrit

$$\hat{Q}_k = \frac{A_k}{\Omega_k^2 - \Omega^2 + 2j\xi_k\Omega_k\Omega} \hat{u}, \quad (\text{C.12})$$

où  $j$  est le nombre imaginaire tel que  $j^2 = -1$ . La fonction de transfert simple de l'oscillateur associée au mode  $k$  est,

$$H_k(\Omega) = \frac{A_k}{\Omega_k^2 - \Omega^2 + 2j\xi_k\Omega_k\Omega}. \quad (\text{C.13})$$

La densité spectrale de puissance s'exprime alors comme

$$S_{Q_k} = |H_k|^2 S_u. \quad (\text{C.14})$$

En sommant sur la fréquence, l'expression précédente, on obtient la variance de  $Q_i$ ,

$$\overline{Q_k^2} = 2 \int_0^\infty |H_k|^2 S_u d\Omega = 2 \int_0^\infty \frac{A_k^2}{(\Omega_k^2 - \Omega^2)^2 + 4\xi_k\Omega_k^2\Omega^2} S_u(\Omega) d\Omega \quad (\text{C.15})$$

Maintenant si  $\xi_k$  est petit, la fonction de transfert est très étroite autour de  $\Omega_k$ , on trouve, (Axisa et Antunes, 2006),

$$\overline{Q_k^2} = \frac{\pi A_k^2}{2\xi_k\Omega_k^3} S_u(\Omega_k) \quad (\text{C.16})$$

$$\propto U^{11/3} L_0^{22/3} D_0^{-14/3} \frac{E^{11/6}}{\rho_b} \lambda^{(k-1)(11-7\beta)/3\beta} \quad (\text{C.17})$$





# Annexe D

## Publications

Tadrist, L., Saudreau, M. & de Langre, E. 2014 Wind and gravity mechanical effects on leaf inclination angles. *Journal of Theoretical Biology* **341** (1), 9 – 16.

Der Loughian, C., Tadrist, L., Allain, J-M., Diener, J., Moulia, B. & de Langre, E. 2014 Measuring local and global vibration modes in model plants. *Comptes Rendus de Mécanique* **342** (1), 1 – 7.

Tadrist, L., Julio, K., Saudreau, M. & de Langre, E. 2014 Leaf flutter by torsionnal galloping : experiments and model. *Journal of Fluids and Structures* **En révision**



# Bibliographie

- Albayrak, I., Nikora, V., Miler, O., O'Hare, M., 2012. Flow-plant interactions at a leaf scale : effects of leaf shape, serration, roughness and flexural rigidity. *Aquatic Sciences* 74, 267–286.
- Alben, S., Shelley, M., Zhang, J., et al., 2002. Drag reduction through self-similar bending of a flexible body. *Nature* 420, 479–481.
- Aubry, N., Guyonnet, R., Lima, R., 1991. Spatiotemporal analysis of complex signals : theory and applications. *Journal of Statistical Physics* 64, 683–739.
- Audoly, B., Pomeau, Y., 2010. Elasticity and geometry. Oxford Univ. Press.
- Axisa, F., Antunes, J., 2006. Modelling of Mechanical Systems : Fluid-Structure Interaction. Butterworth-Heinemann.
- Barbacci, A., Diener, J., Hémon, P., Adam, B., Donès, N., Reveret, L., Moulia, B., 2014. A robust videogrametric method for the velocimetry of wind-induced motion in trees. *Agricultural and Forest Meteorology* 184, 220–229.
- Barois, T., de Langre, E., 2013. Flexible body with drag independent of the flow velocity. *Journal of Fluid Mechanics* 735, R2.
- Bert, C.W., 1973. Material damping : An introductory review of mathematic measures and experimental technique. *Journal of Sound and Vibration* 29, 129–153.
- Bisshopp, K., Drucker, D., 1945. Large deflection of cantilever beams. *Quarterly of Applied Mathematics* 3, 272–275.
- Blevins, R.D., 1977. Flow-induced vibration. volume 1. New York, Van Nostrand Reinhold Co.
- Blevins, R.D., 1984. Applied fluid dynamics handbook. volume 1. New York.
- Brüchert, F., Speck, O., Spatz, H.C., 2003. Oscillations of plants' stems and their damping : theory and experimentation. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B : Biological Sciences* 358, 1487–1492.

- Buckingham, E., 1914. On physically similar systems ; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review* 4, 345–376.
- Campbell, G., 1986. Extinction coefficients for radiation in plant canopies calculated using an ellipsoidal inclination angle distribution. *Agricultural and Forest Meteorology* 36, 317–321.
- Campbell, G., 1990. Derivation of an angle density function for canopies with ellipsoidal leaf angle distributions. *Agricultural and Forest Meteorology* 49, 173–176.
- Campbell, G.S., Norman, J.M., 1998. Introduction to environmental biophysics. Springer Verlag.
- Castro-García, S., Blanco-Roldán, G.L., Gil-Ribes, J.A., Agüera-Vega, J., 2008. Dynamic analysis of olive trees in intensive orchards under forced vibration. *Trees* 22, 795–802.
- Cayley, G., 1809. On aerial navigation. *Journal of Natural Philosophy, Chemistry and the Arts* 24, 164–174.
- Chiariello, N., Field, C., Mooney, H., 1987. Midday wilting in a tropical pioneer tree. *Functional Ecology* 1, 3–11.
- Clark, A., Landolt, W., Bucher, J., Strasser, R., 2001. How wind affects the photosynthetic performance of trees : quantified with chlorophyll a fluorescence and open-top chambers. *Photosynthetica* 38, 349–360.
- Defraeye, T., Herremans, E., Verboven, P., Carmeliet, J., Nicolai, B., 2012. Convective heat and mass exchange at surfaces of horticultural products : a microscale cfd modelling approach. *Agricultural and Forest Meteorology* 162, 71–84.
- Der Loughian, C., 2012. Effets de la dynamique sur la croissance du peuplier en réponse à une stimulation mécanique externe. Ph.D. thesis. École polytechnique.
- Der Loughian, C., Tadriss, L., Allain, J.M., Diener, J., Moulia, B., de Langre, E., 2014. Measuring local and global vibration modes in model plants. *Comptes Rendus de Mécanique* 342, 1–7.
- Diener, J., Rodriguez, M., Baboud, L., Reveret, L., 2009. Wind projection basis for real-time animation of trees, in : *Computer Graphics Forum*, Wiley Online Library. pp. 533–540.
- Dupont, S., Gosselin, F., Py, C., De Langre, E., Hemon, P., Brunet, Y., 2010. Modelling waving crops using large-eddy simulation : comparison with experiments and a linear stability analysis. *Journal of Fluid Mechanics* 652, 5–44.

- Eloy, C., 2011. Leonardo's rule, self-similarity, and wind-induced stresses in trees. *Physical Review Letters* 107, 258101.
- Faisal, T.R., Khalil Abad, E.M., Hristozov, N., Pasini, D., 2010. The impact of tissue morphology, cross-section and turgor pressure on the mechanical properties of the leaf petiole in plants. *Journal of Bionic Engineering* 7, S11–S23.
- Falster, D.S., 2012. Private communication. Inclination angles measurements.
- Falster, D.S., Westoby, M., 2003. Leaf size and angle vary widely across species : what consequences for light interception ? *New Phytologist* 158, 509–525.
- Fernandes, A.C., Armandei, M., 2014. Phenomenological model for torsional galloping of an elastic flat plate due to hydrodynamic loads. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B* 26, 57–65.
- Gardiner, B., Byrne, K., Hale, S., Kamimura, K., Mitchell, S.J., Peltola, H., Ruel, J.C., 2008. A review of mechanistic modelling of wind damage risk to forests. *Forestry* 81, 447–463.
- Gardiner, B., Peltola, H., Kellomäki, S., 2000. Comparison of two models for predicting the critical wind speeds required to damage coniferous trees. *Ecological Modelling* 129, 1–23.
- Goel, N.S., Strebel, D.E., 1984. Simple beta distribution representation of leaf orientation in vegetation canopies. *Agronomy Journal* 76, 800–802.
- Gosselin, F., de Langre, E., Machado-Almeida, B.A., 2010. Drag reduction of flexible plates by reconfiguration. *Journal of Fluid Mechanics* 650, 319–341.
- Grace, J., 1978. The turbulent boundary layer over a flapping populus leaf. *Plant, Cell & Environment* 1, 35–38.
- Hallé, F., 1999. *Éloge de la plante. Pour une nouvelle biologie.* Éditions du Seuil, Paris.
- Hallé, F., 2005. *Plaidoyer pour l'arbre.* Arles, France : Actes Sud.
- Hashim, M.H., Stavrou, S., 2006. Measurements and modelling of wind influence on radio-wave propagation through vegetation. *IEEE Transactions on Wireless Communications* 5, 1055–1064.
- Hémon, P., 2006. *Vibrations des structures couplées avec le vent.* Éditions École Polytechnique.

- Jacobs, M., 1954. The effect of wind sway on the form and development of *pinus radiata* d. don. *Australian Journal of Botany* 2, 35–51.
- Kanda, H., Ohya, J., 2003. Efficient, realistic method for animating dynamic behaviors of 3d botanical trees, in : *Multimedia and Expo, 2003. ICME'03. Proceedings. 2003 International Conference on, IEEE*. pp. II–89.
- Kerzenmacher, T., Gardiner, B., 1998. A mathematical model to describe the dynamic response of a spruce tree to the wind. *Trees* 12, 385–394.
- Kittel, C., 1958. *Elementary statistical physics*. Wiley.
- de Langre, E., 2001. *Fluides et solides*. École Polytechnique.
- de Langre, E., 2008. Effects of wind on plants. *Annual Review of Fluid Mechanics* 40, 141–168.
- de Langre, E., 2012. Methodological advances in predicting flow-induced dynamics of plants using mechanical-engineering theory. *Journal of Experimental Biology* 215, 914–921.
- de Langre, E., Gutierrez, A., Cossé, J., 2012. On the scaling of drag reduction by reconfiguration in plants. *Comptes Rendus de Mécanique* 340, 35–40.
- Larsen, A., 2002. Torsion galloping of elongated bluff cross sections. *ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition* 1, 403–409.
- LEAF, 2010. Tree Leaf Database. Inst. of Information Theory and Automation ASCR, Prague, Czech Republic. [http : //zoi.utia.cas.cz/tree\\_leaves](http://zoi.utia.cas.cz/tree_leaves).
- Lemaitre, C., Hémon, P., de Langre, E., 2005. Instability of a long ribbon hanging in axial air flow. *Journal of Fluids and Structures* 20, 913–925.
- Lopez, D., Michelin, S., de Langre, E., 2011. Flow-induced pruning of branched systems and brittle reconfiguration. *Journal of Theoretical Biology* 284, 117–124.
- Lucas, B.D., Kanade, T., et al., 1981. An iterative image registration technique with an application to stereo vision., in : *IJCAI*, pp. 674–679.
- Magarey, R., Sutton, T., Thayer, C., 2005. A simple generic infection model for foliar fungal plant pathogens. *Phytopathology* 95, 92–100.
- Mathieu, A., Cournède, P.H., Letort, V., Barthélémy, D., De Reffye, P., 2009. A dynamic model of plant growth with interactions between development and functional mechanisms to study plant structural plasticity related to trophic competition. *Annals of Botany* 103, 1173–1186.

- Maxwell, J.C., 1854. On a particular case of the descent of a heavy body in a resisting medium. Cambridge Dublin Mathematical Journal 9, 145–148.
- Mayer, H., 1987. Wind-induced tree sways. Trees 1, 195–206.
- McMahon, T.A., Kronauer, R.E., 1976. Tree structures : deducing the principle of mechanical design. Journal of Theoretical Biology 59, 443–466.
- Meng, Y.S., Lee, Y.H., 2010. Investigations of foliage effect on modern wireless communication systems : A review. Progress In Electromagnetics Research 105, 313–332.
- Merriam, R.A., 1973. Fog drip from artificial leaves in a fog wind tunnel. Water Resources Research 9, 1591–1598.
- Milne, R., 1991. Dynamics of swaying of *Picea sitchensis*. Tree physiology 9, 383–399.
- Monsi, M., Saeki, T., 2005. On the factor light in plant communities and its importance for matter production. Annals of Botany 95, 549–567.
- Moore, J.R., Maguire, D.A., 2004. Natural sway frequencies and damping ratios of trees : concepts, review and synthesis of previous studies. Trees 18, 195–203.
- Moulia, B., Combes, D., 2004. Les régulations mécanoperceptives de la croissance : mécanismes écophysiologiques et importance en conditions agronomiques., in : Séminaire de l'UMR Grandes Cultures INRA Grignon.
- Moulia, B., Der Loughian, C., Bastien, R., Martin, O., Rodriguez, M., Gourcilleau, D., Barbacci, A., Badel, E., Franchel, G., Lenne, C., et al., 2011. Integrative mechanobiology of growth and architectural development in changing mechanical environments. Mechanical Integration of Plant Cells and Plants 9, 269–302.
- Moulia, B., Fournier-Djimbi, M., 1997. Optimal mechanical design of plant stems : the models behind the allometric power laws, in : Proceedings of the Plant Biomechanics, Reading, Centre for Biomimetics.
- Naudascher, E., 1991. IAHR Hydraulic Structures Design Manual : Hydraulic Design Considerations. Hydrodynamic Forces. Balkema.
- Nichiporovich, A., 1961. Properties of plant crops as an optical system. Fiziologiya Rastenii 8, 536–546.
- Nicoll, B.C., Ray, D., 1996. Adaptive growth of tree root systems in response to wind action and site conditions. Tree Physiology 16, 891–898.

- Niinemets, Ü., Fleck, S., 2002. Petiole mechanics, leaf inclination, morphology, and investment in support in relation to light availability in the canopy of *Liriodendron tulipifera*. *Oecologia* 132, 21–33.
- Niklas, K.J., 1991a. Biomechanical responses of *Chamaedorea* and *Spathiphyllum* petioles to tissue dehydration. *Annals of Botany* 67, 67–76.
- Niklas, K.J., 1991b. The elastic moduli and mechanics of *Populus tremuloides* (Salicaceae) petioles in bending and torsion. *American Journal of Botany* 78, 989–996.
- Niklas, K.J., 1991c. Flexural stiffness allometries of angiosperm and fern petioles and rachises : evidence for biomechanical convergence. *Evolution* 45, 734–750.
- Niklas, K.J., 1994. Plant allometry : the scaling of form and process. University of Chicago Press.
- Niklas, K.J., 1996. Differences between *Acer saccharum* leaves from open and wind-protected sites. *Annals of Botany* 78, 61–66.
- Niklas, K.J., 1999. A mechanical perspective on foliage leaf form and function. *New Phytologist* 143, 19–31.
- Nilsson, S.B., Hertz, C.H., Falk, S., 1958. On the relation between turgor pressure and tissue rigidity. ii. *Physiologia Plantarum* 11, 818–837.
- Païdoussis, M.P., Price, S.J., de Langre, E., 2010. Fluid-Structure Interactions : Cross-Flow-Induced Instabilities. Cambridge University Press.
- Pastenes, C., Pimentel, P., Lillo, J., 2005. Leaf movements and photoinhibition in relation to water stress in field-grown beans. *Journal of Experimental Botany* 56, 425–433.
- Pearcy, R.W., 1990. Sunflecks and photosynthesis in plant canopies. *Annual Review of Plant Biology* 41, 421–453.
- Peltola, H., Kellomäki, S., Hassinen, A., Granander, M., 2000. Mechanical stability of scots pine, norway spruce and birch : an analysis of tree-pulling experiments in finland. *Forest Ecology and Management* 135, 143–153.
- Pisek, J., Ryu, Y., Alikas, K., 2011. Estimating leaf inclination and g-function from leveled digital camera photography in broadleaf canopies. *Trees* 25, 919–924.
- Pisek, J., Sonnentag, O., Richardson, A.D., Möttus, M., 2013. Is the spherical leaf inclination angle distribution a valid assumption for temperate and boreal broadleaf tree species? *Agricultural and Forest Meteorology* 169, 186–194.



- Pivato, D., Dupont, S., Brunet, Y., 2014. A simple tree swaying model for forest motion in windstorm conditions. *Trees* 28, 281–293.
- Py, C., 2005. Couplage entre la dynamique du vent et le mouvement d'un couvert végétal. Ph.D. thesis. École Polytechnique.
- Py, C., de Langre, E., Moulia, B., Hémon, P., 2005. Measurement of wind-induced motion of crop canopies from digital video images. *Agricultural and forest meteorology* 130, 223–236.
- Raab, F.H., Blood, E.B., Steiner, T.O., Jones, H.R., 1979. Magnetic position and orientation tracking system. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 5, 709–718.
- Raven, P.H., Evert, R.F., Eichhorn, S.E., 2003. *Biologie végétale*. De Boeck Université.
- Roden, J.S., 2003. Modeling the light interception and carbon gain of individual fluttering aspen (*populus tremuloides michx*) leaves. *Trees-Structure and Function* 17, 117–126.
- Roden, J.S., Pearcy, R.W., 1993. Effect of leaf flutter on the light environment of poplars. *Oecologia* 93, 201–207.
- Rodriguez, M., 2009. Évolution et organisation spatiale de la dynamique vibratoire des arbres au cours de leur développement. Ph.D. thesis. École Polytechnique.
- Rodriguez, M., de Langre, E., Moulia, B., 2008. A scaling law for the effects of architecture and allometry on tree vibration modes suggests a biological tuning to modal compartmentalization. *American Journal of Botany* 95, 1523–1537.
- Rodriguez, M., Ploquin, S., Moulia, B., de Langre, E., 2012. The multimodal dynamics of a walnut tree : Experiments and models. *Journal of Applied Mechanics* 79, 4505.
- Rudnicki, M., Mitchell, S.J., Novak, M.D., 2004. Wind tunnel measurements of crown streamlining and drag relationships for three conifer species. *Canadian Journal of Forest Research* 34, 666–676.
- Russ, S., Sapoval, B., Haeberlé, O., 1997. Irregular and fractal resonators with neumann boundary conditions : Density of states and localization. *Physical Review E* 55, 1413.
- Salençon, J., 1995. *Mécanique du continu : Concepts généraux*; Tome II, Thermo-élasticité; Tome III, Milieux curvilignes. Ellipses.
- Schindler, D., Vogt, R., Fugmann, H., Rodriguez, M., Schönborn, J., Mayer, H., 2010. Vibration behavior of plantation-grown scots pine trees in response to wind excitation. *Agricultural and Forest Meteorology* 150, 984–993.

- Schouveiler, L., Boudaoud, A., et al., 2006. The rolling up of sheets in a steady flow. *Journal of Fluid Mechanics* 563, 71–80.
- Schuepp, P., 1972. Studies of forced-convection heat and mass transfer of fluttering realistic leaf models. *Boundary-Layer Meteorology* 2, 263–274.
- Sellier, D., Fourcaud, T., 2009. Crown structure and wood properties : influence on tree sway and response to high winds. *American Journal of Botany* 96, 885–896.
- Sinoquet, H., Rivet, P., Godin, C., et al., 1997. Assessment of the three-dimensional architecture of walnut trees using digitising. *Silva Fennica* 31, 265–273.
- Spatz, H.C., Bruechert, F., 2000. Basic biomechanics of self-supporting plants : wind loads and gravitational loads on a norway spruce tree. *Forest Ecology and Management* 135, 33–44.
- Speck, O., Spatz, H.C., 2004. Damped oscillations of the giant reed *arundo donax* (poaceae). *American Journal of Botany* 91, 789–796.
- Stansly, P.A., Rouse, R.E., Cromwell, R.P., 1996. Deposition of spray material on citrus fruit and foliage by air and ground application. *Proceedings of the Florida State Horticultural Society* 109, 34–40.
- Tadrist, L., Saudreau, M., de Langre, E., 2014. Wind and gravity mechanical effects on leaf inclination angles. *Journal of Theoretical Biology* 341, 9–16.
- Telewski, F.W., 2012. Is windswept tree growth negative thigmotropism ? *Plant Science* 184, 20–28.
- Thomas, S.C., Winner, W.E., 2000. A rotated ellipsoidal angle density function improves estimation of foliage inclination distributions in forest canopies. *Agricultural and Forest Meteorology* 100, 19–24.
- Tomasi, C., Kanade, T., 1991. Detection and tracking of point features. School of Computer Science, Carnegie Mellon Univ. Pittsburgh.
- Varlet-Grancher, C., Bonhomme, R., Sinoquet, H., et al., 1993. Crop structure and light microclimate : characterization and applications. INRA.
- Vaschy, A., 1892. Sur les lois de similitude en physique. *Annales Télégraphiques* 19, 25–28.
- de Vinci, L., 1487–1508. Carnets de Léonard de Vinci. Manuscrit M.







# Wind and gravity mechanical effects on leaf inclination angles



Loïc Tadrist<sup>a,b,\*</sup>, Marc Saudreau<sup>b</sup>, Emmanuel de Langre<sup>a</sup>

<sup>a</sup> École Polytechnique, Laboratoire d'hydrodynamique, 91128 Palaiseau, France

<sup>b</sup> INRA, Physique et Physiologie intégratives de l'arbre fruitier et forestier, 63100 Clermont-Ferrand, France

## HIGHLIGHTS

- A biomechanical model of Leaf Inclination Angle Distribution (LIAD) is proposed.
- Self-weight and wind loading are considered.
- Leaf flexibility impacts strongly Leaf Inclination Angle Distribution.
- A change in leaf flexibility or external loading may change light interception.

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 17 May 2013

Received in revised form

25 July 2013

Accepted 18 September 2013

Available online 25 September 2013

### Keywords:

Leaves

Inclination angle

Biomechanics

Flexibility

Wind

## ABSTRACT

In a tree, the distribution of leaf inclination angles plays an important role in photosynthesis and water interception. We investigate here the effect of mechanical deformations of leaves due to wind or their own weight on this distribution. First, the specific role of the geometry of the tree is identified and shown to be weak, using models of idealized tree and tools of statistical mechanics. Then the deformation of individual leaves under gravity or wind is quantified experimentally. New dimensionless parameters are proposed, and used in simple models of these deformations. By combining models of tree geometry and models of leaf deformation, we explore the role of all mechanical parameters on the Leaf Inclination Angle Distributions. These are found to have a significant influence, which is exemplified finally in computations of direct light interception by idealized trees.

© 2013 Elsevier Ltd. All rights reserved.

## 1. Introduction

Among leaf geometrical traits, the leaf inclination angle, defined as the leaf orientation with respect to the vertical axis, is of primary importance in plant ecology as it directly drives radiation interception by canopies and thus impacts gas exchanges, photosynthetic activity level and related processes within canopies. The Leaf Inclination Angle Distribution (LIAD) is commonly described in a given tree through a probability distribution function  $p(\varphi)$ , where  $\varphi$  is the angle between the leaf normal direction and the vertical axis (Falster and Westoby, 2003; Wang et al., 2007). For instance, when the sun is at zenith, the direct light interception by a canopy,  $I_0$ , is commonly modeled as (Monsi and Saeki, 2005; Pisek et al., 2013)

$$\ln\left(\frac{I_0}{I_H}\right) = -A \left[ 1 - \int_0^{\pi/2} p(\varphi) \cos \varphi \, d\varphi \right], \quad (1)$$

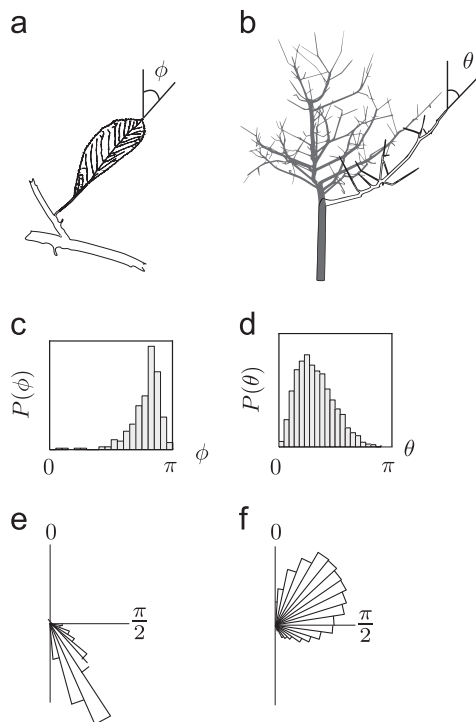
where  $I_H$  is the light intensity at the top of the canopy and  $A$  is a function of the leaf density profile. Clearly the probability density function of the leaf orientation,  $p(\varphi)$ , has a strong effect on the interception of light by a canopy.

The LIAD may be defined in several ways, considering that a leaf may be curved and even if not curved, tilted across its mid-rib axis. For the sake of simplicity, we shall hereafter use as inclination angle,  $\phi$ , the angle between the vertical axis and the base-tip axis of the lamina (Fig. 1a). Note that  $\phi$  does now vary from 0 to  $\pi$ , contrary to other definitions such as in Eq. (1) where  $\varphi$  varies from 0 to  $\pi/2$ . The distributions  $P(\phi)$  and  $p(\varphi)$  are simply linked by  $p(\varphi) = P(\varphi) + P(\pi - \varphi)$ . In the following, the probability density function  $P(\phi)$  will be referred to as the Leaf Inclination Angle Distribution (LIAD). Fig. 1c and e shows a typical LIAD (Falster and Westoby, 2003; Falster, 2012), one among the immense variety that exists in nature. They may differ by the location of the peak, the width of this peak or even by their general shape, see for instance Falster and Westoby (2003) for typical examples.

Observed LIADs are highly variable between species and can change over time along the growing season or according to abiotic and biotic stresses (Pisek et al., 2013; Falster and Westoby, 2003).

\* Corresponding author at: École Polytechnique, Laboratoire d'hydrodynamique, 91128 Palaiseau, France. Tel.: +33 674100203.

E-mail address: [loic.tadrist@ladhyx.polytechnique.fr](mailto:loic.tadrist@ladhyx.polytechnique.fr) (L. Tadrist).



**Fig. 1.** (a) Definition of the leaf inclination angle,  $\phi$ . (b) Definition of the branch inclination angle,  $\theta$ . (c) Example of LIAD (data by Falster (2012)), the same LIAD is also plotted in polar representation in (e). (d) Example of BIAD (data by Rodriguez et al. (2012)), the same BIAD is also plotted in polar representation in (f). The distributions are shown with arbitrary amplitudes.

This variability is probably due to both physical and biological factors: the tree architecture (through the inclination of branches), the deformation of the petioles, which itself depends on turgor pressure, phototropism, growth history and even instantaneous reactions to stimuli. To account for this huge variability numerous functions such as spherical, ellipsoidal or Beta distributions are commonly used (Campbell, 1986; Wang et al., 2007; Pisek et al., 2011). However these functions do not take into account any of the factors listed above. We expect that including some of these factors into a model can account simply for this variability. We shall focus hereafter on the combined role of the first two of the above list, namely the tree architecture and the elastic deformation of petioles under gravity or wind loading. The first one is mainly geometrical and the second mechanical.

We define at this step the Branch Inclination Angle Distribution (BIAD), which describes the orientation of the shoots supporting the leaves with the vertical axis, Fig. 1b. Fig. 1d and f shows a typical BIAD corresponding to a specific walnut tree (Rodriguez et al., 2012). Modeling the BIAD requires some knowledge of the tree geometry. Successful models, using simple iterating branching laws, have been used for tree vibration (Rodriguez et al., 2012) and for tree fracture (Lopez, 2011; Eloy, 2011). These models are based on a branching angle and allometric laws only.

On the other hand, the elastic deformation of a petiole has been considered by Vogel (1989) and Niklas (1999), using simple beam models. They showed that the static and dynamic deformations of the whole leaf are concentrated in the petiole for most leaves. This idealized model of leaf deformation is not adapted when the lamina is more flexible than the petiole or for complex geometries such as pinnate leaves and sessile leaves. Nevertheless, models considering the lamina as rigid and the petiole as flexible are efficient in most applications (Niklas, 1992; Niinemets and Fleck, 2002).

The aim of the present paper is to combine simple models of branch orientation with models of petiole deformation under external loading, in order to understand and ultimately predict some of the existing features of leaf inclination angle distributions. More precisely we seek to clarify the respective role of these two factors, geometrical or mechanical, affecting LIADs.

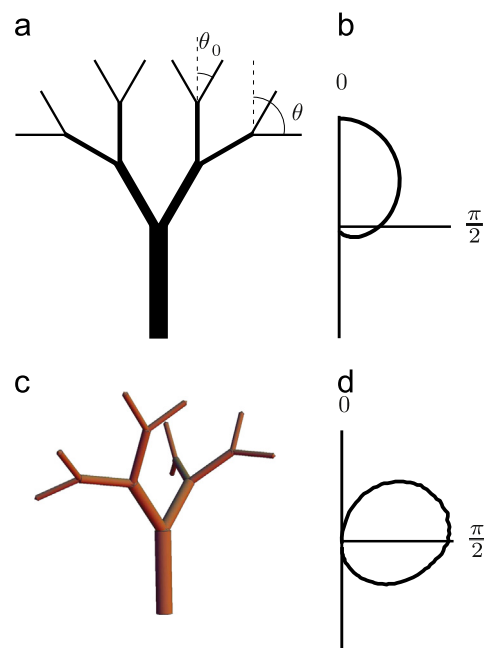
Considering the large number of branches and leaves we shall use standard methods of statistical physics to build the probability density functions. In Section 2, the Branch Inclination Angle Distribution is built for idealized two-dimensional and three-dimensional trees. In Section 3, a model is proposed to describe the deformation of a leaf under two types of loads: that induced by gravity and that induced by wind. In Section 4 these results are combined to derive LIADs and their variations with parameters. The possible effects on a global quantity such as the light interception are also discussed.

## 2. Branch inclination angle

### 2.1. The two-dimensional tree

We seek to establish first the role of tree geometries on inclination angles of branches which hold leaves. To do so we use a description based on the assumption of an iterative branching process. This is similar in principle to the models used by Rodriguez et al. (2008), Lopez (2011) or Eloy (2011) recently. The simplest model, referred hereafter as the 2D tree model, is illustrated in Fig. 2a. Here, the geometry results from a series of  $n$  iterations where the end segments of the tree are prolonged by two daughter branches, emerging with an angle  $\theta_0$  from each mother branch. As only inclinations are involved no other information is needed on length or diameter of the branches (see Rodriguez et al., 2008; Lopez, 2011).

As the BIAD describes the inclination angle of the shoots supporting leaves, we focus our analysis on the branches of the ultimate order of the tree,  $n$ . Elementary calculus shows that the



**Fig. 2.** Iterative idealized branched trees. (a) A two-dimensional tree, (b) the corresponding BIAD, Eq. (3), with the number of iteration  $n$  is equal to 4, for a branching angle  $\theta_0 = \pi/6$ . (c) A three-dimensional tree, (d) the corresponding BIAD obtained by numerical simulation with the same values of  $n$  and  $\theta_0$  by averaging over  $10^5$  trees.

inclination varies between  $\theta = 0$  and  $\theta = n\theta_0$  depending on the location of the branches. The probability that a branch of order  $n$  has an inclination angle  $\theta = k\theta_0$ ,  $n$  and  $k$  being integers, is noted  $P_n(k\theta_0)$ . The iteration law that defines this distribution reads

$$2P_{n+1}(k\theta_0) = P_n[(k-1)\theta_0] + P_n[(k+1)\theta_0], \quad (2)$$

with  $P_{n+1}(\theta_0) = P_n(0) + P_n(2\theta_0)/2$  and  $P_{n+1}(0) = P_n(\theta_0)/2$ . Considering that the number of iterations  $n$  is generally large, say larger than 5 and up to 10 (Lopez, 2011), we may use elementary tools of statistical physics, see for instance, p. 23, Kittel (2004), to derive an approximation of the BIAD as

$$P_n(\theta) = \frac{1}{\theta_0} \sqrt{\frac{2}{n\pi}} e^{-\theta^2/2n\theta_0^2}. \quad (3)$$

Note that  $\theta$  varies here continuously and is not restricted to the discrete values  $\theta = k\theta_0$ . Fig. 2b illustrates that the BIAD is a simple Gaussian peaked at  $\theta = 0$  and with a standard deviation,  $\sigma = \theta_0\sqrt{n}$ , depending on both the branching angle and the number of iterations. A comparison with the BIAD of a real tree, Fig. 1f, immediately shows that the present 2D model fails to capture the position of the peak of the distribution, clearly non-zero in practice.

## 2.2. The three-dimensional tree

To improve the model, we include now at each branching point a random rotation around the axis of the mother branch. This generates a full three-dimensional tree as illustrated in Fig. 2c. The corresponding distribution of inclination angles may not be analytically derived as it results itself from a random process. We numerically generate  $10^4$  random trees for a given set of parameters  $\theta_0$  and  $n$ , and average their BIADs to obtain a reference distribution, Fig. 2d. It significantly differs from that of the 2D approximation and is no more peaked at  $\theta = 0$ . In fact the 2D model was biased by an excessive role of the vertical direction, thus favoring the  $\theta = 0$  angle. By systematically exploring the effect of  $n$ , we find a weak dependence of the number of iterations. These distributions are fitted with Gaussian shapes

$$P(\theta) \propto e^{-[(\theta - \mu)^2/2\sigma^2]}, \quad (4)$$

where the peak position,  $\mu$ , and the standard deviation,  $\sigma$ , are found to depend only on the branching angle  $\theta_0$ . Note that for the sake of clarity, we have omitted the normalization factor in Eq. (4) by using the notation “ $\propto$ ”, meaning that  $P$  is proportional to the right-hand side of the equation. By systematically varying  $\theta_0$ , from 0 to  $\pi/3$ , we find that the peak position and the standard deviation are well approximated by

$$\mu = \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{3\theta_0}{2}\right) \quad \text{and} \quad \sigma = \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{3\theta_0}{2}\right). \quad (5)$$

This 3D model has the ability to represent a BIAD that is not peaked at  $\theta = 0$ , contrary to the 2D model. Note that, since  $3\theta_0 < \pi$ , the peak of the distribution is never larger than  $\pi/2$ . We may therefore directly state that geometrical effects are probably not responsible for well off-centered distributions of Leaves Inclination Angle Distribution (LIAD) such as that of Fig. 1c, near  $3\pi/4$ .

We apply the model defined by Eqs. (4) and (5) to derive the BIAD of the walnut tree, Fig. 3. From the digitized geometry of the walnut Fig. 3a, we compute the average branching angle, which is found equal to  $\theta_0/\pi = 0.26$ . This angle is then used to predict the BIAD. Fig. 3b shows that the model predicts reasonably well the Branch Inclination Angle Distribution, using only the value of the branching angle.

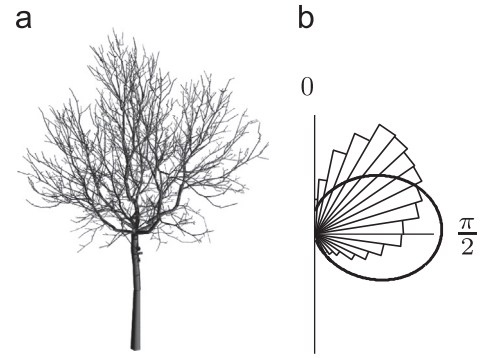


Fig. 3. (a) Digitized walnut geometry (Rodriguez et al., 2008). (b) Polar representation of the walnut BIAD (bars) and theoretical prediction (continuous line), Eqs. (4) and (5).

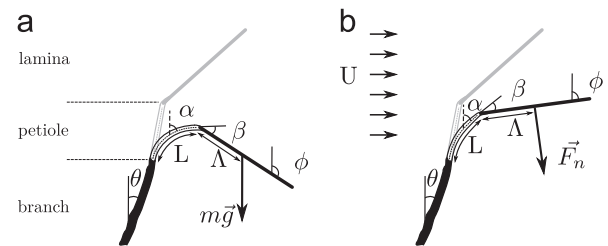


Fig. 4. Schematic view of the deformation of a leaf under external loading: (a) weight of the lamina and (b) wind forces. Also shown are the variables used in this section.

## 3. Local models of flexibility

We now consider the effect of flexibility at the scale of the individual leaf for different types of loading. Models that we build in this section will then be used to derive the inclination angles at the scale of the whole tree, by combination with the results of the preceding section.

### 3.1. Flexibility under gravity loading

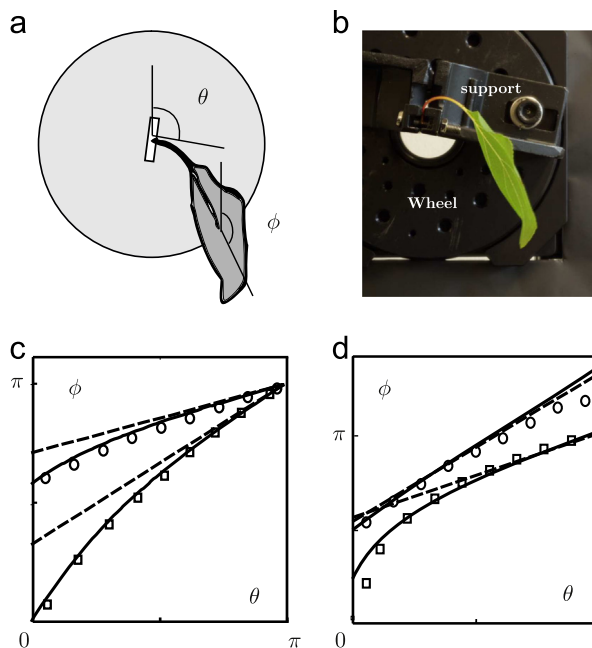
The parameters involved in the local deformation of a leaf under gravity are the weight of the lamina,  $mg$ , the length of the leaf,  $2\Lambda$ , the bending rigidity of the petiole,  $EI$ , and the length of the petiole,  $L$  (Fig. 4a). Elementary dimensional analysis shows that these parameters may be combined in an elasto-gravity number

$$E_G = \frac{\Lambda L mg}{EI}, \quad (6)$$

which scales the loading by gravity on the lamina with the stiffness of the petiole, and therefore the potential deformation. Note that we have used the length  $L$  in place of  $L + \Lambda$  in Eq. (6), for the sake of simplicity, without loss of generality. In all the cases we show further in the paper that  $L$  and  $\Lambda$  are of the same order of magnitude, so that our choice does not introduce a bias in the analysis of results. For leaves with  $\Lambda \gg L$ , using  $L + \Lambda$  or even simply  $\Lambda$  would be appropriate. More generally, if the leaf mass distribution is not uniform, the proper length parameter is  $L + L_G$  where  $L_G$  is the distance from the base of the lamina to the center of mass of the lamina. We estimated this elasto-gravity number on several species mainly of fruit trees, by measuring on sets of six leaves the parameters given above. To measure the petiole flexibility ( $EI$ ), the difference is made between the curvature of a petiole with and without end load. The results are summarized in Table 1 showing that the elasto-gravity number typically ranges from 0.1 to 2, indicating that small or large deformation induced by gravity can be expected depending on that parameter.

**Table 1**  
Table of parameters.

| Symbols          | Parameters                               |
|------------------|------------------------------------------|
| $\theta$         | Branch inclination angle                 |
| $\phi$           | Leaf inclination angle                   |
| $\psi$           | Leaf azimuth angle                       |
| $\theta_0$       | Branching angle                          |
| $n$              | Branching level                          |
| $\Lambda$        | Half length of the lamina                |
| $L$              | Length of the petiole                    |
| $m$              | Lamina mass                              |
| $g$              | Gravity                                  |
| $EI$             | Bending stiffness                        |
| $\rho$           | Air density                              |
| $U$              | Wind velocity                            |
| $C_N$            | Drag coefficient normal to the leaf      |
| $S$              | Leaf area                                |
| $\beta$          | Angle between the petiole and the lamina |
| $E_G$            | Elasto-gravity number                    |
| $C_Y$            | Cauchy number                            |
| $\mu, \Phi$      | Peak position (BIAD, LIAD)               |
| $\sigma, \Sigma$ | Width of the peak (BIAD, LIAD)           |
| $P$              | Inclination angle distribution           |
| $I_H$            | Light at the top of the canopy           |
| $\gamma$         | Solar inclination angle                  |
| $I$              | Light intercepted                        |
| $C$              | Light interception ratio                 |
| $C_\infty$       | Limit light interception ratio           |



**Fig. 5.** (a) Sketch of the experiment. (b) Image taken from the experiment. (c) Results on artificial leaves ( $\square$ ) Model 1 and ( $\circ$ ) Model 2. (d) Results on actual leaves ( $\square$ ) Apricot and ( $\circ$ ) Ficus. (c) and (d) the solid line is the elastica model and the dashed line is the analytical approximation.

To quantify the deformation of the leaf system due to gravity, an experiment is designed as sketched in Fig. 5a. A leaf is clamped at the base of its petiole and the angle of clamping,  $\theta$ , is progressively increased. The resulting position of the leaf is recorded with a camera, fitted with a macro lens of focal length 30 mm. The captured image, see Fig. 5b for an example, is then processed to extract the leaf inclination,  $\phi$ , regardless of any reference position. Two types of leaves are tested: artificial leaves made of a plastic sheet for the lamina and an optic fiber for the petiole and tree leaves (*Ficus Benjamina* and *Prunus Armeniaca*

'Précoce de Saumur'). Table 3 gathers the characteristics of the tested leaves, including the angle between the petiole and the lamina,  $\beta$ . Fig. 5c and d shows the measured inclination angle,  $\phi$ , as a function of the clamping angle  $\theta$ .

To relate these results with the characteristics of the petiole, standard models from elasticity may be used. Considering the possible large deformation of the petiole, we use a fully non-linear formulation of the equilibrium equation, and do not assume that the petiole is horizontally inserted. The equation for the local angle of the petiole,  $\alpha$  (Fig. 1b), reads (Salençon, 2001)

$$EI \frac{d^2 \alpha}{ds^2} = -mg \sin \alpha, \quad (7)$$

where  $s$  is the curvilinear coordinate. In a dimensionless form, using  $\bar{s} = s/L$  this reads

$$\frac{d^2 \alpha}{d\bar{s}^2} = -E_G \frac{L}{\Lambda} \sin \alpha. \quad (8)$$

The boundary conditions at the branch side and the lamina side are  $\alpha = \theta$  and  $d\alpha/d\bar{s} = E_G \sin(\alpha + \beta)$  respectively. These equations are more general than those used by Niklas (1992), who considered the lamina as a point load at the end of the petiole and differ from those of Niinemets and Fleck (2002) by the non-linear terms, but considering only here a uniform mass distribution and a rigid lamina.

The solution of Eq. (8) involves elliptic integrals, but with a non-trivial boundary condition at  $\bar{s} = 1$ . We solve it numerically combining a standard Runge–Kutta procedure in space with a shooting technique to satisfy the branching condition. An approximate solution may also be given in the limits when  $\Lambda \gg L$ , large leaf or short petiole, and  $\phi \approx \pi$ , large inclination angle. The solution reads simply  $\alpha(\bar{s}) = \theta + \bar{s}E_G(\pi - \phi + \beta)$  so that

$$\phi = \frac{\theta + \beta + \pi E_G}{1 + E_G}. \quad (9)$$

Fig. 5c shows the experimental evolution of the inclination angle of artificial leaves,  $\phi$ , as a function of inserting angle  $\theta$ , in comparison with the models discussed above. Clearly the full mechanical model, Eq. (7), captures well the evolution of the inclination angle. The simplified model, Eq. (9), gives the main trends:  $\phi$  increases with  $\theta$  and tends to  $\pi$  for high values of  $E_G$ . For the real leaves, Fig. 5d, with a large angle  $\beta$  between the petiole and the lamina, the comparison shows the same trends. We shall, in the following section, use the simplified formula, Eq. (9), which allows analytical derivations.

### 3.2. Flexibility under wind loading

A similar approach may be undertaken for deformation induced by wind. The static load induced by wind on the leaf depends on the dynamic pressure,  $\rho U^2$ , on the leaf area,  $S$ , proportional to  $\Lambda^2$ , and on the angle between the leaf and the wind velocity (de Langre, 2008). Consequently, the dimensionless number that scales the deformation induced by wind on the leaf is the Cauchy number (de Langre, 2008), defined here as

$$C_Y = \frac{\rho U^2 \Lambda^3 L}{EI}. \quad (10)$$

This number may be estimated, for winds of 0.1 m/s and 10 m/s, for all the leaves of the species analyzed above. Table 2 shows that Cauchy numbers, for such velocities range from  $10^{-4}$  to  $10^2$ . For  $C_Y > 1$ , significant deformation under wind may be expected.

An experiment is designed to explore the effect of wind loading on the deformation of a single leaf. Artificial leaves, as in the previous experiment, are placed in a wind tunnel, Fig. 6a (Lemaitre et al., 2005). Two leaves are considered with  $L = 2.7$  cm,  $\Lambda = 5.5$  cm,



**Table 2**

Typical values of the elasto-gravity number,  $E_G$ , and the Cauchy number,  $C_Y$ , at 0.1 m/s and 10 m/s. Only mean values for the set of leaves of a given species are presented. Typical standard deviation is of the order of mean values on  $E_G$  and  $C_Y$ .

| Tree                                                     | $L$ (cm) | $\Lambda$ (cm) | $E/10^{-5}$ (N m <sup>2</sup> ) | $m$ (g) | Elasto-gravity number $E_G$ | Cauchy number $C_Y$ (at 0.1 m/s) | Cauchy number $C_Y$ (at 10 m/s) |
|----------------------------------------------------------|----------|----------------|---------------------------------|---------|-----------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| Apple tree <i>Malus pumila</i> 'Jubilé'                  | 2.3      | 3.6            | 7.8                             | 0.57    | 0.060                       | $1.4 \times 10^{-4}$             | 1.4                             |
| Apple tree <i>Malus pumila</i> 'Arianne'                 | 3.1      | 5.0            | 20                              | 1.3     | 0.10                        | $1.5 \times 10^{-4}$             | 1.5                             |
| Apple tree <i>Malus pumila</i> 'Golden delicious'        | 3.2      | 4.5            | 13                              | 0.80    | 0.08                        | $2.2 \times 10^{-4}$             | 2.2                             |
| Hazelnut tree <i>Corylus avellana</i>                    | 1.9      | 5.5            | 4.5                             | 0.75    | 0.17                        | $7.0 \times 10^{-4}$             | 7.0                             |
| Apple tree <i>Malus pumila</i> 'Fuji'                    | 3.6      | 4.4            | 9.8                             | 0.71    | 0.11                        | $3.1 \times 10^{-4}$             | 3.1                             |
| Plum tree <i>Prunus salicina</i>                         | 3.4      | 5.3            | 20                              | 1.1     | 0.10                        | $2.5 \times 10^{-4}$             | 2.5                             |
| Cherry tree <i>Prunus avium</i> 'Burlat'                 | 5.3      | 7.1            | 10                              | 1.3     | 0.48                        | $1.8 \times 10^{-3}$             | 18                              |
| Poplar tree <i>Populus x. euramericana</i>               | 6.0      | 4.4            | 7.2                             | 1.6     | 0.58                        | $7.1 \times 10^{-4}$             | 7.1                             |
| Apricot tree <i>Prunus armeniaca</i> 'Précoce de Saumur' | 3.9      | 4.3            | 3.9                             | 1.3     | 0.55                        | $7.9 \times 10^{-4}$             | 7.9                             |
| Apricot tree <i>Prunus armeniaca</i> 'Old Variety'       | 5.8      | 4.2            | 1.7                             | 1.1     | 1.83                        | $2.5 \times 10^{-3}$             | 25                              |

**Table 3**

Parameters of artificial leaves, Ficus and Apricot leaves, used in the experiment.

| Leaf    | $L$ (cm) | $\Lambda$ (cm) | $E/10^{-6}$ (SI) | $m$ (g) | $\beta/\pi$ | $E_G$ |
|---------|----------|----------------|------------------|---------|-------------|-------|
| Model 1 | 1.5      | 1.7            | 1.0              | 0.12    | 0           | 0.30  |
| Model 2 | 2.1      | 2.4            | 1.0              | 0.25    | 0           | 1.3   |
| Ficus   | 2.0      | 4.3            | 18               | 0.4     | 0.45        | 0.20  |
| Apricot | 4.2      | 4.5            | 40               | 1.3     | 0.02        | 0.6   |

$EI = 1.1 \times 10^{-5}$ , and  $\beta = 0$  or  $\beta = 0.36\pi$ . The inclination of the leaf is measured for several values of the wind velocity. Fig. 6b shows the evolution of the angle  $\phi$  with the flow velocity, represented here in terms of the Cauchy number, Eq. (10).

We may adapt the previous mechanical model to the case of wind loading, Fig. 4b. The force caused by wind is assumed to be normal to the leaf and with a magnitude of  $F_n = \rho U^2 C_N S/2$ , where  $\rho$  is the air density,  $U$  is the wind velocity,  $C_N$  is the normal drag coefficient (Blevins, 1984), and  $S = \Lambda^2 \cos \phi$  is the projected area in the wind direction. Hereafter  $C_N$  will be taken equal to 1, but may actually depend on  $\phi$ . In a dimensionless form, using  $\bar{s} = s/L$ , the equation governing the petiole deformation reads

$$\frac{d^2 \alpha}{d\bar{s}^2} = \frac{L}{2\Lambda} C_Y C_N \cos \phi \cos(\phi - \alpha). \quad (11)$$

The boundary conditions at the branch side and the lamina side are  $\alpha = \theta$  and  $d\alpha/d\bar{s} = -C_Y C_N \cos(\phi + \beta)/2$  respectively. The numerical solution to this equation is shown in Fig. 6b, in good agreement with experiments, using  $C_N = 1$ .

A simpler form of the relation between the insertion angle,  $\theta$ , and the leaf angle,  $\phi$ , may be derived as a function of the Cauchy number. In the limit  $\Lambda \gg L$ , large leaf or short petiole, and  $\phi \approx \pi/2$  the solution reads  $\alpha(\bar{s}) = \theta - \bar{s} C_Y (\pi/2 + \phi)$  so that

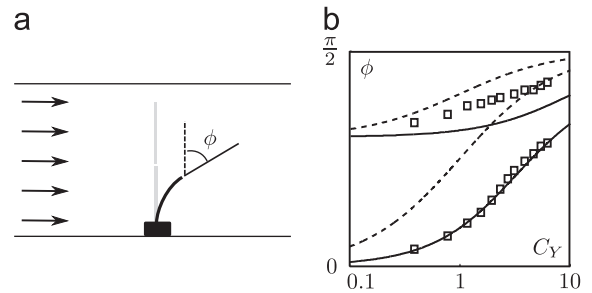
$$\phi = \frac{\theta + \beta + \frac{\pi}{2} C_Y}{1 + C_Y}. \quad (12)$$

At low  $C_Y$ , we have  $\phi = \theta$  (unbent petiole) and in the limit of large  $C_Y$ ,  $\phi = \pi/2$  so that the leaf is bent in the wind direction. This approximation is compared with the experimental data in Fig. 6b. This simpler form will be used hereafter.

#### 4. Combined models of leaf inclination angle distribution

##### 4.1. Effects of gravity

We now combine the preceding results on the effect of petiole flexibility, Section 3, with those on the distribution of branch inclinations, Section 2. Considering first gravity, we invert Eq. (9)



**Fig. 6.** Schematic view of the experiment in wind tunnel (a). Measured deflection angle,  $\phi$ , as a function of wind speed through the Cauchy number. The solid line corresponds to the elastica model and the dashed line is the analytical approximation.

to express  $\theta$  as a function of  $\phi$ , and inserting the result in Eq. (4) yields directly the leaf inclination angle distribution as a function of all parameters

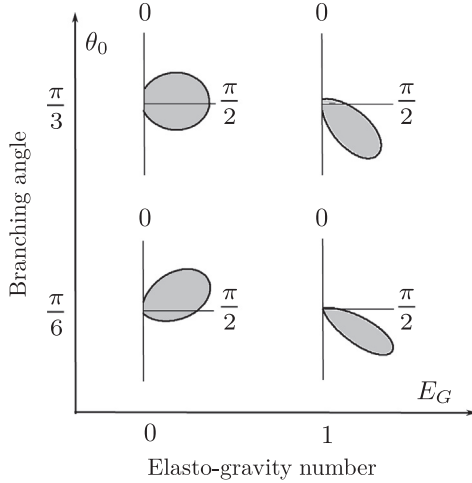
$$P(\phi) \propto e^{[-(\phi - \Phi_0)^2 / 2\Sigma^2]}, \quad (13)$$

where the peak value and the standard deviation are

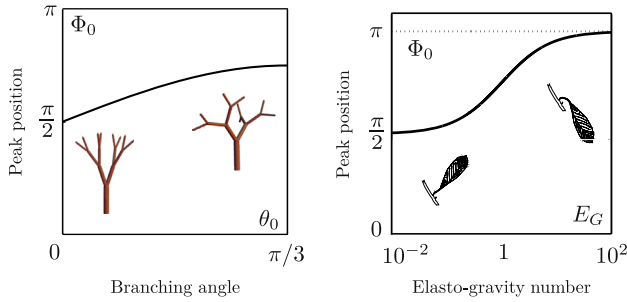
$$\Phi_0 = \frac{\mu + \beta + \pi E_G}{1 + E_G}, \quad \Sigma = \frac{\sigma}{1 + E_G}, \quad (14)$$

where  $\mu$  and  $\sigma$  are given in Eq. (5). This contains the effect of all parameters on the LIAD, namely the branching angle in the tree,  $\theta_0$ , the petiole/lamina angle,  $\beta$ , and the combined flexibility/gravity parameter of the leaves,  $E_G = mg\Lambda/EI$ . To illustrate this result, several typical LIADs are shown in Fig. 7, resulting from particular choices of the parameters.

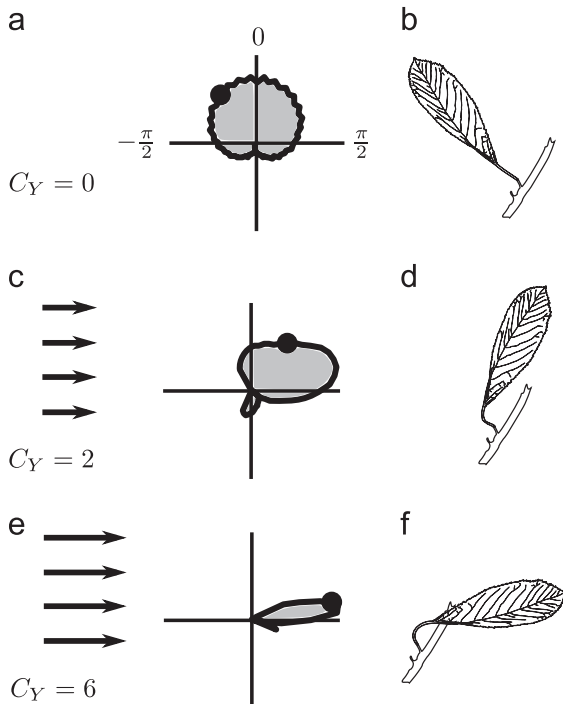
We now focus the discussion on the effects of the parameters on the value of the peak of the LIAD,  $\Phi_0$ , Eq. (14). As noted previously, the effect of the branching angle,  $\theta_0$ , is rather weak, as shown in Fig. 8a. In particular, the branching angle may not be responsible for a position of the peak of the LIAD larger than  $\pi/2$  if  $E_G = 0$  and  $\beta = 0$ . We shall use hereafter  $\theta_0 = \pi/3$  unless otherwise noted. The effect of the lamina/petiole angle,  $\beta$ , is simple in the sense that it essentially shifts the peak  $\Phi_0$  linearly. The most important parameter in our analysis is the flexibility parameter  $E_G$ , which combines the lamina load and the petiole flexibility. This parameter has a strong influence on the LIAD, see Fig. 8b. In the limit of  $E_G \ll 1$ , the LIAD is identical to the BIAD, as the leaves are undeformed by gravity. Conversely when  $E_G \gg 1$ , all the leaves are pointing downward and the LIAD tends to  $\Phi_0 = \pi$ . Typical values of the parameter  $E_G$  range from 0.1 to 2, see Table 2. In this range, the LIAD is strongly affected by the flexibility. Note that, for a given tree, changes in flexibility, by growth or dehydration (Faisal et al., 2010; Niklas and Spatz, 2012), may result in a change of LIAD.



**Fig. 7.** Computed LIAD showing a strong effect of the elasto-gravity number  $E_G$ , for two values of the branching angle,  $\theta_0$ . Here  $E_G=0$  or 1 and  $\theta_0=\pi/6$  or  $\pi/3$ .



**Fig. 8.** Dependence of the peak of the LIAD with parameters. (a) Effect of the branching angle of the tree,  $\theta_0$ , for  $E_G=1$ , showing a weak influence. (b) Effect of the elasto-gravity number  $E_G$  for  $\theta_0=\pi/3$ , showing a strong influence.



**Fig. 9.** Evolution of the LIAD with increasing wind velocity. The black dot corresponds to the specific leaf inclination sketched on the right (b, d, f).

#### 4.2. Effects of wind

By combining Eqs. (4) and (12), the LIAD under wind may now be computed. Here, contrary to the case of gravity, the wind loading is slightly more complex as the wind defines a particular direction. Indeed the inclination of leaves are differently affected depending on their orientation with this direction.

A first case may be treated, considering the 2D tree model. It must be kept in mind that the 2D tree model, Section 2.1, bears a caveat as it enforces the peak of the distribution of branch angles to be at  $\theta=0$ . Yet, it may be readily used to understand qualitatively the effect of wind on a LIAD. Disregarding scaling factors, we use the BIAD given by Eq. (3). Upon inverting the relation between  $\phi$  and  $\theta$ , Eq. (9), the LIAD may be derived as

$$P(\phi) \propto e^{-(\phi - \Phi_1)^2 / 2\Sigma_1^2}, \quad (15)$$

with  $\Phi_1 = \pi C_Y / (2(1 + C_Y))$  and  $\Sigma_1 = n\theta_0^2 / (1 + C_Y)^2$ . Using the polar representation, Fig. 9 shows that the LIAD, originally symmetric about the vertical angle, becomes skewed in the windward direction, as expected when  $C_Y$  is increased. More precisely, all leaves pointing above the axis of wind, that is for  $\theta$  between  $\pi/2$  and  $-\pi/2$ , Fig. 9, are lifted by wind and ultimately aligned in the direction of wind,  $\phi = \pi/2$ . Conversely, leaves below the axis of wind are pushed down by wind and finally also aligned downwind, but by going through the down-pointing position. This result shows that, as the Cauchy number is varied, a significant reorganization of the LIAD is expected.

#### 4.3. An application to light interception

As mentioned in the Introduction, the direct light interception by a canopy is linked to the LIAD. More precisely, the simple form of Eq. (1) for a sun at the zenith may be extended to the more general case of a sun time-varying inclination angle  $\gamma(t)$  (Pisek et al., 2011; Varlet-Grancher et al., 1993) as

$$\ln \frac{I_0(t)}{I_H(t)} = -A \left[ 1 - \int_0^{\pi/2} P(\varphi) F(\varphi, \gamma) d\varphi \right] \quad (16)$$

where  $F$  is given in Pisek et al. (2013). Actually it is more relevant for processes, such as photosynthetic activity, to consider the intercepted light over a full day, as follows:  $\int_{\text{Day}} I_0(t) dt$ . This implies that incoming light dependence on solar inclination is modeled for instance following Campbell and Norman (1998) as

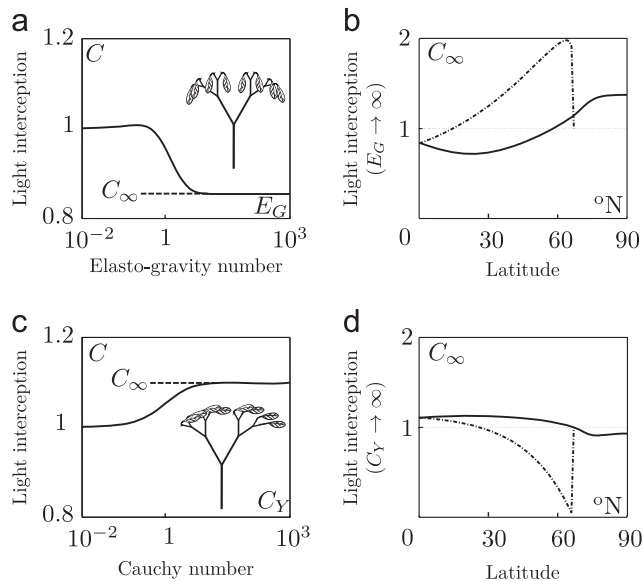
$$I_H(t) \propto 0.7^{1/\sin \gamma(t)}. \quad (17)$$

In the framework defined above, we may now estimate the effect of the elasto-gravity number,  $E_G$ , on the direct light interception as follows: in Eq. (16), the LIAD  $P(\varphi)$  now depends on  $E_G$ , denoted as  $P(\varphi, E_G)$ . To quantify this effect, we may define the following light interception correction factor which estimates changes in light interception relatively to the reference case  $E_G=0$ :

$$C = \frac{\left[ \int_{\text{Day}} I_0(t) dt \right]_{E_G}}{\left[ \int_{\text{Day}} I_0(t) dt \right]_{E_G=0}}, \quad (18)$$

where  $I_0$  is given by Eq. (16), but using  $P(\varphi, E_G)$  in place of  $P(\varphi)$ . This correction factor now only depends on the chosen day,  $j$ , the chosen location latitude,  $\lambda$ , which affects  $\gamma(t)$ , and the elasto-gravity number  $E_G$ . To illustrate this effect, we show in Fig. 10 the influence of  $E_G$  at the summer solstice and at a latitude of  $45^\circ\text{N}$ .

Clearly  $E_G$  affects light interception when it comes close to  $E_G=1$  which is a case of practical interest, see Table 2. For large values of  $E_G$ , when all leaves hang downwards, a limit value is obtained,  $C_\infty$ , which only depends on the latitude, for a particular day. As a synthetic result, we show in Fig. 10 this correction factor



**Fig. 10.** Effect of the mechanical deformation of the leaves on light interception. (a) Evolution of the correction factor  $C$ , Eq. (18), with elasto-gravity number  $E_G$  at a latitude 45°N, on summer solstice. (b) Evolution of the limit value  $C_\infty$  with the latitude,  $\lambda$ , for summer and winter solstices, continuous line and dashed line respectively. (c) and (d) Same graphs but with wind loading. All calculations are done with  $A=3$ .

$C_\infty$  as a function of latitude in the Northern Hemisphere at the two solstices. Clearly, the deformation of the petiole affects light interception, but this effect varies significantly with latitude and day in the year. Overall, in the growing season in temperate and equatorial zones, the light interception is reduced by petiole flexibility of 10–20% at most.

Exactly the same procedure may be used to show the effect of wind on light interception through the deformation of the leaves. Yet, wind loading has a preferred direction, which is that of wind. Hence the 2D model given in Section 3 is not sufficient. We improve it as follows: (a) instead of using a simplified Eq. (12), we return to the full equation describing the deformation of the petiole, (b) the loading on a leaf is corrected by a factor  $\cos \psi$  where  $\psi$  is the azimuth angle of the leaf with respect to wind, and (c) the wind direction is then assumed to be isotropically distributed. By doing so, a correction factor  $C$  may be derived, which only depends on day, latitude and Cauchy number. The evolution of  $C$  with the Cauchy number is shown in Fig. 10c, for a latitude 45°N at the summer solstice. The light interception is seen to be enhanced by wind. It reaches a plateau,  $C_\infty$ , for large values of  $C_Y$ , when all leaves are horizontal. Fig. 10d shows the evolution of this plateau with the latitude, at summer and winter solstices. At the season of growth, light interception is rather enhanced by wind ( $C_\infty > 1$ ).

## 5. Discussion and conclusions

We have built up a biomechanical model in order to understand the role of the leaf deformation on the Leaf Inclination Angle Distribution (LIAD). The first issue was to quantify the effect of the tree geometry, characterized essentially by a branching angle and an iterative construction. This allowed to derive the Branch Inclination Angle Distribution (BIAD), which was shown to depend directly on the branching angle. These results were obtained on both 2D and 3D tree geometries, and we have shown that 2D models carry a bias. We have only considered a simplistic tree

geometry, in an idealized form of sympodial architectures. We expect that more complex tree architectures, such as a monopodial one (Rodríguez et al., 2008), would lead to different forms of the BIAD, but will have a similar dependence on the branching angle. Similarly, randomness in branching is not expected to change the main conclusion, namely that the peak of the BIAD shifts with the branching angle.

Second, we proposed models for the deformation of a single leaf under gravity or wind loading. These non-linear models are well suited to represent large deflections of the leaf through bending of the petiole. Experiments on real and artificial leaves confirmed their validity. Two dimensionless parameters, the elasto-gravity number  $E_G$  and the Cauchy number  $C_Y$ , were defined to scale the magnitude of deformations under gravity and wind respectively. Such models may be extended in many directions, at the cost of simplicity by including: (i) other modes of deflection than pure bending, such as torsion (Vogel, 1992), (ii) non-uniform or non-isotropic petiole characteristics (Faisal et al., 2010), (iii) other shapes of leaves (Mouliat et al., 1994), (iv) effects of growth on the petiole geometry, and (v) non-linear elastic properties of the petiole. These additional effects will probably change quantitatively the final results of the paper, such as those of Fig. 10, but are not expected to change them qualitatively: the simple models used in this paper showed the direct link between leaf and global parameters. Note that in our approach the elasto-gravity number  $E_G$  may change with time for a growing leaf, for instance by change of petiole stiffness due to a change in turgor pressure. Similarly, the Cauchy number may change because of wind velocity but also with petiole stiffness or change of lamina geometry by reconfiguration (Vogel, 1989; Gosselin et al., 2010).

Third, we combined the preceding geometrical and mechanical models to derive the LIAD models. We showed that for small values of  $E_G$  and  $C_Y$ , the LIAD results directly from the BIAD, and therefore from the branching angle. Conversely, in the limit of large  $E_G$  or  $C_Y$ , the leaves are fully deformed, and the LIAD is governed by the deformation of the petiole, not the tree geometry.

The main objective of this work was to derive a simple mechanistic model of LIAD changes by gravity and wind loadings. Thus for the sake of simplicity, our elementary biomechanical models do not take into account other factors that are known to affect the LIAD: phototropism, gravitropism or growth history. However all factors affecting LIAD through petiole flexibility such as growth or dehydration (Faisal et al., 2010; Niklas and Spatz, 2012) can be directly handled. The issue of leaf flutter is a bit more complex to take into account for several reasons. First, at the individual leaf level, flutter may correspond to several mechanism of fluid–structure interaction and therefore has a complex dependence on the parameters (Païdoussis et al., 2010). Second, at the tree level, one needs to define a “dynamic” LIAD for the extension of a single leaf flutter amplitude model to the leaf population flutter distribution. Finally, the effect of leaf motion on biological traits such as photosynthesis or water retention is largely unexplored, outside works such as by Roden and Pearcy (1993). Although the effect of wind and flutter on light interception is totally a different issue, our methodology may be of some help to tackle it. Clearly, our approach differs from classical LIAD representations where data are fitted with empirical functions which do not allow predictability. As an application, we have incorporated our LIAD models in the existing computation frameworks of direct light interception, using the approach of Monsi and Saeki (2005) and Pisek et al. (2013). Both gravity and wind were shown to affect light interception, through leaf inclination. The proposed approach seems generic enough to be used in the modeling of many biomechanical effects on statistical populations of leaves in a tree. Results such as those of Niinemets and Fleck (2002) on optimal allocation of biomass in leaves for light interception can probably be extended to more general conditions using the present work.

## Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge fruitful discussions with Bruno Moulia, Sarah Puijalon and Christophe Eloy and thank Daniel Falster for communicating detailed experimental data and Pascal Hémon for help on the design of experiments.

## References

- Blevins, R., 1984. Applied Fluid Dynamics Handbook, vol. 1.
- Campbell, G., 1986. Extinction coefficients for radiation in plant canopies calculated using an ellipsoidal inclination angle distribution. *Agricultural and Forest Meteorology* 36, 317–321.
- Campbell, G., Norman, J., 1998. Introduction to Environmental Biophysics. Springer Verlag.
- Eloy, C., 2011. Leonardo's rule, self-similarity, and wind-induced stresses in trees. *Physical Review Letters* 107, 258101.
- Faisal, T.R., Khalil Abad, E., Hristozov, N., Pasini, D., 2010. The impact of tissue morphology, cross-section and turgor pressure on the mechanical properties of the leaf petiole in plants. *Journal of Bionic Engineering* 7, S11–S23.
- Falster, D., 2012. Private Communication.
- Falster, D.S., Westoby, M., 2003. Leaf size and angle vary widely across species: what consequences for light interception? *New Phytologist* 158, 509–525.
- Gosselin, F., de Langre, E., Machado-Almeida, B., 2010. Drag reduction of flexible plates by reconfiguration. *Journal of Fluid Mechanics* 650, 319–341.
- Kittel, C., 2004. Elementary Statistical Physics. Courier Dover Publications.
- de Langre, E., 2008. Effects of wind on plants. *Annual Review of Fluid Mechanics* 40, 141–168.
- Lemaitre, C., Hémon, P., de Langre, E., 2005. Instability of a long ribbon hanging in axial air flow. *Journal of Fluids and Structures* 20, 913–925.
- Lopez, D., 2011. Flow-induced pruning of branched systems and brittle reconfiguration. *Journal of Theoretical Biology* 284, 117–124.
- Monsi, M., Saeki, T., 2005. On the factor light in plant communities and its importance for matter production. *Annals of Botany* 95, 549–567.
- Moulia, B., Fournier, M., Guitard, D., 1994. Mechanics and form of the maize leaf: in vivo qualification of flexural behaviour. *Journal of Materials Science* 29, 2359–2366.
- Niinemets, Ü., Fleck, S., 2002. Petiole mechanics, leaf inclination, morphology, and investment in support in relation to light availability in the canopy of *Liriodendron tulipifera*. *Oecologia* 132, 21–33.
- Niklas, K., 1992. Plant Biomechanics: An Engineering Approach to Plant Form and Function. University of Chicago Press.
- Niklas, K., 1999. A mechanical perspective on foliage leaf form and function. *New Phytologist* 143, 19–31.
- Niklas, K., Spatz, H.C., 2012. Plant Physics. University of Chicago Press.
- Païdoussis, M., Price, S., De Langre, E., 2010. Fluid-Structure Interactions: Cross-Flow-Induced Instabilities. Cambridge University Press.
- Pisek, J., Ryu, Y., Alikas, K., 2011. Estimating leaf inclination and g-function from leveled digital camera photography in broadleaf canopies. *Trees* 25, 919–924.
- Pisek, J., Sonnentag, O., Richardson, A., Möttus, M., 2013. Is the spherical leaf inclination angle distribution a valid assumption for temperate and boreal broadleaf tree species? *Agricultural and Forest Meteorology* 169, 186–194.
- Roden, J., Pearcy, R., 1993. Effect of leaf flutter on the light environment of poplars. *Oecologia* 93, 201–207.
- Rodriguez, M., de Langre, E., Moulia, B., 2008. A scaling law for the effects of architecture and allometry on tree vibration modes suggests a biological tuning to modal compartmentalization. *American Journal of Botany* 95, 1523–1537.
- Rodriguez, M., Ploquin, S., Moulia, B., de Langre, E., 2012. The multimodal dynamics of a walnut tree: experiments and models. *Journal of Applied Mechanics* 79, 4505.
- Salençon, J., 2001. Handbook of Continuum Mechanics. General Concepts. Thermo-elasticity. Springer, Berlin.
- Varlet-Grancher, C., Bonhomme, R., Sinoquet, H., et al., 1993. Crop Structure and Light Microclimate: Characterization and Applications. INRA Editions.
- Vogel, S., 1989. Drag and reconfiguration of broad leaves in high winds. *Journal of Experimental Botany* 40, 941–948.
- Vogel, S., 1992. Twist-to-bend ratios and cross-sectional shapes of petioles and stems. *Journal of Experimental Botany* 43, 1527–1532.
- Wang, W.M., Li, Z.L., Su, H.B., 2007. Comparison of leaf angle distribution functions: effects on extinction coefficient and fraction of sunlit foliage. *Agricultural and Forest Meteorology* 143, 106–122.







# Measuring local and global vibration modes in model plants



Christelle Der Loughian<sup>a,c</sup>, Loïc Tadrist<sup>a</sup>, Jean-Marc Allain<sup>b</sup>, Julien Diener<sup>a</sup>,  
Bruno Moulia<sup>c</sup>, Emmanuel de Langre<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> Department of Mechanics, LadHyX, École polytechnique–CNRS, 91128 Palaiseau, France

<sup>b</sup> Department of Mechanics, LMS, École polytechnique–CNRS, 91128 Palaiseau, France

<sup>c</sup> INRA, PIAF, 63100 Clermont-Ferrand, France

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 30 July 2013

Accepted 22 October 2013

Available online 8 December 2013

### Keywords:

Vibration

Modes

Biomechanics

Image Correlation

Plants

*Arabidopsis*

*Populus*

BOD

LKT

## ABSTRACT

Model plants are extensively used in biological studies, and their mechanical behaviour needs to be better understood, in relation to studies in mechanoperception for instance. We present here the first approach to derive experimentally the modal parameters of two of these plants, *Arabidopsis thaliana* and *Populus tremula* × *alba*. A classical sinusoidal sweep excitation is used, with a measurement of displacements based on LKT optical flow tracking, followed by a bi-orthogonal decomposition (BOD). This allows us to estimate several modal frequencies for each plant, as well as the corresponding spatial localizations of deformation. Analyzing the modal frequencies, we show that global and local modes correspond to distinct ranges of frequencies and depend differently on plant size. Possible phenotyping applications are then discussed.

© 2013 Académie des sciences. Published by Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

## 1. Introduction

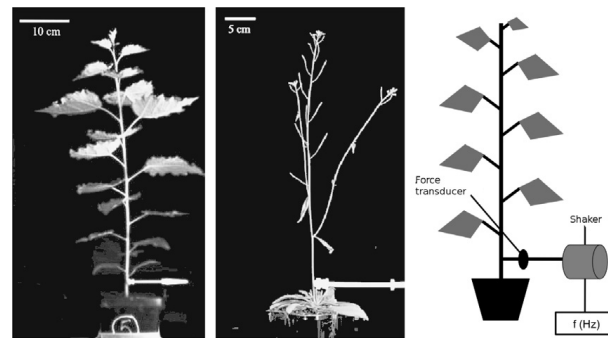
Plant biomechanics addresses issues related to a very large variety of organisms, from spores to trees, and takes both fundamental and applied points of view. In the development of plant biology, model plants play a key role as they allow to focus fundamental or applied studies on genomically sequenced organisms. Two of these model plants, *Arabidopsis thaliana* and *Populus tremula* × *alba* (referred to as At and Pt in the following) are often considered in fundamental biology studies where mechanical issues are involved [1]. Unfortunately, whereas these model plants are known in great detail in terms of genetics [2], little is known of their mechanical behaviour. To investigate issues such as the perception of deformation by plants (thigmomorphogenesis [3]) it becomes necessary to have a good view of how a plant deforms under external load. More precisely, vibrational characteristics such as modal frequencies are largely unknown, while the dynamic response to excitations such as wind is known to affect growth.

In parallel, the dynamics of other plant species such as trees or crops have been extensively studied, see for instance [4]. Generally only the first mode of vibration has been measured and modelled. This fundamental mode is known to carry a large part of the response to wind, but higher frequency modes have also been shown to play an important role in dissipation of motion [5]. This led recently to several experimental and theoretical studies on the multimodal dynamics of these multi-branched systems such as trees. One of the key recent results was that these higher modes are localized in

\* Corresponding author.

E-mail address: [emmanuel.de-langre@polytechnique.edu](mailto:emmanuel.de-langre@polytechnique.edu) (E. de Langre).





**Fig. 1.** Model plants and experimental set-up. Left: Young poplar *Populus tremula*  $\times$  *alba*, denoted Pt in the text. Centre: Floral stem of *Arabidopsis thaliana* denoted At in the text. Right: schematic view of the excitation by the shaker.

space [6], a living illustration of the general concept of localization of branched systems [7]. For crops, such as wheat or alfalfa, little is known outside their fundamental mode of vibrations [8,9].

At the growth stage where they are studied by biologists, model plants such as Pt or At do not have the same geometrical characteristics as fully grown trees which have up to eight orders of regular branching. They however display very contrasted shoot architecture with different level of mechanical heterogeneities: young Pt trees used as model plants are made of a straight stem with large leaves, with the apical part (referred to as “apex” in the following) being made of much more compliant and soft tissues (Fig. 1, left). In contrast, At plants, at the inflorescence stage, are generally composed of a few leaves close to the ground (with little possible deformations), but develop a branched floral stem (inflorescence) that is slender and subjected to deformation, see Fig. 1, centre. Note also that for biological studies, both At and Pt are usually grown in pots, with substrates (i.e. artificial soil) of weak cohesion.

Measuring the modal properties, such as frequencies and modal shapes, of such systems is a challenge. For large trees, standard modal methods of modal analysis have been used, such as excitation by pull and release or hammer impact, with accelerometers or strain gages, see [4]. Here, in small model plants, tissues are soft, organs are very light, and the mechanical experiments should not be destructive or too invasive. Using a shaking table must be avoided because of the softness of the soil. Moreover, because of the large variability in geometry among plants of a given species at a given age, only statistical results have some meaning. This implies that a large number of experiments is undertaken, and therefore that the method used has to be simple enough.

The aim of the present paper is to present a new approach to measure modal quantities in such systems, and to give a first interpretation of the results in terms of potential localization of the modes and frequencies. The further application of this technique will also be discussed.

## 2. Materials and methods

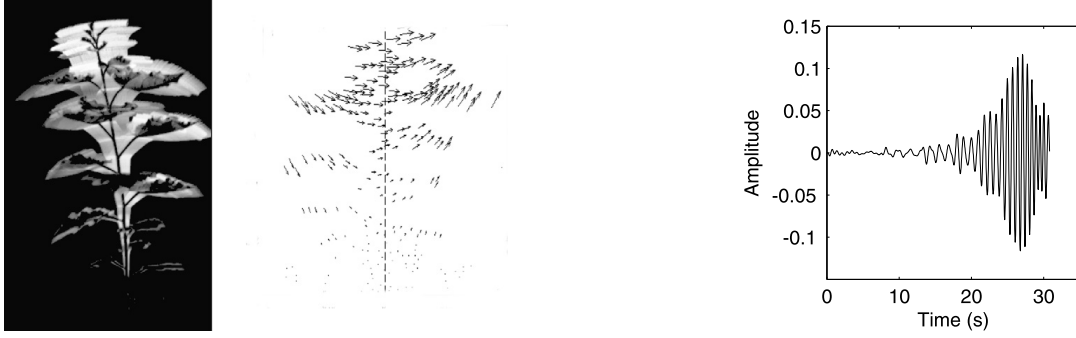
### 2.1. Plants

We consider two sets of plants, the young Poplar *Populus tremula*  $\times$  *alba* and *Arabidopsis thaliana* at the stage where it develops a floral stem. More precisely, hybrid polars (*P. alba*  $\times$  *tremula* clone INRA 717-1B4) were obtained by *in vitro* micropropagation and grown on nutrient solution [10]. These trees were grown in a greenhouse with controlled temperature and irrigated by subirrigation. The experiments are conducted on seven young unbranched poplars (Fig. 1, left) taken at different stages of growth with total heights between 18 cm and 100 cm. The *Arabidopsis thaliana* plants were grown in a greenhouse under a 16 h light/8 h dark regime at 21°C, 55% relative humidity (Fig. 1, centre). A set of 24 At plants was used. The height of the main stem varied from 10 cm to 25 cm. These two sets of plants are kept under standard thermal conditions during the vibration experiments, by using low-temperature LED lighting for the visual acquisition.

### 2.2. Excitation

The proposed method is based on a sinusoidal excitation, with a slow sweep in frequency. Each plant is excited by a shaker attached close to the base of the stem (Fig. 1, right). The shaker (PCB Piezotronics, K2007E01) is controlled by a low-frequency generator (AIM-TTI, model TG2000). For most tests on Pt, the applied load was measured by a force transducer (PCB Piezotronics, 288D01SN2715). Sweeps of 2 Hz, lasting 30 s, are used. The range of sweeps was chosen such that no more than one mode is found in a given sweep. As Pt and At have quite different masses and stiffness, the excitation has to be adapted in terms of frequency range: Pt plants were stimulated between 0 and 36 Hz (18 sweeps), and At ones between 0 and 24 Hz only (12 sweeps). The level of excitation, of the order of 0.1 N, was also adapted to have small amplitude of motion, yet measurable. As only linear modal characteristics are sought, the magnitude of the force does not affect the results.





**Fig. 2.** Left: Visualization of the oscillating motion using image superposition. Centre and right: Example of the result of a BOD decomposition. Dominant spatial structure, or chronos (center), and the corresponding temporal structure, or topos (right). The peak of the chronos corresponds to a resonance and allows the identification of the modal frequency.

### 2.3. Measurement of displacement

The motions of the plants are recorded with a high-speed camera (Vosskuhler HCC-1000BGE), using a high level of light with a LED system to avoid increasing the temperature of the plants. The frequency of capture is such that it is always more than five times the frequency of the excitation. A typical motion is illustrated in Fig. 2 by image superposition over a period. The movies corresponding to each sweep on a 2-Hz range are then processed to derive the displacement of material points during that sweep, using the Kineplant-CR toolbox in MATLAB (*The MathWorks*), detailed in [11], as follows. First, a set of about 200 materials points displaying high orthogonal gradients in grey-level intensity (“good features to track”) is automatically selected using the Tomasi–Kanade method [12]. To improve the selection of points, based on local gradients of color intensity, additional marks were added on the *At* plants. These points are tracked from image to image using a multi-scale implementation of the Lucas–Kanade algorithm [13]. This allows us to derive the displacement field evolution with time, denoted  $X(M, t)$ , where  $M$  denotes the current material point.

To extract the dominant features of the movement, we then use for each sweep the same decomposition method as in [9,11,14], based on Bi-Orthogonal Decomposition (BOD) [15], such that:

$$X(M, t) = \sum_k \alpha_k \Psi_k(M) \mu_k(t) \quad (1)$$

This unique decomposition yields a series of BOD modes, composed of a spatial part,  $\Psi_k(M)$ , called the *topos* and a temporal part,  $\mu_k(t)$ , called *chronos*. The amplitude coefficients  $\alpha_k$  give the relative contribution of each BOD mode to the measured motion during the whole sweep. Note that the *topos* that are extracted by the BOD decomposition out of the evolution of displacement during a given sweep are not the normal modes of vibration of the system. Yet, as detailed below, if a resonance occurs in the sweep, the motion will be dominated by the response of the resonating normal mode of vibration, and the *topos* will be a measure of the modal shape.

### 2.4. Identification of modes

The identification of modes in a given frequency sweep is based on the assumption that if a modal frequency exists in the swept range, the motion will be dominated by the resonant response on this particular mode. This assumes that dampings are not too large, and that the ranges of sweep can be made small enough so that there exists at the most one mode in a given range. The results from the bi-orthogonal decomposition allow us to quantify the dominance of one mode in the response: if one of the  $\alpha_k$  clearly dominates the others, we assume that a single mode is present, with a modal frequency in the intervals of the sweep, and a modal shape which is the corresponding *topos*  $\Psi_k(M)$ . The criterion used is that the  $\alpha_k$  is three times (respectively five times) larger than the next one in magnitude, for *At* and *Pt* respectively. Conversely, if no dominant spatiotemporal structure appears in the response, it can be stated that there is no mode in that range of frequency. Fig. 2 shows the dominant *topos* and *chronos* pair in a sweep from 0 to 2 Hz on a *Pt* plant.

To give a finer estimate of the modal frequency, better than the 2-hertz range of the sweep, the *chronos* is then analyzed. Because of the slow variation of frequency in the sweep, the variation with time of the amplitude of the *chronos* corresponds to the variation with frequency. A resonance peak is expected to exist at the modal frequency, with a shift of phase between the displacement function  $\mu_k(t)$  and the applied load measured by the transducer. When these features are clearly detected, as in Fig. 2, the modal frequency is set at that of the forcing at the time of the resonance. Otherwise the modal frequency is set at the mean value of the sweep range.

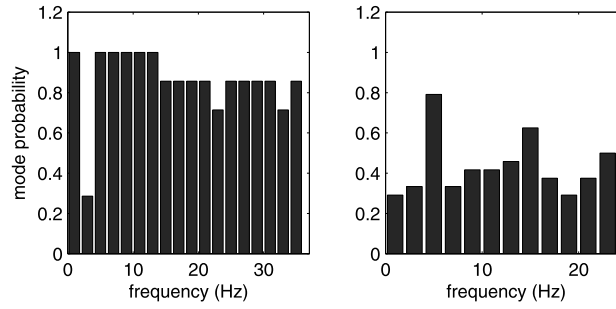


Fig. 3. Mode probability in the two plant populations for each range of sweep. Left: Pt. Right: At.

### 3. Results

#### 3.1. Modal densities

The existence of a resonant mode in a given sweep can be represented as a probability. This mode probability can be estimated by the systematic analysis of 18 sweeps for each one of the 7 Pt trees, and 12 sweeps for each one of the 24 At plants. A mode probability of 1 for a given sweep range means that all tested plants display a modal frequency in that range. Fig. 3 shows that for Pt, modes were found for all plants in almost all 2-Hz intervals, from 0 to 36 Hz. For At plants, only a few intervals contained modes for a majority of plants.

These high modal densities are consistent with the results of previous theoretical and experimental work on trees and other branched systems, see for instance [6,16,17], where such a density is usually associated with a localization of deformations in space.

#### 3.2. Global and local modes

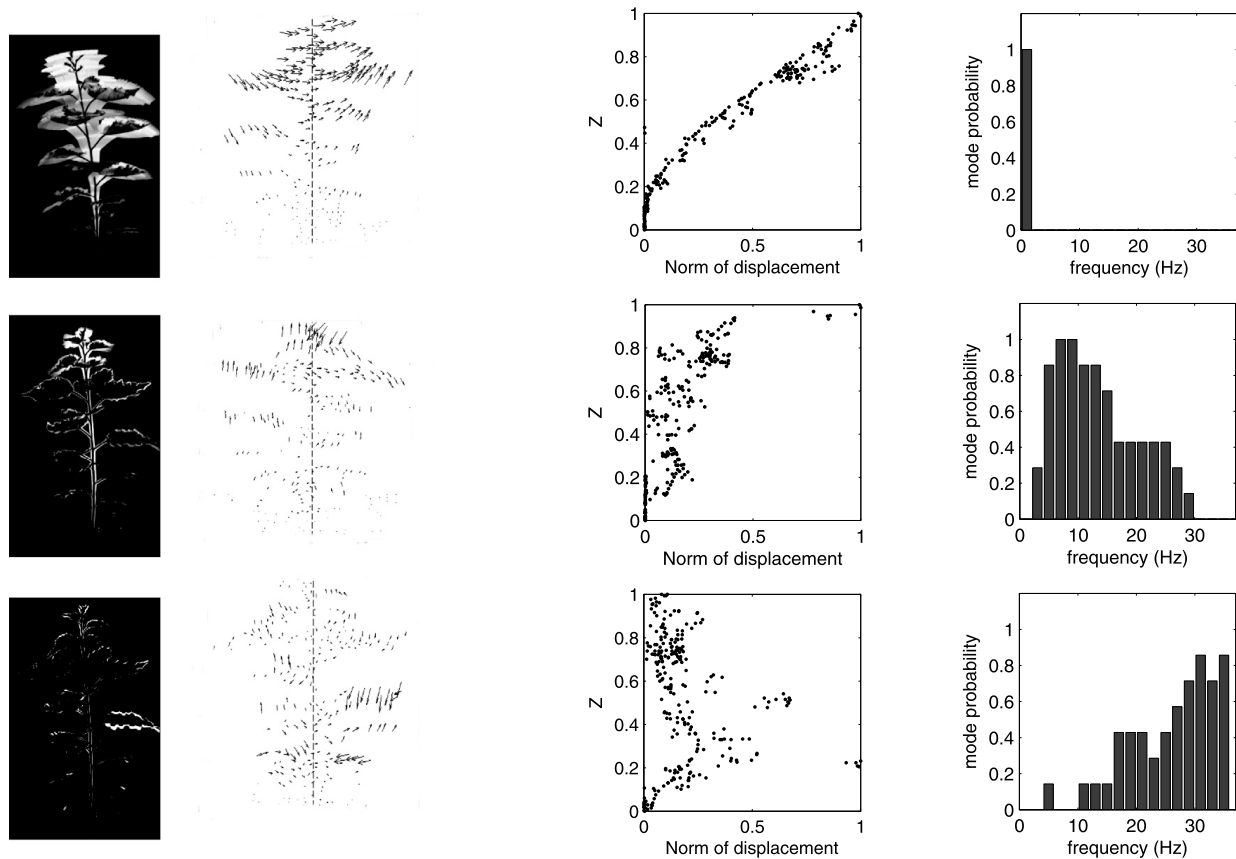
We now analyze the modal shapes  $\Phi_N(M)$  corresponding to the modal frequencies. They are estimated as the spatial functions of the dominant mode  $\Psi_1(M)$  of each interval, if there is one. A large variety of mode shapes is found, some involving deformation of the whole plant, and some of only part of the plant, as illustrated in Figs. 4 and 5. To quantify this spatial distribution of deformation in the plant, and access possible localization, we compute the norm of the displacement vector  $\Phi_N(M)$  at each point  $M$  as a function of the vertical coordinate of  $M$  (see examples in Figs. 4 and 5). A simple criterion may then be used to classify these modes, as follows. For both At and Pt plants, a mode is noted as *global* when more than 50% of points have a norm of the displacement larger than 33% of the maximum. This corresponds to modes involving essentially bending of the stem (in Pt) or of the main branches (in At)—see Figs. 4 and 5. Other modes are noted as *local* modes. For Pt, two types of these local modes are found. The first type involves only the tip of the tree, as illustrated in Fig. 4 (middle), and are referred to as apex modes. The second type have a localized deformation on individual leaves, Fig. 4 (bottom). For At plants, local modes involve the motion of small organs attached to the branches, called silica (Fig. 5).

The mode probability for each type of mode is also given in Figs. 4 and 5. Evidently, for Pt, there is a direct link between the spatial localization and the range of frequency. The global modes are only found at very low frequency, about 1 Hz. Frequencies of apex modes are in a separate, higher range, and those of leaf modes still higher. It is worth noting that this separation of frequencies is found by considering a set of seven Pt plants, covering a broad range of sizes and morphologies. For the At plants, the organization of frequencies is somewhat different, as can be seen from their mode probability: global and local modes span across the whole range of frequencies, with a slight bias towards lower frequencies for global modes.

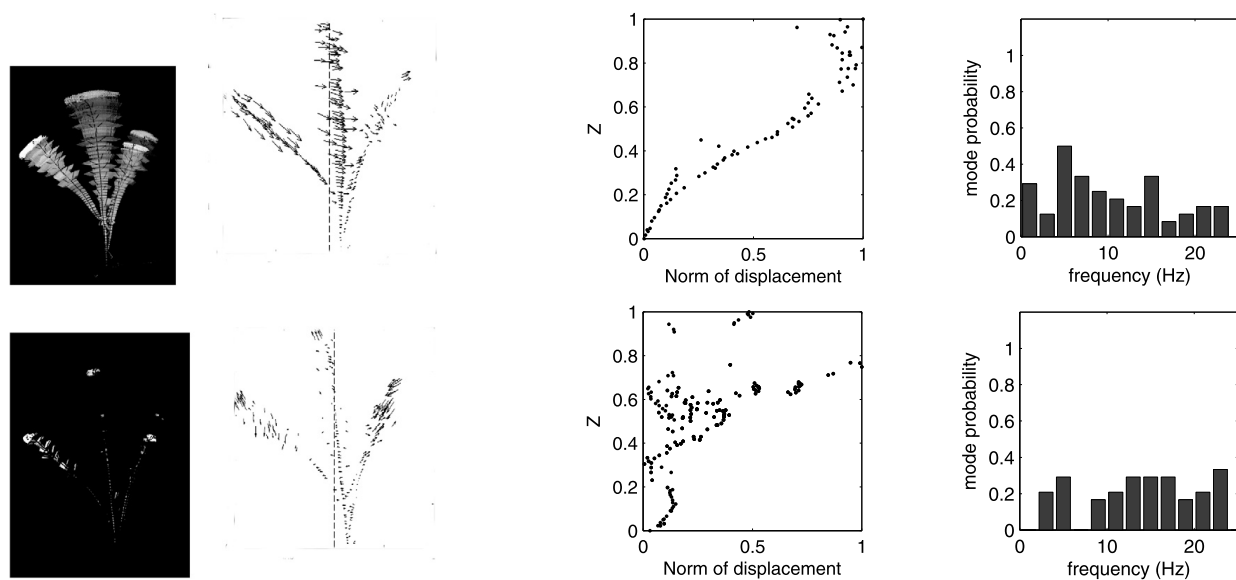
#### 3.3. Relation between modal frequency and plant size

The results presented above did not take into account the large variety of sizes of plants in the two sets. To evidence the role of this parameter, we compute, for a given plant, the mean value of the frequencies of modes of each category, as defined above. This mean frequency is shown as a function of the plant height in Fig. 6.

Here, the global and local modes differ statistically in their dependence on plant size. Fig. 6 shows that the global modes of At and Pt decrease with plant size (the  $R^2$  determination coefficient over a power law being of 0.91 for Pt and of 0.36 for At). However, the dependence with size is quantitatively very distinct: weaker in Pt than in At. These two variations fall between two theoretical dependence relationships that are shown on the same graph, based on the assumption that the frequency is essentially affected by geometrical effects [6]. For a beam of diameter  $D$  and length  $L$ , the frequencies of the bending modes of vibration vary as  $D/L^2$ . This can be generalized to non-uniform systems in bending, see [6], where  $D$  and  $L$  are the diameter and height scales, respectively. Therefore, a dependence in  $L^{-2}$  corresponds to plants that are homothetic in height only with identical diameters. Alternatively, a dependence of frequencies as  $L^{-1/2}$  is associated with plants where length and diameter are linked by the often described allometric law where  $D$  varies as  $L^{3/2}$  [6]. The two model plants we have considered here have a dependence of frequencies on size that fall between these two models, At being closer to the



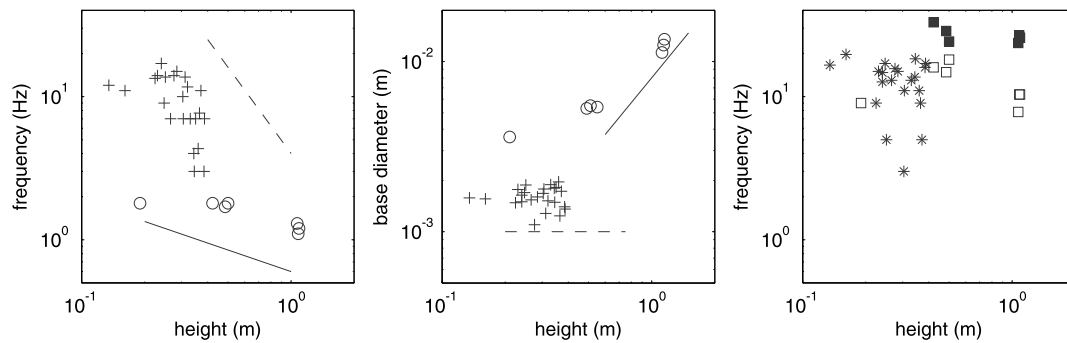
**Fig. 4.** Localization of modes and frequencies in Pt. From top to bottom: global stem modes, local apex modes, local leaf modes. From left to right: for a given mode type, visualization of a typical mode shape by superposition, modal displacement field and norm of the modal displacement along the normalized plant height, and mode probability of that type. The frequency of the modes shown to exemplify each type are respectively 1.7, 19 and 31 Hz.



**Fig. 5.** Localization of modes and frequencies in At, with the same presentation as in Fig. 4. The modal frequencies are here 3 and 15 Hz.

first and Pt to the second one. This is confirmed by plotting the base diameter of all plants as a function of their height (Fig. 6).

For local modes, the correlation with plant size are weaker, with  $R^2$  coefficients 4.2 to 2.8 times smaller than for the global modes in Pt (for apex and leaves respectively), and 6.6 times smaller in At (for silica). In fact, local systems such as the apex, or the set of leaves or fruits (silica), are rather similar from plants to plants, and their mechanical characteristics do not depend on the size of the plants. Local modes are therefore not expected to depend on the height of the plant.



**Fig. 6.** Effect of plant size on frequencies. Left: global modes of *At* (+) and *Pt* (o). The dashed and solid lines correspond respectively to the  $-2$  and  $-1/2$  slopes of common models, see text. Center: Height and base diameters of *At* (+) and *Pt* (o). The dashed and solid lines correspond respectively to the  $0$  and  $3/2$  slopes of the same models. Right: local modes in *At* (\*) and in *Pt* (□, apex modes and ■, leaf modes).

#### 4. Discussion and conclusion

We have shown that modes of small model plants may be measured, both in terms of frequency and mode shapes. It should be noted that we have only analyzed here the modal shapes in their projection on a plane orthogonal to the axis of view. However, tests with a rotation of the plant gave the same sets of modes, which means that all modes have a three-dimensional motion. To obtain the full modal shape in three dimensions, the same procedure can be done using a stereo acquisition and 3D reconstruction. Other modal quantities such as modal damping or modal stiffness are also measurable, but would require finer data on the transfer function.

Although the plants of a given species differed largely from one to another, due to natural variability, we obtained some relevant statistical information on how modes are localized in frequency and space. The most striking feature is that modes are indeed localized in these plants, although they are not well-defined branched systems. This localization of modes in organs such as leaves, apex or silica, is probably due to the large range of bending stiffness that exists in a given plant. For instance, an order of magnitude of variation exists between the stem and a petiole.

These results may now be used in two directions. First, we know now which part of the plant is deformed in a given frequency range. The localization of deformation gives a basis to look for mechanosensitive tissues in the plant. This raises the question of the perception of frequencies of deformation by plants. A second possible application is in the vast domain of phenotyping [18]: the modal characteristics of a system do depend on mass, stiffness, and geometry, and may therefore be used to assess the potential variation of these parameters with genetics. The method proposed in the present paper has many advantages, being non-destructive and easily rendered automatic.

#### Acknowledgements

The authors thank Pascal Hémon, from École polytechnique, for considerable help in the experiments, and Jean-Marie Frachisse and Tiffanie Giraut, from ISV, CNRS, Gif-sur-Yvette, for providing the *At* plants. This work has been supported by the grant AN5-09-BLAN-0245-01 from the Agence nationale de la recherche (ANR, project Senzo).

#### References

- [1] L. Martin, N. Leblanc-Fournier, J.-L. Julien, B. Moullia, C. Coutand, Acclimation kinetics of physiological and molecular responses of plants to multiple mechanical loadings, *J. Exp. Bot.* 61 (2010) 2403–2412.
- [2] Arabidopsis Genome Initiative, Analysis of the genome sequence of the flowering plant *arabidopsis thaliana*, *Nature* 408 (6814) (2000) 796.
- [3] M.J. Jaffe, Thigmomorphogenesis: the response of plant growth and development to mechanical stimulation, *Planta* 114 (1973) 143–157.
- [4] E. de Langre, Effects of wind on plants, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 23 (2008) 971–979.
- [5] B. Theckes, E. de Langre, X. Boutillon, Damping by branching: a bioinspiration from trees, *Bioinspir. & Biomim.* 6 (4) (2011) 046010.
- [6] M. Rodriguez, E. de Langre, B. Moullia, A scaling law for the effects of architecture and allometry on tree vibration modes suggests a biological tuning to modal compartmentalization, *Am. J. Bot.* 95 (2008) 1523–1537.
- [7] M. Filoche, S. Mayboroda, Universal mechanism for Anderson and weak localization, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 109 (37) (2012) 14761–14766.
- [8] T. Farquhar, J.Z. Wood, J. van Beem, The kinematics of wheat struck by a wind gust, *Trans. ASME, J. Appl. Mech.* 67 (2000) 496–502.
- [9] C. Py, E. de Langre, B. Moullia, A frequency lock-in mechanism in the interaction between wind and crop canopies, *J. Fluid Mech.* 568 (2006) 425–449.
- [10] J. Morizet, M. Mingreau, Effect of environment on water-uptake, as studied on beheaded exuding tomato. 1. Role of nutrients, *Ann. Agron.* 27 (1976) 183–205.
- [11] A. Barbacci, J. Diener, P. Hémon, B. Adam, N. Donès, L. Reveret, B. Moullia, A robust videogrametric method for the velocimetry of wind-induced motion in trees, *Agr. Forest. Meteorol.* 184 (2014) 220–229.
- [12] J. Shi, C. Tomasi, Good features to track, in: *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, IEEE, 1994, pp. 593–600.
- [13] J.-Y. Bouguet, Pyramidal implementation of the Lucas Kanade feature tracker: Description of the algorithm, Intel Corporation, Microprocessor Research Labs, 2001, p. 5.
- [14] C. Py, E. de Langre, B. Moullia, P. Hémon, Measurement of wind-induced motion of crop canopies from digital video images, *Agr. Forest. Meteorol.* 130 (2005) 223–236.

- [15] N. Aubry, R. Guyonnet, R. Lima, Spatiotemporal analysis of complex signals: theory and applications, *J. Stat. Phys.* 64 (3–4) (1991) 683–739.
- [16] M. Rodriguez, S. Ploquin, B. Moulia, E. de Langre, The multimodal dynamics of a walnut tree: Experiments and models, *J. Appl. Mech.* 79 (4) (2012) 4505.
- [17] A. Leung, Dynamic substructure method for elastic fractal structures, *Comput. Struct.* 89 (3) (2011) 302–315.
- [18] R.T. Furbank, M. Tester, Phenomics—technologies to relieve the phenotyping bottleneck, *Trends Plant Sci.* 16 (12) (2011) 635–644.



# Leaf flutter by torsional galloping: experiments and model

Loïc Tadrist<sup>a,b,1</sup>, Kévin Julio<sup>a</sup>, Marc Sautreanu<sup>b</sup>, Emmanuel de Langre<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*École Polytechnique, Laboratoire d'hydrodynamique, 91128 Palaiseau, France.*

<sup>b</sup>*INRA, Physique et Physiologie intégratives de l'arbre fruitier et forestier, 63100 Clermont-Ferrand, France.*

---

## Abstract

When wind blows on trees, leaves flutter. The induced motion is known to affect biological functions at the tree scale such as photosynthesis. This paper presents an experimental and theoretical study of the aeroelastic instability leading to leaf flutter. Experiments in a wind tunnel are conducted on ficus leaves (*Ficus Benjamina*) and artificial leaves. We show that stability and flutter domains are separated by a well defined limit depending on leaf orientation and wind speed. This limit is also theoretically predicted through a stability analysis of the leaf motion.

*Keywords:* Leaf, Flutter, Wind, Biomechanics, Aeroelastic instability

---

## 1. Introduction

Leaf motion of a tree is a common observation during a windy day. In fact, the Beaufort scale of wind intensity is based on the movement of leaves and branches: At Beaufort equal to 1, "leaves rustle", and then "leaves and twigs moves", "small branches sway", "whole tree is in motion" at Beaufort levels of 3, 5 and 7 respectively. The Beaufort scale catches that the total leaf motion is the result of the combination of the global motion of the branch and the local motion of the leaf with respect to the branch it belongs to. In the general framework of flow-induced vibrations (Blevins, 1977; Naudascher, 1991; Païdoussis et al., 2010), it may be stated that the local leaf motion may result from forcing by wind turbulence, from coupling with the wake of the leaf, or from flutter. The present paper focuses on flutter, which is known to cause large increases of vibration amplitudes in short ranges of flow velocity (Grace, 1978).

Leaf flutter not only influences human perception of wind but also degrades radar or WIFI transmissions (Narayanan et al., 1994; Meng and Lee, 2010) and gives uncertainty on remote measurements of foliage characteristics (Kimes, 1984). More importantly, leaf flutter has many consequences, often beneficial, on key plant biological functions. It may reduce insect herbivory (Yamazaki, 2011) and enhance heat exchange (Schuepp, 1972; Grace, 1978), gas exchange (Nikora, 2010) and photosynthesis (Roden and Pearcy, 1993; Roden, 2003).

The mechanics of plant dynamics under wind have been studied in many aspects, see the review by de Langre (2008). Most of the existing work focuses on overall tree sway (Mayer, 1987; Kerzenmacher and Gardiner, 1998; Sellier and Fourcaud, 2005; Rodriguez et al., 2012) or crop canopy motion (Py et al., 2005, 2006; Dupont et al., 2010). At the leaf scale, wind is known to affect the time-averaged position of the leaf, as well as its shape, a mechanism generically referred to as reconfiguration (Vogel, 1989; Gosselin et al., 2010; Tadrist et al., 2014). In terms of leaf oscillation, Roden (2003) modeled the aspen leaf flutter as a given periodic rotation, and the work of Niklas (1991) may let think that poplar leaf motion is probably a case of classical coupled mode flutter. Leaves of aquatic plants have also been studied (Miller et al., 2012; Puijalon et al., 2005), with similar conclusions. Yet, it has been pointed out by Pearcy (1990) and more recently Rascher and Nedbal (2006) that little is known about the mechanical processes resulting in leaf motion under wind.

---

<sup>1</sup>loic.tadrist@ladhyx.polytechnique.fr

The goal of the present investigation is to study and describe the mechanics of leaf flutter using both experimental and theoretical approaches. To do so, we explore the influence of wind velocity and leaf parameters, mechanical or geometrical, on the existence of leaf flutter.

In Section 2 we show that leaf flutter is actually torsional galloping, using ficus leaves (*Ficus Benjamina*) in a wind tunnel. In Section 3, using artificial leaves, we explore more systematically the effects of mechanical and geometrical parameters on the existence of flutter. With the help of standard concepts of aeroelasticity, a model is proposed in Section 4, and compared with the experiments. A discussion of mechanical and biological issues is given in Section 5.

|               |                                                                                      |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $l$           | Lamina length                                                                        |
| $w$           | Lamina width                                                                         |
| $A$           | Leaf area                                                                            |
| $p$           | Leaf perimeter                                                                       |
| $P$           | Palmentation index                                                                   |
| $\beta$       | Petiole insertion angle                                                              |
| $\Lambda$     | Center of gravity to petiole end distance                                            |
| $J$           | Moment of inertia in torsion                                                         |
| $f_0$         | Leaf torsional eigen frequency                                                       |
| $\omega_0$    | Leaf torsional eigen pulsation                                                       |
| $\xi$         | Leaf torsional damping                                                               |
| $M_f$         | Moment of the fluid on the leaf                                                      |
| $U$           | Wind velocity                                                                        |
| $\rho$        | Air density                                                                          |
| $C_M$         | Aerodynamic moment coefficient                                                       |
| $\psi$        | Wheel support rotation angle                                                         |
| $\delta$      | Angle between branch and petiole                                                     |
| $\phi$        | Angle between lamina normal vector and wind direction                                |
| $\theta$      | Angle of torsion of the lamina along its axis                                        |
| $\alpha$      | Angle between wind direction and lamina normal vector, in the lamina reference frame |
| $\gamma$      | Projection angle of moment                                                           |
| $\mathcal{M}$ | Mass number                                                                          |
| $U_r$         | Reduced velocity                                                                     |

Table 1: Nomenclature.

## 2. Experiments on real leaves

### 2.1. Evidence of torsional flutter

As a first step we test ficus leaves (*Ficus Benjamina*), such as illustrated in Fig. 1a. Leaves are taken from a tree using standard practices in plant biomechanics in order to preserve their mechanical properties. Individual leaves are inserted in a wind tunnel, as in Tadriss et al. (2014), and their bending and torsional deformation are measured optically, as a function of the wind velocity,  $U$ . Leaves are held by pliers and their inclination angle may be varied by a wheel, see Fig. 1b.

To illustrate the generic behavior of those leaves under wind, we show in Fig. 2a a typical evolution of the bending angle,  $\delta$ , and the torsion angle amplitude,  $\Delta\theta$ , with the wind velocity. The wind load on the lamina (the flat part of the leaf) results in bending of the petiole (the beam-like connection between the branch and the lamina). The static deformation corresponds to reconfiguration effects as aforementioned. Note that the wind-induced change of the bending angle is here close to  $\pi/2$ . Simultaneously, the torsion angle of the lamina along its main axis evolves as follows: for lower wind velocities, up to 4 m/s here, no motion is observed. Above this velocity the leaf flutters in torsion, with an amplitude that increases suddenly with  $U$ ,



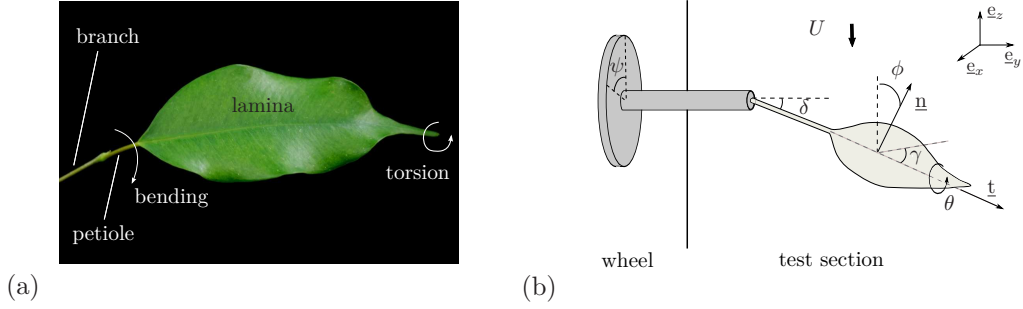


Figure 1: (a) Leaf components and motion. (b) Schematic view of the set-up and definition of angles used to define the position of the leaf.

reaching about  $\pi/4$  at  $5 \text{ m/s}$ . The flutter observed here, in pure torsion, will also be referred to as torsional galloping in the following, anticipating Section 4 where a model is proposed. For higher velocities, more complex motions are observed combining several degrees of freedom of the leaf dynamics.

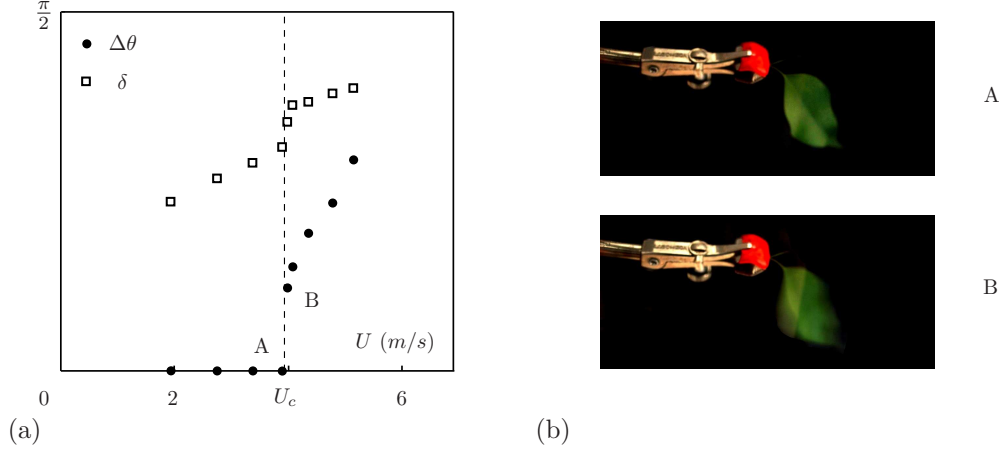


Figure 2: Deformation and flutter of a ficus leaf. (a) evolution of the bending angle,  $\delta$ , ( $\square$ ) and of the amplitude of torsional motion,  $\Delta\theta$ , ( $\bullet$ ) showing the onset of flutter,  $U_c$ . (b) View of the leaf below and above the onset of flutter, points A and B in (a).

## 2.2. Domain of torsional galloping

We focus now on the critical value of the wind velocity  $U_c$  that corresponds to the onset of torsional galloping,  $U_c = 4 \text{ m/s}$  in Fig. 2. Experimentally, for a given wind velocity,  $U$ , we vary the angle  $\psi$  of the clamped end, Fig. 1b, to explore the range of torsional galloping. An angle  $\psi = 0$  corresponds to the lamina being perpendicular to the flow velocity. The domain of flutter for a leaf is given in the  $(U, \psi)$  parameters space, Fig. 3a. The error bar in  $\psi$  corresponds to a small hysteresis effect observed when the sign of variation of  $\psi$  is changed. This small effect is discarded in the following. Fig. 3a shows that torsional flutter is observed for all angles between the leaf and the wind axis, except for  $\psi = 0$  and  $\pi$ , where the leaf is set perpendicular to the flow. For the sake of clarity, the same results are also presented in a common polar plot using  $(U, \psi)$  variables, see Fig. 3b. The asymmetry between upper and lower stability regions results from non-symmetric values of geometrical and mechanical parameters between the upper and the lower side of the leaf. To exemplify the effect of variability among leaves, the stability domain of another leaf from the same ficus tree is shown in Fig. 3c. A similar behavior is observed although the two leaves differ in many aspects (size, shape, mass, etc.), see Table 2.

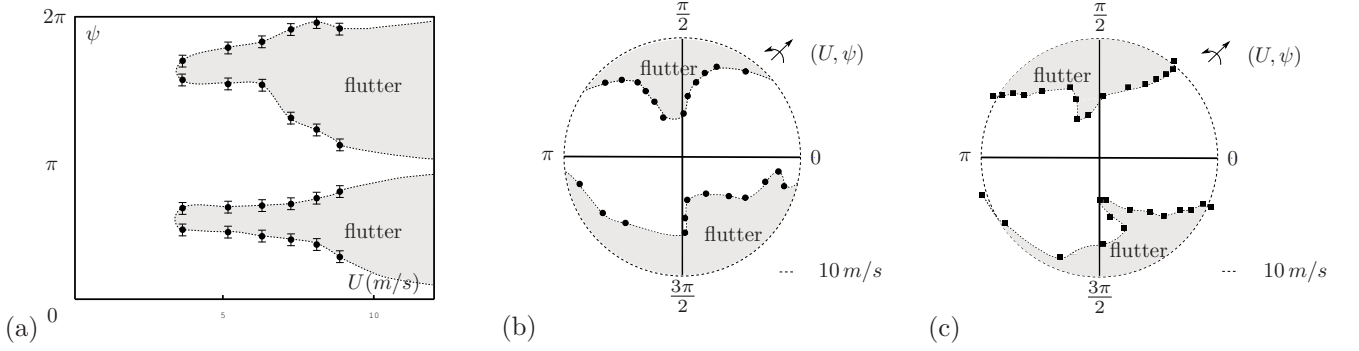


Figure 3: (a) Zone of flutter of the Ficus leaf 1 in the space of wind speed and inclination angle. At the border, the leaf starts to vibrate in torsion. (b) Same results, in polar coordinate  $(U, \psi)$  (c) Same test for Ficus leaf 2.

These experiments on real leaves show that the angle of inclination of the leaf towards the wind has a crucial impact on torsional galloping.

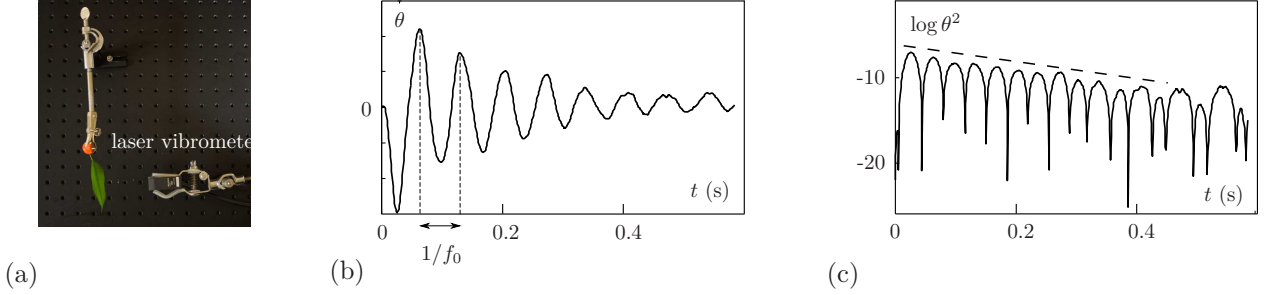


Figure 4: Torsion mode of a leaf. (a) experimental set-up. (b) and (c) time evolution of the torsion angle.

Considering that flutter occurs essentially in torsion along the leaf axis, the frequency and damping of the torsion mode in still air are measured. This is done on the leaves clamped as above but the torsion motion being now measured through a laser sensor (*micro epsilon ILD1300-20*). The leaf is excited manually and the free motion is recorded. The frequency,  $f_0$ , and damping coefficient,  $\xi$ , are derived using basic fitting technique (Bert, 1973). This procedure is illustrated in Fig. 4. The moment of inertia in torsion,  $J$ , is estimated through weighting of the leaf and using  $J = m w^2/12$  where  $m$  is the mass and  $w$  the width of the leaf. The results are given in Table 2 for the two ficus leaves.

We now turn to artificial leaves where geometrical and mechanical parameters can be controlled.

|                     | $A$<br>cm <sup>2</sup> | $w$<br>cm | $l$<br>cm | $\Lambda$<br>cm | $p$<br>cm | $\beta$<br>- | $\delta$<br>- | $J$<br>10 <sup>-7</sup> kg.m <sup>2</sup> | $f_0$<br>Hz | $\xi$<br>% | symbol |
|---------------------|------------------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|--------------|---------------|-------------------------------------------|-------------|------------|--------|
| Ficus Leaf 1        | 12.4                   | 2.8       | 7.1       | 3.6             | 19.6      | $\pi/6$      | 0             | 0.27                                      | 14.1        | 5.2        | ●      |
| Ficus Leaf 2        | 10.0                   | 3.2       | 7         | 3.6             | 20.4      | $\pi/6$      | 0             | 0.55                                      | 8.4         | 7.8        | ■      |
| Artificial Leaf (A) | 23.8                   | 5.5       | 5.5       | 2.8             | 17.3      | 0            | 0             | 4.7                                       | 12.3        | 1.7        | ○      |
| Artificial Leaf (B) | 23.8                   | 5.5       | 5.5       | 2.8             | 17.3      | $\pi/4$      | 0             | 4.7                                       | 4.01        | 2.7        | △      |
| Artificial Leaf (C) | 23.8                   | 5.5       | 5.5       | 2.8             | 17.3      | 0            | $\pi/3$       | 4.7                                       | 3.87        | 2.7        | ☆      |
| Artificial Leaf (D) | 16.3                   | 5         | 6.2       | 2.3             | 25        | 0            | 0             | 5.2                                       | 7.9         | 3.1        | □      |

Table 2: Numerical values of leaves parameters.

### 3. Experiments on artificial leaves

#### 3.1. Geometrical parameters

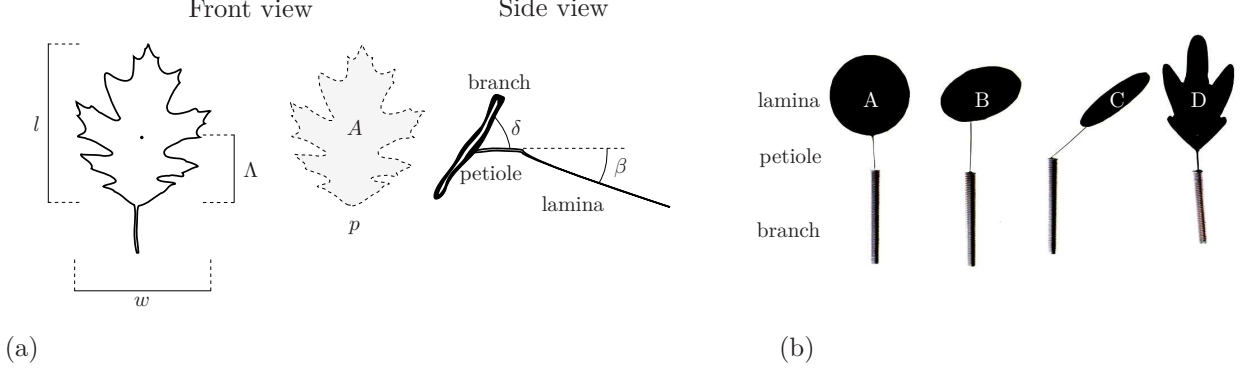


Figure 5: (a) Geometrical parameters used to describe the leaf. (b) Artificial leaves used in the experiment

We give in Fig. 5, the geometrical parameters used hereafter to discuss the geometry of a leaf in the following. First, the shape of the lamina is defined by five parameters: the area,  $A$ , the width and height,  $w$  and  $l$ , the distance from base to center of mass,  $\Lambda$ , and the perimeter,  $p$ . Two angles need also to be defined, that between the lamina and the petiole,  $\beta$ , and that of insertion between the petiole and the branch,  $\delta$ , Fig. 5. Typical values of these parameters are given in Table 2 for the ficus leaves used in the preceding section. We may define the following dimensionless parameters,  $A/wl$ ,  $w/l$ ,  $\Lambda/l$  and the palmation index  $P = 2\sqrt{\pi A}/p$  which scales the complexity of the shape of the leaf perimeter ( $P = 1$  for a circular shape).

Four different artificial leaves are now used, which allow to test the influence of these dimensionless parameters, Fig. 5b. Leaf A is a simple disk, with both angles  $\beta$  and  $\delta$  set to zero. Leaf B has the same shape but with an angle between lamina and petiole,  $\beta = \pi/4$  and  $\delta = 0$ . Conversely, in leaf C,  $\beta = 0$  and  $\delta = \pi/3$ . To define, leaf D, we rely on the data base LEAF (2010) which gives about 90 shapes of lamina of simple leaves from typical European forest tree species. Some of the shapes are illustrated in Fig. 6a. The four dimensionless parameters defined above are computed on all the species and displayed in terms of probability density functions, see Fig. 6b. This allows to define an *average* leaf which has a shape corresponding to the average values of all parameters. This average leaf is not uniquely defined; we give in Fig. 5b the shape used hereafter, named leaf D, which satisfies these conditions, namely  $A/wl = 0.54$ ,  $w/l = 0.61$ ,  $\Lambda/l = 0.43$  and  $P = 0.57$ . The dimensional and dimensionless geometrical parameters of all leaves are given in Tables 2 and 3 respectively.

|                     | $A/wl$  | $w/l$ | $\Lambda/l$ | $P$  | $\beta$ | $\delta$ | $\mathcal{M}$ | $\xi$ |
|---------------------|---------|-------|-------------|------|---------|----------|---------------|-------|
| Ficus leaf 1        | 0.62    | 0.39  | 0.50        | 0.63 | $\pi/6$ | 0        | 0.15          | 5.2   |
| Ficus leaf 2        | 0.43    | 0.45  | 0.51        | 0.55 | $\pi/6$ | 0        | 0.09          | 7.8   |
| Artificial leaf (A) | $\pi/4$ | 1     | 0.5         | 1    | 0       | 0        | 0.10          | 1.7   |
| Artificial leaf (B) | $\pi/4$ | 1     | 0.5         | 1    | $\pi/4$ | 0        | 0.10          | 2.7   |
| Artificial leaf (C) | $\pi/4$ | 1     | 0.5         | 1    | 0       | $\pi/3$  | 0.10          | 2.7   |
| Artificial leaf (D) | 0.53    | 0.61  | 0.43        | 0.57 | 0       | 0        | 0.05          | 3.1   |

Table 3: Dimensionless geometrical and mechanical parameters for the leaves used in the experiment

#### 3.2. Galloping of artificial leaves

The four lamina shapes (A,B,C,D), in rigid plastic, are mounted on flexible petioles made of piano wires. The mechanical parameters of these artificial leaves are obtained using the same procedure as for the ficus

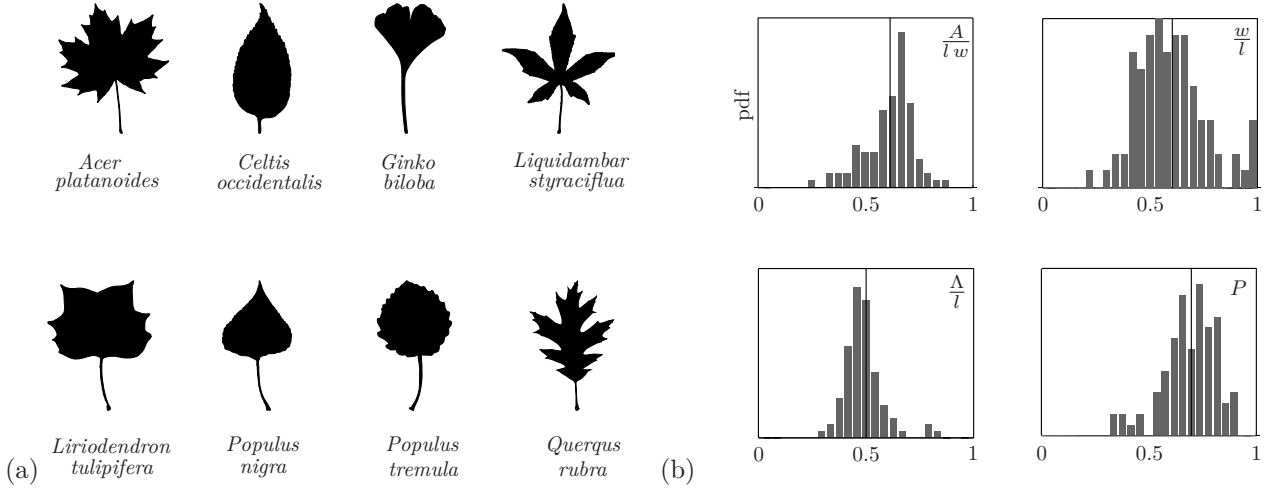


Figure 6: (a) Typical shapes of leaves from the data base LEAF (2010) (b) Probability density functions of the dimensionless geometrical parameters considering all species of the database. The average values satisfied by leaf D are shown by a vertical line.

leaves, see Section 2.2. The moment of inertia in torsion is computed with the actual shape of each leaf. The corresponding values of  $f_0$ ,  $\xi$  and  $J$  are given in Table 2. These artificial leaves are inserted in the wind tunnel and their behavior is explored, for increasing flow velocity, varying also the wheel angle  $\psi$ .

As for the ficus leaves, we observe a sudden transition to torsional flutter when the wind velocity is increased, strongly dependent on the orientation angle  $\psi$ . The flutter domain in  $(U, \psi)$  parameters of the four leaves are given in Fig. 7. Note that leaves A and D being up/down and right/left symmetric only one quadrant was explored. The shapes of the flutter domains are generally similar with some differences in leaves B and C. The magnitude of the flow velocity at the onset of flutter depends on the leaf parameters. Note that for leaf C, near  $\psi = \pi$ , a zone of flutter involving a completely different motion was observed. This seems to be due to a very high bending curvature of the petiole in that position.

These same experimental results are now rescaled using standard dimensionless parameters in aeroelasticity (Blevins, 1977; Larsen, 2002; Robertson et al., 2003; Païdoussis et al., 2010), namely the mass number  $\mathcal{M}$ , the reduced velocity  $U_R$  and the damping ratio  $\xi$ , combined in  $\mathcal{M}U_R/\xi$ . We define the former as,

$$\mathcal{M} = \frac{\rho A w^3}{8J} \quad \text{and} \quad U_R = \frac{U}{f_0 w}. \quad (1)$$

The values of  $\mathcal{M}$  and  $\xi$  for each leaf are found in Table 3. Fig. 7 shows the flutter boundary for all artificial leaves, in the  $(\mathcal{M}U_R/\xi, \psi)$  space. The behavior of all four artificial leaves seems qualitatively similar and much more dependent on  $\psi$  than all other geometrical parameters. This conclusion naturally leads to explore the possibility of a simple model of torsional galloping to account for the dynamics of leaves under wind.

## 4. Model for leaf flutter

### 4.1. Aeroelastic model

In the framework of a plane leaf lamina in a flow, several angles have to be defined to describe the flow loading. Using  $\underline{n}$ , the normal to the lamina, and  $\underline{t}$  the axis of rotation of the lamina, we define  $\phi = \langle \underline{n}, \underline{U} \rangle$  and  $\gamma = \langle \underline{n} \times \underline{U}, \underline{t} \rangle$ , see Fig. 1b. They depend on the other angles  $\beta$ ,  $\delta$  and  $\psi$  defined above by  $\cos \phi = \cos(\delta + \beta) \cos \psi$  and  $\cos \gamma = \sin \psi / \sin \phi$ .

Let  $M$  be the moment of the aerodynamic load on the  $\underline{t}$  axis. To model torsional flutter observed in the experiments we use the simplest linear quasi-steady approach of torsional galloping (Blevins, 1977; Larsen,

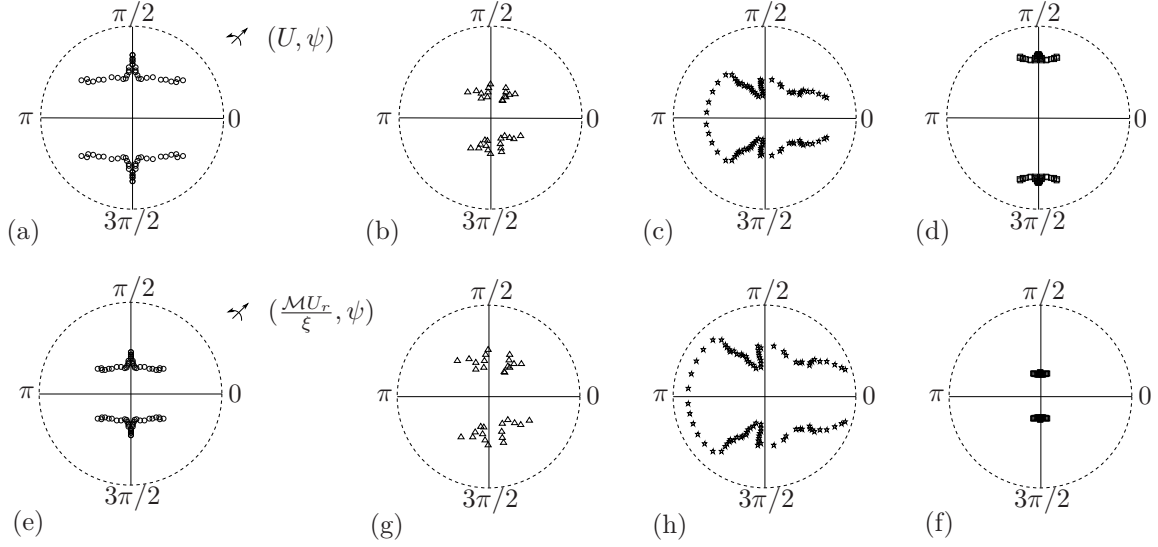


Figure 7: Limits of torsional flutter of leaves A, B, C and D. Labels (a) to (d) refers to a representation in  $(U, \psi)$  space and (e) to (h) to  $(\mathcal{M}U_r/\xi, \psi)$  space. The outer circles correspond to  $U = 15 \text{ m/s}$  and  $\mathcal{M}U_r/\xi = 80\pi$  respectively.

2002; Païdoussis et al., 2010; Fernandes and Armandei, 2014; Armandei and Fernandes, 2014) whereby the torsion moment depends on a reference angle of attack,  $\alpha$ , which itself depends on a reference relative velocity. Note that this approach is known to be unable to capture several aspects of torsional galloping, see the discussion in Païdoussis et al. (2010); we nevertheless use it here as a first approximation of the phenomenon. In the general geometrical case, taking into account all the angles above leads to rather complex equations: we give here the equations for the simple case  $\delta = 0$ ,  $\beta = 0$ , where  $\gamma = 0$  and  $\phi = \psi$ . The general case is given in the Appendix. In that simpler case, the variations of the moment of torsion, for a small variation of the angle  $\theta(t)$  may be approximated by

$$M = \frac{1}{4} \rho U^2 A w \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} \dot{\theta} \quad (2)$$

where  $C_M(\alpha)$  is the moment coefficient,  $\dot{\theta}$  is the time derivative of  $\theta$ , the area  $A$  and width  $w$  having been defined before. Note that stiffness terms, proportional to  $\theta$ , are not included in Eq.2 for the sake of clarity. The reference angle of attack is defined here by

$$\alpha = \psi + x \frac{w \dot{\theta}}{2U} \sin \psi \quad (3)$$

where  $x$  defines the position of the point where the solid velocity has been taken to define  $\alpha$  ( $x = 1$  is the leading edge and  $x = 0$  is the mid-chord). The dynamic stability of the torsion mode is classically derived comparing the flow damping to the internal damping in the equation of motion,

$$J\ddot{\theta} + 2J\xi\omega\dot{\theta} + J\omega^2\theta = M. \quad (4)$$

This reads, in dimensionless form,

$$\ddot{\theta} + \left( 2\xi - \frac{x}{2} \mathcal{M}U_R \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \sin \psi \right) \dot{\theta} + \theta = 0, \quad (5)$$

and torsion galloping is expected to occur when damping vanishes, or

$$U_R > \frac{4\pi\xi}{\mathcal{M}} \frac{1}{\sin \psi} \frac{1}{(x\partial C_M/\partial \alpha)} \quad \text{or equivalently} \quad \left( x \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \right) \frac{\mathcal{M}U_R}{\xi} \sin \psi > 4\pi. \quad (6)$$

In the most general case,  $\delta \neq 0$  and  $\beta \neq 0$ , elementary geometrical considerations actually lead to the same results, see the Appendix. The key elements of this type of model are the position of the reference velocity,  $x$ , and the moment coefficient  $C_M(\alpha)$  through the product  $x \partial C_M / \partial \alpha$ . Little is known on these two parameters for the complex shapes of leaves or even for the disk used here.

#### 4.2. Comparison with experiments

If we assume that  $x$  and  $\partial C_M / \partial \alpha$  do not vary much with the angle of incidence, then so does the product, and the flutter condition, Eq. 6 reads

$$\frac{\mathcal{M} U_R}{\xi} \sin \psi > C \quad (7)$$

where  $C = 4\pi / (x \partial C_M / \partial \alpha)$  is a constant. In polar representation, in the  $(\mathcal{M} U_R / \xi, \psi)$  space, the flutter domain is thus bounded by two straight horizontal lines. By fitting such horizontal lines on the experimental data, Fig. 8, we have  $C = 20\pi$ , corresponding to  $x \partial C_M / \partial \alpha = 0.2$ . This value is compatible with values for thin rectangular plates with  $x$  in the range  $0.5 - 1$ , (Païdoussis et al., 2010) and  $\partial C_M / \partial \alpha = 0.1$ , (Wick, 1954), leading to  $x \partial C_M / \partial \alpha = 0.05 - 0.1$ .

The model does not capture the slightly increased stability observed in the experiments on artificial leaves, close to  $\psi = \pi/2$  or  $3\pi/2$ , when the flow is tangential to the leaf. This is expected as the sign of  $\partial C_M / \partial \alpha$  does actually change there, a feature not taken into account in our model.

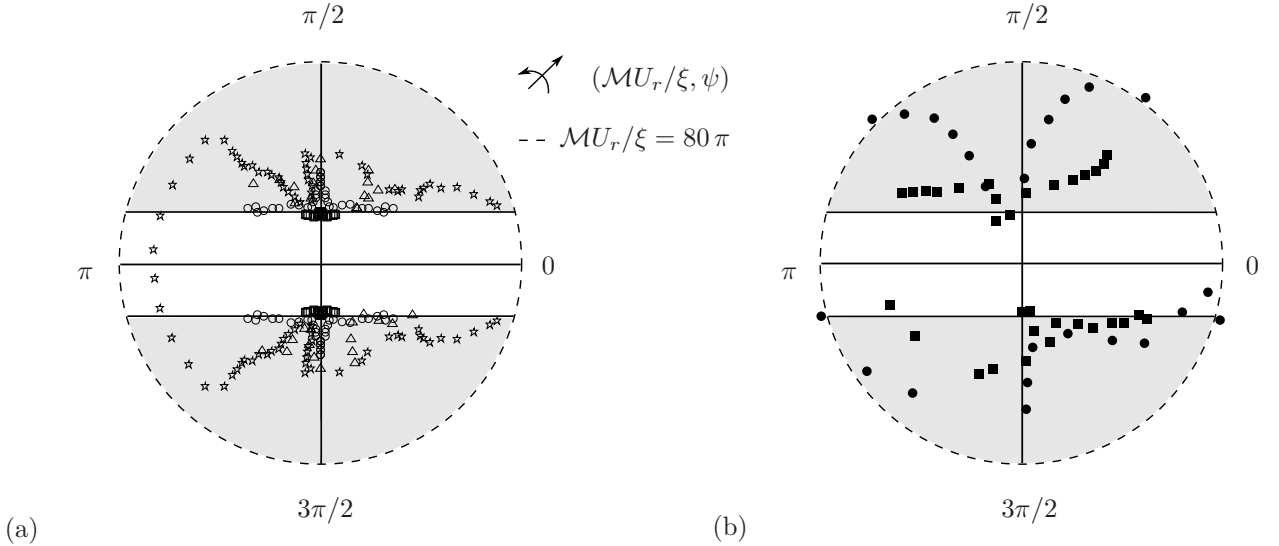


Figure 8: Limits of torsional galloping predicted by the model and comparison with experimental data (a) for artificial leaves A, B, C and D and (b) for ficus leaves 1 and 2. The shaded area correspond to flutter according to the model.

## 5. Discussion

As emphasized in the previous sections, the geometrical and mechanical parameters of leaves are immensely varied among species, and even among the leaves of a single tree, see Fig. 6. Moreover, wind does change some of these parameters, the static bending and torsion of the petiole changing the angles and the effective torsion rigidity of the petiole and thereby the torsion frequency and mode shape. In fact, the criterion given in Eq.7, expressed in terms of dimensional quantities reads,

$$\frac{\rho}{m/A} \frac{U}{f_0 \xi} \sin \psi > \frac{40\pi}{3} \quad (8)$$

This shows that the angles  $\delta$  and  $\beta$  may change by elastic deformation without direct influence on the limit of flutter. The indirect effect of deformation of the petiole on the frequency  $f_0$  will just shift the critical velocity. Moreover only the mass per unit area ( $m/A$ ) counts in Eq.8, a quantity fairly independent of the size of the leaf lamina, at least in a given tree. Hence the size of the lamina only influences the critical velocity through the frequency,  $f_0$ , which depends on the total leaf mass. The palmation index of the leaf,  $P$ , and even its flatness seem not to influence the onset of torsional flutter as it can be seen from the behavior of leaf D or of the real leaves, when compared to the circular plane artificial leaves, see Fig. 8. Therefore, torsional galloping as described here seems a rather robust mechanism in terms of its dependency on geometrical and mechanical parameters.

In the experiments and the model, we have only considered the onset of flutter. Actually, we have observed that at higher velocities (20% higher than the critical velocity, 5 m/s for ficus leaves), complex motions of leaves arise, involving bending and torsion of extremely large amplitudes and irregular temporal evolution. These large motions do exist in nature, but the major transition is between no motion and torsional flutter, as most of the time a leaf experiences low wind velocities.

A case of pure translational galloping, near  $\psi = 0$ , have been observed for artificial leaves when the torsion mode was artificially canceled by a strong anisotropy of the petiole. Coupled mode flutter involving torsion and bending modes, as expected from Niklas (1991), was never observed here, probably because the frequencies in torsion and bending differed significantly.

We may now discuss the potential use of these results in predicting the behavior of the whole foliage under wind. First, we may combine the criterion of Eq.7 with the models of distribution of orientation of leaves in a tree (Tadrist et al., 2014). Assuming that all leaves are identical except for their orientation, we may predict numerically the proportion of the total leaf population that flutters at a given flow velocity, a quantity of interest for photosynthesis (Percy, 1990; Rascher and Nedbal, 2006). Using the distribution of leaf orientation of an idealized tree (figure 7 in Tadrist et al. (2014)) the proportion of leaves that flutter is found to shift from 0 to 0.9 in a short range of velocities,  $U/U_c = 1$  to 1.5, where  $U_c$  is the velocity where the first leaf flutters. This shows that foliage flutter is expected to appear as a sudden global phenomenon. The present approach may also be used to predict more complex quantities such as amplitudes and frequencies of flutter, which govern the ejection of rain drops or pesticides from the foliage (Carlson et al., 1976). Furthermore, the full motion of the foliage may be modeled by combining the deformation of the branched tree structure (Rodriguez et al., 2008) in response to the wind turbulence, and the present model of leaf flutter. As stated in the Beaufort scale mentioned at the beginning of the paper, we expect that as wind increases, leaves, twigs, small branches and then large branches are successively set into motion.

## Acknowledgment

The authors gratefully acknowledge fruitful discussions with Bruno Moulia, Sara Puijalón, Xavier Amadolese and Pascal Hémon. They also thank Pascal Hémon for precious help building the experiment.

## Appendix A.

### Geometrical relations between angles

The mid-chord direction of the leaf,  $\underline{t}$ , and normal vector,  $\underline{n}$ , read,

$$\underline{t} = \begin{pmatrix} -\sin \psi \sin(\delta + \beta) \\ \cos(\delta + \beta) \\ -\cos \psi \sin(\delta + \beta) \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \underline{n} = \begin{pmatrix} \sin \psi \cos(\delta + \beta) \\ \sin(\delta + \beta) \\ \cos \psi \cos(\delta + \beta) \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

We define the vector  $\underline{q}$  as the normalized cross product of  $\underline{n}$  and  $\underline{e}_z$ ,

$$\underline{q} = \frac{1}{\sin \phi} \underline{e}_z \times \underline{n} = \frac{1}{\sin \phi} \begin{pmatrix} -\sin(\delta + \beta) \\ \sin \psi \cos(\delta + \beta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Then by defining  $\cos \phi = \underline{n} \cdot \underline{e}_z$  and  $\cos \gamma = \underline{q} \cdot \underline{t}$ , we have

$$\cos \phi = \cos \psi \cos(\delta + \beta) \quad \text{and} \quad \cos \gamma = \frac{\sin \psi}{\sin \phi}. \quad (\text{A.3})$$

### Derivation of the reference angle of incidence $\alpha$

In the leaf reference frame,  $\underline{V} = \underline{U} + x w \dot{\theta} \underline{n}/2$ . Using Eq.A.1 and Eq.A.3, we obtain, at the first order in  $w \dot{\theta}/U$

$$\frac{-\underline{V} \cdot \underline{n}}{|\underline{V}|} = \frac{(U \cos \psi \cos(\delta + \beta) - x w \dot{\theta}/2)}{\sqrt{U^2 - U x w \dot{\theta} \cos \psi \cos(\delta + \beta)}} \quad (\text{A.4})$$

$$\approx \frac{(U \cos \psi \cos(\delta + \beta) - x w \dot{\theta}/2)}{U(1 - x w \dot{\theta}/u \cos \psi \cos(\delta + \beta)/2)} \quad (\text{A.5})$$

$$\approx \cos \psi \cos(\delta + \beta) + \frac{x w \dot{\theta}}{2U} (\cos^2 \psi \cos^2(\delta + \beta) - 1). \quad (\text{A.6})$$

By using the definition,  $\alpha = \arccos(-\underline{V} \cdot \underline{n}/|\underline{V}|)$ , we have

$$\alpha \approx \arccos(\cos \psi \cos(\delta + \beta)) + \frac{x w \dot{\theta}}{2U} \sqrt{1 - \cos^2 \psi \cos^2(\delta + \beta)} = \phi + \frac{x w \dot{\theta}}{2U} \sin \phi \quad (\text{A.7})$$

In the simplified case,  $\beta = 0$  and  $\delta = 0$  leads to  $\phi = \psi$  and thus,

$$\alpha \approx \psi + \frac{x w \dot{\theta}}{2U} \sin \psi \quad (\text{A.8})$$

### General model with $\beta \neq 0$ and $\delta \neq 0$

In that case, the coefficient of fluid moment is changed by a factor  $\cos \gamma$  due to the angle between the torsion axis and the incidence of fluid on the plate,

$$M = \frac{1}{4} \rho U^2 A w \frac{\partial C_M \cos \gamma}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{\theta}}. \quad (\text{A.9})$$

Using the full expression of  $\alpha$ , Eq.A.7, one can express the limit for torsional galloping,

$$x \frac{\mathcal{M} U_R}{\xi} \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \cos \gamma \sin \phi > 4\pi. \quad (\text{A.10})$$

Eventually, with Eq. A.3, the final result is strictly the same as in the simplified case

$$x \frac{\mathcal{M} U_R}{\xi} \frac{\partial C_M}{\partial \alpha} \sin \psi > 4\pi. \quad (\text{A.11})$$

### References

- Armandei, M., Fernandes, A., 2014. Torsional instability of an elastic flat plate due to hydrodynamic loads. *Journal of Mechanics*, 1–8.
- Bert, C.W., 1973. Material damping: An introductory review of mathematic measures and experimental technique. *Journal of Sound and Vibration* 29, 129–153.
- Blevins, R.D., 1977. Flow-induced vibration. volume 1. New York, Van Nostrand Reinhold Co.
- Carlson, R.W., Bazzaz, F.A., Stukel, J.J., Wedding, J.B., 1976. Physiological effects, wind reentrainment, and rainwash of lead aerosol particulate deposited on plant leaves. *Environmental Science & Technology* 10, 1139–1142.



- Dupont, S., Gosselin, F., Py, C., de Langre, E., Hemon, P., Brunet, Y., 2010. Modelling waving crops using large-eddy simulation: comparison with experiments and a linear stability analysis. *Journal of Fluid Mechanics* 652, 5–44.
- Fernandes, A.C., Armandei, M., 2014. Phenomenological model for torsional galloping of an elastic flat plate due to hydrodynamic loads. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B* 26, 57–65.
- Gosselin, F., de Langre, E., Machado-Almeida, B.A., 2010. Drag reduction of flexible plates by reconfiguration. *Journal of Fluid Mechanics* 650, 319–341.
- Grace, J., 1978. The turbulent boundary layer over a flapping populus leaf. *Plant, Cell & Environment* 1, 35–38.
- Kerzenmacher, T., Gardiner, B., 1998. A mathematical model to describe the dynamic response of a spruce tree to the wind. *Trees* 12, 385–394.
- Kimes, D., 1984. Modeling the directional reflectance from complete homogeneous vegetation canopies with various leaf-orientation distributions. *Journal of Optical Society of America A* 1, 725–737.
- de Langre, E., 2008. Effects of wind on plants. *Annual Review of Fluid Mechanics* 40, 141–168.
- Larsen, A., 2002. Torsion galloping of elongated bluff cross sections. ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition 1, 403–409.
- LEAF, 2010. Tree Leaf Database. Inst. of Information Theory and Automation ASCR, Prague, Czech Republic. [http : //zoi.utia.cas.cz/tree.leaves](http://zoi.utia.cas.cz/tree.leaves).
- Mayer, H., 1987. Wind-induced tree sways. *Trees* 1, 195–206.
- Meng, Y.S., Lee, Y.H., 2010. Investigations of foliage effect on modern wireless communication systems: A review. *Progress In Electromagnetics Research* 105, 313–332.
- Miller, L.A., Santhanakrishnan, A., Jones, S., Hamlet, C., Mertens, K., Zhu, L., 2012. Reconfiguration and the reduction of vortex-induced vibrations in broad leaves. *The Journal of Experimental Biology* 215, 2716–2727.
- Narayanan, R., Doerr, D., Rundquist, D., 1994. Power spectrum of wind-influenced vegetation backscatter at x-band. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation* 141, 125–131.
- Naudascher, E., 1991. IAHR Hydraulic Structures Design Manual: Hydraulic Design Considerations. Hydrodynamic Forces. Balkema.
- Niklas, K.J., 1991. The elastic moduli and mechanics of populus tremuloides (salicaceae) petioles in bending and torsion. *American Journal of Botany* 78, 989–996.
- Nikora, V., 2010. Hydrodynamics of aquatic ecosystems: an interface between ecology, biomechanics and environmental fluid mechanics. *River Research and Applications* 26, 367–384.
- Païdoussis, M.P., Price, S.J., de Langre, E., 2010. Fluid-Structure Interactions: Cross-Flow-Induced Instabilities. Cambridge University Press.
- Pearcy, R.W., 1990. Sunflecks and photosynthesis in plant canopies. *Annual Review of Plant Biology* 41, 421–453.
- Puijalon, S., Bornette, G., Sagnes, P., 2005. Adaptations to increasing hydraulic stress: morphology, hydrodynamics and fitness of two higher aquatic plant species. *Journal of Experimental Botany* 56, 777–786.
- Py, C., de Langre, E., Moulia, B., 2006. A frequency lock-in mechanism in the interaction between wind and crop canopies. *Journal of Fluid Mechanics* 568, 4–1.
- Py, C., de Langre, E., Moulia, B., Hémon, P., 2005. Measurement of wind-induced motion of crop canopies from digital video images. *Agricultural and forest meteorology* 130, 223–236.
- Rascher, U., Nedbal, L., 2006. Dynamics of photosynthesis in fluctuating light. *Current Opinion in Plant Biology* 9, 671–678.
- Robertson, I., Li, L., Sherwin, S., Bearman, P., 2003. A numerical study of rotational and transverse galloping rectangular bodies. *Journal of Fluids and Structures* 17, 681–699.
- Roden, J.S., 2003. Modeling the light interception and carbon gain of individual fluttering aspen (populus tremuloides michx) leaves. *Trees-Structure and Function* 17, 117–126.
- Roden, J.S., Pearcy, R.W., 1993. Effect of leaf flutter on the light environment of poplars. *Oecologia* 93, 201–207.
- Rodriguez, M., de Langre, E., Moulia, B., 2008. A scaling law for the effects of architecture and allometry on tree vibration modes suggests a biological tuning to modal compartmentalization. *American Journal of Botany* 95, 1523–1537.
- Rodriguez, M., Ploquin, S., Moulia, B., de Langre, E., 2012. The multimodal dynamics of a walnut tree: Experiments and models. *Journal of Applied Mechanics* 79, 4505.
- Schuepp, P., 1972. Studies of forced-convection heat and mass transfer of fluttering realistic leaf models. *Boundary-Layer Meteorology* 2, 263–274.
- Sellier, D., Fourcaud, T., 2005. A mechanical analysis of the relationship between free oscillations of pinus pinaster ait. saplings and their aerial architecture. *Journal of Experimental Botany* 56, 1563–1573.
- Tadrist, L., Saudreau, M., de Langre, E., 2014. Wind and gravity mechanical effects on leaf inclination angles. *Journal of Theoretical Biology* 341, 9–16.
- Vogel, S., 1989. Drag and reconfiguration of broad leaves in high winds. *Journal of Experimental Botany* 40, 941–948.
- Wick, B.H., 1954. Study of the subsonic forces and moments on an inclined plate of infinite span. Technical Report. Ames Aeronautical Laboratory.
- Yamazaki, K., 2011. Gone with the wind: trembling leaves may deter herbivory. *Biological Journal of the Linnean Society* 104, 738–747.





## Résumé

Un souffle de vent et les feuilles d'arbre bougent déjà. C'est d'ailleurs le mouvement des feuilles d'arbres qui permet de définir les niveaux de l'échelle de Beaufort terrestre. Le mouvement des feuilles dans le vent est le résultat d'une interaction fluide-structure entre le vent et l'arbre. L'effet du vent sur l'arbre est d'une part statique, les feuilles se reconfigurent, changent d'orientation et se mettent en paquet et d'autre part dynamique, le vent fait bouger le feuillage.

Ces effets mécaniques sont explorés à l'échelle de la feuille, mettant en évidence l'effet du nombre de Cauchy, qui compare les efforts aérodynamiques à la rigidité des feuilles, sur la reconfiguration statique, et de la vitesse réduite, qui compare le temps solide par rapport au temps fluide, pour les effets dynamiques du flottement des feuilles. Ces résultats sur la feuille individuelle sont étendus au feuillage. Enfin les modèles de mouvement de feuillage sont utilisés pour calculer des variables biologiques globales comme l'interception lumineuse par un arbre en vent ou bien perceptives en quantifiant le mouvement dynamique du feuillage.

**Mots clés :** *Feuille, Biomécanique, Interaction Fluide/Structure, Instabilité Aéroélastique, Multi-échelle, Interception Lumineuse.*

## Abstract

A wind gust and the leaves already move. On land, the Beaufort scale is defined through the observation of foliage motion. The leaves motion in wind is the result of fluid-structure interaction between the tree and wind. The effect of wind on the tree is on the one hand static, the leaves reconfigure, change their orientation, and gather themselves, and on the other hand dynamic, when leaves and branches move.

Those mechanical effects are explored at the leaf scale, highlighting the effect of the Cauchy number, which scales the aerodynamic efforts and the leaf rigidity, onto the static reconfiguration of leaves, and the effect of reduced velocity, which compares the solid time and the fluid time, onto the trigger of leaf flutter. These results at the leaf scale are broadenned to the whole foliage. Eventually, the models of foliage movement are used to compute global biological traits such as light interception or perceptive effects such as the dynamic motion of the foliage.

**Key words :** *Leaf, Biomechanics, Fluid/Structure Interaction (FSI), Aeroelastic Instability, Multi-scale, Light Interception.*