HAL
archives-ouvertes.fr

# Les surprises de la montée capillaire

Joachim Delannoy

## To cite this version:

Joachim Delannoy. Les surprises de la montée capillaire. Matière Molle [cond-mat.soft]. Sorbonne Université, 2019. Français. NNT : 2019SORUS484 . tel-02867154v2

**HAL Id: tel-02867154**

**https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02867154v2**

Submitted on 31 Aug 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT
# DE SORBONNE UNIVERSITÉ

**Spécialité : Physique des liquides**

**École doctorale n° 564 : Physique en Île-de-France**

**réalisée au laboratoire de**

**Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes**

**sous la direction de David QUÉRÉ**

**présentée par**


# Joachim DELANNOY


**pour obtenir le grade de :**

**DOCTEUR DE SORBONNE UNIVERSITÉ**

**Sujet de la thèse :**

# Les surprises de la montée capillaire

**soutenue le 20 septembre 2019**

**devant le jury composé de :**

| | | |
|---|---|---|
| M. | Dominic VELLA | Rapporteur |
| M. | Benjamin DOLLET | Rapporteur |
| Mme | Emmanuelle RIO | Examinatrice |
| M. | Thierry LENGAGNE | Examinateur |
| M. | Pierre-Yves LAGRÉE | Examinateur |
| M. | Christophe CLANET | Codirecteur de thèse |
| M. | David QUÉRÉ | Directeur de thèse |

# Merci !!

Trois ans, c'est long. C'est long et ça laisse le temps de rencontrer plein de gens formidables que je voudrais remercier avant tout. C'est assez difficile d'exprimer en quelques lignes combien j'ai été bien entouré au cours de cette thèse. J'essayerai donc de faire de mon mieux dans les prochains paragraphes, en espérant n'oublier personne.

Je remercie d'abord les membres du jury, Benjamin Dollet, Dominic Vella, Pierre-Yves Lagrée, Emmanuelle Rio et Thierry Lengagne pour avoir accepté d'évaluer mon travail. Merci Benjamin pour tes encouragements et tes commentaires sur mon rapport, merci Dominic d'avoir accepté cette relecture en français (et d'y avoir corrigé quelques coquilles). Merci Pierre-Yves pour avoir honorablement présidé ce jury et merci Emmanuelle d'avoir pris le temps de lire le manuscrit en entier même après le retrait de ton titre de rappotrice par l'école doctorale. Enfin, merci Thierry pour ton accueil en région lyonnaise sans lequel le projet sur les colibris n'aurait jamais vu le jour et pour avoir accepté d'examiner une thèse un peu éloignée de tes préoccupations habituelles, tes questions ont apporté un côté inattendu très agréable pour le public et pour moi !

Ma première journée de thèse, qui s'est terminée par une soirée pizza après un petit voyage à vélo de l'ESPCI au LadHyX, m'as permis de découvrir assez rapidement les (nombreux) visages de l'équipe. De l'autre coté du périph', le préfa du LadHyX était déjà bien plein. Tim, merci pour ton aide toujours précieuse et tes passages de soutien (pour le japonais ou les microscopes) à l'IPGG, Éline, Romain et Jean-Philippe, c'était toujours un plaisir de vous retrouver dans les plaines palaisiennes. En face du préfa on tombe facilement sur Camille, toujours accueillante et pleine d'histoires de montagnes et Caro (j'attends toujours l'invitation pour aller au LadHyX à vélo) à fond dans des projets plus ou moins farfelus qui partage sans compter son dynamisme. À peu près au même moment que moi, sont aussi arrivés Pierre Cointreau que je félicite pour sa persévérance vis à vis des grandes discussions sociétales et Thibault qui rapproche le LadHyX de la montagne. Tom et Juju, même si on n'a eu que peu de temps pour se croiser, c'était très chouette de partager votre mobile home à Copenhague. Vous faites un très beau duo d'expérimentateurs "fous" et ça fait plaisir de voir que la relève du LadHyX est au top niveau :). Amby, c'était trop cool de t'avoir comme co-thésarde, merci pour tes petits déjeuners de lendemain(s) de soirée(s) (coucou Dounia), pour les parties de tennis le matin, l'organisation des quelques voyages (euh, conférences) qu'on a pu faire ensemble, les bières au Lock Groove, ta bonne humeur et/où ton sale caractère très attachant. Bon courage

pour la suite, j'espère que tu trouveras, au milieu de tes mille propositions de post-doc, un sujet à la hauteur de tes espérances.

En territoire parisien, l'ambiance n'était pas mauvaise non plus ! En entrant dans notre ancienne tour, on commence par trouver un petit bureau fort sympathique – malheureusement déjà rempli de charmants thésards. Marine merci d'avoir tenu le coup pendant ces deux épiques soirées jeu de rôle. Nico, je regrette (un peu) tes blagues complètement déjantées (donne des nouvelles de temps en temps !). Armelle, je n'ai toujours pas trouvé plus beau modèle de productivité, bravo pour avoir géré à la fois ta thèse et tes 10000 manips, un mariage et deux bébés en même temps, tout en continuant à faire profiter l'équipe de ta bonne humeur (cette flatterie est aussi là pour continuer à me faire inviter à Lausanne). Passé ce petit bureau, la dernière place libre était dans un couloir (parfois appelé "bureau" un second bureau) contenant quatre individus un peu effrayants : un allemand carrément expansionniste, une brune autoritaire au regard perçant, un maigrichon qui ne faisait que courir, et un monsieur costaud aperçu plusieurs fois en marcel dans les couloirs. La brune du fond n'était pas si autoritaire que ça (sauf à la coinche obligatoire du midi), merci Hélène de m'avoir lancé sur mon premier projet puis de m'avoir accompagné au grés des quelques conférences auxquelles on s'est croisés par la suite. La majeure partie de la place était occupée par le grand Daniel, merci pour m'avoir légué "ta" première stagiaire et pour avoir travaillé avec moi sur l'étalement de ponts capillaires (PS : écris l'article !!). Merci aussi pour tes conseils afin d'éviter la surveillance de la NSA et du KGB, pour m'avoir fait découvrir toutes les subtilités du CROUS et pour toutes tes actions décalées, toujours bien rigolotes (si tu lis ces lignes, n'hésite pas à faire coucou aussi, tes coordonnées sont parfois chaudes à retrouver...). Le plus rapide de tous (sauf pour la descente de bières), le roi des semi-marathons n'occupait lui pas beaucoup de place. Pedro c'est une chance d'être tombé dans ton bureau. Coach de course à pied, binôme de grimpe, camarade de déménagement, instructeur de photographie, partenaire de ski, amateur de gros calculs... C'est assez dur d'énumérer ici le dixième de tout ce qu'on a pu faire ensemble ! J'espère que tu repasseras vite la frontière pour qu'on puisse retourner faire quelques weekends ensemble (et je veux toujours goûter au Sancerre). Le gros costaud cachait bien son jeu. Martin, en plus de tes clés de bras redoutées, tu étais aussi une clé de voute pour le petit groupe de PC. Grand maître des manips, pilier de la coinche du midi et des bières du jeudi soir, garant de la bonne répartition des tâches et du bordel ambiant dans la soute, merci d'avoir largement contribué à la bonne humeur du groupe. Merci pour m'avoir aidé à mettre en place ma première manip', notre grande collaboration n'a finalement donné qu'un petit article "tiroirisé", mais ça n'en a pas moins été très sympa de bosser avec toi sur ces moteurs linéaires. Merci pour avoir partagé ta fine connaissance des rouages de l'ESPCI et puis surtout pour les bons moments qu'on a passés ensemble en dehors du labo (j'ai encore un petit souvenir de ta remise de manuscrit). Evidemment, en trois ans l'équipe a pas mal changée, certains partent, mais d'autres arrivent, voir reviennent, hein PB et Anaïs – merci d'ailleurs pour ton tout premier courriel qui m'a convaincu de venir faire une thèse ici. Merci Benoît pour tous tes beaux schémas. Aditya and Saurabh

to welcome you in a French lab, I hope the acclimatation wasn't too hard n Saurabh, it's been a pleasure discussing about alI your Bengal stories, thanks also for making me discover the bests south Indian places of Paris (and please, do not fry any another Pelletier...). Aditya It's also been a great time working with you, good luck to finish your projects with all your beautiful experiments. Merci aussi aux quelques stagiaires qui ont bien voulu (ou plutôt "été forcé de") travailler avec moi : Hanna et Yukina anata to issho ni shigoto ga dekite totemo yokattadesu (traduction non contractuelle), Suzanne, merci pour ton efficacité redoutable sur ces manips de montée capillaire. Antoine j'espère que tu as bien profité de ta dernière expérience de recherche au labo, bravo en tous cas pour tes belles expériences et bonne continuation dans la haute administration française !

L'équipe ne serait pas grand chose sans ses deux gourous (et Caro) qui font pleuvoir les bourses de thèses. Christophe, je regrette de n'avoir pas pu participer à toutes les sorties du LadHyX. Mmerci d'avoir continué à nous encadrer et à nous inviter à tes (vos ?) repas de Noël, même si nos petites gouttes ont une place relativement restreinte dans ton super programme de physique du sport. C'était très chouette de passer un peu de temps avec toi au Danemark, merci pour cette dernière jolie conférence. Merci aussi pour ta réactivité à chaque fois que j'avais besoin d'un coup de main (pour une solution théorique compliquée ou pour un papier à signer), merci en particulier d'avoir retardé mon jury pour permettre à mes parents de s'infiltrer dans la salle juste à temps !! Et puis aussi, merci pour tes remarques franches et directes (qui donnent un bon coup de boost à chaque fois). David, je dois d'abord ces trois années de thèse à ton don pour persuader des élèves convaincus de ne pas vouloir faire de recherche de venir passer quelques années supplémentaires dans l'équipe merci donc pour ton charisme !! Merci pour ton coaching rédactionnel, pour tes critiques sur mes présentations (il y en avait toujours un paquet...) et pour tout ce travail de pédagogie que tu nous enseigne si bien ! Ta confiance sur le travail scientifique est parfois un peu perturbante mais elle nous permet de faire de nos projets de recherche des travaux vraiment personnalisés qui donnent une grande satisfaction (lorsqu'ils aboutissent). Ta confiance qui nous permet aussi d'aller présenter un peu partout dans le monde pour présenter nos résultats, une chance assez inestimable pour pouvoir découvrir le monde de la recherche. Merci aussi pour tous les "à côté", ta fine connaissance des musées européens et des galeries d'art contemporain aura égayé la plupart des conférences et quelques uns de mes weekends parisiens. Je garde un très bon souvenir des quelques chouettes (mais rares) souvenirs des moments partagés en dehors du labo, merci pour cette superbe mission à Hong-Kong et pour les quelques salons d'art que tu nous a fait visiter. Même si ta nouvelle occupation remplit bien ton emploi du temps, j'espère que tu retrouveras un peu de temps pour qu'on puisse continuer à bosser sur les quelques projets qu'il nous reste à terminer.

Mon petit bout de temps passé à embêter les mecawets, m'a permis de bien profiter de l'ambiance de cette joyeuse équipe. José, Etienne et Benoît, merci de m'avoir accueilli, conseillé (et parrainé), en me faisant profiter de votre super bureau-labo (et puis pour votre beau livre dédicacé). Merci à vos gentils doctorants de m'avoir accepté et de m'avoir fait une petit place, c'était super de pouvoir venir passer un peu de temps chez vous

lorsque le grenier de l'IPGG se vidait ou se remplissait un peu trop. Ludo, encore bravo pour ton beau rythme de vie à Lausanne avec Simon et Adèle. Marie, c'était très beau de revenir du Japon "juste" pour ma soutenance. Hadrien tu gagnes définitivement le prix du meilleur coach pour les entretiens d'embauche. Tu fais aussi une concurrence sans faille à ton digne successeur thésard – tant sur les gâteaux que sur la beaugossitude. Maïka, peut être qu'un jour on ira manger ensemble. Merci Manon, pour t'être démenée en temps que déléguée de doctorants, pour avoir géré tous les petits dejs' et lancé la team CROUS de 11h52 tous les midis, profite bien de ta dernière année. Bravo aussi pour arriver à supporter et canaliser Manu au jour le jour, pour gérer les soirées du labo jusqu'au bout (merci pour toutes les cigarettes) et pour ton soutien dans les groupe des personnes de tailles modérée. Manu, c'était cool de te retrouver au PMMH, merci pour les weekends à la montagne, les soirées (encore), ton goût pour les sucreries, ta franchise et tes questions gênantes :) – je te souhaite brillante carrière en tant que chercheur-professeur-docteur de classe exceptionnelle, j'espère que tu seras à la hauteur (et que tu continueras de faire le poirier avant chaque soumission d'article !).

Autour de ces (pas si petites) équipes, il y a aussi un super labo, le PMMH. Un labo dirigé par deux illustrissimes directeurs, "les chefs des chefs", Damien et Philippe épaulés par Fred, Claudette et David. Merci de travailler sans relâche pour nous assurer un cadre de travail au top. Merci pour avoir organisé (deux fois) des journées du labo au moulin d'Andé qui ont largement contribué à forger la belle ambiance du labo. Claudette encore bravo pour être revenue si tôt et ne pas avoir lâché trop longtemps tous tes petits doctorants, on était tout ravis de te revoir ! Autour de ce pilier central de l'administration du labo, l'ambiance est assurée par un bon groupe de"non-permanents", des travailleurs (précaires) acharnés, toujours prêts à tout pour assurer la cohésion du labo et s'assurer de la pérennité des bars alentours. Merci a tous ceux qui sont partis avant moi, Charles, Yassine, Adeline, Lucette, Hugo, Vincent, Marine, pour avoir laissé une ambiance de travail au top. C'est toujours un plaisir de vous recroiser quand vous passez par le labo ! Le cru des thésards de 2016 était plutôt bon, assez bon en tous cas pour créer une équipe régulière de "décompression" du vendredi soir ! Gaby (champo power !), merci pour les pastis, les plans soirée et pour tes voisins qui sont assez sympas de ne pas avoir embarqué mon ordi. Gaspard c'est sympa de passer du temps à Tel Aviv, merci aussi de m'avoir prêté ton bureau pendant ta rédaction dans le bureau d'Éric. Joachim T. (un deuxième, enfin !!) merci pour m'accompagner chez les jeunes de l'escalade et de lancer des plans bien foireux ("hé, si on allait au moulin d'Andé à vélo ?"). Benoît, bonne réorientation viticole (passe le bonjour aux Bordelais). Roberta merci d'avoir féminisé et internationalisé un peu cette équipe. Bravo Reda pour avoir négocié un an de plus (bon ok il parait que c'est facile chez les biologistes :D). Jeannot (le petit monsieur avec une cigarette), merci de m'avoir donné une deuxième chance aux times-up et de ne pas m'avoir balancé tout de suite au HCERES. Puis un grand merci aux nouvelles têtes qui sont arrivées petit à petit et qui continuent à faire vivre cette belle ambiance du labo. Valentin (je ne sais pas trop dans quelle année tu compte du coup...), c'était aussi bien sympa de te croiser aux petits dejs' !

P-H le grand merci d'égayer toutes les soirées du labo avec tes discours libertaires de plus en plus long au fur et à mesure des verres de pastis. Armand et Roméo (merci aussi pour ton bureau), bravo pour tous vos jeux de mots, souvent nuls mais parfois très bons – votre chaud du moulin d'Andé valait bien une thèse sur la capillarité ! Matthias, c'est cool de voir un allemand avec un peu de style, merci pour la gestion de mes impressions au burex. Martina, merci pour tes rhums arrangés (et ton caramel cramé). Heureusement que tous ces joyeux doctorants sont "encadrés" par des "permanent" (les privilégiés, ceux qui l'on eu le poste...) qui n'en sont pas moins agréables, merci Justine de faire régner l'ordre et la sécurité (et pour t'être battue avec moi sur cette imprimante 3D). Merci Marc pour ton aide sur Cox-Voinov. Antonin c'est sympa de continuer à venir prendre quelques bières avec nous. Merci pour tous tes conseils pratiques sur les rouages de la recherche parisienne. Éric merci pour tes remarques franche, qui font bien réfléchir (je pense me rappeler encore un bon moment du "tir de tonton Éric" à Tel-Aviv – hein P-H, Gaspard et Gaby). Désolé Laurette, je n'ai pas réussi à trouver une aprèm pour venir à tes réunions de contra danse. Olivia, Anke, Julien, Sylvain c'était toujours chouette de vous croiser aux séminaires café. Enfin merci au deux plus anciens, Hans et Etienne, de nous montrer que même avec un âge vénérable on peut continuer à participer sans problème à la vie d'un labo !

Bien sûr, la vie à Paris n'aurait pas été aussi sympa sans tous les gens au dehors du labo. J'ai la chance d'avoir un bon groupe d'amis toujours motivés pour pas mal de trucs bien débiles, depuis les petites sorties de course à pied (à Vincennes, les dimanche matin, dans la boue) aux plus longues randonnées en uniforme Queshua. Merci Xav pour avoir organisé ce super tour de Minorque (coucou Bidou et Saka) puis de m'avoir hébergé pendant un an (moins une petite dizaine d'airBnB). Mimie, merci pour les weekends en Champagne et les plans culturels parisiens – j'espère que tu viendras à Grenoble faire quelques trails de temps en temps. Alia ta belle chevelure blonde et tes goûts de princesse (patté ?) vont me manquer ! Merci encore pour la relecture express de ma première partie de thèse ! Merci Arthur et Clem de m'avoir soutenu dans mon mode de vie de thésard "précaire" (surtout Clem). Lulu, j'espère qu'on pourra se refaire quelques petites sorties Alsaco-Vosgiennes. Matthieu on se retrouve en Pologne bientôt ;). Nico, c'était vraiment sympa de partager ta coloc' pendant deux ans, tes histoires de Bercy et une bonne grosse dose de repas sympathiques (coucou Alex). Wanou et Sophie, même si on n'est jamais dispos simultanément, c'était chouette de passer quelques soirées chez vous ! Juju et Cissou merci pour les aprèms jeux de société, les dîners, l'hébergement d'urgence et les (nombreuses) corrections orthographiques. Merci à la team escalade, Marie, Emma, Max, Aurélien, Louis, Maxime pour avoir égayé mes lundi soirs et contribué à la préservation de mes capacités physiques. Alban et Séb, encore merci pour tout le temps que vous consacrez à faire tourner le groupe "compèt" et pour les super camps à Saint Crépin – la prochaine fois vous aurez peut être un peu plus de chance à la coinche (hein Louis) ! Les séances à Millat étaient aussi un bon moyen de se forcer à sortir du bureau à 17h30, merci Jeajea, Goky, Charlotte, Audrey, et Quentin pour m'avoir assuré sans faille même si je grimpe trop de face. Merci aussi aux organisateurs de l'AS Flavien, Djé, Christophe (B. et M.), Romain et Maud de

faire tourner tout ça. J'espère pouvoir revenir faire encore quelques camps, pour ajouter quelques grandes voies à mon répertoire. Faustine ♡[1] merci pour ton beau style de grimpe difficile à copier, pour tes plans d'alpi stylés, les concerts très bien sélectionnés et pour supporter mes sporadiques ronflements légers. J'espère qu'on continuera à grimper encore un peu ensemble et que tu m'inviteras un jour à venir t'écouter chanter. Enfin merci à toute la team de Grenoble, Flouzy, Jord, MMA, Anne, Maël, M., Guigui, Nono, Martino, VVV et Louloute pour le soutien indéfectible, j'ai pas beaucoup de choses à vous dire ici si ce n'est que j'ai une chance formidable d'avoir des potos comme vous. Petite mention spéciale à Manon qui ne m'a pas laissé seul dans l'aventure de la thèse, à M. et S., mes ex-voisins préférés, à Manne pour votre canap à Lyon, très pratique pour venir filmer ces petits colibris.

Je termine tous ces remerciements par une très grosse pensée pour toute ma famille, merci pour le soutien moral constant (jusqu'à venir supporter ma présentation finale). Une étoile pour mon papy qui, à deux petites semaines près, ne m'aura pas vu docteur, mamie j'espère que tu es fière aussi... Merci à tous les Alsaciens (et le Vosgiens) qui ont fait le déplacement pour venir m'écouter parler, j'espère que ça vous a plu. Grand-Pierre c'était vraiment un plaisir de t'avoir dans la place, j'espère que tu as retrouvé ton lait-grenadine au passage. Mamie merci d'avoir envoyé tous ces bon plats par voie ferrée. Merci Manu et Solène pour rendre tous les repas de famille plus animés et plus rigolos. Malgré une enfance difficile (balades forcées, plats bios chelous, restrictions d'ordinateur drastiques), merci les parents pour m'avoir soutenu tout le long de ma thèse (de mes petits problèmes de langue aux horribles questions de méca-flu) en me laissant toujours croire que toutes ces questions vous intéressaient au plus haut point (bon par contre j'ai bien cru que vous alliez passer ma soutenance devant la porte...). Merci de vous être démenés pour moi, depuis la soupe pour (tenter de) m'aider à grandir jusqu'au superbe pot de thèse qui n'était là que grâce à vous !

Voila ça fait beaucoup de mercis, je n'ai pas trouvé assez de synonymes pour rendre tous ces mots plus jolis. Avec cette thèse, je tourne enfin la page d'une bonne dizaine d'années d'études ! C'est difficile de dire que je suis devenu plus sérieux mais grâce à vous, ça a vraiment été un grand plaisir de venir au boulot ces dernières années alors : MERCI !!

1. Une correction imposée très très galère avec LaTeX.

# Table des matières

**Introduction** **13**

Capillarité et tension superficielle . . . . . 13

Forme d'une goutte liquide . . . . . 16

Interactions entre trois phases . . . . . 19

Montée capillaire : équilibre . . . . . 22

Montée capillaire : dynamique . . . . . 24

Objectif de la thèse . . . . . 27

**I Ménisque et ligne de contact** **29**

**1 Singularité initiale de la montée capillaire : le double jeu de la viscosité** **31**

1.1 La singularité du modèle de Washburn . . . . . 33

1.2 Influence d'un film de lubrification . . . . . 34

1.3 Dissipation au niveau de la ligne de contact . . . . . 37

1.4 Vitesse initiale pour un liquide visqueux . . . . . 40

1.5 Formes du ménisque et dynamique macroscopique . . . . . 42

1.6 Conclusion . . . . . 47

**2 Étalement d'un pont capillaire** **49**

2.1 Étalement d'une goutte liquide sur une surface plane . . . . . 51

2.2 Expérience . . . . . 52

2.2.1 Dynamique d'étalement . . . . . 53

2.2.2 Effet de la viscosité . . . . . 54

2.2.3 Hauteur . . . . . 54

2.3 Forme du pont capillaire . . . . . 55

2.3.1 Partie statique . . . . . 57

2.3.2 Partie dynamique . . . . . 61

2.3.3 Remarque sur le raccordement . . . . . 62

2.4 Vitesse d'étalement . . . . . 63

2.5 Conclusion et perspectives . . . . . 65

**II Aérophilie** **67**

**3 Descente capillaire** **69**
3.1 L'envers de la montée capillaire . . . . . 71
3.2 Evolution temporelle . . . . . 73
3.3 Tubes "fins" . . . . . 74
3.4 Tubes "larges" . . . . . 78
3.5 Perte de pression en bout de tube . . . . . 79
3.6 Intégration numérique avec le modèle complet . . . . . 80
3.7 Conclusion et perspectives . . . . . 81

**4 Immersions de surfaces aérophiles** **83**
4.1 Cône superhydrophobe . . . . . 85
4.1.1 Expérience . . . . . 85
4.1.2 Drainage . . . . . 86
4.1.3 Epaisseur du plastron . . . . . 88
4.1.4 Effet de la viscosité du liquide . . . . . 90
4.2 Revêtement hydrophobe . . . . . 92
4.2.1 Conclusion . . . . . 94

**III Mouvements capillaires complexes** **97**

**5 Montée capillaire élastique** **99**
5.1 Le colibri : une langue étonnante . . . . . 101
5.2 Languettes biomimétiques . . . . . 105
5.3 Élasto-capillarité . . . . . 106
5.3.1 Montée élasto-capillaire . . . . . 106
5.3.2 Cycle dynamique . . . . . 112
5.4 Conclusion . . . . . 117

**6 Capillarité, torsion et évaporation** **119**
6.1 Contexte et objectif de l'étude . . . . . 120
6.2 Caractérisation des fibres . . . . . 122
6.2.1 Mesures des pores par imprégnation d'huile . . . . . 122
6.2.2 Analyse de coupes de renforts textiles . . . . . 125
6.3 Effet de la torsion sur le rayon des pores . . . . . 130
6.4 Limites de l'imprégnation dans une fibre textile . . . . . 133
6.4.1 Suivi d'une infiltration d'eau . . . . . 134
6.4.2 Caractérisation de l'évaporation dans des fibres . . . . . 135
6.4.3 Influence de la torsion du fil . . . . . 138
6.5 Conclusion et perspectives . . . . . 140

**7 Mouvement orienté par des piliers asymétriques** **141**
7.1 Coalescence de gouttes . . . . . 144
7.2 Déplacements le long des piliers . . . . . 147
7.3 Réorganisation à la pointe des piliers . . . . . 149
7.3.1 Coalescences à la pointe d'un cône asymétrique . . . . . 150
7.3.2 Coalescence sur un demi-cylindre . . . . . 154
7.4 D'une reconfiguration locale au transport global . . . . . 159
7.5 Conclusion . . . . . 161

**Conclusion** **163**

**A Minimisation d'énergie et angle de contact** **167**

**B Épaisseur de films déposés lors d'entraînements visqueux** **171**
B.1 Film entraîné par une plaque tiré hors d'un liquide . . . . . 171
B.2 Film déposé dans un tube suite au passage d'une goutte . . . . . 174
B.3 Film d'air entraîné lors de l'immersion d'une plaque aérophile . . . . . 177

**C Pression d'un écoulement en coin sur une interface libre** **179**

**D Articles publiés** **183**

**Bibliographie** **193**

# Introduction

## Capillarité et tension superficielle

On dit souvent que la surface libre d'un liquide au repos est parfaitement horizontale. Cette affirmation n'est pas tout à fait exacte. À l'échelle d'un lac, il est vrai que la surface de l'eau semble plane. Mais pour un liquide contenu dans un récipient un peu plus petit, un verre rempli d'eau par exemple, on s'aperçoit que l'interface est déformée près du rebord. Le ménisque, formé entre le liquide et le solide, contraste avec la surface plate au milieu du verre. À des échelles encore plus petites comme dans un tube de diamètre millimétrique, on observe que la surface du liquide, loin d'être plate, prend plutôt une forme hémisphérique.

**a** **b** **c**

FIGURE 1 : **a** Le Lac Blanc au couché du Soleil, crédit photo : Philippe Jacquot. **b** Verre d'eau à moitié plein. La déformation de l'interface liquide au contact du verre créé un ménisque qui apparaît en noir sur la photo. **c** Toujours de l'eau mais dans un tube en verre de diamètre millimétrique. Cette fois, l'interface libre prend une forme hémisphérique.

Contrairement à la surface du lac, lissée par la gravité, la forme de l'interface dans un petit tube est due aux interactions moléculaires dans le liquide, un phénomène physico-chimique appelé tension superficielle. Cette propriété des liquides se manifeste tout autour de nous et elle est à l'origine de phénomènes remarquables rapportés dès l'antiquité dans des ouvrages qui proviennent de nombreuses régions du monde. Par exemple, Pline l'Ancien s'étonne déjà en 77 de la forme des gouttes d'eau dans son ouvrage *Naturalis Historia* : "[...] il n'y a rien de plus manifeste dans toute la nature : partout les gouttes suspendues s'arrondissent en petites sphères ; jetées sur la poussière, déposées sur le duvet des feuilles, elles se présentent avec une sphéricité parfaite." (extrait de la traduction

française de l'ouvrage de Pline par Émile Littré [1], page 130). Au cours du premier siècle, Héron d'Alexandrie décrit lui aussi une série d'inventions comportant des tubes de petits diamètres dans son ouvrage *Pneumatika*, dont on peut trouver une traduction en anglais par Woodcroft [2]. Dans sa préface, il discute de tubes de petits diamètres qu'il utilise dans bon nombre de ses inventions, et remarque, sans l'interpréter correctement, des écoulements de liquide vers le haut : "the water is drawn up into the exhausted space, though the upward motion is against its nature". Un autre exemple est rapporté au XII$^{\text{ème}}$ siècle dans le *Livre de la balance de la sagesse* (*Kitab mizan al-hikmah*) écrit par l'astrophysicien Al-Khazini (traduit par Khanikoff [3]). En décrivant l'instrument conique d'Abu-r-Raihân, un densimètre doté d'un bec par lequel l'eau est évacuée du récipient, Khazini remarque que le liquide reste bloqué à la sortie du bec si son diamètre est inférieur à la taille d'un petit doigt, un effet typique de la capillarité.

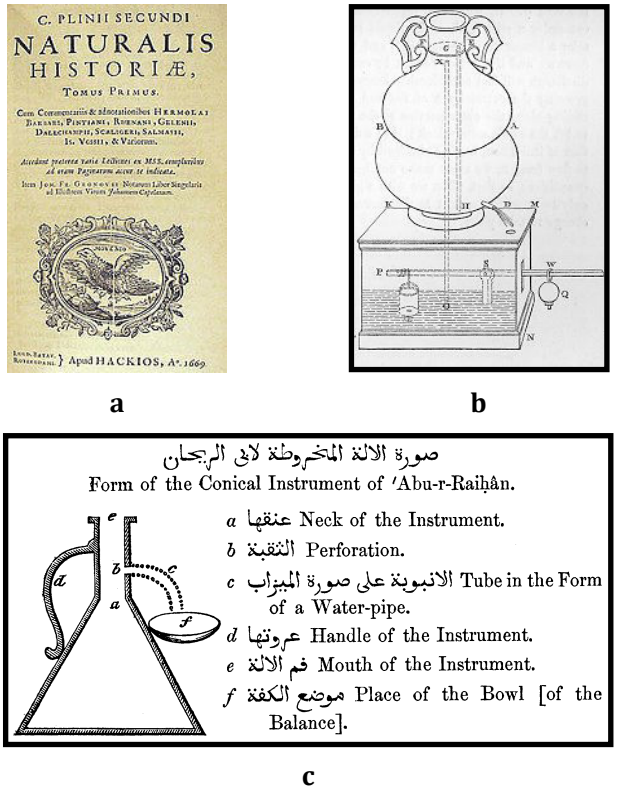



FIGURE 2 : **a** Couverture d'une édition de 1669 de l'ouvrage *Naturalis Historia* de Pline l'Ancien. **b** Schéma d'une horloge hydraulique, extrait de l'ouvrage *Pneumatika* d'Héron d'Alexandrie, extrait de [2]. **c** Le densimètre d'Abu-r-Raihân, extrait de [3].

Le domaine d'étude qui se consacre aux effets de la tension superficielle est appelé capillarité. Ce domaine de recherche regroupe, très généralement, l'étude des liquides aux échelles où les interfaces jouent un rôle prépondérant. La capillarité permet d'expliquer non seulement la forme des bulles et des gouttes mais aussi la formation d'une mousse, la force adhésive d'un film d'eau inséré entre deux assiettes ou la capacité de certains insectes à marcher sur l'eau.

**a** **b** **c**

FIGURE 3 : **a** Gouttes d'eau déposées par la rosée matinale sur un brin d'herbe pyrénéen. Crédit photo : Christophe Merlet. **b** Le gerris (parfois appelé improprement araignée d'eau) utilise la tension superficielle pour se déplacer sur l'eau. Crédit photo : Ingo Arndt. **c** La forme des films de savon, un autre effet de la tension superficielle (extrait de toysfab.com).

Le terme *capillarité* provient de l'expérience qui consiste à tremper un tube assez fin dans un verre d'eau. Le liquide progresse alors dans le tube, montant spontanément à des hauteurs qui peuvent atteindre plusieurs centimètres. C'est en commentant cette expérience que le mathématicien John Wallis introduit la notion de capillarité en 1674 [4], quand il décrit pour la première fois un tube capillaire : "a tube of extreme thinness which glassworkers call a capillary, since it is so drawn out that it scarcely exceeds the size of a hair". Ce type de tube donne alors son nom à la montée capillaire, une expérience fondamentale que nous retrouverons tout au long de ce manuscrit. C'est aussi un phénomène que nous côtoyons fréquemment puisque la montée capillaire participe à faire remonter la sève jusqu'au feuillage des arbres, permet de faire des "canards" en trempant un morceau de sucre dans son café où cause des infiltrations d'eau au pied des murs.

Léonard de Vinci semble être le premier à décrire la montée d'un liquide à l'intérieur d'une bande de tissu au début du XVI$^{\text{ème}}$ siècle [5] (mentionné dans la traduction du manuscrit G, écrit aux environs de 1510) et Guillaume Libri dans [6] lui attribue les premières observations de montées capillaires dans des tubes (bien que les manuscrits mentionnés aient été perdus depuis). Vers la fin du XVII$^{\text{ème}}$ siècle, on retrouve de nombreuses études concernant la capillarité. Ces publications, analysées dans un article de Millington [7], reflètent l'intérêt de la communauté scientifique pour comprendre les effets troublants de la tension superficielle. En 1638, le physiologiste italien Giovanni Alfonso Borelli réalise une étude (publiée en 1670) dont les résultats montrent que la hauteur d'eau dans un tube capillaire est inversement proportionnelle au rayon du tube [8]. Très justement, il remarque déjà que l'eau monte à la même hauteur quelle que soit l'inclinaison du tube et que le liquide monte plus vite dans un tube préalablement mouillé [7] – une remarque étonnement lucide, sur un point qui fera l'objet du premier chapitre de ce manuscrit. Au même moment, des études similaires sont réalisées en France par le physicien Jacques Rohault [9], par le philosophe et médecin néerlandais Hendrik De Roy au Pays-Bas [10] ainsi que par le chimiste britannique Robert Boyle (comme décrit par Hooke dans [11]).

En 1708, Francis Hauksbee l'Ancien (pour le distinguer de son neveu Francis Hauksbee le Jeune) publie un article intitulé "Several Experiments touching the seeming Spontaneous

Ascent of Water" dans lequel il présente quatre expériences sur la montée capillaire [12]. Il étudie des liquides variés (comme de l'eau, de la liqueur de vin ou l'huile de térébenthine) remonter entre deux plaques de verre très légèrement espacées par des feuilles de papier – qui prendront plus tard le nom de cellules de Hele-Shaw. Il observe qu'en augmentant le nombre de feuilles de papier qui espacent les plaques de verre, le liquide monte de moins en moins haut. Il note aussi que l'épaisseur des tubes n'a pas d'influence sur la montée du liquide – un effet alors suspecté d'être à l'origine de la montée capillaire. En 1719, le médecin James Jurin remarque lui aussi que la hauteur atteinte par le liquide lors d'une montée capillaire varie comme l'inverse du rayon du tube et en déduit que le volume final de la colonne de liquide est proportionnel au diamètre du tube [13]. Il suggère ainsi, pour la première fois, une explication de la montée capillaire à partir de la force liée à l'existence d'une ligne de contact.

Malgré les efforts pour expliquer la montée capillaire, il faudra néanmoins attendre presqu'un siècle pour que soient théorisés convenablement les effets de la tension superficielle. Le phénomène échappe notamment à Newton et n'est expliqué par Laplace qu'en 1806 [14].

## Forme d'une goutte liquide

La capillarité est due aux interactions moléculaires au sein du liquide. Dans un liquide, l'énergie d'interaction $U$, qui représente l'abaissement d'énergie d'une molécule lorsqu'elle est entourée par ses voisines, est plus forte que l'agitation thermique $\sim kT$ – contrairement aux gaz. Une molécule de liquide sera donc entourée d'un maximum de ses voisines. Inversement, il est défavorable pour une molécule d'être localisée à l'interface où l'énergie de la molécule n'est abaissée que d'environ $U/2$ à cause des interactions "manquantes". Une augmentation unitaire de l'aire de l'interface coûte alors une énergie $\gamma \sim U/2a^2$, où $a$ est la taille caractéristique d'une molécule – une taille de l'ordre de l'angström.

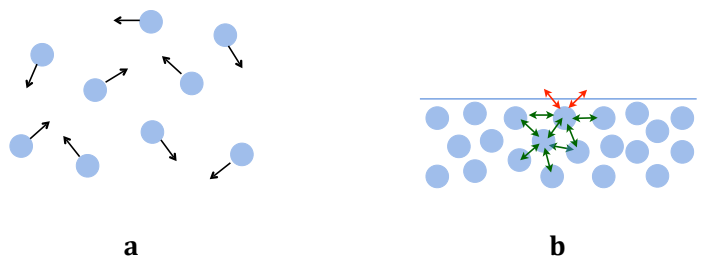



FIGURE 4 : Interactions moléculaires. **a** État gazeux : l'agitation thermique est plus forte que les interactions entre les molécules. **b** État liquide ou solide : les interactions moléculaires, indiquées par des flèches vertes, assurent la cohésion des molécules. À l'interface, les molécules sont moins stabilisées à cause des interactions manquantes (en rouge).

Nous venons ici de définir la tension de surface $\gamma$ du liquide qui représente la variation d'énergie $E$ du système lorsqu'on augmente l'aire $\mathcal{A}$ de son interface :

$$\gamma = \left[\frac{\partial E}{\partial \mathcal{A}}\right]_{T,\Omega,n} \tag{1}$$

L'énergie de surface d'un liquide est donc exprimée en J/m$^2$ ou, plus fréquemment, en mN/m. Elle varie de $\gamma \approx 20$ mN/m pour des huiles, stabilisées par des interactions de Van der Waals, à $\gamma \sim 500$ mN/m pour des métaux liquides comme le mercure qui ont des interactions interatomiques très fortes. La tension superficielle de l'eau $\gamma \approx 70$ mN/m est relativement élevée à cause des liaisons hydrogène qui renforcent les interactions entre molécules. Nous reportons dans la table 1 les tensions superficielles des liquides mentionnés dans les chapitres suivants.

| Liquide | Huile | Ethanol | Eau savonneuse | Eau | Eau sucrée | Mercure |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\gamma$ (mN/m) | 21 | 22 | ≈25 | 72 | ≈75 | 487 |

Table 1 : Tension de surface des liquides utilisés à une température de 20°C. Source : Lange's Handbook of Chemistry [15].

La situation la plus stable est donc celle où la surface d'un liquide est minimale. Un liquide isolé s'arrange naturellement selon une forme sphérique qui correspond au minimum de surface. C'est le cas par exemple des petites gouttes de pluie qui ont une forme sphérique. Cette forme est stable jusqu'à ce qu'une autre contrainte vienne déformer la goutte. Sur Terre, l'accélération de la gravité $g$ limite la taille de ces sphères molles. Nous retrouvons la taille au-delà de laquelle une goutte de taille caractéristique $r$ n'aura plus une forme sphérique en comparant son énergie de surface $\sim \gamma r^2$ avec son énergie potentielle de pesanteur $\sim \rho g r^4$, où $\rho$ est la masse volumique du liquide. L'équilibre entre tension superficielle et pesanteur fixe la taille maximum de la goutte que nous notons $\kappa^{-1}$ :

$$\kappa^{-1} = \left(\frac{\gamma}{\rho g}\right)^{1/2} \tag{2}$$

La longueur $\kappa^{-1}$ est appelée longueur capillaire du liquide. C'est la longueur caractéristique en dessous de laquelle un liquide ne s'écoulera pas sous son propre poids mais plutôt à cause des effets de tension superficielle. Pour l'eau, la longueur capillaire vaut $\kappa^{-1} \approx 3$ mm, une longueur assez familière, puisqu'elle fixe par exemple la taille d'une goutte qui coule le long d'une vitre ou l'épaisseur d'une flaque d'eau. La longueur capillaire change en fonction de la tension de surface et de la masse volumique du liquide mais aussi de l'accélération de la pesanteur. Dans des environnements en microgravité, comme dans la station spatiale internationale, il devient possible d'observer des gouttes sphériques beaucoup plus grandes, pouvant atteindre plusieurs centimètres.

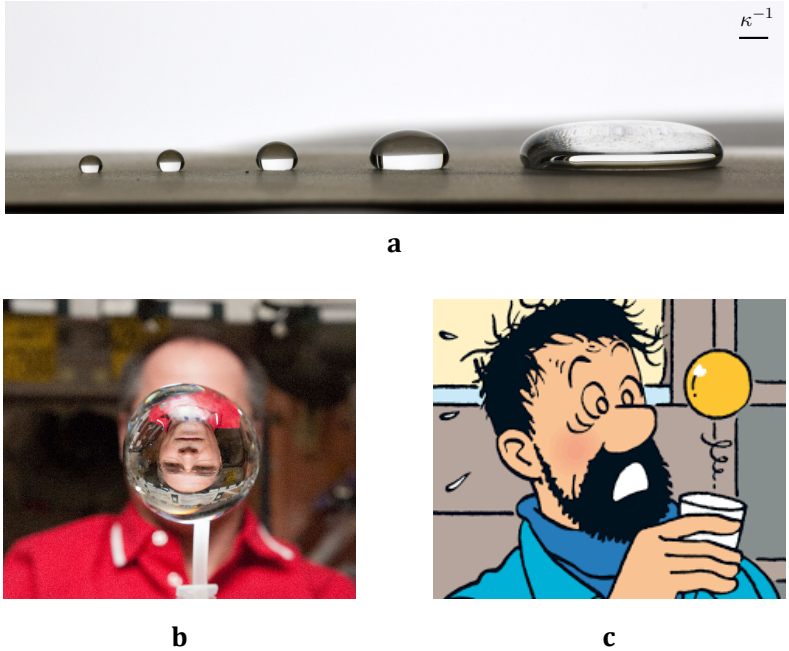



FIGURE 5 : **a** Une goutte d'eau posée sur une surface hydrophobe garde une forme sphérique tant que sa taille caractéristique est inférieure à la longueur capillaire. **b** L'astronaute Kevin Ford observe une goutte d'eau centimétrique lors de l'Expédition 34 de la station spatiale internationale. Crédit photo : NASA. **c** Un autre spationaute, le capitaine Haddock, s'étonne à juste titre de voir le whisky s'échapper du verre mais ne devrait pas être surpris de voir le liquide former une goutte de la taille de sa main. Source : *On a marché sur la Lune*, Hergé.

On peut aussi expliquer ces formes par une analogie avec des pingouins. Tout comme les molécules de liquide, le manchot empereur préfère être entouré de ses voisins (chauds) que de l'air extérieur (froid). Lorsqu'ils attendent à plusieurs, et en période de grand froid, les manchots empereurs se regroupent de manière à minimiser leur interface avec l'air. Il forment ainsi un cercle (la surface de périmètre minimal en deux dimensions) afin de diminuer l'échange thermique au maximum. Remarquons aussi que les manchots à l'extérieur du cercle sont défavorisés (puisque leur dos est exposé au côté "froid"). Il vont donc essayer de pousser leurs camarades pour rentrer dans le cercle pour pouvoir, eux aussi, se mettre au chaud, exerçant une certaine pression à l'intérieur de l'amas de pingouins [16, 17].

À l'intérieur des gouttes (comme des bulles), la tension de surface crée, elle aussi, une surpression. L'écart de pression $\Delta p$ induit par la courbure de l'interface a été obtenue par Laplace en calculant le travail des forces de pression et des forces capillaires lors d'un déplacement infinitésimal de l'interface – une démonstration que l'on peut retrouver par exemple dans le livre *Physical chemistry of surfaces* [18]. Le théorème qui relie la surpression $\Delta p$ à l'intérieur d'une surface de rayons de courbure $r_1$ et $r_2$ est énoncé en 1806 :

$$\Delta p = \gamma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \tag{3}$$

Cette équation est fondamentale pour comprendre les écoulements capillaires. L'équation

3, appelée loi de Laplace (ou équation de Young-Laplace en anglais), explicite l'écart de pression entre les deux côtés d'une interface courbée. L'interface entre deux liquides au repos a donc une courbure moyenne nulle – et forme une surface minimale entre les deux fluides. Inversement, dans les milieux confinés, l'interface est fortement courbée par la géométrie du substrat ce qui conduit à des écoulements qui peuvent apparaître comme spontanés dans le liquide.

FIGURE 6 : La "tortue", une stratégie des manchots empereurs en Terre Adélie pour lutter contre le froid. La forme circulaire du groupe permet de minimiser l'échange thermique avec l'air afin de garder une température confortable au centre du groupe. Extrait du magazine *Géo*. Crédit photo : Nicolas Coillard.

## Interactions entre trois phases

Lorsque le liquide est entouré d'un gaz, il prend une forme sphérique afin de minimiser sa surface libre. La situation devient un peu plus complexe en présence d'une troisième phase, lorsque le liquide entre au contact d'un solide par exemple. Reprenons une expérience simple qui consiste à déposer une goutte de liquide sur une surface. Plusieurs situations peuvent alors être observées. (1) Lorsqu'on fait tomber une goutte d'huile sur un plan de travail, le liquide s'étale complètement sur la surface. (2) En déposant une goutte d'eau sur une couverture plastifiée, la goutte s'étale légèrement puis se stabilise en prenant une forme de calotte sphérique. (3) Dans certains cas un peu spéciaux, par exemple lorsqu'on verse quelques gouttes de mercure au sol, où en déposant de l'eau sur une plaque très chaude, la goutte ne s'étale pas et garde une forme sphérique. Le liquide peut alors "rouler" sur la surface solide.

**a** **b** **c**

FIGURE 7 : **a** Goutte d'huile sur une plaque en silicium après quelques jours. Les irisations montrent que le liquide s'est étalé jusqu'à atteindre une épaisseur de quelques centaines de nanomètres. **b** Goutte d'eau déposée sur du plexiglass. **c** Gouttes de mercure sur du bois.

L'étude de l'étalement (ou non) d'un liquide déposé sur un substrat solide, souvent appelée étude du mouillage, est une branche importante de la capillarité. Le mouillage joue un rôle important dans de nombreux domaines industriels (cosmétiques, industrie pétrolière, aéronautique, médecine) et dans beaucoup de systèmes biologiques. Dans certains cas, il est utile de favoriser le mouillage, par exemple pour permettre à une crème de pénétrer toute la surface sur laquelle elle est déposée ou à une huile de lubrifier correctement le fond d'une poêle. Dans d'autres cas, il sera préférable d'éviter que le liquide s'étale sur le solide, afin de garder un manteau sec lorsqu'il pleut ou pour empêcher la contamination d'un produit alimentaire par la surface de son emballage. Les propriétés de mouillage diffèrent en fonction du liquide et du support utilisé – un effet très bien illustré par le tableau de Sophie Kitching (figure 8) qui exploite les rendus visuels de cinq types de peinture sur un support en polycarbonate.

FIGURE 8 : Sophie Kitching. Sans titre (Mirroring), 2019, Galerie Isabelle Gounod. 82 x 61 cm. Les différentes peintures utilisées (gouache, acrylique, huile, encre de Chine, gesso) sur le support en polycarbonate donnent des rendus remarquablement différents. Crédit photo : Rebecca Fanuele.

L'étude du mouillage est un sujet assez récent et fait encore aujourd'hui l'objet de nombreux travaux, comme en témoigne par exemple le grand intérêt porté à la revue de Pierre Gilles de Gennes sur le mouillage [19], citée plus de 7000 fois depuis 1985. Le britannique Thomas Young est le premier à théoriser les interactions au niveau de la ligne de contact entre un liquide et un solide dans un article publié en 1805 [20]. Lorsqu'une goutte liquide s'étale sur une surface, le liquide forme une interface avec le solide et la phase gazeuse mais supprime aussi une interface entre le solide et le gaz. Nous avons vu que les interactions moléculaires conduisent à l'apparition d'une tension de surface $\gamma$. Il en est de même pour un solide qui possède lui aussi une énergie de surface que nous notons $\gamma_s$. Comme pour les liquides, $\gamma_s$ dépend des liaisons chimiques entre les molécules du solide et varie d'environ 20 mN/m pour des surfaces de "basse énergie" (comme les plastiques) à plus de 1000 mN/m pour des surfaces de "haute énergie" (comme les métaux). Le déplacement de la ligne de contact crée une interface entre le liquide et le solide caractérisée elle aussi par une énergie de surface $\gamma_{ls}$ qui dépend des affinités entre le liquide et le solide. Pour chaque combinaison solide-liquide, les interactions entre les deux phases entraînent l'apparition d'un angle de contact entre la surface liquide et la surface solide. Nous pouvons retrouver cet angle en observant l'équilibre local au niveau de la ligne de contact (figure 9).

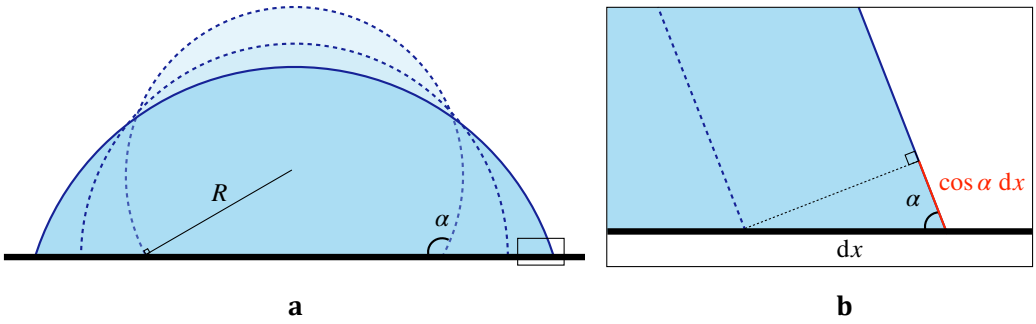



FIGURE 9 : Schéma d'une goutte déposée sur un solide. Le liquide est coloré en bleu, le solide est représenté par la ligne noire et la phase gazeuse est en blanc. **a** À l'échelle d'une goutte, le système est paramétré par le rayon $R$ de la goutte, son volume $\Omega$ et l'angle de contact $\alpha$ entre le liquide et le solide. **b** Au niveau de la ligne triple, seul l'angle de contact intervient.

Lorsqu'on pose une goutte sur une surface solide plate, elle prend un forme de calotte sphérique dont le volume $\Omega$ est fixé par son rayon $R$ et son angle de contact avec le solide $\alpha$ (schéma 9a). Nous pouvons calculer la valeur d'équilibre de l'angle $\alpha$ de deux manières différentes. Localement, lorsque la ligne de contact se déplace d'une quantité $\mathrm{d}x$, elle crée une interface solide-liquide de taille $\mathrm{d}x$ et une interface liquide-gaz de longueur $\mathrm{d}x \cos\alpha$, le déplacement supprime aussi une interface solide-gaz d'une taille $\mathrm{d}x$. Lors d'un déplacement infinitésimal de la ligne triple, l'énergie du système par unité de longueur $e$ varie donc d'une quantité $\mathrm{d}e = (\gamma\cos\alpha + \gamma_{ls} - \gamma_s)\mathrm{d}x$ (schéma 9b). Il est aussi possible de raisonner à l'échelle de la goutte. En négligeant la gravité, l'énergie de la goutte vaut $E = \gamma\mathcal{A} + (\gamma_{ls} - \gamma_s)\mathcal{S}$ où $\mathcal{A}$ et $\mathcal{S}$ représentent l'aire de la calotte sphérique et de la surface de contact solide-liquide.

Lorsque $|\gamma_s - \gamma_{ls}| < \gamma$, il existe un angle de contact $\theta$ pour lequel la ligne triple se stabilise. On parle alors de mouillage partiel, observé par exemple sur la photo 7b. Une goutte d'eau sera souvent en situation de mouillage partiel à cause de la tension de surface élevée de ce liquide. La minimisation de $e$, donne une condition d'équilibre pour $\mathrm{d}e/\mathrm{d}x = 0$ lorsque $\alpha = \theta$ avec :

$$\cos\theta = \frac{\gamma_s - \gamma_{ls}}{\gamma} \tag{4}$$

Cette approche est équivalente à la minimisation de l'énergie de surface $E$ pour une goutte de volume $\Omega$ (voir l'annexe A).

Dans le cas où la tension de surface du liquide est faible ou lorsque celle du solide est grande, il est possible que $\gamma_s - \gamma_{ls} > \gamma$. Dans ce cas, $\mathrm{d}e/\mathrm{d}x < 0$ quel que soit l'angle de contact. Le liquide s'étale alors jusqu'à recouvrir entièrement le solide, comme pour la goutte de la figure 7b. Cette situation de mouillage total est un phénomène fréquent pour les huiles qui ont une fâcheuse tendance à recouvrir toutes les surfaces sur lesquelles elles sont déposées.

Le cas $\gamma_s - \gamma_{ls} < \gamma$ correspond à une situation où les molécules du solide sont plus stabilisées par les molécules du liquide que par des molécules du même solide, ce qui n'est en pratique jamais observé. Des situations de mouillage nul peuvent toutefois être approchées où même atteintes en jouant sur la rugosité des surfaces ou réussissant à insérer un coussin d'air entre le liquide et la surface – par exemple en chauffant la surface. Nous obtenons alors une surface que l'on peut qualifier d'aérophile puisqu'elle préfère le contact du gaz au contact du liquide.

En pratique, il est presque impossible de mesurer directement la tension de surface d'un solide, on va donc plutôt mesurer la tension de surface du liquide seul, puis l'angle de contact entre le liquide et le solide – des méthodes de mesures sont présentées en détail dans le livre *Gouttes, bulles, perles et ondes* [21]. Ces deux grandeurs permettent de décrire les interactions entre le liquide et le solide et d'étudier les conditions d'étalement. Dans le cas où $\cos\theta > 0$, c'est-à-dire si $\gamma_s > \gamma_{ls}$ l'angle est aigu et on parle généralement d'un liquide "mouillant" ou complètement mouillant si $\theta = 0$. Inversement, si $\gamma_s < \gamma_{ls}$ ($\theta > \pi/2$), on parle de contact peu mouillant, voir non mouillant lorsqu'on observe un angle de contact très grand (généralement $\theta > 150°$). Lorsque le liquide considéré est l'eau, la surface est dite hydrophobe si $\theta > 90°$ (où super hydrophobe en cas de non mouillage). Pour des grands angles de contact, les gouttes deviennent très mobiles sur la surface. C'est le cas du mercure qui présente un angle de contact élevé avec presque tous les supports. Les gouttes de mercure vont donc rouler très facilement sur la surface, sans doute la raison principale de son ancienne dénomination : le vif-argent.

## Montée capillaire : équilibre

Reprenons l'expérience classique d'une montée capillaire en trempant trois tubes de rayons différents dans une huile silicone colorée en rouge. Nous photographions sur la figure 10 l'état final du système.

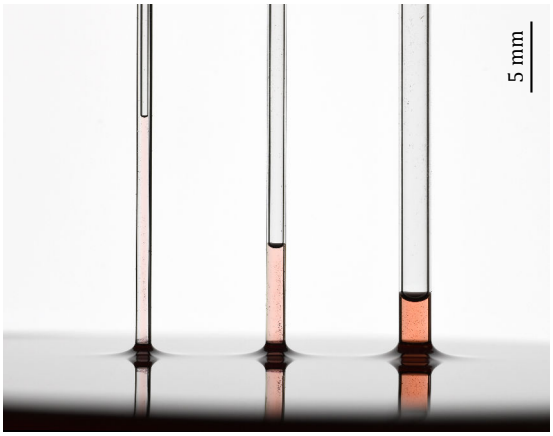



FIGURE 10 : Hauteur d'équilibre d'une huile silicone (colorée en rouge) dans des tubes de rayons de plus en plus gros.

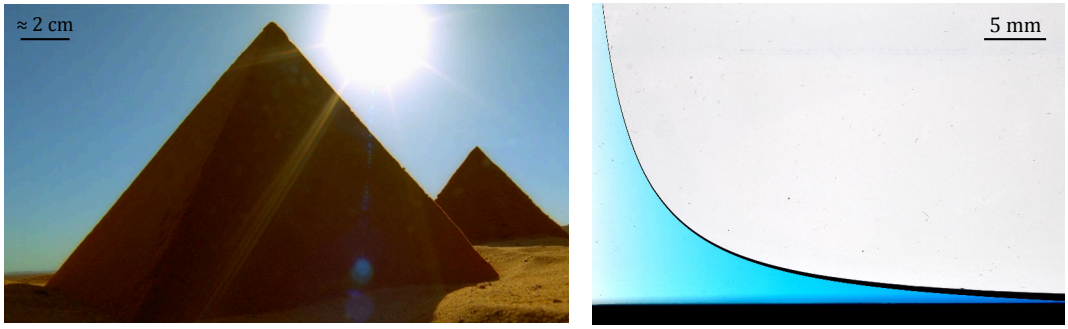
L'huile remonte à l'intérieur des tubes jusqu'à atteindre une hauteur de l'ordre du centimètre, qui dépend du rayon du tube utilisé. Lorsqu'on amène un tube capillaire de rayon $r$ au contact d'un liquide, celui-ci peut mouiller une surface $\mathcal{A}$ à l'intérieur du tube, l'énergie du système varie alors d'une quantité $E_c = (\gamma_{ls} - \gamma_s)\mathcal{A} = -2\pi\gamma r \cos\theta z$, où $z$ est la hauteur atteinte par le ménisque. Si le liquide est mouillant pour le matériau constitutif du tube ($\cos\theta > 0$), il est tiré à l'intérieur du tube et monte jusqu'à ce que la pesanteur vienne stopper la progression du ménisque. L'énergie potentielle de pesanteur de la colonne de liquide vaut $E_p = \pi r^2 \rho g z^2/2$ (si le tube est vertical). Nous pouvons alors calculer la hauteur $h$ en écrivant la condition d'équilibre $\mathrm{d}(E_c + E_p)/\mathrm{d}z = 0$ pour $z = h$ :

$$h = \frac{2\gamma\cos\theta}{\rho g r} \tag{5}$$

La hauteur $h$ est appelée hauteur de Jurin en hommage aux travaux de ce savant anglais sur la montée capillaire. La loi 5 est une équation fondamentale pour le reste de notre étude. Nous voyons d'abord que la hauteur $h$ est inversement proportionnelle au rayon du tube $r$, ce qui explique les différences observées sur la figure 10. La hauteur d'équilibre dépend aussi de paramètres propres au liquide comme sa tension superficielle et sa masse volumique. Une huile, de tension superficielle $\gamma \approx 20$ mN/m, montera donc moins haut que de l'eau, de tension superficielle $\gamma \approx 70$ mN/m, à angle de contact donné. La masse volumique influence aussi la hauteur du ménisque à la fin de l'expérience. Dans un même tube, l'éthanol (de masse volumique $\rho = 789$ kg/m$^3$) montera donc un peu plus haut qu'une huile silicone ($\rho \approx 970$ kg/m$^3$) alors que ces deux liquides ont une tension superficielle similaire ($\gamma \approx 20$ mN/m). La hauteur du liquide dépend aussi de son affinité avec le solide que traduit le terme $\cos\theta$. Un même liquide pourra donc monter plus ou moins haut dans des tubes de rayons identiques en fonction du matériau qui constitue le tube. Lorsque $\cos\theta$ est négatif, on s'attend même à voir le liquide descendre à l'intérieur du tube, une propriété déjà remarquée par Jurin avec du "vif-argent" (quicksilver en anglais) [22]. Nous étudierons ces cas peu communs de "descente" capillaire dans la seconde partie

de notre étude.

Plus généralement, la loi de Jurin décrit la hauteur d'équilibre atteinte par un liquide dans un milieu poreux quelconque. Le rayon $r$ représente alors un rayon moyen des plus petits interstices dans le milieu poreux. Dans les milieux granulaires comme dans un morceau de sucre, c'est la taille d'un grain qui détermine le rayon caractéristique à prendre en compte. C'est ainsi la montée capillaire qui fixe la taille maximale des châteaux de sable humide puisque c'est l'eau qui assure la cohésion entre les grains de sable. La taille micrométrique des grains de sable fixe la hauteur maximale atteinte par l'eau qui vaut quelques dizaines de centimètres. De même, lorsqu'on pince deux plaques en verre l'une contre l'autre, on créé un coin dans lequel le liquide remonte comme photographié sur la figure 11b. Le confinement est dû à l'écartement entre les deux plaques de verre, et l'interface est alors une hyperbole qui s'observe directement en vue de côté.




**a** **b**

FIGURE 11 : **a** Un château de sable égyptien. Extrait du film *Astérix et Obélix : Mission Cléopâtre*. **b** Une solution d'éthanol (colorée en bleu) entre deux plaques de verre plaquées l'une contre l'autre à gauche et légèrement écartées à droite.

## Montée capillaire : dynamique

Un deuxième volet d'étude de la montée capillaire concerne la dynamique du front de liquide. Reprenons l'expérience de montée capillaire présentée sur la figure 10, en s'intéressant cette fois à la dynamique d'imprégnation du liquide. Pour cela, nous photographions une huile silicone colorée, 50 fois plus visqueuse que l'eau au cours d'une montée capillaire. Les photographies sont prises en doublant à chaque fois l'intervalle de temps sur la figure 12 pour pouvoir observer plus précisément la montée du liquide.

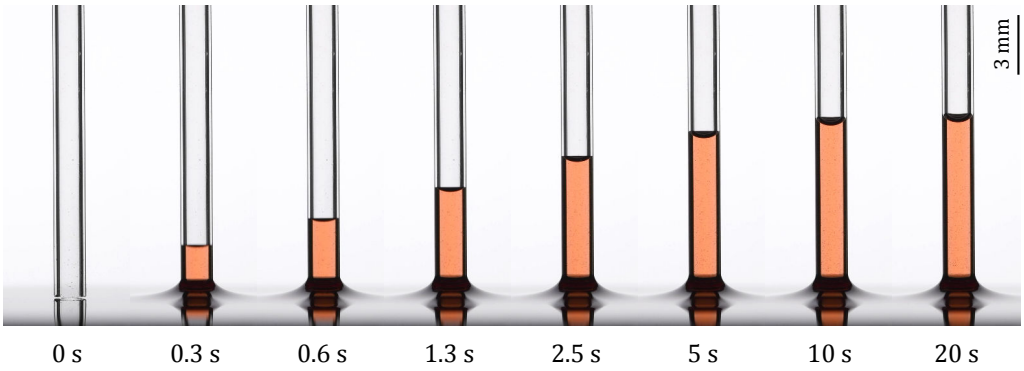



FIGURE 12 : Photographies des premières secondes de la montée capillaire d'une huile silicone dans un tube en verre.

Le liquide monte, tiré par la force capillaire, puis s'arrête à la hauteur de Jurin après quelques minutes. Le ménisque progresse rapidement au début de l'expérience, puis ralentit petit à petit. Il faut par exemple environ 0.3 seconde au liquide pour parcourir les deux premiers millimètres puis une seconde entière pour parcourir les deux suivants. Ce phénomène a été repéré assez tôt par les expérimentateurs qui ont remarqué que le front de liquide progresse comme la racine du temps lorsque la gravité est négligeable – ce qui est le cas lorsque le ménisque est loin de la hauteur de Jurin. Ces observations sont cependant complexes à théoriser puisque c'est la friction visqueuse du liquide qui vient ralentir le ménisque. Il faudra donc attendre que soit popularisée la célèbre loi de Poiseuille en 1844 [23] pour comprendre cette dynamique d'écoulement.

Au début du XX$^{\text{ème}}$ siècle des chercheurs commencent à théoriser correctement la dynamique de la montée capillaire. En 1906, Bell et Cameron réalisent des expériences d'imprégnation dans des tubes capillaires maintenus horizontalement avec de l'eau, de l'éthanol et du benzène [24]. Ils identifient pour la première fois la forme de l'équation de propagation en racine du temps : $z \sim t^{1/2}$ et remarquent que cette loi reste applicable dans des milieux poreux tels que du papier buvard ou des sols argileux. Ils proposent alors une méthode pour mesurer le coefficient de propagation et obtiennent des résultats différents pour les trois liquides utilisés – un résultat qu'ils ne parviennent pas à expliquer. Quelques années plus tard, Lucas (en 1918) [25] et Washburn (en 1921) [26] publient deux articles très similaires (le premier en allemand et le second en anglais) qui décrivent la dynamique d'imprégnation dans un tube. Ces deux études s'appuient sur les résultats de Bell et Cameron, ainsi que sur la loi de Poiseuille, et modélisent de manière assez complète la dynamique de progression du ménisque dans un tube capillaire. Une fois l'écoulement établit dans le tube, la friction exercée par le tube sur la colonne de liquide vaut $F_p = 8\pi\eta z\dot{z}$ (où $\dot{z}$ représente la vitesse du ménisque) et vient ralentir l'avancée du liquide – on pourra retrouver la dérivation de la friction de Poiseuille dans presque tous les ouvrages d'hydrodynamique comme par exemple *Hydrodynamique physique* [27]. L'équilibre entre la friction visqueuse et la force capillaire $F_c = 2\pi r\gamma\cos\theta$ donne la progression du liquide,

connue sous le nom de loi de Washburn :

$$z^2 = \frac{\gamma r \cos\theta}{2\eta} t \tag{6}$$

L'équation 6, obtenue par Lucas et Washburn, sera retenue sous le nom de "loi de Washburn" – une dénomination assez cruelle pour Lucas, dont l'article a pourtant été publié trois ans avant celui de Washburn, est aujourd'hui cité environ dix fois moins souvent... La loi de Washburn décrit la progression du ménisque liquide dans un tube de petit diamètre, le ménisque ralentit à cause de la friction visqueuse de plus en plus importante dans le tube et la vitesse du front de liquide diminue comme $\dot{z} \sim 1/z$. Nous retrouvons bien la loi d'échelle observée par Bell et Cameron $z \sim t^{1/2}$, assortie d'un coefficient qui dépend à la fois des propriétés du liquide (la viscosité $\eta$, la tension de surface $\gamma$), des paramètres géométriques du tube (le rayon $r$) et du revêtement (angle de contact $\theta$) – comme le remarque Lucas dans l'introduction de son article, ces nombreux paramètres rendent la modélisation relativement difficile, ce qui explique sans doute l'intervalle de temps relativement long (dix ans) entre le modèle théorique et les observations expérimentales de Bell et Cameron.

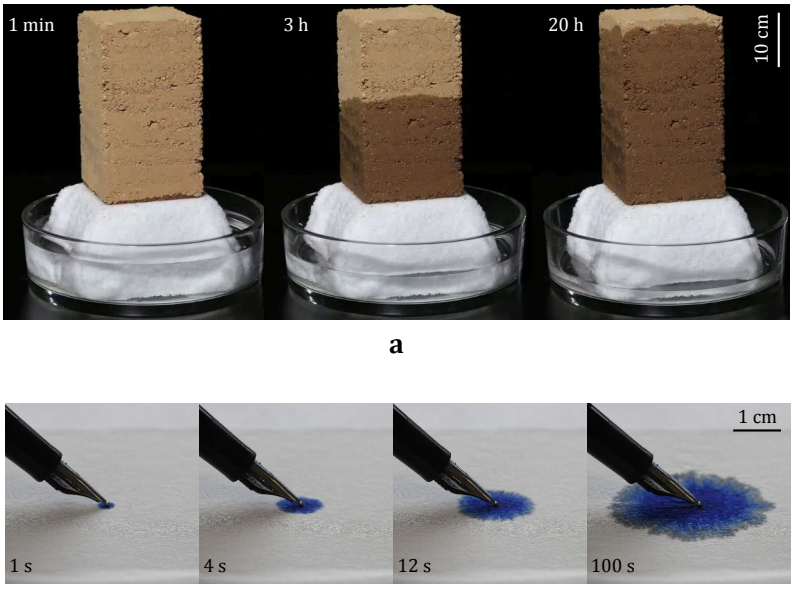



FIGURE 13 : La loi de Washburn décrit très bien un grand nombre de phénomènes d'imprégnation. **a** Ascension capillaire dans un bloc de terre. Source : Amàco, Matières à construire. **b** Une tâche d'encre s'étale dans une feuille de papier avec une dynamique qui vérifie aussi la loi de Washburn.

La loi de propagation $z \sim t^{1/2}$ résiste à des géométries plus complexes encore et nous retrouvons ces dynamiques d'imprégnation pour des matériaux aussi divers que des tissus, du sable, du papier ou des fibres textiles [28, 29, 30, 31]. Même la distance imbibée par du thé chaud dans des cookies vérifie la loi de Washburn, comme montré par le chercheur Len Fisher en calculant le temps "optimal" pour tremper un biscuit dans une tasse de thé [32]. Le modèle de Washburn décrit aussi l'imprégnation d'un liquide dans un milieu

poreux quelconque, le liquide va diffuser dans toutes les directions, et le coefficient de proportionnalité qui relie la distance parcourue par le front de liquide au temps d'étalement peut être assimilé à un coefficient de "diffusion" qui dépend de la géométrie des pores et des interactions entre le solide et le liquide. Ce coefficient de diffusion, facilement mesurable, est utilisé pour déterminer le rayon caractéristique des pores à l'intérieur d'un milieu complexe [33, 34].

Inversement quelques situations spécifiques qui échappent à la dynamique décrite par Washburn ont été reportées récemment. Dans des tubes capillaires de section variable, la progression du liquide se fait avec une dynamique qui dépend de la géométrie du tube [35, 36], des géométries optimisées permettent alors d'accélérer le déplacement [37]. Dans des canaux présentant des coins, lorsqu'il n'y a plus de distance caractéristique, la dynamique reportée est $z(t) \sim t^{1/3}$ [38]. Les milieux poreux avec une large distribution de pores sont aussi imprégnés avec une dynamique différente, telle que $z \sim t^{1/4}$ [39].

En outre, la loi de Washburn prédit une vitesse qui diverge à temps court, une singularité que nous étudierons dans la première partie de ce manuscrit. Lors d'une montée capillaire, la dynamique de Washburn est limitée par la gravité, qui stoppe la progression du ménisque. En changeant l'inclinaison du tube, par exemple en maintenant le tube horizontalement, la dynamique en racine du temps peut être observée sur plusieurs dizaines de centimètres puisque la gravité ne vient plus stopper le liquide. Il existe alors d'autres mécanismes (comme l'évaporation) qui peuvent bloquer l'imprégnation, un phénomène que nous retrouverons dans la troisième partie de ce manuscrit.

## Objectif de la thèse

La montée capillaire est un phénomène très riche, qui a fait l'objet de nombreuses études depuis plus de trois siècles. Les travaux sur la capillarité sont nombreux, pourtant quelques questions persistent sur les mécanismes d'imprégnation dans des milieux confinés. Nous reviendrons dans ce manuscrit sur ces problèmes à partir d'une approche expérimentale centrée sur la montée capillaire – une expérience qui nous réserve encore quelques surprises, malgré plus de 300 ans d'étude.

Dans une première partie, nous nous intéresserons aux interactions entre le liquide et le solide au niveau de la ligne de contact. L'étude de la dissipation visqueuse au niveau du ménisque nous permettra de revenir sur la singularité du modèle de Washburn à temps court dans le chapitre 1. Nous proposons ensuite un modèle pour décrire la dynamique d'étalement d'un pont capillaire entre un réservoir de liquide et un solide dans le chapitre 2. Dans une seconde partie, nous nous intéresserons à des surfaces auxquelles nous appliquons un revêtement spécial, entraînant plus d'affinités entre le solide et l'air qu'entre le solide et l'eau. Ces surfaces aérophiles présentent des particularités que nous détaillerons au cours de deux chapitres. Nous étudierons la dynamique d'écoulement dans des tubes capillaires aérophiles au chapitre 3. Nous testerons ensuite les propriétés des ces surfaces lorsqu'elles sont immergées dans un liquide au chapitre 4. La dernière partie concerne des

interactions capillaires complexes entre le liquide et solide. Nous verrons au chapitre 5 comment la déformation d'une membrane élastique peut entraîner une montée capillaire. Le chapitre 6 est consacré à l'imprégnation d'un liquide dans des fibres textiles. Ce type de support permet de mesurer les effets du confinement et de l'évaporation du liquide. Enfin, nous étudierons dans le chapitre 7 des surfaces à piliers qui permettent de rediriger des microgouttelettes grâce à une géométrie particulière.

Les parties développées sont indépendantes et chaque chapitre repose sur une expérience différente. En vous souhaitant bonne lecture !

# Première partie

# Ménisque et ligne de contact

# Chapitre 1

# Singularité initiale de la montée capillaire : le double jeu de la viscosité

Ce premier chapitre envisage l'expérience de montée capillaire dans sa plus simple expression : un tube en verre, parfaitement lisse et rigide, qu'on amène verticalement au contact d'un liquide visqueux et mouillant. Nous nous attendons à ce que la progression du ménisque soit classiquement décrite par le modèle de Washburn, qui prévoit une progression proportionnelle à la racine du temps, une dynamique singulière à temps court. Nous revenons sur les premiers instants de cette expérience pour lever cette singularité, en étudiant en particulier l'effet d'un film de lubrification à l'intérieur du tube. Nous analysons ensuite la dissipation du liquide au niveau de la ligne de contact pour modéliser la dynamique initiale du ménisque. Enfin nous exploitons le modèle développé qui nous permet de prédire la dynamique globale et de retrouver l'évolution de la forme du ménisque au cours d'une montée capillaire.

**Sommaire**


**1.1 La singularité du modèle de Washburn . . . . . 33**
**1.2 Influence d'un film de lubrification . . . . . 34**
**1.3 Dissipation au niveau de la ligne de contact . . . . . 37**
**1.4 Vitesse initiale pour un liquide visqueux . . . . . 40**
**1.5 Formes du ménisque et dynamique macroscopique . . . . . 42**
**1.6 Conclusion . . . . . 47**



*L'étude de la dynamique initiale de la montée capillaire pour des fluides visqueux à été initiée avec Susanne Lafon lors de son stage de première année à L'ENS. Les expériences concernant l'étude de l'effet du film de prémouillage ont été faites avec Yukina Koga au cours de son stage de M1 à l'université d'Ochanomizu (Japon). Le projet a été mené en collaboration avec Étienne Reyssat qui a contribué aux discussions théoriques.*

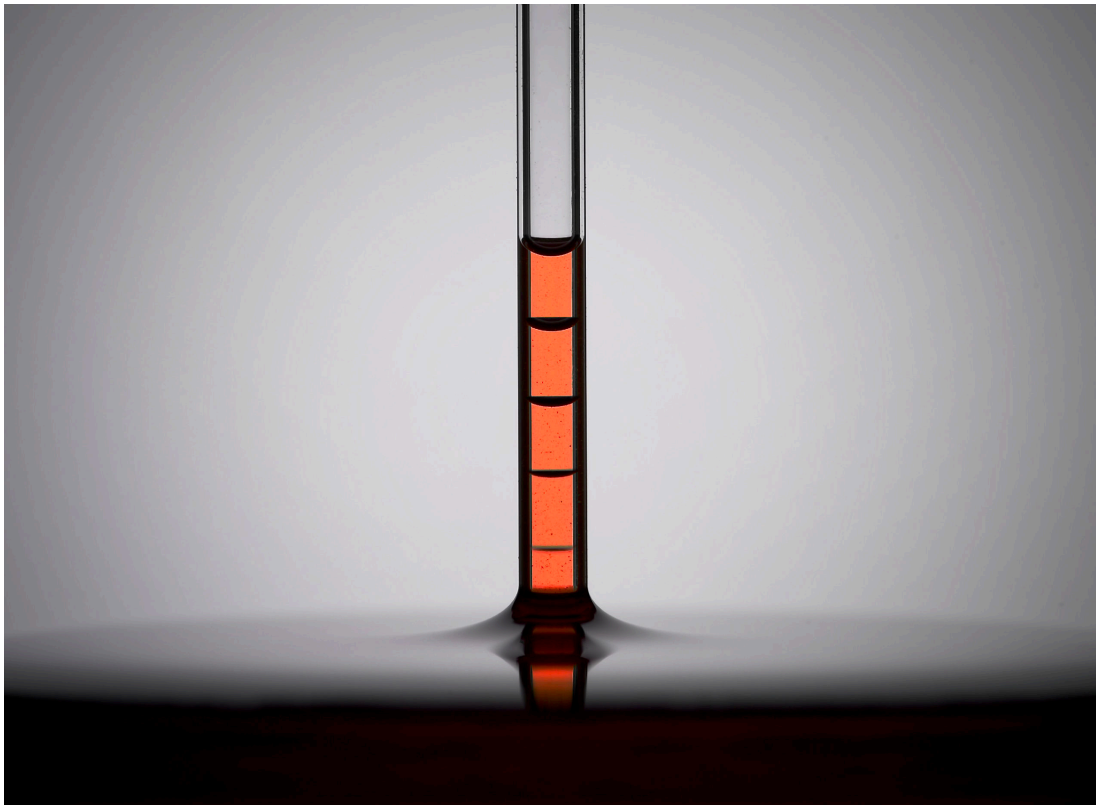


FIGURE 1.1 : Photographies d'une montée capillaire faisant apparaître le ménisque à différentes hauteurs dans le tube.

## 1.1 La singularité du modèle de Washburn

L'imprégnation d'un liquide mouillant, c'est-à-dire dont l'angle de contact solide-liquide à l'équilibre vaut $\theta_0 = 0$, dans un milieu poreux est généralement décrite par le modèle de Washburn : nous nous attendons à observer le front de liquide progresser comme la racine du temps (équation 6), avec une vitesse qui diverge donc à temps court – une singularité, qui ne reflète manifestement pas une situation physique. Une première idée pour lever cette singularité, discutée d'abord par Bosanquet [40], concerne l'inertie du liquide : la dynamique visqueuse est précédée par un régime inertiel, nécessaire pour mettre le liquide en mouvement. Dans le cas simple d'un tube, un modèle pour retrouver la vitesse initiale du liquide au début de la montée capillaire a été proposé par Quéré [41] : lorsque $t \to 0$, la distance $z$ parcourue par le ménisque est très faible ($z \to 0$), la force de friction induite par l'écoulement de Poiseuille (proportionnelle à $\eta z V$, où $\eta$ est la viscosité du liquide) est alors négligeable devant l'inertie du liquide $\rho r^2 \mathrm{d}(zV)/\mathrm{d}t$, où $\rho$ est la masse volumique du liquide et $r$ le rayon du tube). La force capillaire $\gamma r$ (où $\gamma$ est la tension de surface) tire le liquide dans le tube et la loi de Newton s'écrit alors (en loi d'échelle) $\rho r^2 \mathrm{d}(zV)/\mathrm{d}t \sim \gamma r$. Cette équation admet une solution pour une vitesse constante $\mathrm{d}z/\mathrm{d}t \sim V \sim (\gamma/\rho r)^{1/2}$, de l'ordre d'une dizaine de centimètres par seconde pour les tubes considérés. Ces vitesses, relativement élevées pour des phénomènes capillaires, ont été observées pour des liquides peu visqueux (de viscosité $\eta \sim 1$ mPa.s) tels que de l'éthanol, de l'eau ou des huiles à chaînes courtes.

La transition vers le régime de Washburn s'effectue lorsque la friction de Poiseuille excède l'inertie du liquide dans le tube : $\eta z V > \rho r^2 V^2$, c'est-à-dire après un temps caractéristique $\tau \sim \rho r^2/\eta$ [42]. Ce temps caractéristique, qui représente aussi le temps nécessaire à l'établissement du régime de Poiseuille à l'intérieur du tube, vaut typiquement une seconde pour des liquides comme l'eau ou l'éthanol dans des tubes millimétriques. Nous en déduisons la distance parcourue par le liquide lors de la transition entre les deux régimes : elle vaut $z \sim V\tau$, une distance de l'ordre du centimètre, qui rend donc le régime inertiel observable aisément pour des liquides peu visqueux.

Pour des huiles silicones, de viscosité $\eta$ 1000 fois supérieure à celle de l'eau, le temps caractéristique du régime inertiel se réduit à quelques millisecondes et la distance parcourue par le liquide au cours de ce régime devient alors de l'ordre d'une centaine de microns, le rendant très difficilement distinguable de l'établissement du ménisque à l'intérieur du tube. Le début d'une montée capillaire d'un liquide visqueux devrait donc suivre une dynamique initiale qui se rapproche de la dynamique prédite par Washburn en $z \sim t^{1/2}$. Sur la figure 1.2, nous observons la montée capillaire d'une huile silicone (de viscosité $\eta = 350$ mPa.s, de masse volumique $\rho = 980$ kg/m$^3$ et de tension superficielle $\gamma = 21$ mN/m) dans un tube en verre de rayon intérieur $r = 0.5$ mm. Pour mesurer avec précision la position du ménisque (en particulier au tout début de l'expérience), l'embout du tube mis au contact du bain est préalablement poncé pour s'assurer d'avoir un contact plan avec le liquide. Nous avons aussi utilisé un pistolet anti-statique "Zeros Stat" pour éviter les perturbations

dues aux charges à la surface du bain. L'expérience est schématisée sur la figure 1.2a, et nous traçons la position $z$ du ménisque en fonction du temps $t$ sur la figure 1.2b.

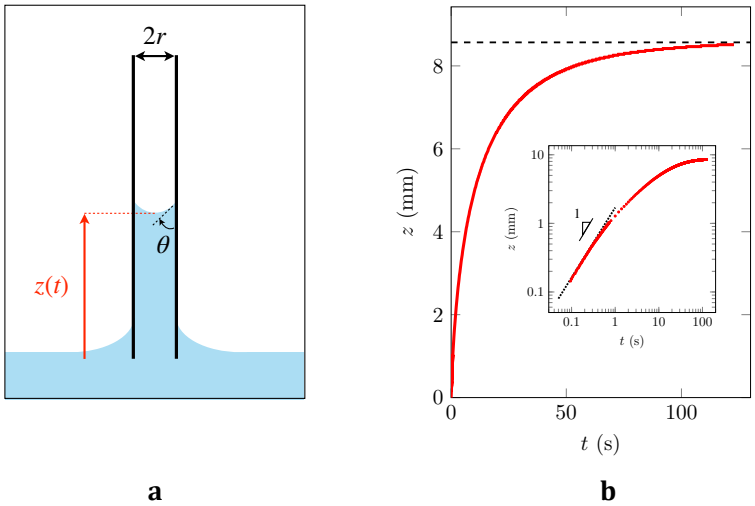



FIGURE 1.2 : Dynamique de la montée capillaire **a** Schéma d'une expérience de montée capillaire avec un liquide mouillant. Les couleurs bleues et blanches représentent respectivement le liquide et l'air. Le ménisque, à une hauteur $z(t)$, présente un angle de contact apparent $\theta$. L'origine du temps est prise lorsque le liquide entre en contact avec le tube de rayon $r$. **b** Position verticale $z$ du ménisque en fonction du temps pour la montée d'une huile silicone de viscosité $\eta = 350$ mPa.s dans un tube en verre de rayon $r = 0.51$ mm. La ligne horizontale en pointillés représente la hauteur théorique donné par la loi de Jurin (équation 5). L'encart montre la même courbe dans un repère logarithmique où la ligne en pointillés est de pente de 1.

Environ deux minutes sont nécessaires pour que le ménisque atteigne sa position d'équilibre $z = 8.5$ mm, une hauteur conforme à celle prévue par la loi de Jurin (équation 5), soulignée par la ligne en pointillés. Nous voyons aussi que le ménisque progresse relativement rapidement au début, puis ralentit lors de la montée. En traçant la même courbe dans un repère logarithmique (insert de la figure 1.2b), nous voyons que la dynamique ne suit pas celle prévue par Washburn, une progression en racine du temps devrait en effet se traduire dans cette représentation par une droite de pente 1/2. La dynamique initiale semble plutôt être une progression à vitesse constante, comme le souligne la droite de pente 1 (en pointillés). Ce régime linéaire, à une vitesse $V = 1.7$ mm/s, amène le ménisque à une hauteur d'environ un millimètre. Le régime de Washburn est alors intégralement masqué.

## 1.2 Influence d'un film de lubrification

Cet écart notable entre théorie et expérience semble avoir été rencontré par Washburn lui-même, qui l'évoque rapidement dans son célèbre article [26] où il préconise de prémouiller les tubes avant de réaliser la montée. Nous pouvons observer l'effet de la présence d'un film de lubrification en comparant la montée capillaire d'huiles silicones entre des tubes secs et des tubes prémouillés d'une mince couche d'huile. Pour appliquer un film

de prémouillage, nous introduisons au préalable une goutte d'huile à l'intérieur du tube maintenu avec un angle $\beta$ par rapport à la verticale, puis nous la laissons glisser comme le montre la figure 1.3.

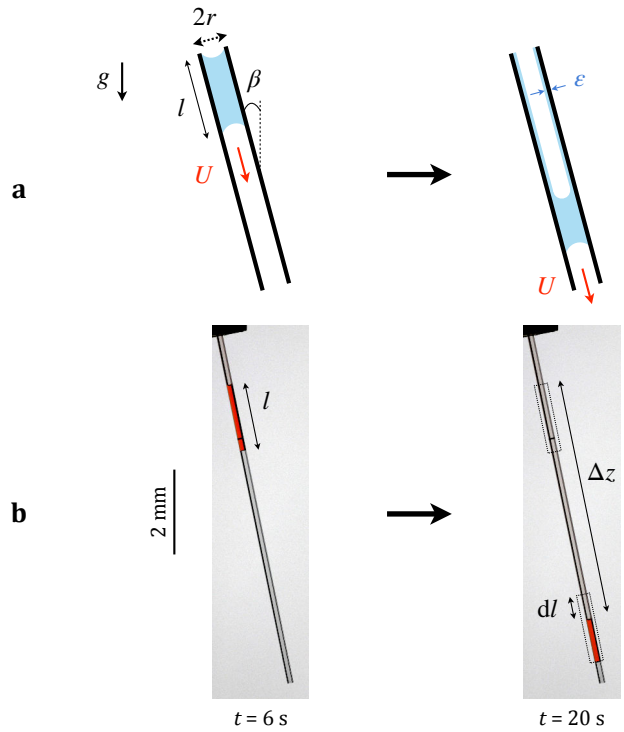



FIGURE 1.3 : Prémouillage d'un tube par une goutte d'huile silicone. **a** Schéma représentant l'avancée d'une goutte d'huile (en bleu) de longueur $l$ dans un tube de rayon $r$. En avançant, la goutte dépose un film d'épaisseur $\varepsilon$ le long du tube. **b** Prémouillage d'un tube de rayon $r = 0.51$ mm par une goutte d'huile silicone (colorée en rouge) de viscosité $\eta = 50$ mPa.s, masse volumique $\rho = 970$ kg/m$^3$ et tension superficielle $\gamma = 21$ mN/m dans un tube de rayon $r = 0.51$ mm. Les deux photos sont prises aux temps $t = 6$ s et $t = 14$ s après que la goutte a commencé à avancer.

Le prémouillage d'un tube, schématisé sur la figure 1.3a, est présenté expérimentalement sur la figure 1.3b où l'on voit l'avancée d'une goutte d'huile de viscosité $\eta = 50$ mPa.s et de longueur initiale $l = 1.6$ cm dans un tube de rayon $r = 0.51$ mm incliné d'un angle $\beta = 10°$. La goutte progresse à vitesse constante $U \approx 4$ mm/s et rétrécit d'une longueur $\delta l \approx 5.7$ mm après avoir parcouru une distance $\Delta z \approx 5.8$ cm. Cet accourcissement correspond au dépôt d'une fine couche d'huile le long de la paroi intérieure du tube, dont nous pouvons calculer l'épaisseur $\varepsilon \approx r\delta l/2\Delta z \approx 25$ µm. La vitesse $U$ est fixée par l'équilibre entre le poids $P \sim \rho g r^2 \cos\beta$ et les frottements visqueux $\sim \eta l U$. Le dépôt à l'arrière de la goutte a été observé par Bretherton [43] (dont le calcul complet est repris en annexe B), qui a montré qu'une goutte mouillante ($\theta = 0$) progressant à l'intérieur d'un tube dépose un film sur la paroi. L'épaisseur du film, $\varepsilon \approx 1.3r(\eta U/\gamma)^{2/3}$, dépend en particulier de la vitesse $U \sim \cos\beta$ ce qui nous permet d'obtenir des films de lubrification de taille micrométrique (donc négligeable devant le rayon des tubes utilisés) dont nous contrôlons l'épaisseur avec l'inclinaison du tube.

Nous obtenons ainsi des tubes avec un revêtement d'épaisseur connue (et controlée) et nous pouvons comparer la dynamique de montée du ménisque entre un tube sec et un tube identique prémouillé. Les dynamiques font l'objet de la figure 1.4 pour un tube de rayon $r = 0.51$ mm, avec un liquide de viscosité $\eta = 350$ mPa.s (figure 1.4a) et pour $r = 0.23$ mm et $\eta = 50$ mPa.s (figure 1.4b).

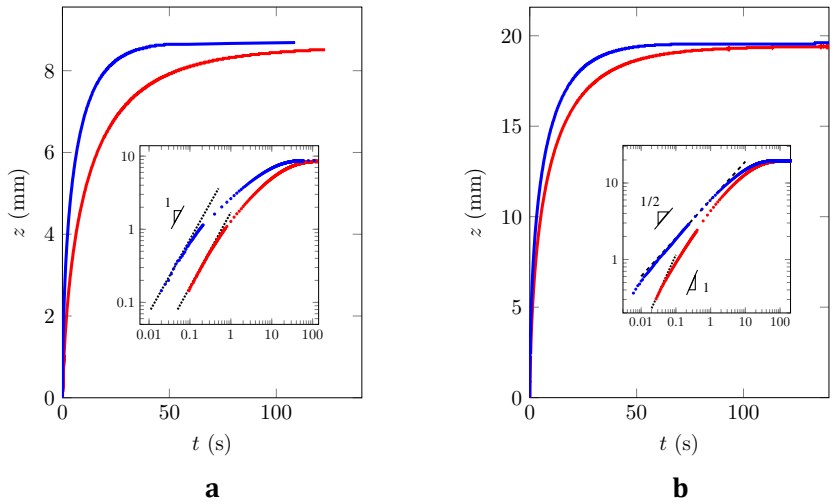



FIGURE 1.4 : Montée capillaire de liquides visqueux, les courbes montrent la hauteur $z(t)$ du ménisque en fonction du temps dans un tube -sec (en rouge) ou prémouillé (en bleu). **a** Montée capillaire d'une huile silicone de viscosité $\eta = 350$ mPa.s dans un tube en verre de rayon $r = 0.51$ mm et prémouillé par un film d'épaisseur $\varepsilon = 24$ µm. Les deux droites dans l'insert sont de pente de 1. **b** Même expérience pour une huile silicone de viscosité $\eta = 50$ mPa.s dans un tube en verre de rayon $r = 0.23$ mm et avec $\varepsilon = 4$ µm. L'insert reprend les données dans un repère logarithmique et la dynamique est soulignée par une droite de pente 1/2 (tirets) et une droite de pente 1 (pointillés).

Sur la figure 1.4, nous observons une différence notable entre les cas secs et prémouillés, en particulier pour le tube le plus large (figure 1.4a). Dans ce dernier cas, le ménisque est environ deux fois plus haut après une seconde s'il y a film et la hauteur finale est atteinte après 40 s, c'est-à-dire environ 4 fois plus rapidement que pour un tube sec. Dans les deux cas, nous observons une progression du ménisque à vitesse constante $V = 7.2$ mm/s pour le tube prémouillé, une vitesse nettement plus élevée que pour le tube sec ($V = 1.7$ mm/s). Ca phénomène a déjà été observé par Borelli en 1638. Comme discuté dans la partie précédente, nous remarquons que le régime de Washburn n'est pas observable.

Pour des tubes plus fins (figure 1.4b) et lorsque le tube est sec, nous distinguons encore une phase initiale à une vitesse constante ($V \approx 11$ mm/s), qui masque le régime de Washburn. Le prémouillage permet cette fois de retrouver une dynamique en racine du temps en réduisant significativement la portée (spatiale et temporelle) du régime linéaire.

## 1.3 Dissipation au niveau de la ligne de contact

Nos expériences montrent que la montée capillaire d'un liquide visqueux dans des tubes secs de rayon millimétrique suit en premier lieu une dynamique à vitesse constante. Ce régime semble aussi exister dans le cas de tubes prémouillés, il est alors plus rapide, donc plus court et plus difficile à observer. Les vitesses typiques, de l'ordre du millimètre par seconde, sont lentes devant les vitesses inertielles, typiquement de l'ordre du centimètre par seconde, ce qui confirme le caractère négligeable des mécanismes inertiels. Il ne reste donc qu'une origine visqueuse pour expliquer ce premier régime de montée. Pour le confirmer, nous reportons sur la figure 1.5 la vitesse initiale $V$ du ménisque dans des tubes secs, en fonction de la viscosité $\eta$ de l'huile que nous faisons varier entre 50 et 1000 mPa.s, en gardant une tension de surface constante $\gamma = 21.0 \pm 0.2$ mN/m.

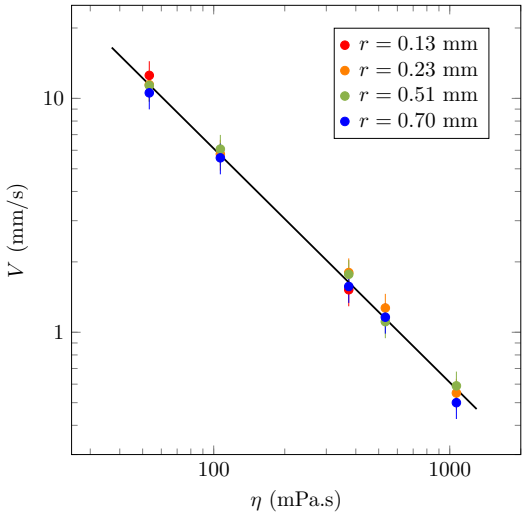



FIGURE 1.5 : Vitesse initiale du ménisque $V$ lors de la montée capillaire d'un liquide visqueux en fonction de sa viscosité $\eta$ dans un tube sec de rayon $r$ (indiqué par la couleur des points). La tension de surface des huiles utilisées vaut $\gamma = 21.0 \pm 0.2$ mN/m. La ligne noire est un ajustement de pente $-1$.

La vitesse $V$ décroît lorsque nous utilisons des huiles visqueuses, de 11 mm/s (pour $\eta = 50$ mPa.s) à 0.5 mm/s (pour $\eta = 1000$ mPa.s). Les nombres de Reynolds dans le tube $Re = \rho V r/\eta$ sont compris entre $5.10^{-4}$ et $10^{-1}$, ce qui justifie l'influence réduite de l'inertie. La figure 1.5 montre aussi que $V$ décroît en $1/\eta$, ce qui confirme que la principale force qui s'oppose à la capillarité est d'origine visqueuse. Nous voyons aussi que le rayon du tube, varié ici de 0.13 mm à 0.7 mm, influence très peu la vitesse initiale du ménisque, ce qui suggère un mécanisme local de dissipation contrairement au mécanisme global proposé par Washburn. Au début de la montée capillaire, la dissipation se produit à l'échelle du ménisque et donc au niveau de la ligne de contact. La friction visqueuse conduit à l'apparition d'un angle de contact dynamique $\theta(V)$ représenté sur le schéma 1.2a – nous observons aussi l'évolution de la forme du ménisque au cours de la montée

capillaire sur la figure 1.1.

Nous pouvons observer avec plus de détails le ménisque en éclairant le tube à travers le bain de liquide, ce qui fait ressortir sa courbure. Deux photographies sont représentées sur la figure 1.6.

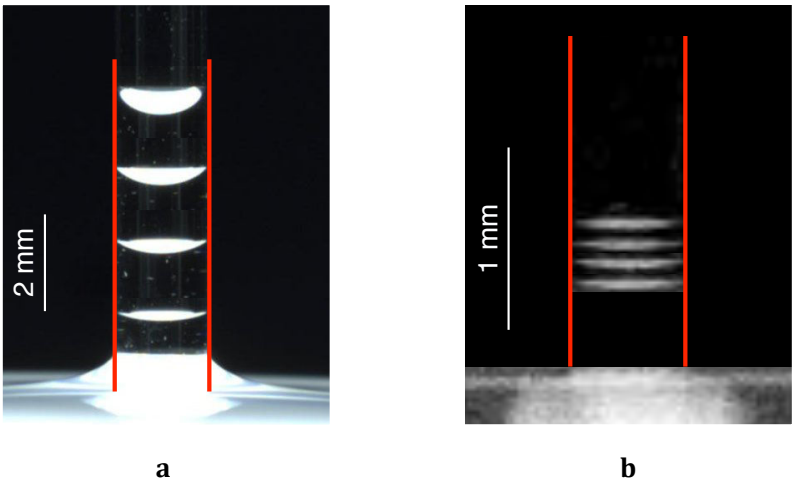



FIGURE 1.6 : **a** Montée capillaire d'une huile de viscosité $\eta = 350$ mPa.s dans un tube sec de rayon $r = 0.70$ mm. La photographie montre le ménisque entre le début et la fin de la montée, pour $t = 1.4$, 4.2, 11 et 92 s après le contact du tube avec la surface du bain. **b** Même expérience pour une huile de viscosité $\eta = 50$ mPa.s dans un tube sec de rayon $r = 0.23$ mm. La photographie représente le ménisque à temps très court : $t = 36$, 48, 60 et 72 ms après le contact avec le bain (de bas en haut). Le bas de la photographie a été masqué par un carré noir pour cacher le ménisque extérieur qui gênait la compréhension de l'image. Sur les figures **a** et **b**, la lampe est placée en dessous du bain, ce qui permet de faire ressortir la courbure du ménisque. Les traits rouges soulignent la paroi intérieure du tube.

Nous voyons sur la figure 1.6a les différentes formes prises par le ménisque lors d'une montée capillaire dans un tube relativement large. Le ménisque ralentit nettement au cours de la montée (il faut quelques secondes pour parcourir le premier millimètre et plus d'une minute pour parcourir le dernier millimètre). Ce ralentissement s'accompagne d'un changement de forme marqué, avec un angle de contact apparent $\theta$ qui varie d'une valeur qui s'approche de $\pi/2$ (pour $t = 1.4$ s) à sa valeur d'équilibre $\theta_0 = 0$ pour $t = 92$ s. La figure 1.6b souligne la dynamique du ménisque lors du régime à vitesse constante. Le ménisque a une forme très aplatie ($\theta \approx \pi/2$) et il la conserve lors du premier millimètre de progression dans le tube.

Les figures 1.6a et 1.6b soulignent les deux étapes successives de la montée capillaire d'un liquide visqueux. Dans le régime linéaire, un équilibre des forces locales (au niveau de la ligne de contact) vient fixer l'angle $\theta$, qui détermine à son tour la vitesse $V$ du ménisque – tous deux constants lors de cette phase de la montée. En approchant la zone de contact entre le liquide et le solide par un coin d'angle $\theta$ schématisé sur la figure 1.7a, nous pouvons obtenir, en loi d'échelle, la friction visqueuse le long du tube : elle vaut $\eta r V/\theta \ \ln r/\varepsilon$, où les bornes macroscopiques et microscopiques $r$ et $\varepsilon$ dans le terme logarithmique correspondent

respectivement à la taille du ménisque et à l'épaisseur du film sur lequel le ménisque avance [44]. La dépendance entre l'angle de contact dynamique $\theta$ et la vitesse du ménisque $V$ est obtenue classiquement en équilibrant la friction visqueuse dans le coin $F_w$ avec la force capillaire qui s'oppose à la déformation du coin $F_c \approx \gamma r(1 - \cos\theta)$. Pour des angles $\theta$ petits, cet équilibre nous donne la loi $\theta^3 \approx \eta V/\gamma \ \ln r/\varepsilon$ obtenue par Voinov, Tanner et Cox à la fin du XX$^{\text{ème}}$ siècle [45, 46, 47]. Cette loi permet d'expliciter la relation entre la friction exercée dans le coin de liquide et la vitesse de progression du ménisque :

$$F_w \approx r\gamma^{1/3}(\eta V \ \ln r/\varepsilon)^{2/3} \tag{1.1}$$

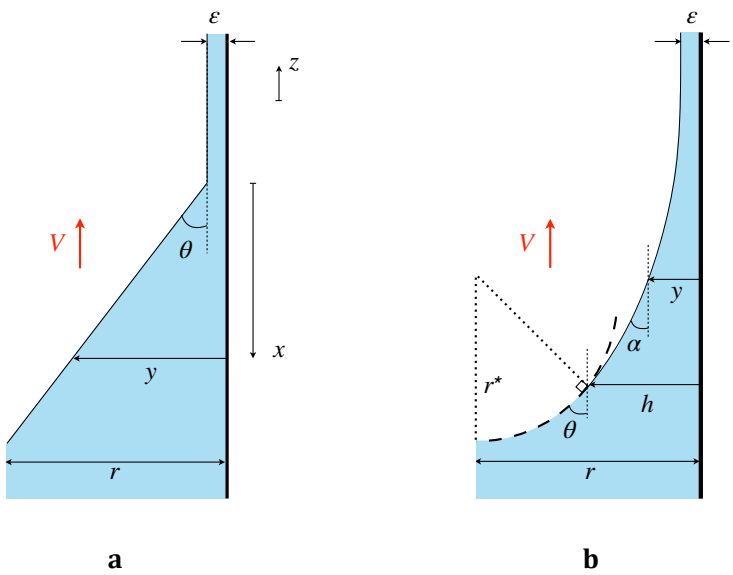



FIGURE 1.7 : Modèle simplifié **a** et plus détaillé **b** d'un ménisque mouillant (avec un angle de contact statique $\theta_0 = 0$) qui avance à une vitesse $V$ dans un tube de rayon $r$. $\varepsilon$ représente l'épaisseur du film sur lequel le ménisque progresse, $\theta$ l'angle de contact apparent (dynamique) et $x$ est la distance verticale depuis la pointe du coin. Sur le schéma **b**, le ménisque est décomposé en un ménisque statique (ligne en pointillés) de rayon de courbure $r^*$ et d'un ménisque dynamique (en trait plein). Le raccordement entre les deux ménisques se fait pour $y = h$ et $\alpha = \theta$ où les deux courbures s'équilibrent.

D'un point de vue global, nous avons deux possibilités pour retrouver la vitesse du ménisque, ce que nous allons faire en loi d'échelle. (1) Nous pouvons considérer que la conséquence de la friction dans le coin est de modifier la pression de Laplace s'exerçant sur la colonne de liquide. La force motrice vaut environ $\gamma r \cos\theta$ et peut être équilibrée par la friction de Poiseuille dans la colonne de liquide $F_p \sim \eta z V$ ce qui donne une première équation pour la dynamique : $\gamma r \cos\theta \sim \eta z V$. (2) La progression élémentaire d'une hauteur $\mathrm{d}z$ supprime une surface de liquide d'aire $r\mathrm{d}z$ ce qui entraîne une réduction d'énergie de surface $\gamma r \mathrm{d}z$ – et correspond donc à une force motrice de $\gamma r$. Nous devons alors considérer à la fois la friction de coin $F_w$ et la friction dans la colonne de liquide $F_p$ pour retrouver la dynamique du mouvement : $\gamma r \approx F_w + F_p$. L'équilibre local des forces $F_c = F_p$ permet

de retrouver l'équation dérivée ci-dessus : $\gamma r \cos\theta \sim \eta z V$.

## 1.4 Vitesse initiale pour un liquide visqueux

En supposant que la friction visqueuse dans la colonne de liquide est négligeable devant la friction au niveau de la ligne de contact au début de la montée capillaire (une hypothèse que nous vérifierons plus tard), l'équilibre des force devient $\gamma r \approx F_w \approx r\gamma^{1/3}(\eta V \ln r/\varepsilon)^{2/3}$, ce qui fixe la vitesse initiale du ménisque :

$$V \approx \frac{\gamma}{\eta \ln r/\varepsilon} \tag{1.2}$$

Une dissipation principalement localisée au niveau de la ligne de contact entraîne donc une vitesse de propagation $V$ constante (et proportionnelle à $1/\eta$), en accord avec les observations précédentes (figures 1.2 - 1.5). Lors de l'invasion d'un tube sec par un liquide complètement mouillant, le film liquide sur lequel le ménisque avance est typiquement un film précurseur d'épaisseur moléculaire $a$ ($\varepsilon \approx a \approx 1$ nm) [48]. Dans ces conditions, nous obtenons un coefficient $\ln r/\varepsilon$ entre 12 et 13 pour des tubes de rayons 0.13 mm à 0.70 mm. En outre, la nature logarithmique de ce coefficient le rend très peu sensible à l'épaisseur choisie pour $\varepsilon$. Pour une huile silicone de viscosité $\eta = 350$ mPa.s, la loi d'échelle 1.2 prévoit une vitesse $V$ de l'ordre de 5 mm/s, comparable (à un facteur 3 près) avec les résultats obtenus sur les figures 1.2 et 1.5.

Ce modèle simplifié explique aussi l'augmentation de la vitesse lorsque les tubes sont prémouillés. L'ajout d'un film de prémouillage revient à augmenter considérablement l'épaisseur du film précurseur, qui passe de (typiquement) quelques Angströms à quelques dizaines de microns. Le préfacteur $\ln r/\varepsilon$ est alors réduit d'un facteur 4, ce qui augmente d'autant la vitesse du ménisque. Dans les deux cas, la vitesse reste faible devant la vitesse inertielle $(\gamma/\rho r)^{1/2} \approx 10$ cm/s, ce qui souligne (encore une fois) le rôle négligeable de l'inertie dans notre étude.

Nous pouvons enfin revenir sur l'étendue du régime linéaire (caractérisé par la dissipation de coin) par rapport au régime de Washburn (dû à la dissipation de Poiseuille à l'intérieur de la colonne de liquide). La friction de Poiseuille $F_p \approx \eta z V$ est négligeable devant la friction à la ligne de contact $F_w \approx r\gamma^{1/3}(\eta V \ln r/\varepsilon)^{2/3}$ tant que la distance $z$ parcourue par le ménisque est plus petite que $L \approx r \ln r/\varepsilon$. Cette longueur est à peu près proportionnelle à $r$ et dépend de l'état sec ou prémouillé du tube : $L$ est typiquement millimétrique, comme observé dans l'insert de la figure 1.4. Cet argument permet également d'expliquer pourquoi Washburn n'a pas observé ce régime : il a réalisé ses expériences avec des tubes fins ($r = 0.15$ mm) et prémouillés, ce qui diminue d'environ un facteur 10 la distance $L$ par rapport à nos expériences. Plus généralement, quand le rayon $r$ est micrométrique (en particulier dans les milieux poreux), ce régime initial d'imprégnation est invisible macroscopiquement, ce qui explique pourquoi cet effet est resté inaperçu pendant aussi longtemps.

Nous pouvons essayer de quantifier cette dynamique plus en détail : l'équation 1.2 prévoit un nombre capillaire $Ca = \eta V/\gamma \approx 1/\ln r/\varepsilon$ compris entre 0.07 et 0.09, environ 3 fois plus large que la valeur $Ca = 0.03$ mesurée sur la figure 1.5. Pour obtenir le préfacteur, il faut s'attacher à décrire la forme du ménisque de manière un peu plus précise comme schématisé 1.7b. Un calcul, initialement proposé par Voinov [45], permet de retrouver la forme du ménisque en équilibrant la pression capillaire avec la contrainte normale exercée par l'écoulement sur l'interface. La courbure du ménisque induit une pression de Laplace $p_c = \gamma \sin\alpha \mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}y$ dans le liquide, ou $\alpha(y)$ est l'angle entre l'interface liquide-gaz et le solide à une distance $y$ de la paroi intérieure du tube (figure 1.7b). D'autre part, comme montré par Moffatt [49], il existe un lien entre la pression exercée par l'interface libre sur le liquide et la vitesse d'avancée de la ligne triple : $p_f = 2\eta V \sin^2\alpha/y(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)$ (voir l'annexe C). L'équilibre $p_c = p_f$ peut être intégré entre $\alpha = 0$ pour $y = \varepsilon$ (en haut du ménisque) et $\alpha = \theta$ pour $y = h$, l'épaisseur locale du ménisque dynamique. Nous obtenons une équation entre $\theta$ et $h$ pour une vitesse $V$ de progression du ménisque :

$$\eta V \ln h/\varepsilon = \gamma \int_0^\theta \frac{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\alpha}\mathrm{d}\alpha \tag{1.3}$$

Dans la limite des petits angles $\alpha < \theta \ll 1$, le développement limité de la fonction intégrée permet de retrouver l'équation de Cox-Voinov : $\theta^3 \approx 9\,\eta V/\gamma\ \ln h/\varepsilon$. Comme mentionné par Voinov, cette approximation reste très bonne pour des angles $\theta < 3\pi/4$ [45]. Nous retrouvons la vitesse $V$ du ménisque en suivant la géométrie du tube où $\theta = \pi/2$ pour $h = r$ :

$$V = \frac{\gamma}{\eta \ln r/\varepsilon}\int_0^{\pi/2} \frac{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\alpha}\mathrm{d}\alpha \approx \frac{\pi^3}{72}\frac{\gamma}{\eta\ln r/\varepsilon} \tag{1.4}$$

Comme mentionné pour l'équation 1.2, la vitesse du ménisque dépend des paramètres du liquide (tension de surface $\gamma$ et viscosité $\eta$) et des paramètres géométriques comme le rayon $r$ du tube et de l'épaisseur $\varepsilon$ du film sur lequel le liquide avance. Cette équation est maintenant accompagnée d'un préfacteur d'environ 0.43 ce qui corrige le résultat précédent et prévoit un nombre capillaire $\eta V/\gamma$ compris entre 0.032 (pour $r = 0.70$ mm) et 0.037 (pour $r = 0.13$ mm), en cohérence avec nos observations expérimentales présentées sur la figure 1.5. Dans ces expériences, le rayon du tube $r$ est varié d'un facteur 5, ce qui doit entraîner des variations de $V$ d'environ 15 % d'après l'équation 1.4 – en adéquation avec les variations mesurées sur la figure 1.5, ce qui confirme le caractère local de la dissipation dans cette phase de montée capillaire.

Ce dispositif apparaît alors comme un système modèle pour étudier quantitativement le régime hydrostatique de dissipation dans un coin et sa célèbre signature logarithmique ce que nous faisons en variant l'épaisseur $\varepsilon$ du film sur lequel le ménisque avance. L'épaisseur du film de prémouillage est modifiée en changeant l'angle d'inclinaison $\beta$ lors de l'étape de prémouillage (figure 1.3). Nous parvenons ainsi à faire varier $\varepsilon$ sur une large plage allant de $\varepsilon \sim 1$ µm à $\varepsilon \sim 25$ µm. Dans chaque cas, nous mesurons la vitesse $V$ d'imprégnation d'un tube millimétrique, une quantité que nous reportons sur la figure 1.8 (points bleus).

Nous ajoutons aussi la vitesse mesurée pour des tubes secs (points rouges) ainsi que les résultats théoriques donnés par l'équation 1.3 (trait noir).

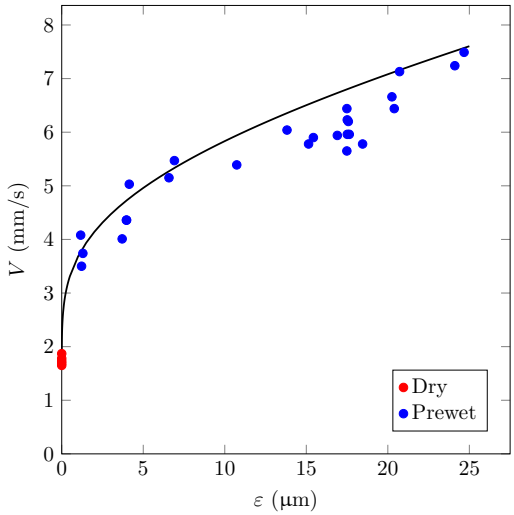



FIGURE 1.8 : Vitesse initiale $V$ d'une huile silicone ($\eta = 350$ mPa.s, $\gamma = 21$ mN/m) imprégnant un tube de rayon $r = 0.5$ mm en fonction de l'épaisseur $\varepsilon$ du film d'huile sur laquelle le ménisque avance. Les points montrent les résultats expérimentaux pour des tubes secs (en rouge) ou prémouillés (en bleu). L'équation 1.4 est tracée en noir, sans aucun paramètre ajustable.

Deux observations ressortent de ces résultats expérimentaux. (1) La vitesse du ménisque augmente brutalement de $V = 1.7$ mm/s pour des tubes secs à $V = 3.5$ mm/s pour les tubes prémouillés par un film mince ($\varepsilon \approx 1$ µm) en accord avec notre modèle qui prévoit que la vitesse augmente d'une facteur $\sim 2$ lorsque l'épaisseur du film augmente d'un facteur 1000 – d'environ 1 nm (film précurseur dans un tube sec) à 1 µm (film de prémouillage). (2) La vitesse du ménisque augmente alors lentement avec l'épaisseur de prémouillage, en doublant lorsque l'épaisseur du film est augmentée d'un facteur 25, en accord avec le modèle proposé, tracé en trait plein sur la figure 1.8. La vitesse est légèrement surestimée pour les films les plus épais, régime où l'extension spatiale de la dynamique à vitesse constante ($L \approx r \ln r/\varepsilon$) est très limitée : la transition vers le régime de Washburn arrivant donc plus tôt lors de la montée, la précision des mesures diminue en conséquence, ce qui peut expliquer pourquoi nous mesurons des vitesses légèrement plus basses que prévues.

## 1.5 Formes du ménisque et dynamique macroscopique

En plus de prédire la vitesse initiale du ménisque, le modèle proposé dans la section précédente nous permet de prévoir la dynamique "macroscopique" du ménisque et de retrouver la forme de l'interface liquide-air au cours de la montée capillaire.

L'équation 1.3 est une équation implicite sur la forme du ménisque $h(x)$ avec $\theta = \mathrm{d}h/\mathrm{d}x$ (où $h$, $\theta$ et $x$ sont présentés sur le schéma 1.7). La forme du ménisque dépend alors de sa

vitesse, initialement donnée par l'équation 1.4 ($V \approx \gamma\pi^3/72\eta \ln r/\varepsilon$), puis par $\dot{z}$, lorsque la vitesse du ménisque diminue à cause de la dissipation visqueuse dans la colonne de liquide et de la gravité. Dans la phase initiale de la montée capillaire, les équations 1.3 et 1.4 mises bout à bout donnent $\theta = \pi/2\ [\ln(h/\varepsilon)/\ln(r/\varepsilon)]^{1/3}$. Nous obtenons $\theta \approx 0.4\,\pi$ pour $h = r/10$ dans un tube sec ($r = 0.5$ mm, $\varepsilon = 1$ nm) : l'interface est presque orthogonale au tube en s'écartant de la paroi, ce qui dépeint bien la forme aplatie du ménisque.

Lorsque la vitesse du ménisque diminue par rapport à sa vitesse initiale $\dot{z} < V$, l'angle $\theta$ utilisé comme condition limite dans l'équation 1.3 doit nécessairement vérifier $\theta < \pi/2$. Par conséquent, l'épaisseur correspondante du ménisque vérifie $h < r$, ce qui traduit la coexistence entre un ménisque dynamique (dont la forme est affectée par la dissipation proche de la ligne de contact) et un ménisque statique (de forme hémisphérique), souligné sur le schéma 1.7b. L'angle de contact $\theta$ représente alors l'angle entre l'interface et la paroi du tube à l'intersection des deux ménisques. La courbure du ménisque statique, de rayon $r^*$ vaut $C_s = \cos\theta/(r-h)$. La courbure induite par l'écoulement proche de la ligne de contact, $2\eta\dot{z}/\gamma h\ \sin^2\theta/(\theta - \sin\theta\cos\theta)$, peut être réécrite uniquement en fonction de $\theta$ et $h$ en utilisant l'équation 1.3 qui donne une relation entre la vitesse de progression du ménisque (ici $\dot{z}$) et $\theta$ : $C_d = \sin^2\theta[(\theta - \sin\theta\cos\theta)\ln(h/\varepsilon)]^{-1}\ \int_0^\theta(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)(\sin\alpha)^{-1}\mathrm{d}\alpha$. L'égalité de ces deux courbures donne un lien entre l'épaisseur du ménisque dynamique $h$ et l'angle de contact apparent du ménisque $\theta$ :

$$\frac{h}{(r-h)}\ln h/\varepsilon = \frac{\sin\theta\tan\theta}{\theta - \sin\theta\cos\theta}\int_0^\theta \frac{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}\mathrm{d}\alpha \tag{1.5}$$

Cette équation implicite liant $h$ et $\theta$ fait intervenir uniquement la géométrie du tube (le rayon $r$ et l'épaisseur de prémouillage $\varepsilon$) – en particulier cette équation est indépendante de la vitesse du ménisque $\dot{z}$. Dans un premier temps, nous obtenons donc la fonction $\theta(h/r)$. Nous déduisons de cette nouvelle relation la taille caractéristique du ménisque dynamique $h$ ainsi que l'angle $\theta$ entre l'interface et le liquide à la jonction des deux ménisques en fonction de la vitesse de progression du ménisque $\dot{z}$ grâce à l'équation 1.3 (ou 1.5). Nous traçons les résultats obtenus sur la figure 1.9 pour des films de prémouillage $10^{-7} \leq \varepsilon/r \leq 10^{-1}$ en normalisant la vitesse du ménisque par sa vitesse initiale $V$ obtenue d'après l'équation 1.4. Dans nos expériences, les valeurs $\varepsilon/r \approx 10^{-7}$ correspondent à des tubes "secs" et $\varepsilon/r \approx 10^{-3}$ aux tubes prémouillés.

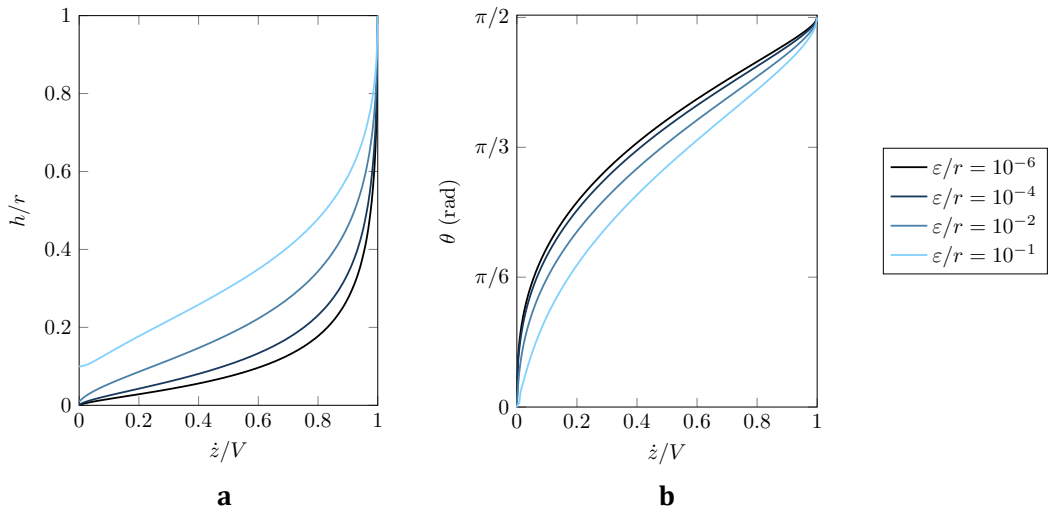



FIGURE 1.9 : **a** Epaisseur du ménisque dynamique $h$ adimensionnée par le rayon du tube $r$ et **b** angle de contact $\theta$ à la jonction entre le ménisque "statique" et le ménisque "dynamique" en fonction de la vitesse $\dot{z}$ du ménisque adimensionnée par sa vitesse initiale $V$. Les courbes sont tracées pour différentes valeurs de $\varepsilon/r$, le quotient de l'épaisseur du film $\varepsilon$ sur le rayon du tube $r$.

Au début de la montée capillaire, la vitesse du ménisque est proche de la vitesse initiale $V$, le ménisque dynamique s'étend sur toute la largeur du tube : $h \approx r$. Pour les revêtements minces ($\varepsilon/r \leq 10^{-3}$), lorsque le ménisque ralentit, $h$ diminue plus rapidement que l'angle $\theta$. Par exemple, pour un tube sec de rayon $r = 0.5$ mm, lorsque la vitesse du ménisque a été divisée par deux par rapport à la vitesse initiale, l'épaisseur du ménisque dynamique vaut $h \approx 50$ µm tandis que l'angle de $\theta$ est supérieur à $\pi/3$, en conséquence, l'angle de contact "apparent" $\theta$ entre le liquide et le tube semble varier avec la vitesse du ménisque. Pour les films dont l'épaisseur devient comparable au rayon du tube ($\varepsilon \sim 0.1\ r$), nous observons une évolution plus progressive signe d'un ménisque dynamique plus large mais qui reflète paradoxalement une dissipation de coin plus faible – le quotient $h/\varepsilon$ est beaucoup plus faible que dans les autres cas.

Notre modèle nous permet alors de retrouver la dynamique globale du ménisque (à toutes les échelles de temps). La dissipation au niveau de la ligne de contact induit une déformation de l'interface proche de la paroi du tube, et un angle de contact apparent $\theta$. Macroscopiquement, la colonne de liquide est alors tirée par une force $2\pi(r-h)\gamma\cos\theta(\dot{z})$ (vois le schéma sur la figure 1.7b) et ralentie par la friction volumique ($8\pi\eta z\dot{z}$) puis par la gravité ($\pi r^2\rho g z$). La dynamique du ménisque est donc donnée par l'équation différentielle suivante :

$$2\gamma(r-h(\dot{z}))\cos\theta(\dot{z}) = 8\eta z\dot{z} + r^2\rho g z \tag{1.6}$$

Nous retrouvons dans cette équation les paramètres classiques de la montée capillaire, ainsi que l'influence du film de prémouillage au travers des relations implicites $h(\dot{z})$ et $\theta(\dot{z})$. En intégrant l'équation 1.6, nous retrouvons la hauteur du ménisque en fonction du

temps que nous comparons aux résultats expérimentaux sur la figure 1.10.

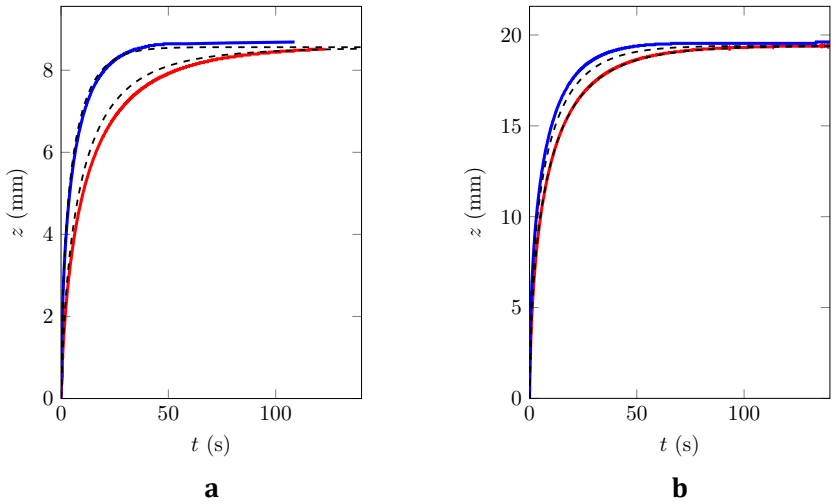
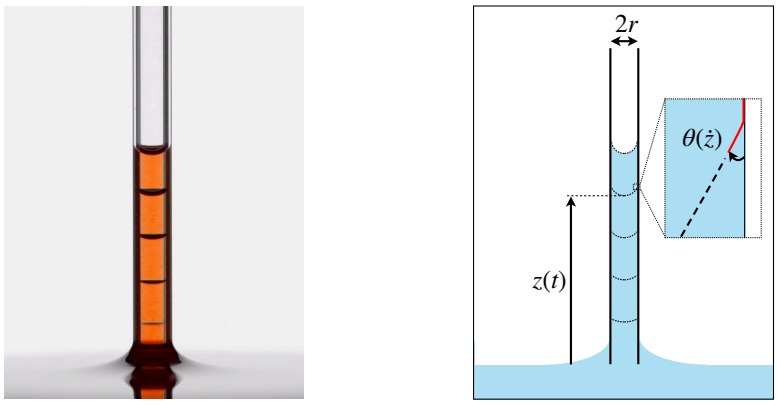



FIGURE 1.10 : Comparaison entre les données expérimentales (points en couleur) et les intégrations numériques correspondantes (tirets noirs) en utilisant l'équation 1.6. **a** Montée capillaire d'une huile silicone de viscosité $\eta = 350$ mPa.s dans un tube de rayon $r = 0.51$ mm sec ($\varepsilon = 1$ nm) ou prémouillé ($\varepsilon = 24$ µm). **b** Montée capillaire d'une huile silicone de viscosité $\eta = 50$ mPa.s dans un tube de rayon $r = 0.23$ mm sec ($\varepsilon = 1$ nm) ou prémouillé ($\varepsilon = 4$ µm).

L'intégration numérique (ligne en tirets noirs) donne des résultats proches des résultats expérimentaux avec les tubes secs (en rouge) comme pour les tubes prémouillés (en bleu), sans aucun paramètre ajustable. Les différences qui persistent entre les résultats expérimentaux et les courbes numériques sont sans doute dues à des petites imperfections dans le film de prémouillage ou à une légère inclinaison du tube lors des expériences.

L'équation 1.3 est aussi une équation différentielle qui permet de retrouver la forme du ménisque : en remarquant que $\tan\theta = \mathrm{d}y/\mathrm{d}x$, nous obtenons $y = \varepsilon\gamma/\eta\dot{z}\ \mathcal{F}(\mathrm{d}y/\mathrm{d}x)$, où $\mathcal{F}$ représente l'intégrale de l'équation 1.3. Nous représentons en rouge les résultats obtenus en intégrant numériquement cette équation à différentes hauteurs du tube – c'est-à-dire pour différentes valeurs de $\dot{z}$ (figure 1.11). La photographie 1.11a illustre la forme du ménisque à différentes hauteurs de la montée capillaire d'une huile visqueuse colorée et les résultats numériques sur la figure 1.11b sont calculés dans des conditions identiques – l'intégration du ménisque est faite en utilisant les paramètres de l'expérience réalisée ($\varepsilon$, $\gamma$, $\eta$, $\rho$ et $r$) et en choisissant les hauteurs $z$ qui correspondent à la photographie. Nous avons ensuite ajouté la partie statique du ménisque en pointillés noirs, en effectuant le raccordement selon le modèle proposé.




**a** **b**

FIGURE 1.11 : **a** Photographie montrant le ménisque à différents moments de la montée capillaire d'une huile colorée ($\eta$ = 50 mPa.s, $\gamma$ = 21 mN/m, $\rho$ = 960 kg/m$^3$) dans un tube de rayon $r = 0.51$ mm initialement sec ($\varepsilon = 1$ nm). Les photographies sont prises pour $t = 0.2$, 0.6, 1.4, 4.5 et 46.2 s après avoir contacté le bain avec le tube. L'échelle spatiale est donnée par le diamètre extérieur du tube qui vaut 1.6 mm. **b** Schéma à l'échelle qui présente la forme du ménisque pour des hauteurs identiques à l'expérience réalisée. La forme dynamique du ménisque (en rouge) est calculée en utilisant le modèle proposé dans ce chapitre et la partie statique (en tirets noirs) est un raccordement circulaire par un arc de cercle (de courbure $r^*$). L'insert souligne la jonction entre la partie dynamique et la partie statique du ménisque en zoomant sur cette région.

Nous retrouvons le creusement du ménisque au cours de la montée, comme sur les figures 1.6a et 1.11a. Nous voyons qualitativement que la forme obtenue par notre modèle ressemble aux ménisques observés experimentalement. Une comparaison directe plus quantitative est cependant difficile avec notre dispositif expérimental, le ménisque étant déformé par le tube en verre sur les photographies. L'insert de la figure 1.6b montre un zoom sur la partie dynamique du ménisque. L'angle $\theta$ se détache de la région dynamique mais il semble en revanche qu'une discontinuité persiste entre le ménisque et le film de prémouillage. Cette discontinuité apparente est due à la forme spéciale du ménisque. La régularisation entre le ménisque dynamique et le film de prémouillage se fait de manière continue mais très localisée. En effet, pour des épaisseurs qui se rapprochent de $\varepsilon$, la courbure de l'interface tout comme la dissipation visqueuse deviennent alors élevées. Pour observer plus en détail la forme modélisée, nous grossissons le quatrième ménisque de la figure 1.11b sur les deux schémas de la figure 1.12. La figure 1.12a présente la forme de l'interface proche de la ligne de contact à une échelle microscopique, et la figure 1.12b montre la jonction entre le ménisque et le film de prémouillage, en représentant la coordonnée verticale $x$, prise à partir du point d'épaisseur $y = \varepsilon$.

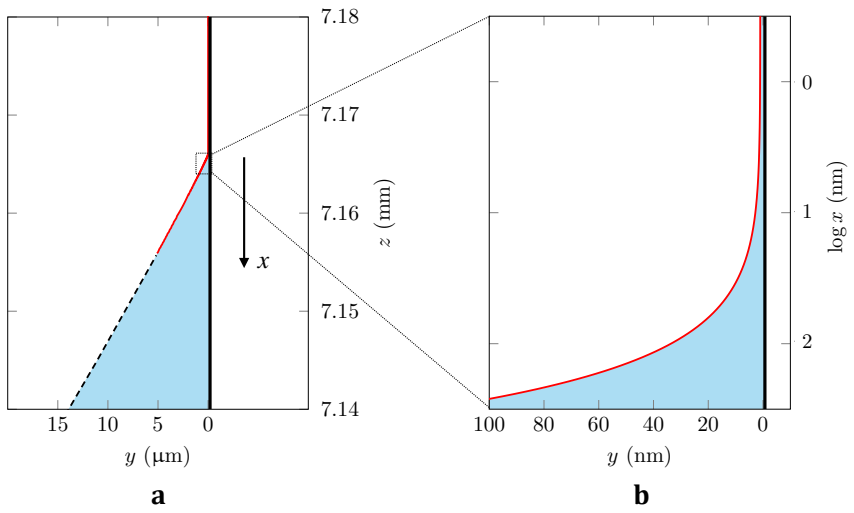



FIGURE 1.12 : Jonction entre le ménisque dynamique et le film précurseur pour le ménisque de l'insert de la figure 1.11b ($r = 0.51$ mm et $\varepsilon = 1$ nm). **a** Zoom sur la zone de contact entre ménisque dynamique (en rouge) et ménisque statique (en noir). La forme du ménisque dynamique se rapproche d'un coin de liquide d'angle $\theta$. Nous définissons aussi sur cette figure la distance $x$ entre la partie supérieure du ménisque statique (définie pour $y = \varepsilon$). **b** Raccordement du ménisque statique avec le film précurseur : nous avons tracé en ordonnée le logarithme de $x$ pour souligner la continuité du raccordement à l'échelle de $\varepsilon$.

Les résultats théoriques, bien que non vérifiés expérimentalement, montrent que le coin apparent sur la figure 1.12a est en fait régularisé à une échelle nanométrique, c'est-à-dire pour une distance comparable à la taille du film précurseur. Nous retrouvons donc, grâce au modèle proposé, une interface continue et non-anguleuse à l'échelle de $\varepsilon$ mais qui présente bien un angle apparent à l'échelle macroscopique. Ce résultat explique aussi que l'analyse en loi d'échelle proposée à l'aide du schéma 1.7a donne des résultats cohérents malgré la modélisation *a priori* assez grossière de la forme du ménisque – qui est en fait assez proche de la forme que nous obtenons avec ce calcul plus complet.

## 1.6 Conclusion

Nous avons montré dans ce chapitre que la montée capillaire de liquides visqueux suit dans un premier temps une dynamique à vitesse constante. Nous avons interprété cette observation en considérant la friction visqueuse proche de la ligne de contact. Le caractère local de la dissipation explique l'existence d'une vitesse initiale finie pour le ménisque liquide. Notre dispositif expérimental offre aussi un bon moyen pour tester une spécificité du modèle hydrodynamique de friction de ligne, à savoir la divergence logarithmique obtenue dans les équations 1.2 et 1.4. Nous confirmons ici la dépendance logarithmique du modèle de Voinov [45] en variant l'épaisseur du film sur lequel le ménisque avance – un facteur traité ici comme un paramètre physique pouvant être varié et testé, et non pas comme un paramètre ajustable, comme on le fait en général dans la littérature. En analysant la dissipation locale au niveau de la ligne de contact, nous modélisons enfin la

forme du ménisque au cours de la montée capillaire ainsi que la dynamique macroscopique de la montée. Le modèle est en très bon accord avec les expériences réalisées.

Nous n'avons pas réussi à mesurer l'effet du rayon des tubes, qui pourrait être observé avec quelques ajustements expérimentaux nécessaires pour augmenter le précision de mesure de la vitesse du ménisque aux tous premiers instants de la montée (peut être en mesurant la position du liquide avec un laser, depuis le haut du tube ou à travers le bain). Il serait aussi intéressant de réaliser un dispositif pour étudier plus quantitativement l'évolution de la forme du ménisque au cours du temps. Il est possible d'obtenir ces formes en trempant le tube dans un liquide d'indice de réfraction très proche du verre comme le glycérol. Dans un tel cas, il serait intéressant d'étudier l'écoulement dans la colonne de liquide, pour essayer d'observer une différence entre les parties "dynamique" et "statique" du ménisque. Pour cela, le cas de films de prémouillage épais (qui mériterait aussi d'être approfondi) pourrait être une bonne solution pour faciliter les observations. On pourrait aussi étudier plus précisément la transition entre le régime à vitesse constante et le régime de Washburn, en s'affranchissant de la gravité, avec des tubes horizontaux par exemple – ce qui nécessite encore une fois quelques ajustements expérimentaux pour avoir un contact "propre" avec le bain de liquide.

# Chapitre 2

# Étalement d'un pont capillaire

L'étalement d'un liquide mouillant sur une surface plane est une expérience qui permet d'observer des dynamiques variées. Lorsqu'une goutte d'un liquide mouillant s'étale, la distance parcourue par le liquide au cours du temps suit une dynamique très lente : plusieurs heures sont souvent nécessaires pour couvrir une surface centimétrique. Dans ce chapitre nous nous intéressons au cas où la goutte devient infiniment grande, en étudiant un pont capillaire entre un bain de liquide et une surface solide.

En contactant un bain de liquide avec une surface plane à l'aide d'un petit connecteur, nous formons un pont capillaire qui s'étale sous la plaque. Nous nous intéressons à la dynamique de l'étalement que nous caractérisons en étudiant la forme du pont capillaire et les sources de dissipation visqueuses.

## Sommaire


**2.1 Étalement d'une goutte liquide sur une surface plane . . . . . 51**

**2.2 Expérience . . . . . 52**

2.2.1 Dynamique d'étalement . . . . . 53

2.2.2 Effet de la viscosité . . . . . 54

2.2.3 Hauteur . . . . . 54

**2.3 Forme du pont capillaire . . . . . 55**

2.3.1 Partie statique . . . . . 57

2.3.2 Partie dynamique . . . . . 61

2.3.3 Remarque sur le raccordement . . . . . 62

**2.4 Vitesse d'étalement . . . . . 63**

**2.5 Conclusion et perspectives . . . . . 65**



*Ce projet a été réalisé avec Daniel Beilharz à la suite du stage de Hana Nagasato. Un grand merci aussi à Justine Laurent, qui a imprimé tous nos connecteurs sur les surfaces en verre, ainsi qu'à Tahar Amorri pour la fabrication du cône en laiton.*

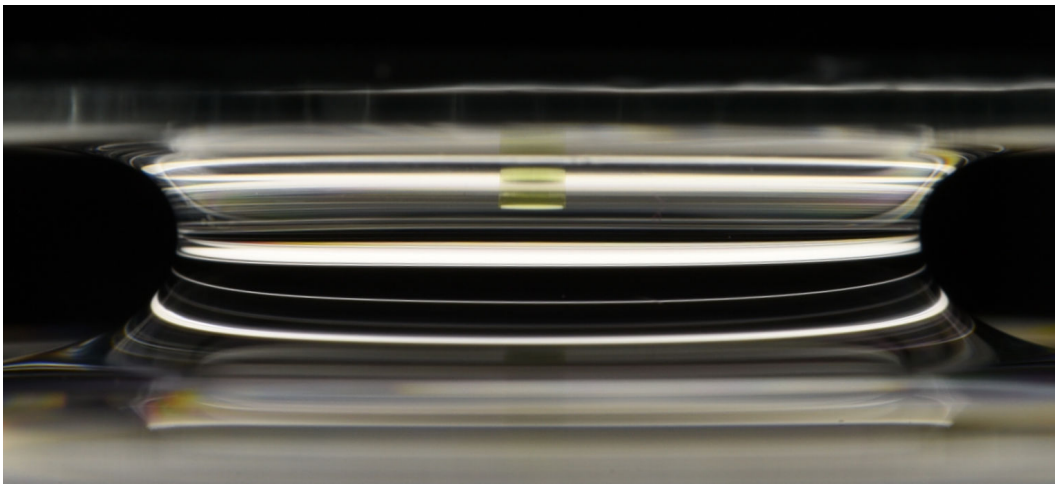


FIGURE 2.1 : Pont capillaire entre un bain d'huile et une plaque en verre.

## 2.1 Étalement d'une goutte liquide sur une surface plane

Le phénomène est bien connu, l'huile a une fâcheuse tendance à s'étaler. Une petite goutte d'huile peut ainsi recouvrir des surfaces considérables lorsqu'on la laisse s'étaler longtemps – il faut généralement quelques heures à une flaque d'huile pour recouvrir un plan de travail. Nous reportons une première expérience d'étalement sur la figure 2.2 en suivant la dynamique d'une goutte de volume $\Omega$ déposée sur une plaque en silicium.

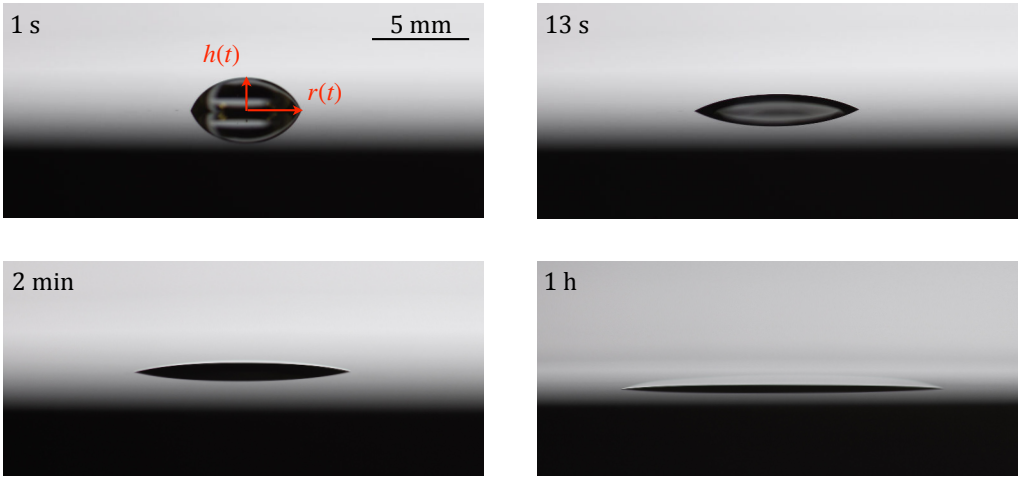



FIGURE 2.2 : Étalement d'une goutte d'huile déposée sur une galette de silicium. Une goutte de volume $\approx 100$ µL et de viscosité $\eta = 3500$ mPa.s est photographiée en vue de côté 1 s, 13 s, 2 min et 1 h après avoir été déposée sur une plaque en silicium.

Juste après avoir été déposée, la goutte prend la forme d'une calotte sphérique. L'étalement est axisymétrique et le liquide progresse de plus en plus lentement. Nous paramétrons la goutte par sa hauteur $h(t)$ et son rayon $r(t)$ (reportés sur la première image de la figure 2.2) et nous notons $V$ la vitesse de progression de la ligne de contact. Le nombre de Reynolds vaut $Re = \rho V h/\eta \sim 10^{-4}$ ce qui souligne le caractère visqueux de l'écoulement. La vitesse d'étalement découle donc de l'équation de Stokes, qui donne en loi d'échelle :

$$\eta \frac{V}{h^2} \sim \frac{\Delta p}{r} \tag{2.1}$$

Deux modèles classiques ont été proposés à la fin du XX$^{\text{ème}}$ siècle par Tanner et Huppert [46, 50] pour expliquer le processus d'étalement.

(1) La force capillaire tire la ligne de contact. La courbure de l'interface est négligeable au centre de la goutte et vaut environ $h/r^2$ au niveau du bord de la goutte. La différence de pression qui tire la goutte vaut donc $\Delta p \sim \gamma h/r^2$. En écrivant la vitesse en loi d'échelle : $V \sim r/t$ et en éliminant $h$ par conservation du volume de la goutte : $\Omega \sim hr^2$, nous retrouvons le modèle de Tanner [46] qui décrit la progression du rayon de la goutte : $r \sim t^{1/10}$.

(2) Le poids du liquide pousse aussi la goutte à s'étaler. Lorsque c'est la gravité qui

fait avancer la goutte l'écart de pression qui pousse le liquide à s'étaler vaut $\Delta p \sim \rho g h$. En écrivant $\Omega \sim hr^2$ et $V \sim rt$, nous retrouvons le modèle de Huppert [50], qui donne cette fois $r \sim t^{1/8}$.

Le modèle de Tanner prédit une vitesse $V \sim t^{-9/10}$, légèrement plus rapide à temps court que celle prévue par Huppert, qui vaut $V \sim t^{-7/8}$ – une tendance qui s'inverse aux temps longs. L'étalement suivra donc d'abord une dynamique capillaire puis une dynamique gravitaire. Ces modèles prévoient tous deux une vitesse d'étalement presque inversement proportionnelle au temps, qui décroît donc très rapidement : au bout d'une heure, la vitesse d'une goutte est environ 1000 fois plus lente qu'après trois secondes d'étalement.

Nous nous intéressons dans les sections suivantes à un cas un peu moins traité, qui repose sur une expérience similaire, en observant non plus la dynamique d'étalement d'une goutte mais celle d'un pont liquide entre une surface plate et un réservoir infini.

## 2.2 Expérience

Notre dispositif expérimental consiste à étudier l'étalement d'huiles silicones de masse volumique $\rho = 980 \pm 10$ kg/m$^3$ et de tension de surface $\gamma = 21 \pm 1$ mN/m dont nous contrôlons la viscosité $\eta$ entre 50 et $10^5$ mPa.s. Ces huiles sont complètement mouillantes sur du verre : l'angle de contact statique vaut $\theta_0 = 0°$. Nous approchons un bain d'huile silicone à une vitesse d'environ dix microns par seconde d'un petit connecteur de hauteur $h \sim 1$ mm fixé sous la plaque en verre. La plaque en verre est maintenue horizontale au degré près grâce à un goniomètre. Pour les petites hauteurs $h < 1$ mm, nous utilisons comme connecteur un cylindre rigide imprimé en 3D (Photonic Professional GT2) ; pour les plus grandes hauteurs $h > 1$ mm, il est nécessaire d'ajouter une petite rainure sur le connecteur pour amener le liquide au contact de la plaque. Après contact avec le bain, le liquide monte le long du connecteur jusqu'à venir toucher la surface en verre.

Un pont capillaire se forme tant que $h$ reste inférieur à environ trois millimètres. Nous observons l'étalement d'une huile silicone de viscosité $\eta = 10^4$ mPa.s sous une plaque en verre située à une hauteur $h = 600$ µm au-dessus de la surface du liquide sur la figure 2.3. L'expérience est schématisée sur la figure 2.3a et nous présentons une vue de côté sur la figure 2.3b ainsi qu'une vue de dessus sur la figure 2.3c.

La vue de dessus montre que le pont capillaire s'étale de manière axisymétrique et recouvre une surface de plus en plus importante : 0.3 cm$^2$ durant les 6 premières secondes puis de 0.9 cm$^2$ pendant les 6 secondes suivantes et 1.6 cm$^2$ durant les 6 dernières secondes. Le pont capillaire atteint ainsi une surface de 2.8 cm$^2$ en 18 secondes avant de recouvrir toute la surface en verre en moins d'une minute. Le rayon du pont devient très vite centimétrique – une taille relativement grande devant la longueur capillaire (millimétrique) du liquide. L'étalement dure quelques secondes malgré la viscosité importante de l'huile utilisée ($10^4$ fois celle de l'eau, c'est-à-dire environ 100 fois celle de l'huile d'olive), ce qui rend le phénomène remarquablement différent de l'étalement d'une goutte, qui prendrait

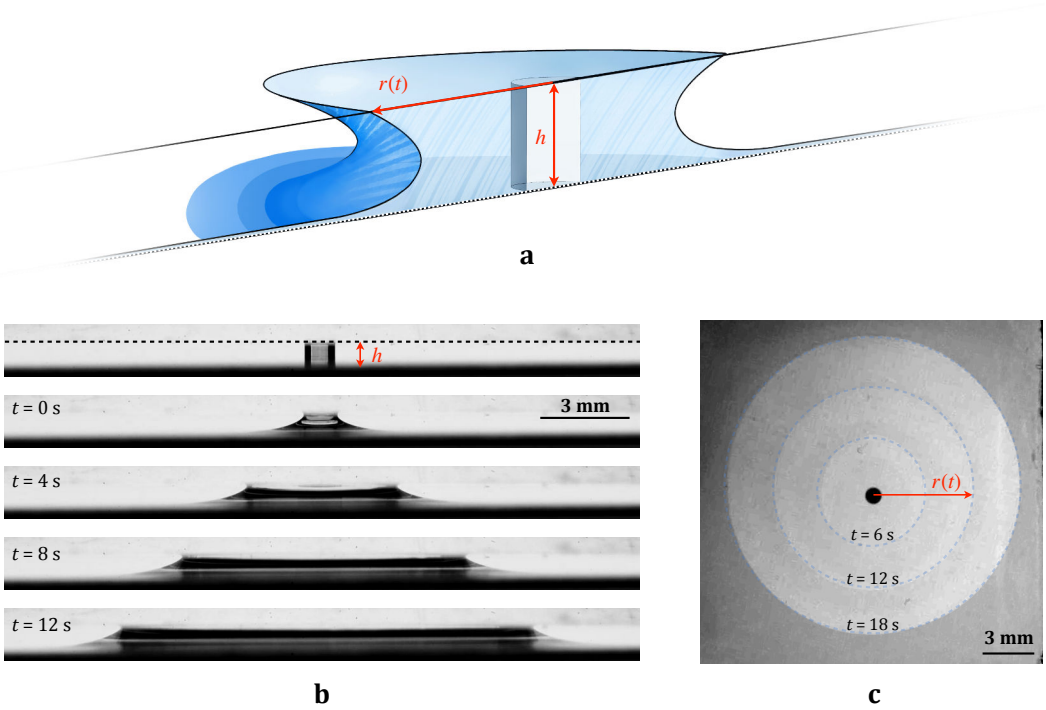



FIGURE 2.3 : **a** Schéma de l'étalement d'un pont capillaire de rayon $r$ sous une plaque en verre de hauteur $h$ (crédit : Benoît Pype). **b** et **c** représentent l'étalement d'une huile silicone de viscosité $\eta = 10^4$ mPa.s pour un connecteur de hauteur $h = 600$ µm. **b** Vue de côté. Sur la première image, une ligne en pointillés noirs marque la surface supérieure en verre. Les photos représentent le pont capillaire 0, 4, 8 et 12 secondes après le contact avec la surface en verre. **c** Chronophotographie d'une vue de dessus qui illustre les positions successives du pont capillaire, souligné légèrement par des cercles en pointillés, 6, 12 et 18 secondes après le début de l'étalement.

plusieurs heures pour couvrir une surface identique.

### 2.2.1 Dynamique d'étalement

Après une courte phase d'accélération (d'environ une seconde), les figures 2.3b et 2.3c montrent le pont capillaire se propager à une vitesse constante, $V \approx 0.4$ mm/s. Cette dynamique explique le caractère rapide de l'étalement : contrairement au cas d'une goutte, la vitesse du pont capillaire ne décroît pas avec le temps (ni avec le rayon $r$). Le pont capillaire recouvre alors une surface qui varie comme le carré du temps. Cette dynamique est pour le moins inattendue : en effet, en reprenant l'équation 2.1 avec une différence de pression de Laplace $\Delta p \sim \gamma/h$, nous obtenons une vitesse proportionnelle à $1/r$ qui devrait donc décroître fortement avec l'étalement du pont capillaire.

Pour comprendre le processus d'étalement, nous mesurons expérimentalement l'effet de la viscosité et de la hauteur du bain sur la dynamique de l'étalement sur la figure 2.4. L'étalement se produit toujours à vitesse constante pour toute la gamme de viscosité $\eta$ et d'écartement $h$ testée.

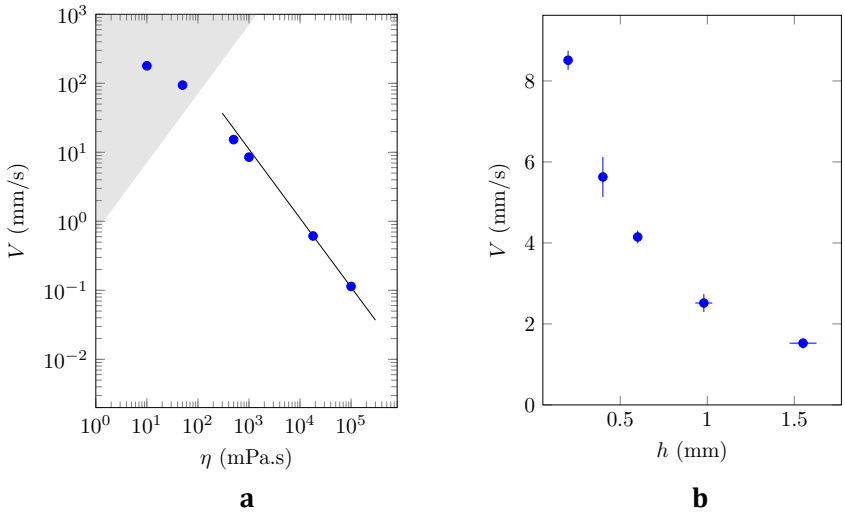



FIGURE 2.4 : **a** Vitesse d'étalement $V$ en fonction de la viscosité du liquide $\eta$ . La plaque en verre est maintenue à une hauteur $h = 200$ µm au-dessus du liquide. La droite est une régression de pente $-1$, ce qui correspond à un régime où la vitesse est inversement proportionnelle à la viscosité : $V \sim 1/\eta$. La région grisée correspond à des nombres de Reynolds $Re > 1$. **b** Vitesse d'étalement en fonction de la hauteur du pont capillaire $h$ pour une huile silicone de viscosité $\eta = 1000$ mPa.s.

### 2.2.2 Effet de la viscosité

Nous étudions d'abord l'effet de la viscosité $\eta$ sur la vitesse $V$ du pont capillaire. Pour cela, nous utilisons des huiles silicone dont nous varions la viscosité sur plusieurs ordres de grandeur entre 10 mPa.s et $10^5$ mPa.s. Nous mesurons la vitesse d'étalement d'un pont capillaire de hauteur $h = 200$ µm et reportons les résultats sur la figure 2.4a dans un repère logarithmique. La vitesse décroît fortement avec la viscosité de l'huile, d'une vitesse $V \approx 180$ mm/s pour $\eta = 10$ mPa.s à $V \approx 0.1$ mm/s pour $\eta = 10^5$ mPa.s. Nous distinguons deux régions sur la figure 2.4 en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement $Re = \rho\kappa^{-1}V/\eta$, défini en utilisant la longueur capillaire comme longueur caractéristique – nous verrons ci-dessous que c'est bien la longueur $\kappa^{-1}$ qui limite l'écoulement.

La région grisée correspond à des étalements pour des liquides de viscosités relativement faibles ($\eta < 100$ mPa.s) où le nombre de Reynolds de l'écoulement est plus grand que 1 (respectivement $Re \sim 40$ et $Re \sim 4$ pour $\eta = 10$ mPa.s et $\eta = 50$ mPa.s). Dans cette région, $V$ diminue avec la viscosité du liquide de manière non-linéaire, suggérant des effets inertiels que nous n'avons pas tenté de modéliser. La seconde région (fond blanc) correspond à des expériences réalisées avec des huiles plus visqueuses et des nombres de Reynolds $Re \ll 1$. La vitesse est proportionnelle à l'inverse de la viscosité et le liquide s'étale avec un nombre capillaire $Ca = \eta V/\gamma$ constant qui vaut environ 0.5.

### 2.2.3 Hauteur

La vitesse d'étalement d'une huile de viscosité $\eta = 1000$ mPa.s est ensuite mesurée en fonction de la hauteur $h$ du connecteur, qui fixe la taille du pont capillaire. Nous reportons

la vitesse d'étalement $V$ en fonction de $h$, varié entre 0.2 mm et 1.6 mm, sur la figure 2.4b.

La vitesse diminue avec la hauteur du bain et varie de manière non-linéaire avec $h$. $V$ décroît d'environ 1 cm/s pour $h = 200$ µm jusqu'à un 1 mm/s pour $h = 1.6$ mm. Il est assez surprenant de voir $V$ augmenter lorsqu'on diminue $h$ puisque l'expérience devient *a priori* de plus en plus confinée – ce qui devrait limiter l'étalement du liquide.

Cette partie expérimentale soulève deux questions distinctes que nous tenterons d'expliquer dans les sections suivantes. (1) Pourquoi l'étalement du pont capillaire se fait-il à une vitesse constante ? (2) Comment expliquer l'influence de la hauteur du bain sur la vitesse d'étalement ?

## 2.3 Forme du pont capillaire

Une particularité de l'étalement est soulignée sur la figure 2.3b par la forme curieuse de l'interface liquide-vapeur. Le pont capillaire entre le bain et la surface en verre n'a pas la forme classique observée lorsque le liquide est confiné entre deux plaques solides – un cas où l'interface suit une courbure constante dont le rayon est donné par l'écartement des deux plaques. Nous voyons aussi (toujours sur la figure 2.3b) que la forme de l'interface varie légèrement lors de la phase d'accélération du pont capillaire, puis que le pont capillaire garde la même forme lors de l'étalement. Le pont capillaire s'étale entre une surface solide et un réservoir de liquide, ce qui diffère aussi du cas d'une goutte qui s'étale. En effet (1) le volume du pont capillaire varie au cours de l'expérience et (2) le contrainte visqueuse est exercée entre la plaque et le fond du réservoir, une distance centimétrique, qui rend la friction de Poiseuille négligeable dans nos expériences.

Sur les image de la figure 2.3b, l'angle de contact entre le liquide et le solide diffère aussi remarquablement de l'angle de contact statique d'une huile sur une surface en verre ($\theta_0 = 0°$). Nous avons déjà vu dans le chapitre 1 que lorsqu'un liquide mouillant progresse avec un angle de contact dynamique, la friction visqueuse au niveau de la ligne de contact peut s'écrire, en première approximation, $F_w \approx r\gamma^{1/3}(\eta V \ \ln h/\varepsilon)^{2/3}$ (équation 1.1) où nous avons choisi la hauteur du bain $h$ comme longueur caractéristique et où $\varepsilon \sim 1$ nm représente l'épaisseur du film précurseur à l'étalement. Lorsque le pont capillaire avance, l'énergie du système varie à cause de la pesanteur (du liquide est tiré vers le haut lors de l'étalement) et de la suppression des deux interfaces libres (la surface du bain et le film précurseur recouvrant la partie solide). Ainsi, lorsque le pont capillaire avance d'une longueur d$r$, l'énergie du système varie d'une quantité $\mathrm{d}E = [\rho g r h^2/2 - 2\gamma r]\mathrm{d}r$. Nous obtenons la force qui tire le pont capillaire : $-\mathrm{d}E/\mathrm{d}r = 2\gamma r - \rho g r h^2/2$. L'équilibre entre la force motrice et la friction au niveau de la ligne de contact donne une approximation de la vitesse du pont capillaire :

$$V \approx \frac{\gamma}{\eta \ln h/\varepsilon}(4 - h^2\kappa^2)^{3/2} \tag{2.2}$$

Nous obtenons une vitesse de propagation constante pour une hauteur $h$ donnée (en particulier $V$ est indépendant du rayon du pont capillaire $r$) qui est aussi proportionnelle

à $1/\eta$ en accord avec les résultats de la figure 2.4a. La vitesse dépend la hauteur $h$, elle tend vers 0 pour un pont capillaire de taille $2\kappa^{-1}$ et diverge pour des petites valeurs de $h$, des résultats qui semblent en accord avec nos mesures expérimentales. La comparaison quantitative entre les mesures des figures 2.4b et l'équation 2.2 donne toutefois des résultats peu convaincants quant à l'effet de la hauteur du bain sur la vitesse de propagation.

Pour retrouver plus rigoureusement la vitesse d'étalement, nous reprenons la méthode utilisée dans le chapitre 1 en calculant la pression exercée à l'interface liquide-vapeur. Un schéma du pont capillaire (en vue de côté) est proposé sur la figure 2.5.

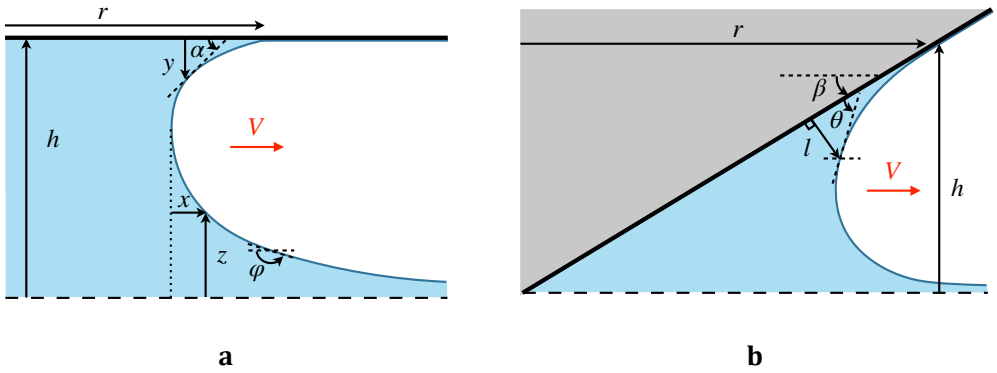



FIGURE 2.5 : Schéma d'un pont capillaire entre un liquide (en bleu) et une surface solide (trait noir épais). **a** Surface horizontale située à une hauteur $h$ au-dessus du bain, dont le niveau est souligné par la ligne en tirets. Le rayon $r$ du pont capillaire est défini entre le centre du pont capillaire et la ligne de contact solide-liquide. L'interface liquide-vapeur (ligne bleue) fait un angle $\alpha$ avec l'horizontale. Nous paramétrons la distance $x$ entre l'interface et le col du pont capillaire (pour $\alpha = \pi/2$) en fonction de la hauteur de l'interface $z$. **b** Même schéma lorsque la surface est inclinée d'un angle $\beta$ par rapport à l'horizontal. Nous reportons sur ce schéma l'angle $\theta$ et la distance $l$ entre l'interface et la plaque à la jonction entre la partie statique et dynamique du ménisque.

La courbure de l'interface dans le plan du schéma vaut $-\sin\varphi\, \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}z$ (le signe est différent du chapitre précédent à cause de l'orientation inversée de l'axe $z$), la seconde courbure principale vaut $(r\sin\varphi)^{-1}$, une quantité rapidement négligeable devant $\sin\varphi\, \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}z$ lorsque la distance $r$ parcourue par le pont devient de l'ordre du millimètre. La courbure de l'interface induit une dépression $p_c = -\gamma \sin\varphi \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}z$ et s'équilibre avec la dépression induite par l'écoulement le long de la surface libre $p_f = 2\eta V/y \sin^2\alpha/(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)$ (voir l'annexe C) ainsi que la dépression hydrostatique $p_h = \rho g z$. Lorsque la surface est horizontale, $\alpha = \varphi$ et $y = h - z$, l'égalité de pression $p_c = p_f + p_h$ donne alors l'égalité suivante :

$$-\gamma \sin\varphi \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}z} = 2\frac{\eta V}{(h-z)}\frac{\sin^2\varphi}{\varphi - \sin\varphi\cos\varphi} + \rho g z \tag{2.3}$$

Cette équation différentielle non linéaire entre l'angle $\varphi$ et la hauteur de l'interface $z$ est relativement complexe à intégrer, en particulier à cause des conditions aux limites ($\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}z \to \infty$ pour $z = 0$, $\varphi = \pi$ et pour $z = h$, $\varphi = 0°$) mais peut se résoudre en intégrant séparément la forme de l'interface au niveau de la région proche de la ligne de contact

$(h - z \ll h)$, où la pression due à l'écoulement sera prépondérante, et de la zone proche du niveau du bain $(z \ll h)$, où la dépression hydrostatique sera plus importante.

### 2.3.1 Partie statique

Nous nous intéressons dans un premier temps à la région proche du bain, où l'interface est peu déformée par l'écoulement. La forme du pont capillaire est alors fixée par la gravité. Nous pouvons retrouver la forme de l'interface en suivant une méthode classique proposée par exemple dans [21]. En négligeant le terme $p_f$ dû à l'écoulement du liquide, l'équation 2.3 donne $-\gamma \sin\varphi \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}z = \rho g z$ qu'on intègre pour obtenir un lien direct entre la hauteur et l'angle de l'interface $\varphi$ :

$$z = \kappa^{-1}\sqrt{2 + 2\cos\varphi} \tag{2.4}$$

L'angle $\varphi$ varie avec la hauteur $z$ du bain selon la relation donnée par l'équation 2.4. Cette équation donne la forme du pont capillaire dans la partie où l'écoulement ne déforme pas l'interface. Nous retrouvons une interface horizontale au niveau du bain ($\varphi = \pi$ pour $z = 0$) ainsi que la hauteur du liquide au niveau du col du pont capillaire qui vaut $z = \sqrt{2}\kappa^{-1}$ pour $\varphi = \pi/2$ – une hauteur qui représente aussi la hauteur du ménisque lorsqu'on observe le contact d'un liquide mouillant ($\theta_0 = 0°$) sur une plaque verticale.

Nous pouvons également retrouver la forme complète de l'interface. Nous intégrons l'équation 2.4 en calculant la position de l'interface $x$, prise à partir du col du pont capillaire, en fonction de la variable $s = -z$ ($s < 0$) pour calculer $x(s)$ dans un repère direct :

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s} &= -\cot\varphi \\
&= -\frac{\cos\varphi}{[1-\cos^2\varphi]^{1/2}} \\
&= -\frac{s^2\kappa^2 - 2}{|s\kappa|[4 - s^2\kappa^2]^{1/2}} \\
&= \frac{s^2\kappa^2 - 2}{s\kappa[4 - s^2\kappa^2]^{1/2}}
\end{aligned}$$

Nous pouvons intégrer cette équation en fixant comme origine pour $x$ le col du pont capillaire où l'on a $\varphi = \pi/2$ pour une hauteur qui vaut $\sqrt{2}\kappa^{-1}$ d'après l'équation 2.4. L'équation précédente est à son tour intégrée entre les deux bornes $s = -\sqrt{2}\kappa^{-1}$ et $s = -z$ pour retrouver la fonction $x(z)$. La résolution se fait en utilisant la variable adimensionnée $u = -s\kappa/2$ ($\mathrm{d}s = -2\kappa^{-1}\mathrm{d}u$) et en remarquant que $\ln u - \ln(\sqrt{1-u^2}+1)$ est une primitive

de la fonction $1/u(1-u^2)^{1/2}$ :

$$\begin{aligned} x(z) &= \int_{-\sqrt{2}\kappa^{-1}}^{-z} [\frac{y\kappa}{[4-s^2\kappa^2]^{1/2}} - \frac{1}{s\kappa[1-(\frac{s\kappa}{2})^2]^{1/2}}]\mathrm{d}s \\ &= -\kappa^{-1} \int_{1/\sqrt{2}}^{z\kappa/2} [\frac{2u}{(1-u^2)^{1/2}} + \frac{1}{u[1-u^2]^{1/2}}]\mathrm{d}u \\ &= \kappa^{-1} \left[-2\sqrt{1-u^2} - \ln u + \ln(\sqrt{1-u^2}+1)\right]_{1/\sqrt{2}}^{z\kappa/2} \end{aligned}$$

Nous trouvons finalement la forme analytique d'un pont capillaire lorsque la courbure dans le plan perpendiculaire à l'étalement est négligeable :

$$x(z) = \kappa^{-1}[\ln \frac{2+\sqrt{4-z^2\kappa^2}}{z\kappa} - \sqrt{4-(z\kappa)^2} - \ln(1+\sqrt{2}) + \sqrt{2}] \tag{2.5}$$

L'équation 2.5 donne aussi la forme statique d'un pont capillaire formé entre un liquide mouillant et une plaque infinie horizontale située à une hauteur $2\kappa^{-1}$ au-dessus de la surface du bain.

Nous réalisons une seconde expérience afin de faire varier la hauteur $h$ de manière continue et d'observer l'évolution de la forme de l'interface. Nous utilisons pour cela un cône en laiton de largeur 3 cm et de hauteur 3 mm, qui permet d'avoir une surface axisymétrique avec un angle d'inclinaison très faible, $\beta \approx 10°$, sur laquelle le liquide peut monter. Le cône est amené, pointe vers le bas, au contact d'un bain sur-rempli d'une huile silicone de viscosité $\eta =$ 1100 mPa.s. L'expérience est présentée sur la figure 2.6.

Une fois le contact avec le liquide établi, l'huile monte le long du cône. La dynamique est rapide au départ (le liquide parcours environ 5 mm durant la première seconde d'étalement), puis le ménisque ralentit jusqu'à atteindre une hauteur d'équilibre qui vaut environ 2.5 mm. Nous voyons aussi que la forme du pont capillaire change lors de l'étalement. Nous analysons la forme de l'interface à partir de la ligne de contact solide-liquide, qui définit le rayon $r$ du pont capillaire. La position de l'interface est détectée en mesurant le gradient de niveau de gris de l'image – le front est identifié correctement (à une précision de quelques pixels) à condition d'avoir un contraste assez élevé. Les points ainsi identifiés sont représentés en couleur sur la partie droite des photographies de la figure 2.6a et repris sur le graphique 2.6b.

L'équation 2.5, donne la forme théorique de l'interface en connaissant la position du bain et du col du pont capillaire. En pratique, il est difficile de mesurer convenablement ces deux valeurs : le niveau du bain décroît au fur et à mesure que le liquide est aspiré dans le pont capillaire et nous n'avons accès à la hauteur du col que lorsque le pont capillaire est plus haut que $\sqrt{2}\kappa^{-1}$. Pour identifier l'interface, nous considérons la hauteur du col et le niveau du bain comme deux paramètres ajustables. Nous obtenons le système $\{x_i - x_0 = x(z_i - \delta_z)\}_i$, où la fonction $x$ est définie dans l'équation 2.5 et $x_i$ et $z_i$ sont les coordonnées de chaque pixel de l'interface. Les paramètres d'ajustement $x_0$ et $\delta_z$ représentent respectivement la position du col de l'interface et la variation du niveau

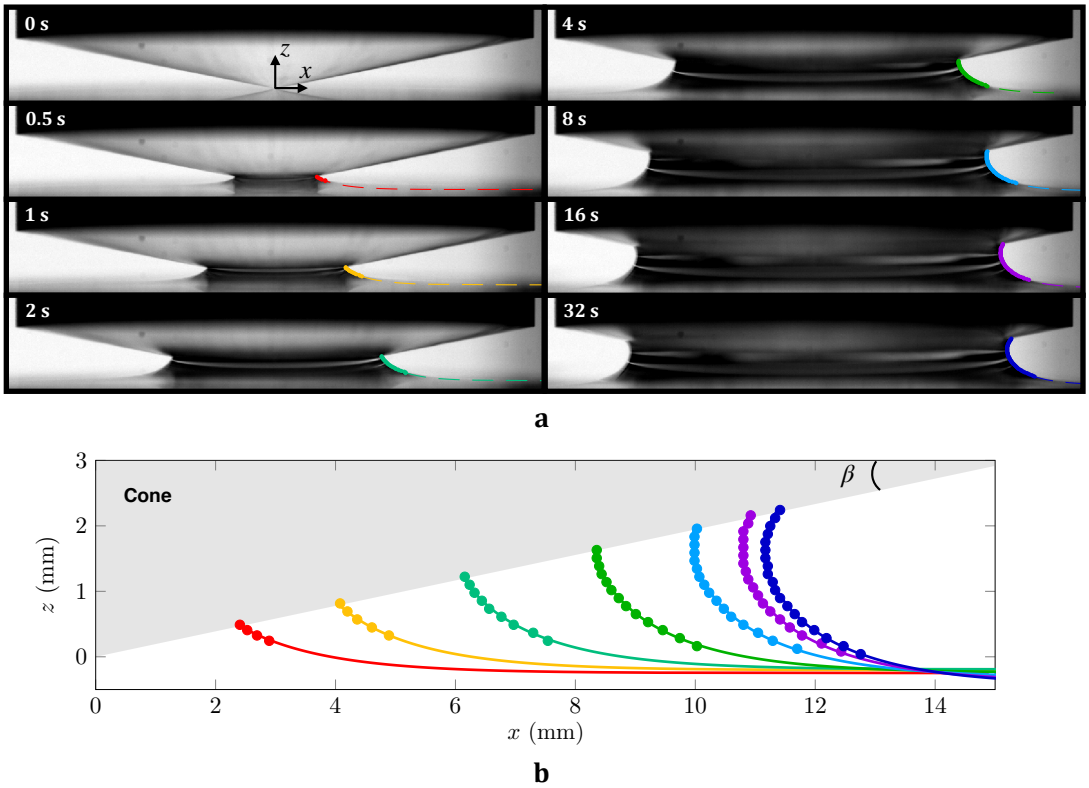



FIGURE 2.6 : **a** Étalement d'un pont capillaire formé par une huile de viscosité $\eta = 1100$ mPa.s sous un cône en laiton de largeur 3 cm et de hauteur 3 mm. L'interface identifiée par analyse d'image est représentée par des points colorés ajoutés sur les photographies. Les lignes en pointillés représentent la forme calculée d'après l'équation 2.5. Sur la figure **b** nous superposons les données extraites des photographies (points) à la forme théorique de l'interface (lignes).

de la surface du liquide lors de l'étalement. L'erreur quadratique avec les pixels identifiés $e = \sum_i [x_i - x_0 - \mathrm{f}(z_i - \delta_z)]^2$ est minimisée en fonction de $x_0$ et $\delta_z$ pour obtenir la forme théorique de l'interface. Les résultats sont ajoutés sur la partie droite des photographies de la figure 2.6a (tirets) et comparés plus en détail aux points expérimentaux sur la figure 2.6b (lignes). A l'équilibre, $\delta_z$ vaut environ 0.5 mm, une hauteur comparable à l'abaissement du niveau de liquide dans le récipient (dont le rayon vaut $r_p = 26$ mm) suite à la formation du pont capillaire qui vaut $2r^3 \tan\beta/3(r_p^2 - r^2) \approx 0.4$ mm lorsque $r \approx 12$ mm.

La forme théorique calculée décrit bien la forme de l'interface en mouvement, nous notons $\theta$ l'angle de contact donné par l'équation 2.4 en $z = h$ qui correspond à l'angle de contact observé macroscopiquement. Toutefois, nous nous attendons à ce que la friction visqueuse modifie la forme de l'interface proche de la ligne de contact. Nous noterons $l$ la distance entre le solide et la plaque en dessous de laquelle l'interface est déformée par la friction visqueuse. La partie située à une distance $y < l$ de la plaque représente la partie "dynamique" du ménisque. L'équation 2.4 donne alors l'angle de contact à la limite de la région dynamique $\theta$ :

$$\theta(l) = \arccos(\frac{(h-l)^2\kappa^2}{2} - 1) \tag{2.6}$$

L'équation 2.6 prévoit que l'angle de contact macroscopique $\theta$ varie avec la hauteur du pont capillaire et diminue de $\theta = \pi$ pour $h \to 0$ à $\theta = 0°$ pour $h = 2\kappa^{-1}$. Cette équation est modifiée dans le cas d'une plaque inclinée d'un angle $\beta$ par rapport à l'horizontale et nous trouvons $\theta \approx \arccos((h - l/\cos\beta)^2\kappa^2/2 - 1) - \beta$, une modification très faible dans le cas du cône utilisé où $\beta \ll 1$.

Nous pouvons aussi tracer le rayon $r$ et la hauteur $h$ et du pont capillaire en fonction du temps $t$, en suivant la méthode d'analyse d'image présentée ci-dessus (2.7).

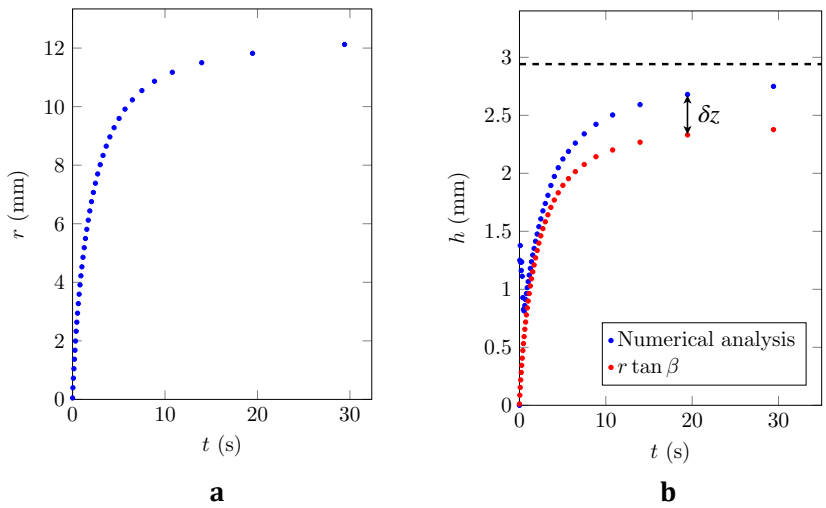



FIGURE 2.7 : Étalement d'un pont capillaire entre un bain d'une huile de viscosité $\eta = 1100$ mPa.s et un cône en laiton d'angle $\beta \approx 10°$. **a** Rayon $r$ du pont capillaire en fonction du temps $t$. **b** Hauteur du pont capillaire. Les points bleus correspondent à la hauteur analysée à partir de la détection de l'interface sur les images et les points rouges à $r \tan\beta$ (sans prendre en compte l'abaissement du niveau du bain). La ligne en tirets noirs correspond à la hauteur d'équilibre $\kappa^{-1}\sqrt{2 + 2\cos\beta}$.

Le rayon $r$ du pont capillaire progresse très rapidement au début de l'expérience, puis le pont se stabilise après s'être étalé de $r \approx 12$ mm, (qui correspond à une hauteur de bain de 2.7 mm). Sur la figure 2.7b, les résultats extraits directement de l'analyse numérique (en bleu) sont incohérents pour $t \leq 1$ s. Au début de l'étalement, l'identification de l'interface repose sur trop peu de pixels et le résultat numérique n'est pas fiable. Pour comparer, nous avons ajouté en rouge les résultats expérimentaux sans prendre en compte l'abaissement du bain qui donne un résultat approché cohérent avec notre identification pour $t > 1$ s ; nous retirons alors les points bleus correspondants à $t < 1$ s et nous les remplaçons par la valeur $h = r\tan\beta$ (points rouges) pour le reste de cette étude.

La hauteur du pont capillaire augmente de façon similaire au rayon du pont. Aux temps longs, le liquide continue de progresser légèrement et le pont capillaire relaxe lentement vers une hauteur de quelques millimètres, proche de la valeur $\kappa^{-1}\sqrt{2 + 2\cos\beta}$ attendue d'après l'équation 2.4 et tracée en tirets noirs sur la figure 2.7b.

La méthode numérique utilisée ne nous permet pas de comparer directement $\theta$ avec $h$, puisque la dépendance entre ces deux variables est déjà utilisée pour obtenir la forme de l'interface. Les résultats correspondent bien avec les images montrées sur la figure 2.6a, où l'on voit que l'angle de contact macroscopique est obtus pour des petites hauteurs ($t \leq 2$ s), diminue à mesure que le pont capillaire monte le long du cône et se rapproche de $\theta_0 = 0°$ lorsque la hauteur du pont s'approche de 3 mm, c'est-à-dire pour $h \approx 2\kappa^{-1}$. Nous retrouvons donc qualitativement les résultats obtenus à partir de l'équation 2.6.

### 2.3.2 Partie dynamique

Au niveau de la ligne de contact ($z \approx h$), l'angle $\theta(l)$ varie entre 0 (pour $h = 2\kappa^{-1}$) et $\pi$ (pour $h \to 0$). Le raccordement de l'interface entre les angles $\theta_0$ et $\theta(l)$ impose une courbure de l'interface, à l'origine de l'étalement du pont. La forme de l'interface dans cette région dynamique est principalement due à la pression de l'écoulement, $p_f$, (qui devient très importante à mesure que l'interface se rapproche de la paroi solide) et la pression de Laplace, $p_c$. L'égalité des pressions donne $\gamma \sin\alpha \mathrm{d}\alpha/\mathrm{d}y = 2\eta V/y \ \sin^2\alpha/(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)$. Cette équation est similaire à celle obtenue au chapitre précédent (1), et nous obtenons la vitesse $V$ du pont capillaire en l'intégrant entre $\alpha = \theta_0 = 0°$ pour $y = \varepsilon$ (raccordement au niveau du film précurseur) et la limite macroscopique que nous prenons à une distance $y = l$ de la surface solide pour laquelle $\alpha = \theta(h, l)$ (voir aussi le schéma 2.5) :

$$V = \frac{\gamma}{\eta \ln(l/\varepsilon)} \int_0^{\theta(h,l)} \frac{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\alpha} \mathrm{d}\alpha \tag{2.7}$$

Pour une hauteur $h$ fixée, la vitesse du pont capillaire est constante. L'étalement suit une dynamique qui se rapproche de celle obtenue pour les premiers instants de la montée capillaire (équation 1.4) mais cette fois l'angle $\theta$ est fixé par l'équation 2.4 qui prend en compte l'effet de la gravité. L'angle $\theta$ ainsi que la vitesse de l'étalement dépendent donc tous deux de la géométrie du problème $h$ et de la longueur capillaire du liquide $\kappa^{-1}$.

Nous retrouvons les résultats attendus d'après l'équation 2.2 dans deux cas limites. (1) pour $h \ll \kappa^{-1}$, la gravité devient négligeable et la taille de la partie dynamique du ménisque $l$ tend vers $h$, et nous trouvons $\eta V/\gamma \sim 1/\ln h/\varepsilon$. (2) Au contraire, lorsque $h \approx 2\kappa^{-1}$, l'épaisseur de la région dynamique n'a que très peu d'influence sur la vitesse du pont capillaire (le facteur logarithmique qui devient un préfacteur constant) et l'angle $\theta \ll 1$ vaut environ $(h^2\kappa^2/2 - 2)^{1/2}$, nous obtenons alors $\eta V/\gamma \sim (h^2\kappa^2/2 - 2)^{3/2}$ en développant l'équation 2.7.

### 2.3.3 Remarque sur le raccordement

Pour obtenir la vitesse du pont capillaire, il reste à déterminer $l$, c'est-à-dire l'épaisseur de la région dynamique. En observant les photographies, nous pouvons déjà tester le modèle en utilisant pour $l$ une valeur de quelques centaines de microns. Le préfacteur logarithmique devient alors un facteur d'ajustement qui vaut $\ln l/\varepsilon \sim 10$. Nous essayons dans cette partie de proposer une méthode pour trouver l'épaisseur de la zone de friction visqueuse de manière plus quantitative.

Pour obtenir $l$, nous cherchons la hauteur pour laquelle les pressions $p_f$ et $p_h$ s'équilibrent. En remplaçant $V$ par le résultat obtenu à l'équation 2.7, l'égalité $p_f = p_h$ s'écrit :

$$\kappa^2 l(h-l)\ln\frac{l}{\varepsilon} = \frac{\sin^2\theta}{\theta - \sin\theta\cos\theta}\int_0^\theta \frac{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{\sin\alpha}\mathrm{d}\alpha \tag{2.8}$$

Le terme de gauche de l'équation varie de manière pseudo-parabolique avec $l$ et vaut 0 pour $l = 0$ et $l = h$. Le terme de droite donne une valeur comprise entre 0 et environ 0.6 lorsque $\theta$ varie entre 0 et $\pi$. En utilisant le résultat de l'équation 2.6 qui donne $\theta$ en fonction de la hauteur $h$ du pont capillaire et de l'épaisseur $l$ de la région déformée à cause de l'écoulement, nous obtenons l'épaisseur de la partie dynamique du ménisque. Lorsque la plaque est horizontale, il existe une unique solution pour toutes les valeurs de $h$ que nous reportons sur la figure 2.8.

Lorsque la plaque supérieure est inclinée d'un angle $\beta$ par rapport à l'horizontal, comme schématisé sur la figure 2.5b, l'équation 2.6 reliant $\theta$ et $l$ devient $\theta(l) = \arccos((h - l/\cos\beta)^2\kappa^2/2 - 1) - \beta$. La courbure de l'interface au point de raccordement est aussi modifiée et vaut environ $\kappa^2(h - l/\cos\beta)$. En gardant l'approximation $z = h - l/\cos\beta$, nous obtenons des solutions différentes que nous ajoutons sur la figure 2.8.

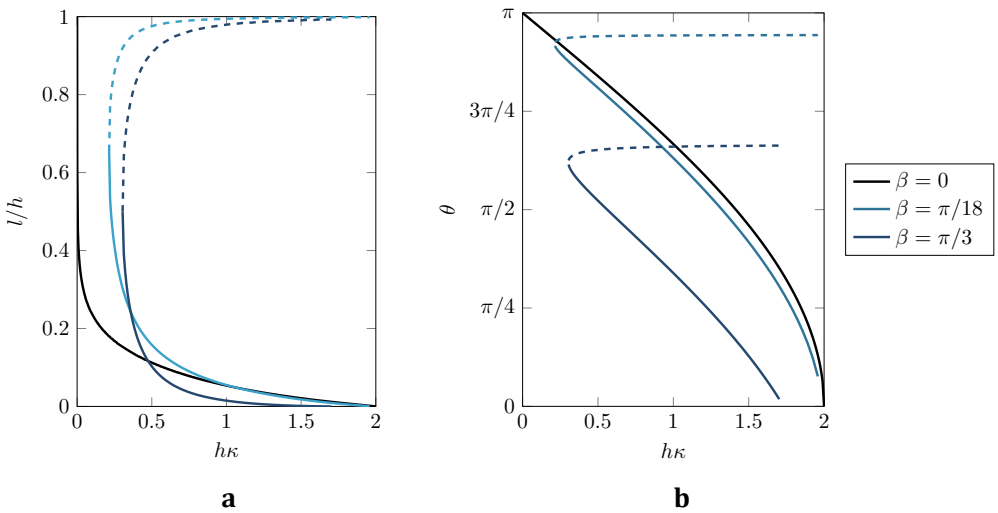



FIGURE 2.8 : **a** Proportion du ménisque influencée par la friction visqueuse $l/h$ et **b** angle de contact macroscopique $\theta$ en fonction de la hauteur du pont capillaire $h$, normalisée par la longueur capillaire du liquide $\kappa^{-1}$. L'épaisseur du film précurseur vaut $\varepsilon \approx 7.10^{-7}\kappa^{-1}$.

Nous voyons sur la figure 2.8a que pour un pont capillaire de hauteur $h = \kappa^{-1}/10$, la taille de la partie dynamique du ménisque ne représente déjà que 20 % de la hauteur totale du ménisque. Cette proportion diminue ensuite rapidement et tend vers 0 lorsque $h \to 2\kappa^{-1}$. Le profil macroscopique de l'interface sera donc très proche de celui d'un pont capillaire statique coupé à une hauteur $h$. La petite taille caractéristique $l$ de la région dynamique fait apparaître $\theta$ comme un angle de contact différent de l'angle de contact statique. Le graphique 2.8b montre que $\theta$ varie aussi avec $h$ en accord avec nos résultats expérimentaux.

Lorsque la surface est inclinée il n'existe pas de solution prenant en compte la forme statique du pont capillaire au tout début de l'expérience. En effet, lors du contact entre la surface et le liquide, l'angle $\theta$ vérifie $\theta(l) \leq \pi - \beta$, ce qui ne correspond à aucune solution pour un ménisque statique tant que $h\kappa < [2 - 2\cos(\beta)]^{1/2}$ (équation 2.4). La dynamique est alors uniquement conditionnée par la dissipation visqueuse et la vitesse $V$ devrait donc faiblement dépendre de $h$ dans cette région. Pour des hauteurs $h$ assez grandes ($h\kappa > [2 - 2\cos(\beta)]^{1/2}$), nous obtenons deux branches de solutions pour $h\kappa > [2 - 2\cos(\beta)]^{1/2}$. La branche en pointillés ne correspond pas à une solution physique (qui correspondrait à une accélération du pont à mesure que celui-ci avance). Les résultats obtenus pour la branche en trait plein correspondent approximativement à ceux obtenus pour une plaque plate avec un angle de contact apparent $\theta$ décalé d'environ $\beta$.

Le raccordement entre la partie statique (gravitaire) et la parie dynamique (visqueuse) du ménisque nous permet alors de retrouver la vitesse d'étalement du pont capillaire.

## 2.4 Vitesse d'étalement

Nous regroupons sur la figure 2.9 les vitesses d'étalement obtenues sous des surfaces horizontales (figure 2.4) ainsi que la vitesse $V = \mathrm{d}r/\mathrm{d}t$ d'étalement sous le cône. En utilisant les équations 2.6 et 2.8 (qui donnent $\theta(h)$ et $l(h)$), nous obtenons la vitesse $V$ du pont capillaire en fonction des paramètres du liquide ($\eta$, $\kappa^{-1}$ et $\gamma$) ainsi que la hauteur du pont capillaire $h$ et l'inclinaison de la surface supérieure $\beta$ que nous ajoutons sur la figure 2.9.

Pour une surface horizontale, l'intégration du modèle prévoit une vitesse qui diverge lorsque la hauteur du pont capillaire se rapproche de zéro. La vitesse du pont capillaire diminue ensuite non linéairement jusqu'à s'annuler pour $h \approx 2\kappa^{-1}$.

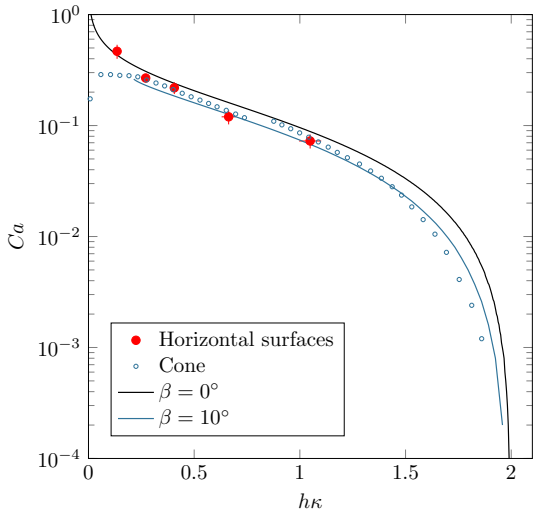



FIGURE 2.9 : Comparaison du modèle d'étalement développé avec nos résultats expérimentaux. La vitesse de l'étalement est normalisée par la vitesse visco-capillaire ($Ca = \eta V/\gamma$) et la hauteur du bain est normalisée par la longueur capillaire du liquide $\kappa^{-1}$. La figure regroupe les résultats obtenus pour des surfaces horizontales (points rouges) et le cône d'angles $\beta \approx 10°$. Nous avons ajouté l'intégration obtenue pour $\beta = 0°$ (ligne noire) et $\beta = 10°$ (ligne bleue).

Notre modèle prédit convenablement les résultats expérimentaux à la fois pour les surfaces horizontales et le cône en laiton. Le seul paramètre introduit dans notre modèle est l'épaisseur du film précurseur $\varepsilon = 1$ nm, qui influence peu les résultats obtenus (pour $h = \kappa^{-1}$, les résultats varient d'environ 10 % en modifiant $\varepsilon$ d'un facteur 10). Ce paramètre n'a pas été pas changé entre les différentes modélisations (piliers ou cône).

Pour l'expérience avec le cône, les résultats sont moins bien ajustés pour des petites hauteurs. Ces cas correspondent à des vitesses mesurées au tout début de l'étalement, une période durant laquelle nous ne pouvons pas négliger effets inertiels. De même, il s'agit de points mesurés lorsque le rayon d'étalement est assez petit ($r < 4$ mm), la seconde courbure du pont capillaire vaut environ $1/r$, cette courbure n'est pas négligeable par rapport à l'autre courbure principale et ralentit l'étalement.

Nous pouvons aussi prendre en compte l'angle d'avancée du liquide sur la surface solide utilisée en remplaçant $\theta_0 = 0°$ par l'angle d'avancée $\theta_a$ dans l'intégrale des équations 2.7 et 2.8. La longueur $\varepsilon$ représente alors la longueur de glissement du liquide sur la surface solide (au lieu de l'épaisseur du film précurseur). Il est alors possible de comparer notre modèle aux résultats obtenus par Debregeas *et al.* dans [51], qui ont effectué des expériences pour des liquides partiellement mouillants ($\theta_a = 68°$). Nous reportons les résultats obtenus dans l'étude précédente sur la figure 2.10, ainsi que l'ajustement empirique proposé dans l'article $Ca \sim (h\kappa)^{0.7}[1 - h^2\kappa^2/2\cos(\theta_a/2)]$.

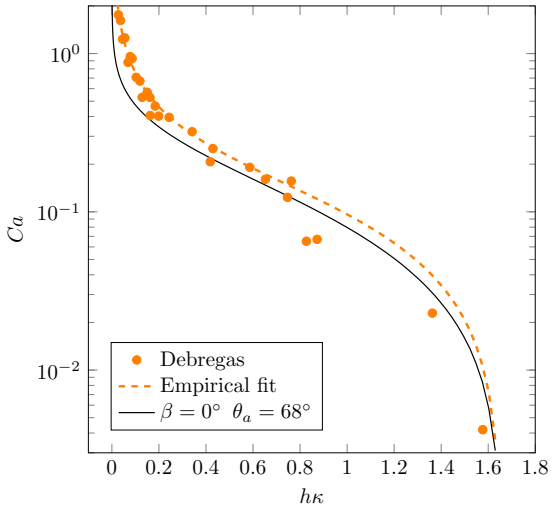



FIGURE 2.10 : Comparaison du modèle d'étalement développé dans ce chapitre (ligne noire) avec les résultats obtenus par Debregeas *et al.* pour des liquides partiellement mouillants (points orange), dont l'angle d'avancée vaut $\theta_a = 68°$ et la longueur capillaire $\kappa = 1.48$ mm. Nous avons ajouté l'ajustement empirique proposé dans l'article $Ca = (h\kappa)^{0.7}[1 - h^2\kappa^2/2\cos(\theta_a/2)]/6$ (pointillés orange).

Le modèle proposé et l'ajustement empirique semblent décrire convenablement la variation de la vitesse du pont capillaire avec la hauteur du liquide. Pour les petites hauteurs, l'ajustement empirique semble un peu plus précis que notre modèle qui sous-estime la vitesse d'étalement. Cet effet pourrait être dû à plusieurs facteurs : (1) nous avons gardé la valeur $\varepsilon = 1$ nm, qui est peut-être inférieure à la longueur de glissement des huiles silicones utilisées. (2) Lors des expérience réalisées, il est possible qu'un film de lubrification ait été déposé sur les surfaces avant l'étalement à cause de la méthode utilisée par Debregeas pour amener le liquide au contact de la surface solide. Notre modèle semble par ailleurs modéliser plus précisément les résultats expérimentaux que l'ajustement empirique pour des hauteurs élevées.

## 2.5 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthode d'analyse pour caractériser l'étalement d'un pont capillaire entre une surface libre liquide et une surface solide. Comme dans le chapitre précédent, l'étalement est dominé par la dissipation visqueuse au niveau de la ligne de contact. Dans cette configuration, la dynamique, ici aussi à vitesse constante, conduit à un étalement rapide du pont capillaire.

Le calcul de la vitesse du pont capillaire s'est avéré un peu plus complexe que prévu mais nous pouvons résumer nos résultats par l'équation suivante, qui intègre directement tous les paramètres du problème :

$$V \approx \frac{\gamma}{\eta \ln(h/\varepsilon)} \int_{\theta_a}^{\arccos(h^2\kappa^2/2-1)-\beta} \frac{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{2\sin\alpha} \mathrm{d}\alpha$$

La vitesses s'annule lorsque le pont capillaire atteint sa taille maximale de $h = 2\kappa^{-1}$ et devient très grande pour des petites hauteurs – pour $h \to 0$ la vitesse diverge à cause du préfacteur logarithmique.

Il reste encore à effectuer quelques expériences pour valider notre modèle. On pourrait par exemple étudier des surfaces avec différents angles d'inclinaisons $\beta$ que nous n'avons pas pu faire varier lors de nos expériences. Nous pourrions aussi, comme au chapitre précédent, étudier l'effet d'un film de lubrification d'épaisseur $\varepsilon$ sur la dynamique de l'étalement en ajoutant un film liquide sur la surface avant de commencer les mesures d'étalement. Les expériences proposées peuvent aussi être utilisées comme un modèle d'étude pour la dissipation de coin, puisqu'elles permettent d'observer la vitesse d'étalement spontané d'un liquide, même pour de grands angles de contact apparents ($\theta > 90°$).

L'étalement d'un pont capillaire entre un bain liquide et une surface horizontale est un problème qui rejoint aussi la thématique plus générale de la dynamique d'étalement de liquides. Les modèles développés ici pourraient être utilisés, par exemple, pour étudier la formation de la zone de contact entre le liquide et le solide lors de l'impact d'une goutte visqueuse. L'étude de ces ponts capillaires se rapproche aussi des problématiques de démouillage. Dans notre expérience il s'agit d'évacuer une couche d'air prise au piège entre un bain liquide et un solide aérophobe, ce qui rappelle le démouillage d'un liquide que l'on peut considérer comme pris au piège entre un solide aérophyle et l'air. Cette question est actuellement étudiée par Aditya Jha qui a inversé notre dispositif expérimental pour étudier le démouillage d'un film d'eau, illustré sur la dernière figure de ce chapitre.

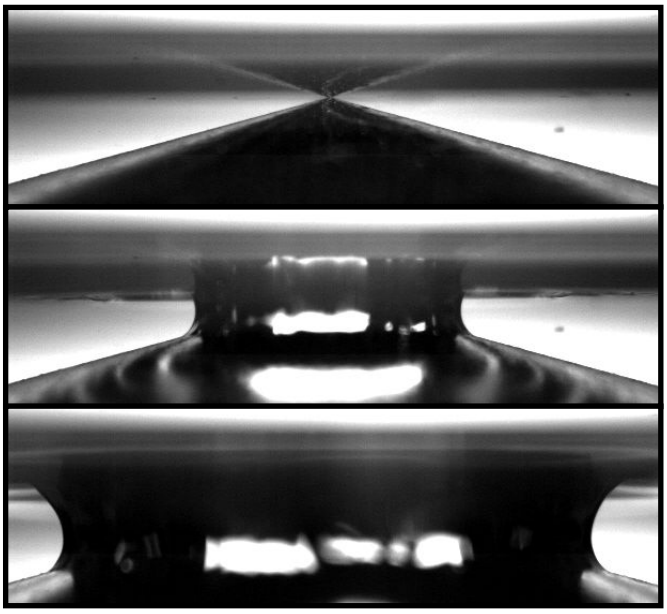


FIGURE 2.11 : Démouillage d'un film d'eau au-dessus d'un cône en laiton sur lequel un revêtement superhydrophobe a été appliqué. Crédit photo : Aditya Jha.

# Deuxième partie

# Aérophilie

# Chapitre 3

# Descente capillaire

Après s'être attaché à décrire les interactions localisées au niveau de la ligne de contact entre un solide et un liquid mouillant, nous étudions dans cette seconde partie les effets du revêtement sur les mécanismes d'imprégnation. Dans ce chapitre, nous jouons sur les propriétés de surface d'un tube en verre pour renverser l'expérience de montée capillaire. Lorsqu'un tube superhydrophobe est plongé dans de l'eau puis amené doucement à la surface du liquide, il est envahi par l'air, qui chasse l'eau sur son passage. Cet effet que nous appelons "descente capillaire" conduit à une nouvelle dynamique d'imprégnation où la capillarité, l'inertie et la friction visqueuse opèrent.

**Sommaire**


**3.1 L'envers de la montée capillaire** . . . . . **71**
**3.2 Evolution temporelle** . . . . . **73**
**3.3 Tubes "fins"** . . . . . **74**
**3.4 Tubes "larges"** . . . . . **78**
**3.5 Perte de pression en bout de tube** . . . . . **79**
**3.6 Intégration numérique avec le modèle complet** . . . . . **80**
**3.7 Conclusion et perspectives** . . . . . **81**


*Le projet a été débuté par Hélène de Maleprade qui a réalisé les premières expériences de descente capillaire durant sa thèse au PMMH.*

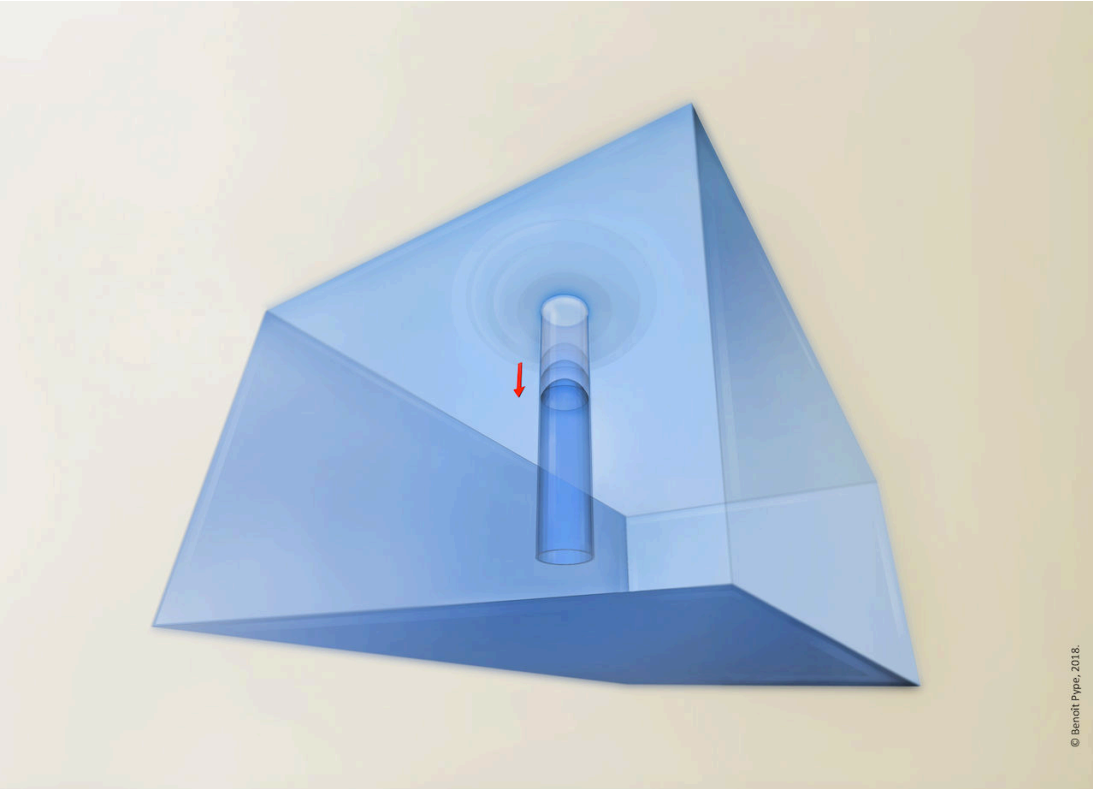



FIGURE 3.1 : Illustration d'une "descente" capillaire. Dessin : Benoît Pype

## 3.1 L'envers de la montée capillaire

En examinant l'équation 5, vérifiée de nombreuses fois pour des liquides mouillants, nous nous sommes demandés ce qu'il advenait de la montée capillaire dans le cas de liquides non-mouillants ($\theta > 90°$). Cette situation peut être obtenue en amenant un tube aérophile préalablement immergé dans l'eau au contact de l'air. Nous nous attendons alors à voir le ménisque descendre à l'intérieur du tube, tiré vers le bas jusqu'à une profondeur $h$ par capillarité – comme mentionnée par Jurin pour du mercure (dénommé "quicksilver" à l'époque) à l'intérieur d'un tube en verre [22].

Pour obtenir des tubes aérophiles, nous appliquons un revêtement hydrophobe micro-texturé sur la paroi interne de capillaires en verre, ce qui conduit le tube à être "mouillé" préférentiellement par l'air que par l'eau [52]. Nous utilisons des tubes en borosilicate de rayon $r$ compris entre $0.51 \pm 0.01$ mm et $1.50 \pm 0.01$ mm et de longueur totale $L$ comprise entre $5.5 \pm 0.1$ cm et $13.5 \pm 0.1$ cm. Le protocole menant à l'obtention de tubes aérophiles a été mis en évidence au cours de la thèse d'Hélène de Maleprade [53]. Plusieurs étapes sont nécessaires pour appliquer ce revêtement : nous remplissons d'abord le capillaire d'une suspension de Glaco (Soft 99) qui est une solution de nanoparticules de silice silanisées (de diamètre 30 nm) dans une solution d'isopropanol. Après évaporation du solvant, accélérée en chassant la goutte de Glaco restante avec de l'air comprimé, le revêtement est consolidé à 180°C pendant une demi-heure. Ce traitement est répété trois fois, pour rendre la couche superhydrophobe plus robuste. Les tubes obtenus sont transparents avec une rugosité typique de 100 nm, beaucoup plus petite que le rayon du tube comme présenté sur la figure 3.2.

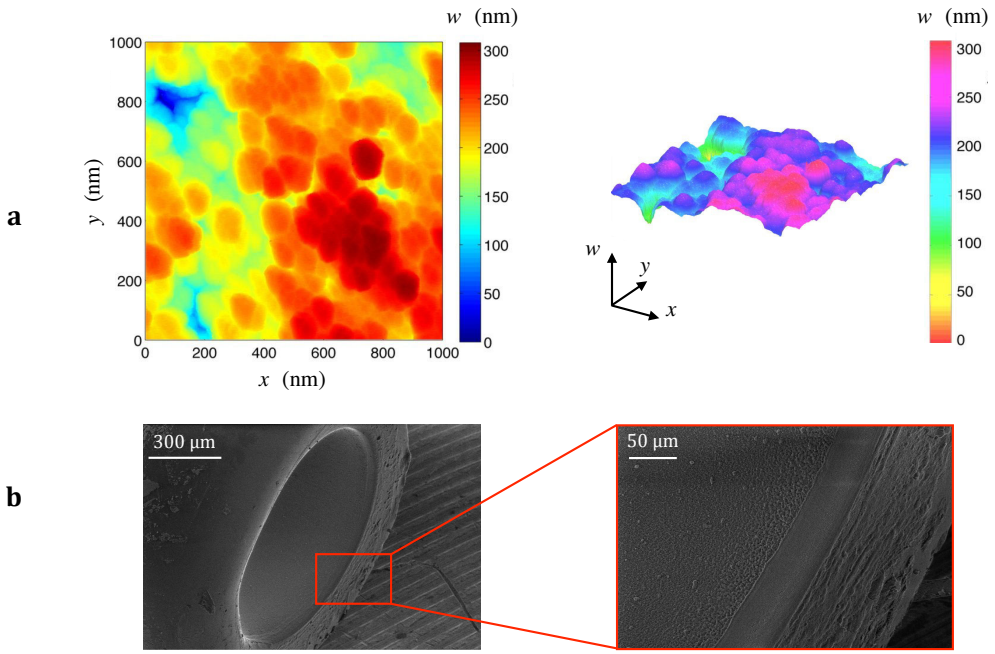



FIGURE 3.2 : Revêtement aérophile. **a** Topographie d'une surface en verre traitée au Glaco et imagée au microscope à force atomique réalisée par Philippe Bourrianne [54]. **b** Image au microscope électronique à balayage de l'extrémité d'un capillaire ($r = 0.51$ mm) après un traitement au Glaco.

Les angles d'avancée et de reculée de l'eau sur une surface plane après un traitement au Glaco valent respectivement $\theta_a = 165 \pm 1°$ et $\theta_r = 160 \pm 2°$. Pour les expériences considérées où l'air envahit une surface immergée, les angles à prendre en compte lors de la phase de descente du liquide sont donc $\theta_r$ lorsque le ménisque descend et $\theta_a$ quand celui-ci remonte. Une fois traités, les tubes sont plongés à température ambiante (entre 20°C et 22°C) dans un bain d'eau dé-ionisée de tension de surface $\gamma = 72 \pm 0.5$ mN/m, de masse volumique $\rho = 998 \pm 1$ kg/m$^3$ et de viscosité $\eta = 0.98 \pm 0.03$ mPa.s. Nous utilisons ensuite une seringue pour aspirer l'air coincé à l'intérieur des tubes immergés afin de les remplir d'eau. Les capillaires sont maintenus verticalement, puis amenés lentement au contact de la surface du bain comme indiqué sur la figure 3.3a. La lampe est positionnée derrière le bain et un cache, placé au niveau du tube entre le bain et la lampe, fait ressortir l'eau en noir et l'air en blanc sur les images. Le contact entre le tube et la surface du liquide définit l'origine temporelle de la descente. Nous suivons l'évolution de la position du ménisque grâce à une caméra rapide (Phantom V7). Nous voyons sur les figures 3.3b et 3.3c que le ménisque descend en repoussant l'eau contenue à l'intérieur du tube.

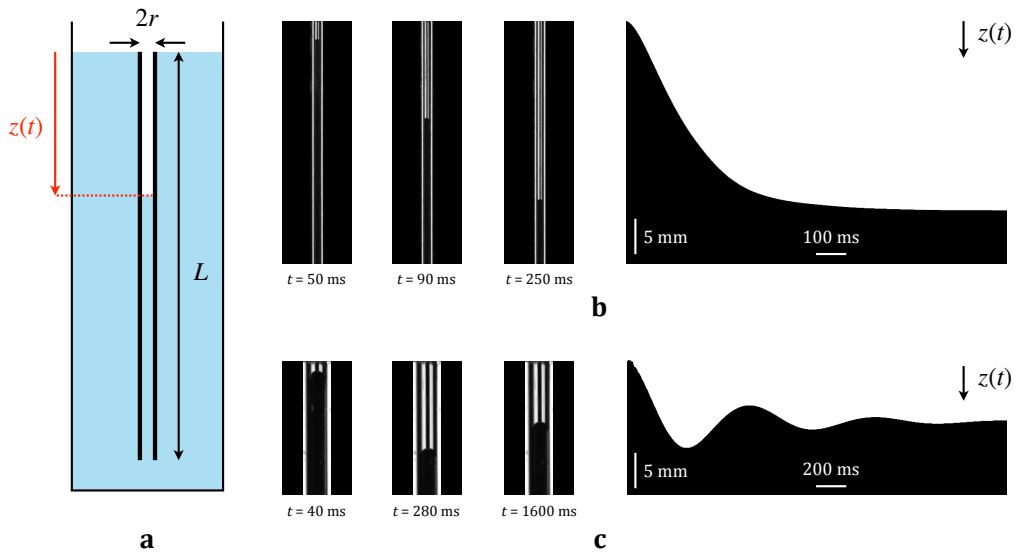



FIGURE 3.3 : Descente capillaire. **a** Schéma d'une expérience de descente capillaire dans un tube aérophile. Le bleu et le blanc représentent l'eau et l'air respectivement. L'origine du temps est prise au moment où le haut du tube entre en contact avec l'air. $L$ et $r$ dénotent respectivement le rayon et la longueur du tube, $z$ est la position du ménisque (comptée positivement vers le haut : $z < 0$). **b** Position du ménisque pour $t = 50$ ms, 90 ms, et 250 ms dans un tube de rayon $r = 0.51$ mm et de longueur $L = 7.5$ cm (à gauche) et dynamique de descente (à droite). **c** Position du ménisque pour $t = 40$ ms, 280 ms, et 1600 ms dans un tube de rayon $r = 1.50$ mm et de longueur $L = 7.4$ cm (à gauche) et dynamique de descente (à droite). L'éclairage par derrière fait ressortir l'eau en noir et l'air en blanc sur les photographies.

Nous observons deux types de dynamique de descente. (1) La figure 3.3b, qui illustre la dynamique observée pour les tubes fins, montre un ménisque qui descend à vitesse constante, avant de se stabiliser après avoir parcouru environ 25 mm dans le tube. (2) Dans le cas de tubes plus larges, comme présenté sur la figure 3.3c, la descente s'effectue

avec une dynamique non monotone : le ménisque oscille autour de sa position d'équilibre avant de se stabiliser à une profondeur d'environ 10 mm. Plus généralement, nous voyons que plus le tube est fin (est donc plus le milieu est confiné), plus la distance parcourue par le ménisque est importante.

## 3.2 Evolution temporelle

L'évolution de la position du ménisque au cours du temps peut être reconstruite en juxtaposant une ligne prise le long du tube sur chaque image de la vidéo. Nous obtenons ainsi la dynamique complète présentée sur la partie droite des figures 3.3b et 3.3c. Il est alors possible d'extraire l'évolution temporelle de la position du ménisque $z(t)$ (comptée positivement vers le haut) que nous représentons sur la figure 3.4 pour quatre tubes de même longueur mais de rayons différents.

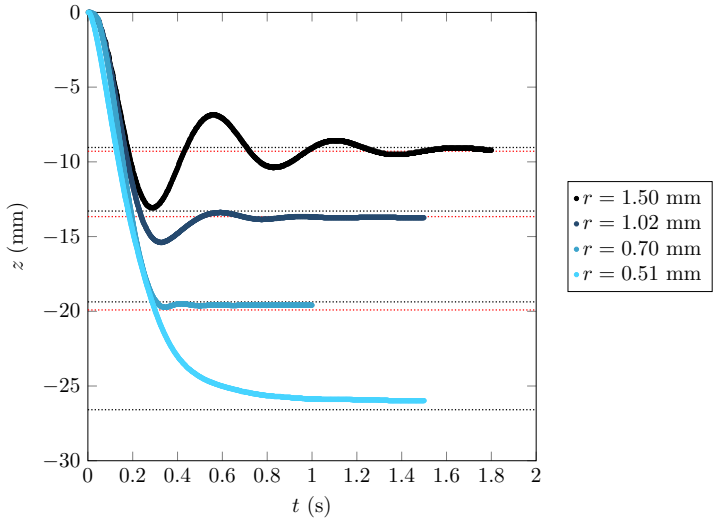



FIGURE 3.4 : Dynamique du ménisque dans des tubes superhydrophobes immergés verticalement, après contact avec la surface du liquide. Les données expérimentales correspondent à quatre tubes de longueur $L \approx 7.5$ cm avec des rayons compris entre $r = 0.51$ mm (en bleu claire) et $r = 1.50$ mm (en noir). Les lignes en pointillés correspondent à la profondeur d'équilibre obtenue d'après l'équation 5, en prenant l'angle de reculée $\theta_r = 160°$ (en noir) ou d'avancée $\theta_r = 165°$ (en rouge) de l'eau, correspondant aux angles d'avancée et de reculée de l'air dans l'eau.

Nous discutons dans un premier temps la position d'équilibre $h$ du ménisque. L'équation 5 ($h = 2\gamma \cos\theta / \rho g r$) dont les résultats sont illustrés en pointillés sur la figure 3.4, prévoit des profondeurs centimétriques en accord avec nos résultats expérimentaux de la figure 3.4. Nous pouvons encore améliorer ce résultat en remarquant que la position d'équilibre dépend aussi (légèrement) de la dynamique du ménisque.

Pour des tubes relativement fins ($r = 0.51$ mm) la position d'équilibre du ménisque est atteinte de manière monotone et nous devons donc comparer les données expérimentales avec la profondeur d'équilibre correspondant à l'angle d'avancée du ménisque $h(\theta_r)$. La profondeur observée est inférieure d'environ 4 % par rapport à la valeur prévue (ligne en

pointillés noirs sur la figure 3.4), une différence que nous attribuons à des défauts de revêtement à l'intérieur du tube. Les traitements superhydrophobes sont en effet assez difficiles à réaliser pour des tubes de petits diamètres puisque le revêtement doit rester homogène à la fois sur une plus grande profondeur et pour un confinement plus important dans le tube. Les hétérogénéités de revêtement rendent les tubes légèrement moins aérophiles et limitent la profondeur atteinte par l'air. La profondeur d'équilibre nous donne ainsi un moyen de tester le revêtement à l'intérieur du tube : pour nos expériences, nous sélectionnons uniquement les tubes dont l'écart relatif entre la profondeur du ménisque mesurée et prévue est inférieur à 10 % afin de s'assurer que le revêtement a été correctement déposé.

Pour des tubes plus larges, la relaxation vers la position d'équilibre s'accompagne d'oscillations. L'angle de contact varie alors entre l'angle de reculée $\theta_r$ et l'angle d'avancée $\theta_a$. La profondeur d'équilibre est une valeur comprise entre $h(\theta_r)$ et $h(\theta_a)$ soulignée par les deux lignes pointillées respectivement en noir et en rouge sur la figure 3.4. L'hystérésis de l'angle de contact avec le revêtement appliqué est cependant très faible : $\Delta\theta = \theta_a - \theta_r \approx 5°$. En notant $\bar{\theta}$ l'angle de contact moyen, l'incertitude relative sur $h$ peut être approchée grâce à l'équation 5 : $\Delta h/h = \Delta\theta.\bar{\theta}$, une quantité d'environ 3 % dans nos expériences. La variation de profondeur à cause de l'hystérèse de l'angle de contact change donc très peu la position finale observée.

Nous discutons dans les sections suivantes la dynamique du ménisque, en distinguant les deux types de descente (monotone et oscillations amorties) caractérisés précédemment.

## 3.3 Tubes "fins"

Pour les tubes fins, la dynamique typique est illustrée par la courbe en bleu clair ($r = 0.51$ mm) sur la figure 3.4. Le ménisque est accéléré en un temps très court (environ 50 ms) avant d'atteindre une vitesse constante $V \approx 10$ cm/s. Le ménisque relaxe ensuite vers sa position d'équilibre $h \approx -26$ mm en une fraction de seconde, un temps comparable au temps de descente. La dynamique de descente diffère de celle observée lors de la montée capillaire puisqu'elle s'écarte nettement du modèle de Washburn en $z \sim t^{1/2}$ (équation 6) [24, 25, 26]. Nous remarquons aussi que le régime à vitesse constante observé ici est complètement différent du régime initial visqueux discuté dans le chapitre 1 et s'étend sur des distances nettement supérieures au rayon du tube. En effet, lors d'une montée capillaire, la taille de la colonne de liquide augmente petit à petit tandis que la descente capillaire consiste à remplacer cette colonne de liquide par de l'air de viscosité 0.02 mPa.s, négligeable devant celle de l'eau. La dissipation visqueuse se produit donc dans le liquide. Dans la colonne de liquide, le temps nécessaire à l'établissement d'un écoulement de Poiseuille s'obtient en comparant l'inertie de la colonne d'eau $\pi r^2 L\rho \, \mathrm{d}V/\mathrm{d}t$ à la résistance visqueuse $8\pi\eta LV$. Nous obtenons $\tau_i \approx \rho r^2/8\eta$ [27], un temps qui vaut environ 30 ms dans un tube de rayon $r = 0.51$ mm et qui correspond effectivement à nos observations. Après cette rapide phase inertielle mais toujours loin de la position d'équilibre du ménisque ($z < h$), la force capillaire $F_c = 2\pi\gamma r \cos\theta$ tire le ménisque vers le bas, tandis que le déplacement

de la colonne d’eau est ralenti par la friction visqueuse qui vaut $F_p = 8\pi\eta(z - L)\dot{z}$ en supposant $z \ll L$ (une condition vérifiée pour tous nos tubes largement plus longs que la profondeur d’équilibre $h$). Nous obtenons alors une progression à vitesse $V$ constante :

$$V = \frac{\gamma \cos\theta_r}{4\eta}\frac{r}{L} \tag{3.1}$$

La vitesse de descente est déterminée à la fois par les propriétés du liquide (tension de surface $\gamma$, viscosité $\eta$), le revêtement à l’intérieur du tube (angle de contact $\theta_r$) et la géométrie du tube (rayon $r$ et longueur $L$). Pour de l’eau dans un tube de rayon $r \approx 1$ mm et de longueur $L \approx 10$ cm, la vitesse $V$ attendue est de l’ordre de 10 cm/s, un résultat tout à fait cohérent avec les mesures obtenues d’après les figures 3.3 et 3.4. Le temps caractéristique de la descente vaut $\tau_d = h/V = 8\eta L/\rho g r^2 \approx 0.2$ s pour le tube le plus fin de la figure 3.4 en bon accord avec le temps mesuré. Comme $V$ caractérise la dynamique de descente loin de la position d’équilibre, la vitesse est indépendante du poids de la colonne de liquide déplacée, et donc de l’accélération de la pesanteur $g$. Nous changeons l’angle d’inclinaison $\beta$ comme indiqué sur le schéma 3.5a pour vérifier cette hypothèse. Nous reportons sur la figure 3.5b la vitesse $V$ du ménisque, obtenue au point d’inflexion des courbes $z(t)$, en fonction de l’angle d’inclinaison pour un tube de rayon $r = 0.51$ mm et longueur $L = 9.1$ cm (points rouges) ainsi qu’un tube de rayon $r = 0.70$ mm et longueur $L = 12.5$ cm (points bleus).

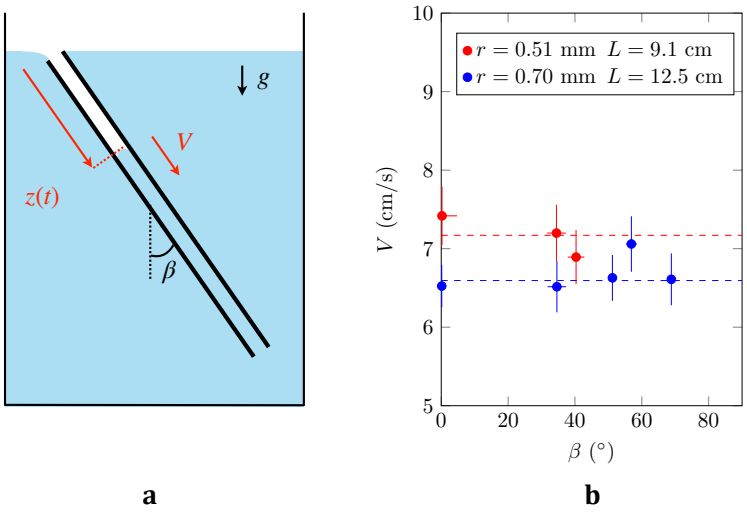



FIGURE 3.5 : Effet de l’angle d’inclinaison $\beta$ sur la descente capillaire. **a** Schéma d’une expérience de descente capillaire avec un tube incliné. **b** Vitesse du ménisque $V$, mesurée au point d’inflexion de la courbe $z(t)$, en fonction de l’angle d’inclinaison $\beta$ du tube. Les points représentent les résultats expérimentaux, et les tirets les valeurs moyennes reportées sur la figure 3.6.

Pour les deux tubes testés, la vitesse mesurée varie d’un maximum de 10 % par rapport à la vitesse moyenne, alors que l’effet de la gravité à l’intérieur du tube est changée d’un facteur 2, ce qui confirme bien que $V$ est indépendante de l’angle d’inclinaison $\beta$ comme prévu d’après l’équation 3.1.

L'intensité de la gravité est modifiée par l'inclinaison des tubes. Nous modifions ainsi la composante du poids le long du tube d'un facteur $\cos\beta$, sans changer les autres forces appliquées à la colonne d'eau. La profondeur d'équilibre est ainsi augmentée d'un facteur $1/\cos\beta$, ce qui permet d'allonger le régime à vitesse constante, sans modifier la vitesse $V$. Cette technique a été utilisée pour augmenter la précision des mesures sur la figure 3.6 ainsi que pour augmenter la plage de mesure sur la figure 3.7.

Nous testons notre modèle en mesurant la vitesse $V$ en fonction des paramètres géométriques des tubes $r$ et $L$ sur la figure 3.6. Comme pour l'expérience précédente, la vitesse $V$ est mesurée au point d'inflexion des courbes $z(t)$ – c'est-à-dire entre les phases d'accélération et de relaxation, en prenant garde à rester dans des conditions où la gravité reste faible par rapport à la force capillaire (en pratique nous utilisons uniquement les résultats pour lesquels $z < h/3$ au point d'inflexion). $V$ est d'abord reportée en fonction de la longueur $L$ du tube sur la figure 3.6a. Nous traçons aussi $V$ en fonction du rapport d'aspect des tubes $r/L$ sur la figure 3.6b.

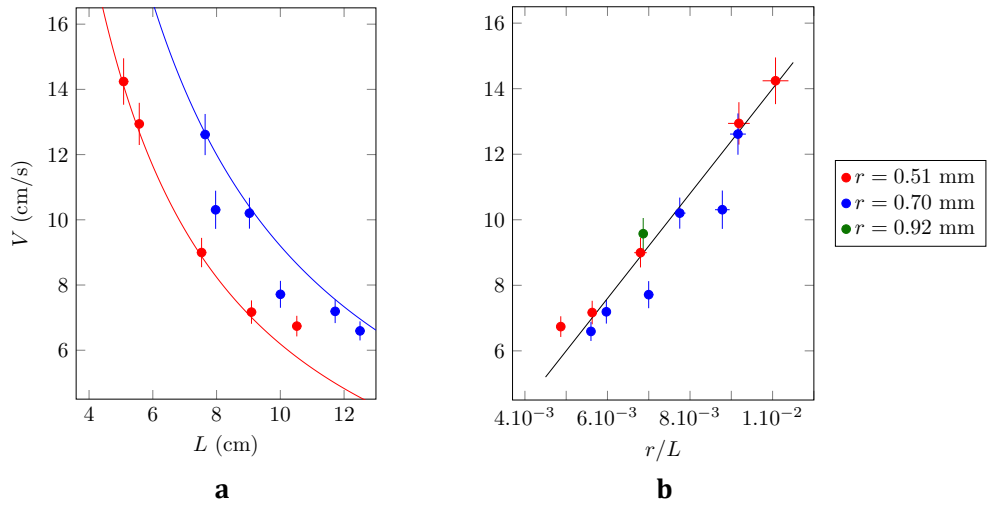



FIGURE 3.6 : Vitesse visco-capillaire $V$ au point d'inflexion des courbes lors de la descente capillaire. **a** Vitesse $V$ mesurée en fonction de $L$ pour des tubes de rayons $r = 0.51$ mm (points rouges) et $r = 0.70$ mm (points bleus). Les lignes représentent des hyperboles suivant les prédictions de l'équation 3.1. **b** $V$ est représentée en fonction du rapport d'aspect $r/L$. Les points représentent les résultats expérimentaux obtenus pour des tubes de trois rayons différents. La régression linéaire en noir est une droite de pente 16 m/s.

Nous voyons sur la figure 3.6a que $V$ diminue avec $L$, un résultat prédit par l'équation 3.1 tracée en trait plein. Sur la figure 3.6b les points expérimentaux s'alignent bien le long d'une droite de pente $16.0 \pm 0.5$ m/s, en bon accord avec notre modèle qui prévoit une valeur théorique de $\gamma\cos\theta/4\eta = 17.3$ m/s. Le modèle développé (équation 3.1) décrit la vitesse de descente du ménisque dans des tubes fins. Nous montrons ainsi que la vitesse, qui dépend en partie des propriétés du liquide et du revêtement du tube, peut être controlée en jouant à la fois sur le rayon et la longueur du tube.

La relaxation qui suit la partie linéaire de la descente est similaire à celle observée lors

d’une montée capillaire [55]. Le temps nécessaire pour stopper le ménisque s’obtient en équilibrant la friction visqueuse $8\pi\eta(L-z)\dot{z}$ avec la force de rappel gravitaire $\pi r^2\rho g(h-z)$ qui ramène le ménisque vers sa position d’équilibre $h$. La profondeur d’équilibre est obtenue grâce à l’équation 5 en appliquant un coefficient $\cos\beta$ à l’accélération de la gravité pour des tubes inclinés d’un angle $\beta$ avec la verticale (figure 3.5a), elle vaut $h(\beta) = 2\gamma/\rho g r\cos\beta$. La solution donne une relaxation pseudo-exponentielle où la profondeur $z$ vérifie :

$$\ln(1-\frac{z}{h}) - \frac{z-h}{/}L - h = C - \frac{t}{\tau}, \tag{3.2}$$

où C est une constante de raccordement sans dimension et dont le temps caractéristique vaut :

$$\tau = \frac{8\eta}{\rho g}\frac{L-h}{r^2\cos\beta} \tag{3.3}$$

Le temps de relaxation dépend fortement de la géométrie du tube. La capillarité, qui intervient uniquement dans la profondeur d’équilibre $h$, a une influence réduite sur la relaxation du ménisque et devient négligeable dans la limite des tubes longs ($L \gg h$). Pour tester l’équation 3.3, nous mesurons le temps de relaxation pour différents tubes et reportons les résultats sur la figure 3.7. Le temps caractéristique $\tau$ est obtenu à partir des résultats expérimentaux grâce aux régressions présentées sur la figure 3.7a (droites en traits pleins). Nous comparons ensuite $\tau$ à la quantité $(L-h)/(r^2\cos\beta)$, variée au cours de nos expériences, sur la figure 3.7b.

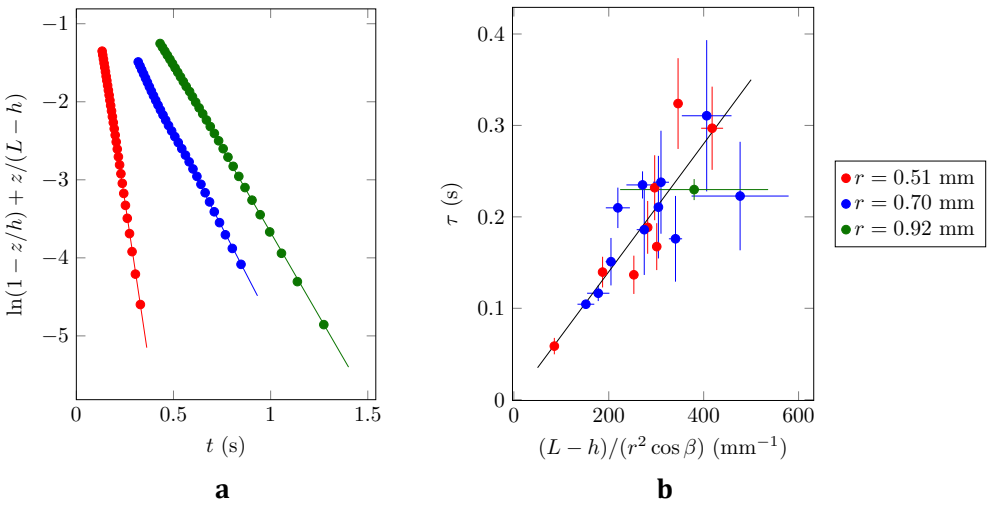



FIGURE 3.7 : Étude du temps de relaxation dans des tubes fins. **a** Régression logarithmique de la distance $z$ parcourue par le ménisque dans un tube de longueur $L$ et rayon $r$ autour de sa position d’équilibre $h$. Nous déduisons de la pente des droites le temps caractéristique $\tau$. **b** Temps caractéristique de relaxation $\tau$ du ménisque dans un tube de longueur $L$ et de rayon $r$ incliné d’un angle $\beta$ par rapport à la verticale. La droite noire correspond à un ajustement de pente $7.10^{-4}$ mm.s.

Sur la figure 3.7a, les points expérimentaux s’alignent, confirmant le régime de re-

laxation pseudo-exponentielle prévu par l'équation 3.2. Pour les tubes les plus fins ($r = 0.51$ mm) comme celui présenté sur la figure 3.3, le temps de relaxation vaut environ 0.2 s, une valeur cohérente avec les observations expérimentales.

En reportant les temps de relaxation obtenus sur la figure 3.7b, nous voyons que les temps caractéristiques s'alignent sur une droite dont la pente de $7.10^{-4}$ mm.s est proche de la valeur $8\eta/\rho g = 8.10^{-4}$ mm.s attendue d'après l'équation 3.3. Nous remarquons que pour des tubes longs ($L \gg h$), le temps de relaxation $\tau \approx 8\eta L/\rho g r^2 \cos\beta$ est similaire au temps caractéristique de descente $h/V = 8\eta L/\rho g r^2 \cos\beta$, une particularité commune avec la montée capillaire.

## 3.4 Tubes "larges"

Pour des tubes plus larges ($r > 1$ mm), nous voyons sur les figures 3.3 et 3.4 que le ménisque dépasse largement sa position d'équilibre. Ce type d'oscillations a déjà été observé lors de montées capillaires dans des tubes larges et pour des liquides peu visqueux [41, 55]. Les oscillations soulignent les effets inertiels, qui ne sont plus négligeables pour des tubes de grands rayons.

Un développement limité permet de retrouver la dynamique du ménisque autour de sa position d'équilibre $h$. En écrivant $z = h + \varepsilon$, avec $\varepsilon \ll h$, la friction visqueuse, la force de rappel gravitaire et l'inertie de la colonne de liquide s'écrivent, en loi d'échelle, $\eta(L-h)\dot{\varepsilon}$, $\rho g r^2 \varepsilon$ et $\rho r^2 (L-h)\ddot{\varepsilon}$. Les préfacteurs relatifs à la géométrie du tube s'obtiennent assez facilement et l'équilibre des force donne : $\rho g r^2 \varepsilon + 8\eta(L-h)\dot{\varepsilon} + \rho r^2 (L-h)\ddot{\varepsilon} = 0$. En calculant le discriminant de cette équation différentielle du second ordre, nous pouvons prévoir la présence d'oscillations pour des tubes de rayons $r$ plus larges que $[16\eta^2(L-h)/\rho^2 g]^{1/4}$ – une quantité de l'ordre du millimètre pour des tubes long d'une dizaine de centimètres, comme observé sur la figure 3.4. Nous pouvons aussi écrire cette condition d'oscillation comme une longueur critique du tube $L_c$ au-dessous de laquelle un régime oscillant se met en place :

$$L_c = g(\frac{\rho r^2}{4\eta})^2 + h(r) \tag{3.4}$$

Pour $L > L_c$ la descente est monotone (nous retrouvons le cas de tubes "fins" présenté dans la section 3.3), tandis que le régime oscillant est observé pour $L < L_c$. La longueur critique $L_c$ calculée d'après l'équation 3.4 décroît rapidement avec la viscosité du liquide mais elle est encore plus sensible à $r$ : $L_c$ varie entre quelques centimètres pour $r = 0.5$ mm à plusieurs mètres pour $r = 1.5$ mm.

Ce résultat est illustré expérimentalement en établissant un diagramme de phase montrant la séparation entre le régime oscillant et le régime monotone de la descente capillaire présenté sur la figure 3.8. Nous suivons la dynamique de 15 expériences de descente capillaire dans des tubes verticaux dont nous faisons varier la longueur $L$ (entre 5 cm et 13 cm) et le rayon $r$ (entre 0.5 mm et 1.5 mm) et nous reportons la présence (points verts) ou non

(points rouges) d'oscillations sur la figure 3.8. Ces résultats expérimentaux sont comparés avec la longueur critique obtenue d'après l'équation 3.4.

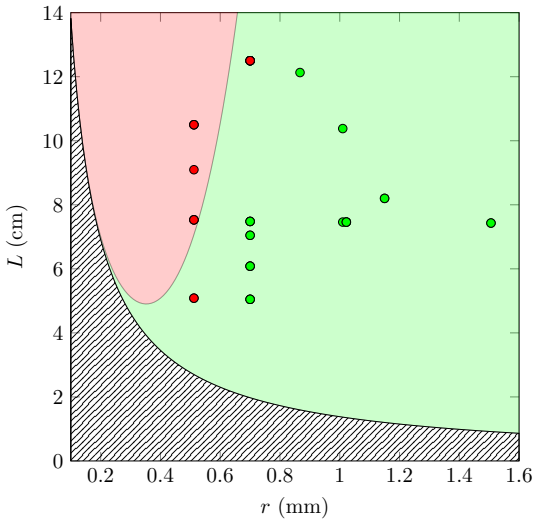



FIGURE 3.8 : Diagramme de phase de la descente capillaire dans le plan $L$,$r$. Les régions vertes et rouges indiquent respectivement si les oscillations sont attendues ou non d'après l'équation 3.4. La zone hachurée correspond à la région ou les tubes sont plus courts que la profondeur d'équilibre. Les points représentent les résultats expérimentaux pour des dynamiques oscillantes (points verts) ou monotones (points rouges).

Le régime monotone est principalement observé pour des tubes fins, même si cette condition n'est pas suffisante. Par exemple, des oscillations sont observées pour des tubes relativement fins ($r = 0.70$ mm) mais assez courts ($L < 8$ cm). En particulier, nous voyons qu'il existe une longueur de tube minimum, d'environ 5 cm, pour obtenir un régime amorti lors de la descente capillaire. Cette taille minimum correspond au minimum de la fonction $L(r)$ dans l'équation 3.4 et vaut $L_{min} \approx \kappa^{-4/5} D^{1/5}$ où $D = \gamma^2/g\eta^2$ est une distance kilométrique pour l'eau. Nous trouvons $L_{min}$ de l'ordre de quelques centimètres, comme illustré sur la figure 3.8.

## 3.5 Perte de pression en bout de tube

Nos mesures semblent concorder avec les résultats prévus par l'équation 3.4, même si la transition du régime monotone vers le régime oscillant est légèrement surestimée par notre modèle. Ceci suggère la présence d'une autre source d'amortissement. Un autre facteur de perte d'énergie est la perte de charge lorsqu'un écoulement confiné se décharge dans un bain beaucoup plus grand. Lorsque l'eau sort ou entre dans le tube (de rayon très petit devant la taille caractéristique du bain), des vortex apparaissent à proximité de l'embout du tube, ce qui est une source supplémentaire de dissipation d'énergie.

Une manière de retrouver cette perte de charge, par exemple dérivée dans [56], est reprise dans le cadre de tubes fins à l'intérieur d'un bain beaucoup plus large par Lorenceau *et al.* dans [57]. En appliquant le théorème de Bernoulli le long d'une ligne de courant,

nous trouvons que la variation d'énergie d'un volume élémentaire de liquide sortant du tube vaut $\rho\dot{z}^2/2$ (en supposant que l'écoulement dans le tube a une très faible influence sur l'écoulement dans le bain). Lorsque le ménisque descend ($\mathrm{d}z < 0$), la variation d'énergie vaut $\mathrm{d}E = -\pi r^2\rho\dot{z}^2|\mathrm{d}z|/2$, qui correspond simplement à la perte d'énergie cinétique du volume $\pi r^2|\mathrm{d}z|/2$ d'eau sortant du tube. Lorsque le liquide remonte dans le tube ($\mathrm{d}z > 0$), nous trouvons inversement $\mathrm{d}E/\mathrm{d}z = -\pi r^2\rho\dot{z}^2/2$.

Le terme de dissipation supplémentaire à cause de cette perte de charge peut être donc être associé à une force $k\pi r^2\rho\dot{z}^2/2$, où $k$ vaut 1 lorsque le liquide sort du tube ($\dot{z} < 0$) et $-1$ lorsque le liquide entre dans le tube ($\dot{z} > 0$). Nous retrouvons une force qui s'oppose au mouvement quelque soit la direction du ménisque.

## 3.6 Intégration numérique avec le modèle complet

Le bilan des forces (incluant la capillarité, la friction visqueuse, la pression hydrostatique et la dissipation en bout de tube) appliqué à la colonne d'eau dans le tube donne :

$$\pi r^2\rho\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L+z)\dot{z} = 2\pi r\cos\theta - 8\pi\eta(L+z)\dot{z} - \pi r^2\rho g z + k\pi r^2\rho\dot{z}^2 \tag{3.5}$$

Nous intégrons l'équation 3.5 avec $\theta = \theta_r$ et $k = 1$ lorsque le ménisque descend ($\dot{z} < 0$) et $\theta = \theta_a$ et $k = -1$ lorsque le ménisque monte ($\dot{z} > 0$). Les résultats numériques sont comparés sur la figure 3.9 aux résultats expérimentaux obtenus pour le tube le plus fin et le tube le plus large présentés sur la figure 3.4.

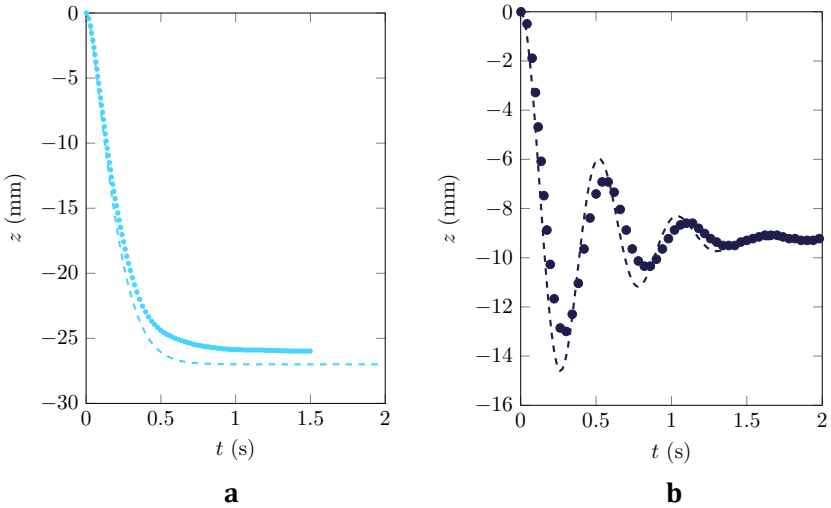



FIGURE 3.9 : Évolution de la position du ménisque dans deux tubes capillaires. Le modèle de l'équation 3.5 (lignes en tirets) est comparé aux résultats expérimentaux (points). **a** Tube de rayon $r = 0.51$ mm et de longueur $L = 7.5$ cm. **b** Tube de rayon $r = 1.50$ mm et de longueur $L = 7.4$ cm.

Pour le tube fin (figure 3.9a), nous expliquons la différence entre le modèle et les résultats expérimentaux par des imperfections de revêtement à l'intérieur du tube. Pour le

tube large (figure 3.9b), nous voyons que l'amplitude de la première oscillation est significativement plus faible que ce que prévoit notre modèle et que la fréquence des oscillations diffère légèrement. Nous n'avons pas pu trouver d'explication satisfaisante à ces différences et ce point mériterait d'être approfondi.

## 3.7 Conclusion et perspectives

Au cours de ce chapitre, nous revisitons l'expérience classique d'une montée capillaire mais en en inversant les deux phases (la phase liquide visqueuse et la phase gazeuse). En utilisant les mêmes ingrédients que lors d'une montée capillaire (la capillarité, la viscosité et la densité du liquide), nous retrouvons à la fois la position d'équilibre et la dynamique de descente du ménisque. Si la position d'équilibre s'obtient directement grâce à la loi de Jurin, nous voyons qu'en inversant les deux phases, la dynamique diffère nettement des résultats attendus pour une expérience de montée capillaire réalisée avec un liquide mouillant. En effet, la descente s'effectue à vitesse constante pour des tubes fins (et longs), tandis que dans des tubes plus larges l'inertie du liquide induit des oscillations du ménisque autour de sa position d'équilibre. Dans les deux cas (tubes fins et tubes larges), la longueur totale du tube devient un paramètre du problème.

On pourrait étudier l'influence de la viscosité du liquide plus en détail en utilisant des solutions d'eau et de glycérol. Enfin, il serait aussi intéressant d'étendre cette étude au cas plus général des milieux poreux, en perfectionnant la technique de revêtement aérophile, pour voir si notre modèle résiste à la réduction d'échelle et aux structures plus complexes des ces milieux moins réguliers.

Pour les tubes, le modèle développé nous permet de prévoir précisément la quantité capturée ainsi que la vitesse de prélèvement en fonction de la géométrie du tube et des propriétés du liquide sans information a priori sur le gaz. Ces tubes aérophiles pourraient donc être utilisés pour prélever en petite quantité et analyser des poches de gaz contenus dans des couches de liquide.

# Chapitre 4

# Immersions de surfaces aérophiles

Nous avons vu dans le chapitre précédent comment l'aérophilie affecte à la fois l'état d'équilibre et la dynamique de la montée capillaire. Dans des situations inversées, lorsqu'un solide devient plus "mouillant" pour le gaz que pour le liquide il est possible d'insérer un film d'air entre un liquide et une surface solide. Le film d'air crée ainsi un plastron de protection qui permet à la fois de limiter une éventuelle contamination chimique ou biologique d'une surface et de limiter les échanges thermiques.

Ce chapitre regroupe quelques projets basés sur les revêtement aérophiles. La première partie présente l'étude de l'immersion d'un cône superhydrophobe. Cette partie a été réalisée avec Martin Coux et de nombreuses informations peuvent être retrouvées dans le chapitre 5 de sa thèse [58]. Une seconde partie est consacrée à l'immersion de surfaces aérophiles où nous étudions quelques conditions nécessaires pour appliquer un plastron d'air autour d'une surface.

**Sommaire**


**4.1 Cône superhydrophobe . . . . . 85**

4.1.1 Expérience . . . . . 85

4.1.2 Drainage . . . . . 86

4.1.3 Epaisseur du plastron . . . . . 88

4.1.4 Effet de la viscosité du liquide . . . . . 90

**4.2 Revêtement hydrophobe . . . . . 92**

4.2.1 Conclusion . . . . . 94


*L'immersion superhydrophobe a été initiée avant mon arrivée dans l'équipe par Adrien Mathis pendant son stage de troisième année de l'ESPCI. Nous avons complété ce projet avec Martin Coux pendant sa dernière année de thèse.*

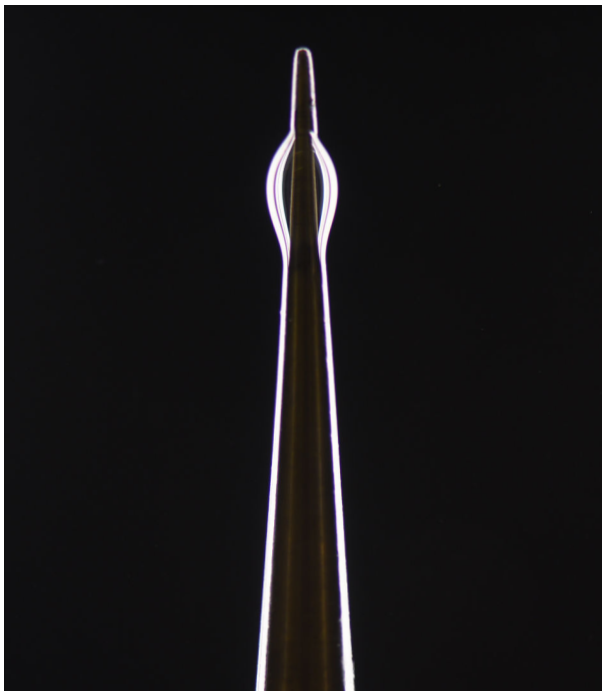


FIGURE 4.1 : Bulle d'air accrochée à un cône en laiton aérophile

## 4.1 Cône superhydrophobe

Dans cette section, nous étudions l'application d'un revêtement d'air sur un substrat solide. Lorsqu'un solide aérophile est tiré dans un bain de liquide, l'air est entraîné le long du solide et recouvre le substrat d'un plastron qui englobe le solide. Cette technique est exploitée par des petits animaux sans branchies, comme les punaises aquatiques, qui se servent du plastron d'air pour respirer sous l'eau [59, 60, 61]. Certains oiseaux marins se servent aussi de ce type de revêtement pour éviter de mouiller leurs plumes lorsqu'ils plongent pour pêcher des poissons [62, 63]. La stabilité du plastron d'air, essentielle pour ces animaux a été modélisée dans des études antérieures [64, 65]. Nous étudions dans cette section l'épaisseur de la couche d'air entraînée autour du solide hydrophobe, un autre paramètre important des revêtements aérophiles.

**a** **b**

FIGURE 4.2 : **a** La "cigale d'eau" (*Agraptocorixa eurynome*) se sert du plastron d'air appliqué sous son ventre pour respirer sous l'eau. Image extraite de [61]. **b** Un martin pêcheur en plongée. Le plastron d'air lui permet de ne pas mouiller ses plumes en pêchant. Crédit photo : Vince Burton. Sur ces deux photographies, la zone couverte par le plastron d'air scintille à cause de la différence d'indice optique avec l'eau.

### 4.1.1 Expérience

Nous observons la quantité d'air entraînée lors de l'immersion d'une surface superhydrophobe dans un bain d'eau distillée. L'expérience schématisée sur la figure 4.3 présente l'immersion d'un cône en laiton de longueur $L = 6$ cm avec un demi-angle d'ouverture $\alpha = 5°$. La forme conique du solide a été choisie pour éviter le pincement d'une cavité d'air [66] lors de la traversée de l'interface, un cas étudié par Guillaume Dupeux et Raphaële Thévenin [67, 68]. Comme les tubes dans la partie précédente, le cône est traité au Glaco (Glaco, Soft 99). L'angle de contact de l'eau sur le laiton traité, mesuré sur une surface plate, vaut $\theta = 160 \pm 5°$, ce qui rend le laiton nettement plus "mouillant" pour l'air que pour l'eau. Nous pré-insérons dans une cuve remplie d'eau distillée, de tension de surface $\gamma = 72$ mN/m et de masse volumique $\rho = 998$ kg/m$^3$, le premier centimètre de la base

du cône sur lequel le revêtement aérophile n'a pas été appliqué. Le cône est ensuite tiré dans le liquide à l'aide d'un moteur qui permet de contrôler la vitesse d'immersion $V$ entre 1cm/s et 2 m/s.

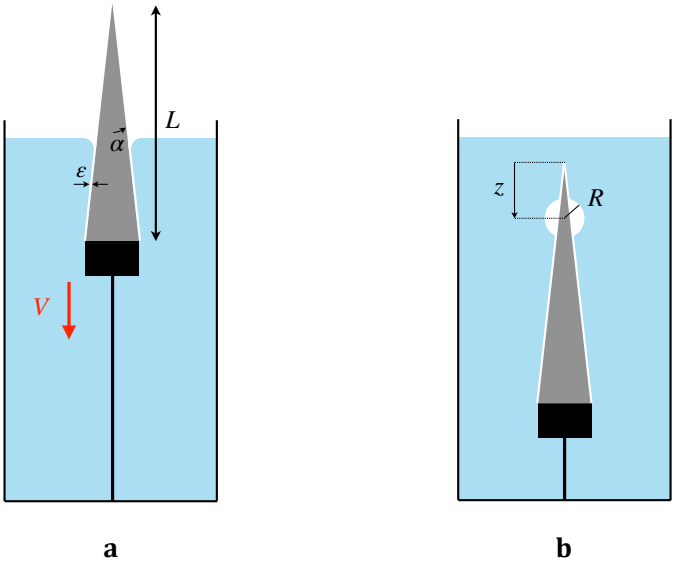



FIGURE 4.3 : Schéma du dispositif expérimental utilisé. **a** Immersion : un cône aérophile de longueur $L$ et de demi-angle d'ouverture $\alpha$ est plongé à une vitesse $V$ dans un bain d'eau distillée de tension de surface $\gamma$ et de masse volumique $\rho$. Lors de l'immersion, une couche d'air d'épaisseur $\varepsilon$ est entraînée le long du cône. **b** Drainage : après la traversée de l'interface par la pointe du cône, la surface est maintenue immergée durant quelques minutes. Une bulle de rayon $R$ se forme petit à petit à une distance $z$ de la pointe du cône.

Après une très courte phase d'accélération, le cône atteint une vitesse d'immersion constante que nous notons $V$. La surface du bain est déformée au niveau de l'interface et nous voyons apparaître un ménisque vers le bas, caractéristique des surfaces superhydrophobes immergées. Lorsque le cône traverse l'interface, il entraîne avec lui une couche d'air d'épaisseur micrométrique $\varepsilon$.

### 4.1.2 Drainage

À la fin de l'immersion, le cône traverse l'interface sans pincer de cavité d'air grâce au caractère singulier de la pointe. Nous stoppons le cône une fois que celui-ci est totalement immergé en vérifiant que le plastron d'air n'est pas impacté par l'arrêt du mouvement – dans le cas contraire des bulles d'air très visibles remontent dans le bain. Une fois le cône arrêté, nous suivons l'évolution du film d'air que l'on voit scintiller sur les photographies grâce à l'éclairage par l'arrière de l'expérience. Nous observons la formation d'une bulle d'air quelques millimètres en-dessous de la pointe du cône dont nous suivons l'évolution sur la figure 4.4.

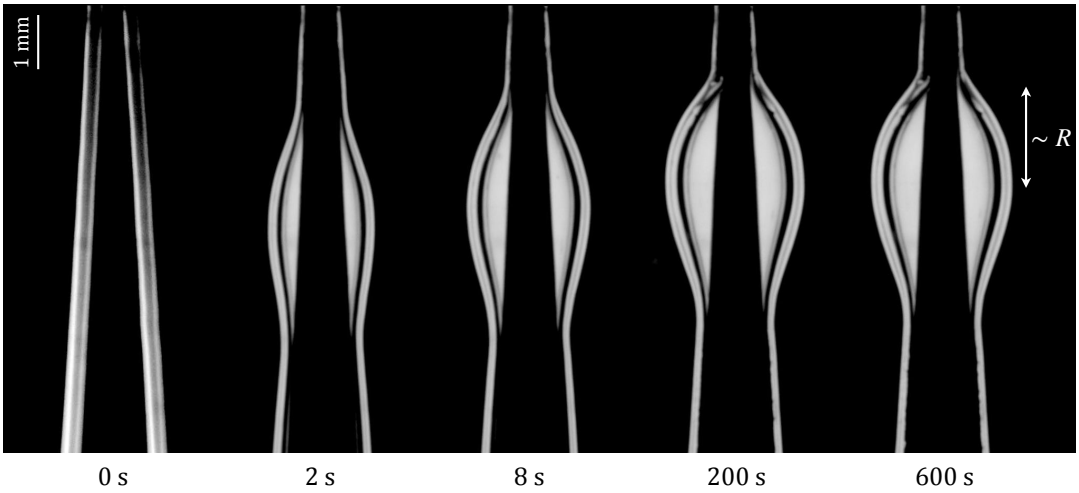



FIGURE 4.4 : Photographies de la formation d'une bulle d'air à quelques millimètres de la pointe du cône 0, 2 , 8, 200 et 600 secondes après avoir stoppé le cône dans le liquide. Le cône de longueur $L = 6$ cm et de demi-angle d'ouverture $\alpha = 5°$ a été entraîné à une vitesse $V = 1$ m/s.

Nous voyons se former une bulle d'air qui se stabilise légèrement en-dessous de la pointe du cône. Cette situation est similaire au cas d'une goutte d'huile déposée sur un cône en laiton étudié par [69]. La position d'une bulle a été calculée dans le cas d'un cône aérophile par Yu *at al.* dans [70]. La bulle n'est pas retenue par une quelconque ligne de contact et se déplace librement sur le plastron d'air qui recouvre le solide. La position $z$ d'une bulle de taille caractéristique $R$ résulte d'un équilibre entre la pression hydrostatique qui tire la goutte vers le haut et la capillarité qui tend à la déplacer vers le bas du cône. En loi d'échelle, le gradient de pression hydrostatique dans le liquide vaut $\sim \rho g$. La courbure de la bulle dans la direction transverse à l'axe du cône varie entre $\alpha(z - R)$ et $\alpha(z + R)$, le gradient de pression de Laplace entre le haut et le bas de la bulle vaut donc $\Delta p/R \sim \gamma/\alpha z^2$ (pour $R \ll z$). Nous retrouvons la position d'équilibre de la bulle (en loi d'échelle) :

$$z \sim \left(\frac{\gamma}{\alpha \rho g}\right)^{1/2} \tag{4.1}$$

L'équation 4.1 donne une profondeur d'environ un centimètre pour le cône utilisé, une position cohérente avec nos observations, bien que légèrement supérieure aux valeurs effectivement mesurées. Une analyse plus fine nécessiterait de prendre en compte la forme globale de la bulle sur le cône. Un calcul similaire a été effectué dans le cas d'une goutte sur un cylindre par Carroll [71] (on peut aussi retrouver la résolution de ce problème au premier chapitre de l'ouvrage de de Gennes [21]). Le calcul est plus complexe dans le cas d'un cône, et nous n'avons pas cherché à le résoudre ici.

La bulle d'air apparaît au bout de quelques secondes et atteint un volume $\Omega$ d'une dizaine de microlitre qui ne change presque plus après quelques minutes. Le temps caractéristique $\tau$ pour que la bulle atteigne un volume constant correspond au temps que met le film d'air pour drainer. Dans le plastron, l'air est tiré vers le haut par la pression hydrostatique et ralenti par la friction visqueuse. En loi d'échelle, la vitesse caractéristique

de drainage vaut $V \sim L/\tau$, nous obtenons $\tau$ en équilibrant la friction visqueuse $\sim \eta_a L/\tau\epsilon^2$ (où $\eta_a$ est la viscosité dynamique de l'air) par le gradient de pression hydrostatique $\rho g$, où $\rho$ est la masse volumique de l'eau. L'équation de Stokes donne ainsi le temps caractéristique de drainage du film :

$$\tau \sim \frac{\eta_a L}{\rho g \epsilon^2} \tag{4.2}$$

Pour un film d'épaisseur micrométrique, le temps caractéristique vaut environ deux minutes, ce qui correspond aux observations de la figure 4.4. En pratique, cela nous donne une échelle de temps afin de mesurer le volume d'air lorsque le film a terminé de drainer mais avant que la taille de la bulle ne soit affectée par la dissolution de l'air dans l'eau – un phénomène dont le temps caractéristique est de l'ordre de l'heure.

### 4.1.3 Epaisseur du plastron

L'épaisseur du film d'air est mesurée en détectant le contour de l'interface liquide-gaz au niveau de la bulle environ 5 minutes après l'immersion. Pour détecter l'interface, nous retirons à l'image traitée la première image de la vidéo (qui correspond au cône sans bulle) puis nous appliquons un seuil d'intensité lumineuse à l'image pour détecter les pixels qui correspondent à la bulle d'air. Le volume $\Omega$ est alors obtenu en intégrant le profil de la bulle identifiée. Le traitement d'image est présenté sur la figure 4.5.

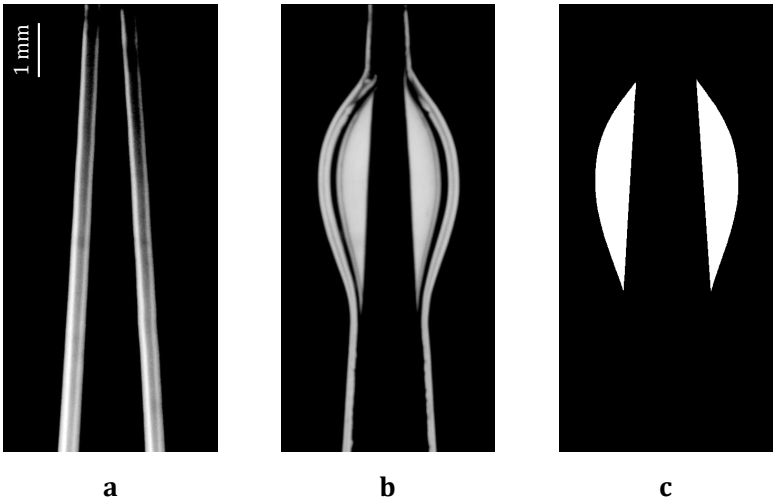



FIGURE 4.5 : Traitement d'image pour obtenir le volume $\Omega$ de la bulle correspondant à l'expérience présentée sur le figure 4.4. L'image du cône est prise juste après l'arrêt du mouvement (**a**) puis soustraite à l'image de la bulle d'air après 5 minutes de drainage (**b**). L'image **c** est obtenue après application d'un seuil d'intensité lumineuse. La bulle d'air apparaît en blanc, ce qui correspond à un volume $\Omega = 9.4$ µL.

En supposant que le film d'air est réparti de façon homogène sur la surface aérophile du cône d'aire $2\pi L^2 \tan\alpha/3$ et en considérant que l'air initialement contenu dans le plastron a intégralement "drainé" dans la bulle, nous trouvons l'épaisseur du film : $\varepsilon = 3\Omega/2\pi L^2 \tan\alpha$. Cette épaisseur vaut environ 14 µm pour l'immersion présentée sur

la figure 4.5. Nous mesurons alors l'épaisseur du film d'air entraîné en variant la vitesse d'immersion sur la figure 4.6.

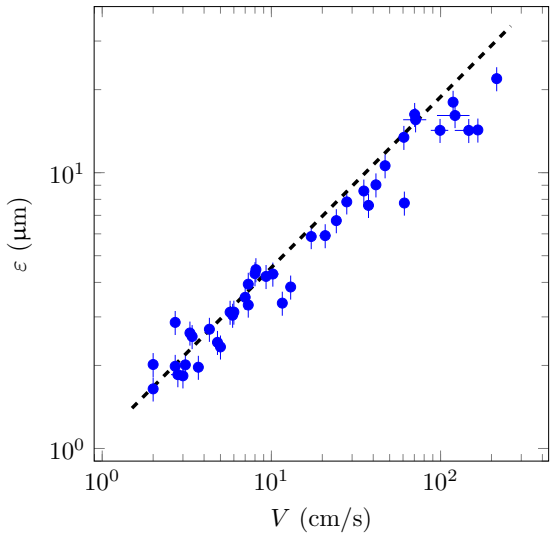



FIGURE 4.6 : Épaisseur $\varepsilon$ du film d'air entraîné le long d'un cône superhydrophobe en fonction de la vitesse d'immersion $V$. Les points bleus représentent les résultats expérimentaux. La ligne en tirets noirs est un ajustement de la forme $\varepsilon \sim V^{0.62}$.

Nous définissons le nombre capillaire de l'écoulement dans le plastron $Ca = \eta_a V/\gamma$ en utilisant la viscosité dynamique de l'air $\eta_a = 1.8 \pm 0.1.10^{-2}$mPa.s. Le nombre capillaire dépend de la vitesse d'immersion mais pour la gamme de vitesse utilisée nous avons toujours $Ca < 10^{-3}$. Le revêtement aérophile du cône le rend presque complètement mouillant pour l'air et nous pouvons donc supposer que l'épaisseur du plastron $\varepsilon$ résulte d'un revêtement de type Landau-Levich [72, 73]. L'épaisseur d'un film liquide tiré le long d'une plaque a été approfondie et a fait l'objet de nombreuses études suite à ces premiers travaux. Une revue récente des mécanismes en jeu lorsqu'un solide est tiré hors d'un liquide a été publiée en 2017 [74] – l'épaisseur entraînée est modélisée en particulier pour des solutions contenant des surfactants et des substrats rugueux [75, 76].

La cas traité ici est schématisé sur la figure 4.7. L'expérience considérée diffère des situations détaillés précédemment puisque le film entraîné est maintenant largement moins visqueux que le liquide qui l'entoure.

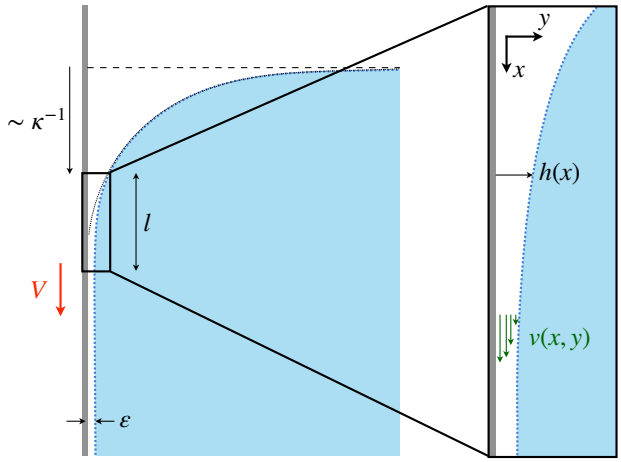



FIGURE 4.7 : Schéma d'un entraînement d'air le long d'une plaque aérophile (en gris) plongée à une vitesse $V$ dans un liquide (en bleu). L'insert présente un aperçu de la zone de transition (de taille $l$) entre le ménisque statique (en pointillés noirs) et le plastron d'air d'épaisseur $\varepsilon$. La vitesse de l'air dans le plastron est notée $v(x, y)$ et l'épaisseur de la couche d'air $h(x)$.

Un modèle pour l'épaisseur du plastron entraîné par la plaque aérophile est proposé, en loi d'échelle, en suivant une méthode similaire à celle présenté au chapitre 5 du livre [21] (dérivée pour une plaque hydrophile). Loin de la plaque, le ménisque n'est pas déformé par l'écoulement d'air, la courbure est fixée par la gravité et vaut environ $\kappa$. Inversement, l'interface est d'épaisseur constante loin de la surface du bain. Le gradient de pression de Laplace vaut donc $\sim \gamma\kappa/l$, où la longueur $l$ représente le raccordement entre le ménisque statique et le plastron d'air. Lorsque l'écoulement est établi, ce gradient de pression équilibre la friction visqueuse $\sim \eta_a V/\varepsilon^2$ dans le plastron d'air : $\gamma\kappa/l \sim \eta_a V/\varepsilon^2$. L'égalité des courbures à la jonction entre la partie statique et dynamique du ménisque implique : $\varepsilon/l^2 \sim \kappa$. Nous trouvons l'épaisseur du film qui vaut :

$$\varepsilon \sim \kappa^{-1} \left(\frac{\eta_a V}{\gamma}\right)^{2/3} \tag{4.3}$$

Nous retrouvons la relation classique dérivée par Landau et Levich en 1942 mais dans un cas où la viscosité dynamique de l'air remplace celle du liquide. Pour une vitesse $V = 1$ m/s, l'équation 4.3 prédit une épaisseur d'une dizaine de microns, en accord avec nos mesures. La loi de puissance $\varepsilon \sim V^{2/3}$ est comparable aux résultats de l'ajustement des données de la figure 4.7 de pente 0.62. Une petite déviation entre les résultats expérimentaux et la loi d'échelle 4.3 persiste pour des grandes vitesses d'entraînement ($V > 1$ m/s). Pour ces vitesses d'entraînement, le nombre capillaire de l'écoulement se rapproche de $10^{-3}$, une valeur à partir de laquelle les effets de la pression hydrostatique commencent à affecter l'écoulement.

### 4.1.4 Effet de la viscosité du liquide

En utilisant les données présentées sur la figure 4.7, nous obtenons la valeur moyenne de l'épaisseur du plastron adimensionnée par la longueur capillaire : $\varepsilon\kappa = 1.53\ Ca^{2/3}$. Le

préfacteur mesuré est significativement supérieur à la valeur 0.94 obtenue dans le cas d'un film liquide (voir l'annexe B). Dans le cas d'une immersion superhydrophobe, la situation diffère puisque la viscosité dynamique de l'eau est nettement plus élevée que celle de l'air. Le liquide n'est pas mis en mouvement par le film d'air, ce qui entraîne une différence au niveau de l'interface. Nous reprenons le calcul présenté en annexe B en prenant en compte la nouvelle condition à l'interface. La vitesse de l'air dans le plastron $v$ doit alors vérifier $v(x, h) = 0$ où $h(x)$ désigne l'épaisseur du plastron à une profondeur $x$. Dans le plastron, le débit d'air $q$ vaut alors :

$$q = \frac{1}{2}hV - \frac{1}{12}\frac{\gamma}{\eta_a}\frac{\partial^3 h}{\partial x^3}h^3 \tag{4.4}$$

Nous résolvons cette équation exactement comme dans le cas d'un entraînement visqueux classique. La différence avec le modèle classique de Landau-Levich conduit à un préfacteur légèrement modifié qui vaut environ 1.50 (voir l'annexe B pour le calcul détaillé du préfacteur), cette fois en excellent accord avec les résultats expérimentaux. L'équation donnant la taille du revêtement dans le cas de l'immersion d'un solide aérophile à l'intérieur d'un liquide est donc :

$$\varepsilon \approx 1.50\ \kappa^{-1}\left(\frac{\eta_a V}{\gamma}\right)^{2/3} \tag{4.5}$$

L'effet de la viscosité du bain a été testé par Adrien Mathis et Martin Coux avec des mélanges eau-glycerol de viscosité 1, 3, 10, 80 et 200 mPa.s (les quantités du mélange peuvent être retrouvées grâce à l'article [77]). Pour chaque série d'expériences, nous avons aussi retrouvé la longueur capillaire du liquide (qui dépend légèrement de la concentration en glycérol). Leurs résultats sont repris sur la figure 4.8 (après une légère correction par rapport à [58] dûe à une erreur concernant la surface du cône utilisé). Les données expérimentales de la figure 4.8a s'alignent le long de droites dont la pente vaut environ 2/3, confirmant la loi d'échelle obtenue précédemment (équations 4.3 et 4.5). En regroupant les données, une mesure du préfacteur de l'équation 4.5 est obtenue. Nous traçons la valeur de ce préfacteur en fonction de la viscosité du liquide $\eta$ sur la figure 4.8b.

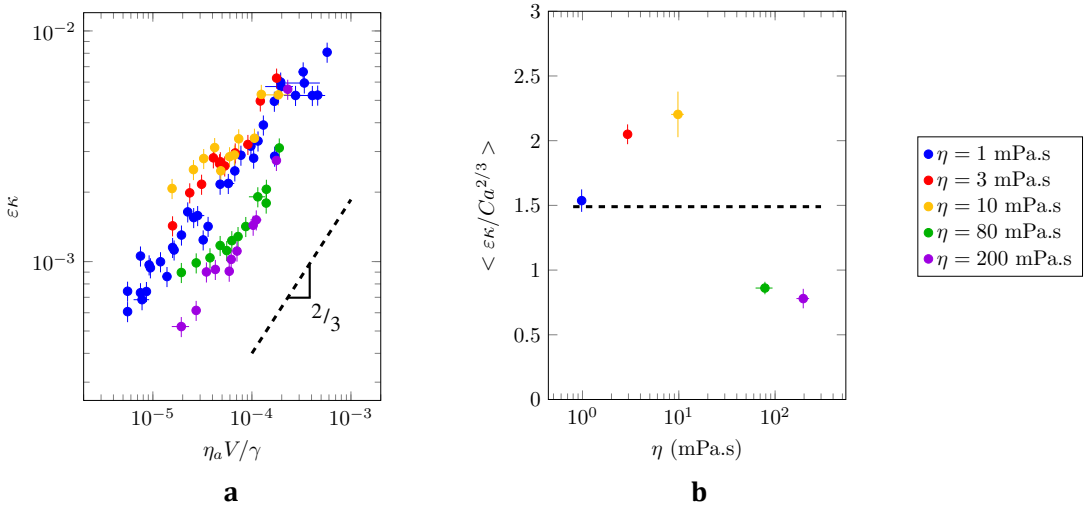



FIGURE 4.8 : Entraînement d'un plastron d'air sur un cône surperhydrophobe dans des mélanges eau-glycerol de différentes viscosités. **a** Épaisseur $\varepsilon$ du plastron d'air, adimensionnée par la longueur capillaire du liquide $\kappa^{-1}$ en fonction du nombre capillaire de l'écoulement dans le plastron $Ca = \eta_a V/\gamma$, où $V$ est la vitesse d'entraînement du cône, $\eta_a$ la viscosité cinématique de l'air et $\gamma$ la tension superficielle du liquide. Les pointillés noirs correspondent à une droite de pente 2/3. **b** Valeur moyenne de l'épaisseur du plastron adimensionnée par $\kappa^{-1}Ca^{2/3}$ en fonction de la viscosité du liquide $\eta$. Cinq séries d'expériences ont été réalisées dans des mélanges eau-glycérol de viscosité $\eta = 1$, 3, 10 80 et 200 mPa.s. Les pointillés noirs correspondent à la valeur théorique attendue d'après l'équation 4.5. Données tirées de [58].

Pour de l'eau pure (points bleus), la valeur théorique correspond aux valeurs mesurées. Lorsqu'on augmente la viscosité du liquide en ajoutant du glycérol dans le mélange, nous voyons que le préfacteur augmente significativement : l'épaisseur du plastron entraîné dans le liquide passe de $\varepsilon \approx 1.54\,\kappa^{-1}(\eta_a V/\gamma)^{2/3}$ pour l'eau (points bleus) à $\varepsilon \approx 2.20\,\kappa^{-1}(\eta_a V/\gamma)^{2/3}$ pour une solution de viscosité $\eta = 10$ mPa.s (points jaunes). Si l'on augmente encore la viscosité de la solution, le préfacteur retombe alors à 0.78 ($\varepsilon \approx 0.78\,\kappa^{-1}(\eta_a V/\gamma)^{2/3}$) pour un liquide de viscosité 200 mPa.s (points violets). Nous n'avons pas réussi à expliquer convenablement ces variations qui mériteraient une étude complémentaire.

## 4.2 Revêtement hydrophobe

Pour compléter l'étude de l'immersion de surfaces aérophiles, une expérience similaire a été réalisée en jouant sur le type de revêtement du cône. Nous avons essayé dans un premier temps de mesurer l'épaisseur du plastron d'air sur une surface hydrophobe. Pour cela, nous reprenons le montage présenté dans la partie précédente en utilisant un cône en laiton de même taille. Cette fois, le cône a été traité au silane. Le procédé de silanisation consiste à fixer des molécules de silane à la surface du solide. Nous activons d'abord la surface du cône pendant une minute dans un plasma, puis la surface est laissée à côté de quelques gouttes de trichloro(octyl)silane dans une cloche à vide. Sur une surface silanisée, l'angle de contact du liquide est légèrement supérieur à $\pi/2$.

Comme dans la section précédente, la base du cône est introduite dans le liquide sur quelques millimètres. Nous utilisons un moteur pour contrôler le début de l'immersion afin que la vitesse soit constante lorsque la partie conique commence à traverser l'interface. L'immersion est présentée sur la figure 4.9 :

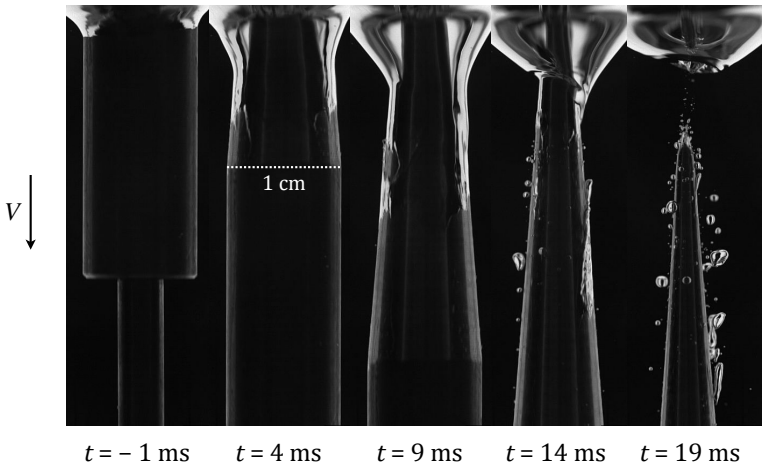



FIGURE 4.9 : Immersion d'un cône hydrophobe à une vitesse $V = 1.6$ m/s. Le plastron d'air s'accroche au niveau de la rupture de pente à la base du cône, soulignée en pointillés blancs sur la seconde photo. Le film est entraîné sur environ 1 cm puis se déstabilise et se rétracte avant de disparaître complètement lorsque la pointe du cône traverse l'interface.

Nous observons sur ces images que la ligne de contact s'accroche au niveau de l'angle à la base du cône ($t = 4$ ms). Cependant, après quelque centimètres d'immersion, le plastron se déstabilise et le revêtement d'air "démouille" rapidement ($t = 14$ ms). L'entraînement d'un film dans le cas de plaques et pour des fibres partiellement mouillantes a été étudié dans [78, 79, 80]. Ces travaux montrent en particulier qu'il existe une vitesse minimale d'entraînement pour arriver à accrocher un plastron d'air autour de la surface lors d'une telle immersion.

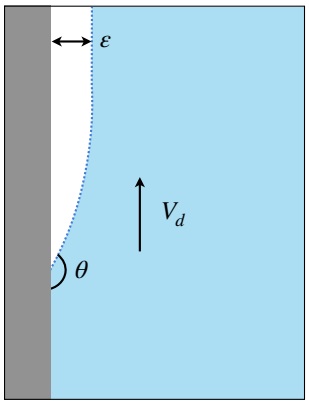



FIGURE 4.10 : Schéma du processus de démouillage d'un plastron d'air d'épaisseur $\varepsilon$. L'angle de contact du liquide sur le solide est noté $\theta$ et la ligne de contact se déplace vers le haut à une vitesse $V_d$.

Nous n'avons pas eu le temps d'étudier en détail ce phénomène de démouillage mais nous pouvons ici présenter deux pistes pour modéliser la vitesse de rétraction du plastron d'air $V_d$ qui peut être calculée en s'aidant du schéma 4.10.

Lorsque la dissipation a lieu principalement dans le coin formé entre le liquide et l'air, nous retrouvons un cas similaire à l'étalement d'un pont capillaire présenté au chapitre 2. La hauteur macroscopique vaut ici $\varepsilon$ et la taille microscopique à prendre en compte est la longueur de glissement du liquide $a \sim 1$ nm. La vitesse de démouillage "visqueux" (limitée par la dissipation au niveau du coin) serait alors donnée par :

$$V_\eta \sim \frac{\gamma}{\eta \ln(\varepsilon/a)} \tag{4.6}$$

Il faudrait modéliser le raccordement entre la partie dynamique et statique du ménisque pour trouver la vitesse exacte du démouillage.

Le démouillage peut aussi être limité par l'inertie du liquide. Dans ce cas, la vitesse est fixée par l'équilibre entre l'inertie de la masse d'eau à déplacer et la force capillaire qui tire le liquide vers le haut. En raisonnant par unité de longueur, l'inertie vaut $\mathrm{d}mV/\mathrm{d}t \sim \rho\varepsilon V^2$ et la force capillaire qui tire le liquide $\gamma(1+\cos\theta)$. Nous obtenons une vitesse de démouillage similaire à la vitesse calculée par Taylor et Culick dans le cas d'un film liquide [81, 82] :

$$V_i \sim \left(\frac{\gamma(1+\cos\theta)}{\rho\varepsilon}\right)^{1/2} \tag{4.7}$$

La vitesse la plus lente de ces deux vitesses limite le démouillage du plastron d'air. Il faut alors immerger le solide à une vitesse $V > V_d$ pour pouvoir observer la formation d'un plastron d'air. Dans le cas considéré, nous obtenons $V_\eta$ et $V_i$ de l'ordre de 10 m/s, la vitesse de démouillage est donc supérieure à la vitesse maximale d'entraînement du cône. Expérimentalement, nous voyons que le plastron d'air est entraîné uniquement à partir d'aspérités sur le cône. Nous n'avons donc pas réussi à stabiliser le plastron, ni à tester les deux modèles de démouillage proposés.

### 4.2.1 Conclusion

Le mécanisme d'entraînement du film d'air le long d'une plaque aérophile ressemble à celui développé pour l'entraînement d'un liquide sur un solide. Comme dans le chapitre 3, la différence avec un entraînement de liquide "classique" vient de l'écart de viscosité entre les deux phases. L'épaisseur du plastron d'air entraîné lors d'une immersion aérophile varie de la même manière que celle d'un film obtenu lorsque l'on sort une plaque d'un liquide. La différence de viscosité change uniquement le préfacteur de la loi qui varie d'environ 0.94 lorsque le liquide entraîné est infiniment plus visqueux que la phase extérieure à environ 1.50 dans le cas la phase extérieur est nettement moins visqueuse.

Nous retrouvons avec l'équation 4.5 un résultat classique pour l'entraînement de films d'épaisseurs micrométriques le long d'un solide en mouvement. La modélisation n'est pas très différente de celle développée par Landau, Levich et Dejaguin mais nos résultats

permettent tout de même de confirmer que la loi d'échelle résiste dans le cas d'une surface aérophile en inversant la phase liquide et la phase gazeuse. Cette technique de revêtement permet d'appliquer un plastron d'air sur des surfaces solides de grande dimension ainsi que pour une large gamme de vitesses d'immersion. Ainsi, ce procédé pourrait être appliqué à des systèmes très variés.

Le modèle proposé permet de retrouver précisément l'épaisseur du film dans de l'eau distillée. En revanche, l'effet de la viscosité du liquide n'est pas encore parfaitement compris et mériterait quelques éclaircissements. Pour compléter cette étude, il serait intéressant d'étudier l'épaisseur de revêtement à des vitesses supérieures à celles présentées dans ce chapitre. Il faudrait pour cela changer légèrement notre dispositif expérimental, par exemple en utilisant une roue à la surface du liquide. Un autre point à développer concerne l'étude de la position finale de la bulle. Un calcul complet de la position d'équilibre de la bulle d'air sur le cône (par exemple en fonction de l'angle d'ouverture du cône) donnerait un moyen simple et élégant de mesurer l'épaisseur du plastron.

# Troisième partie

# Mouvements capillaires complexes

# Chapitre 5

# Montée capillaire élastique

L'étude des propriétés du liquide et du revêtement sur l'écoulement ayant été étudiées dans les parties précédentes, nous nous intéressons dans cette dernière partie à l'effet de la structure du solide sur la dynamique d'imprégnation. Dans cette perspective, le chapitre 5 concerne une nouvelle méthode pour capturer un liquide aux échelles submillimétriques à l'aide de canaux flexibles.

Comme d'autres petites animaux (abeilles, papillons, chauves souris...), le colibri se sert de la capillarité pour se nourrir [83, 84, 85]. Nous étudions d'abord son mécanisme de nutrition en filmant un colibri. Ce mécanisme élasto-capillaritaire est reproduit à l'aide de languettes biomimétiques réalisées en laboratoire avec lesquelles nous imitons les différentes étapes du cycle de nutrition pour comprendre comment le colibri capture le liquide. Ces languettes artificielles nous permettent aussi de développer et d'optimiser des petites pompes capillaires flexibles, permettant de capturer efficacement un liquide visqueux.

## Sommaire


**5.1 Le colibri : une langue étonnante . . . . . 101**

**5.2 Languettes biomimétiques . . . . . 105**

**5.3 Élasto-capillarité . . . . . 106**

5.3.1 Montée élasto-capillaire . . . . . 106

5.3.2 Cycle dynamique . . . . . 112

**5.4 Conclusion . . . . . 117**



*Merci à toute l'équipe des Mécawet pour leur conseils autant sur les modèles d'élasto-capillarité que pour les techniques expérimentales. Merci en particulier à José Bico pour son aide concernant la méthode de fabrication des languettes artificielles.*

FIGURE 5.1 : *Hauksbee*, notre colibri modèle après une dégustation.

Si le colibri bat des ailes plus de 60 fois par seconde, ce n'est pas uniquement pour narguer ses homologues à plumes, ni pour se mettre en valeur lors de ses parades nuptiales. Les battements d'ailes du colibri, qui ressemblent à ceux de certains insectes volants (d'où son surnom d'"oiseau-mouche"), lui permettent d'effectuer un vol stationnaire au-dessus de fleurs pour butiner. Cette compétence est essentielle au colibri puisqu'il se nourrit principalement de nectar, une boisson très énergétique, indispensable pour lui permettre de battre des ailes tout en restant un carburant assez léger pour voler.

Contrairement aux autres oiseaux, qui remplissent leur bec et penchent la tête en arrière pour boire, le colibri utilise sa langue pour aller chercher le nectar au fond des fleurs. Pour étudier cette technique de nutrition, nous avons suivi un colibri (*Eulampis holosericeus*) photographié sur la figure 5.2. Ce colibri, nommé Hauksbee en référence à l'un des pionniers de la montée capillaire, a été filmé dans son terrarium au parc des oiseaux de Villars les Dombes.

**a** **b**

FIGURE 5.2 : Photographies du colibri Hauksbee (*Eulampis holosericeus*). **a** Au repos avec sa langue sortie. Crédit photo : Thierry Lengagne. **b** En plein repas. Le trou dans la fleur artificielle de la mangeoire présentée sur la figure **b**, percée au niveau du haut du tube jaune, bloque le bec du colibri, l'obligeant à déployer sur une longueur d'environ 1 cm pour pouvoir récupérer du nectar.

## 5.1 Le colibri : une langue étonnante

Les colibris sont plutôt gourmands – ils se nourrissent environ toutes les 15 minutes et consomment presque leur poids en nectar chaque jour. S'il viennent donc fréquemment se nourrir, observer leur langue reste toutefois assez difficile puisqu'ils passent très peu de temps (environ une seconde) au-dessus de la fleur lorsqu'ils récupèrent le nectar et que leur langue est relativement petite (moins d'un millimètre de large). Pour filmer ce processus, nous avons adapté une mangeoire composée d'un tube en plastique d'environ 10 cm de long et de 1.7 cm de diamètre. La mangeoire est surmontée d'une (fausse) fleur en plastique percée (au niveau du haut du tube jaune sur la figure 5.2b) d'un trou qui bloque le bec du colibri, il est donc obligé d'utiliser sa langue pour récupérer du liquide. La partie supérieure du tube a été découpée et remplacée par des vitres transparentes permettant d'observer les interactions entre la langue et le nectar en restant proche des

conditions naturelles (figure 5.2b).

Le colibri reste environ une seconde au-dessus de la mangeoire. Pendant cet intervalle de temps, il plonge et ressort sa langue du liquide une dizaine de fois. Chaque cycle de nutrition consiste en deux phases qui durent environ 50 ms chacune. Dans un premier temps, la langue est plongée dans le liquide, puis dans un second temps, l'oiseau récupère le liquide contenu dans sa langue. Nous étudions la première phase sur la figure 5.3. Les images ont été prises à l'aide d'une caméra rapide (Phantom V7) en ajoutant un éclairage à l'arrière de la mangeoire pour pouvoir filmer la langue. Nous avons aussi changé le nectar par un mélange eau-saccharose à 160 g/L, une solution transparente qui permet d'observer la langue à l'intérieur du nectar.

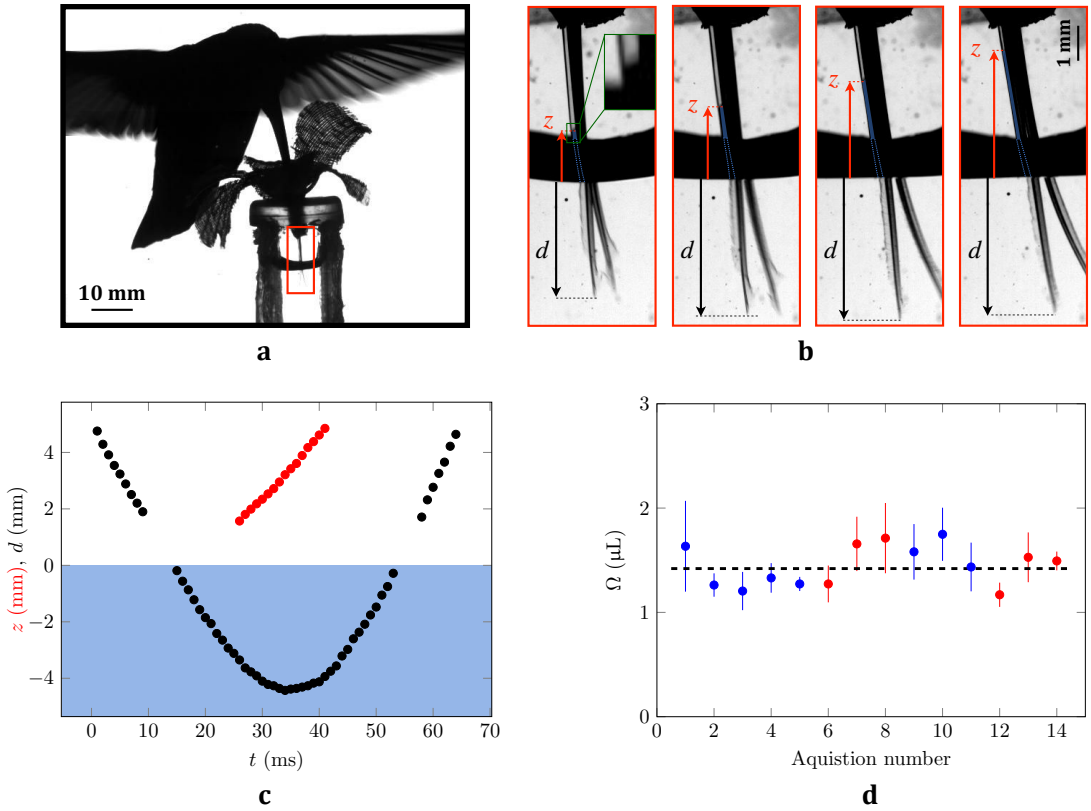



FIGURE 5.3 : **a** Hauksbee en train de boire une solution d'eau sucrée (160 g/L). Le bec du colibri est bloqué environ 5 mm au-dessus de l'extrémité du tube en plastique, l'obligeant à déployer sa langue pour récupérer le liquide. Le cadre indique le champ d'acquisition utilisé pour observer la langue plus en détail. **b** Zoom sur la montée du nectar dans la langue, $z$ dénote la hauteur du liquide dans la branche gauche de la langue. En dessous du ménisque millimétrique formé par le liquide dans la mangeoire (bande noire sur les photographies), nous voyons les deux branches de la langue immergées dans le nectar. Nous notons $d$ la profondeur de pointe de la branche gauche. L'intervalle de temps entre deux photos est 4 ms. **c** Profondeur $d$ (en noir) et hauteur du ménisque $z$ (en rouge) pendant un cycle de nutrition. L'origine des axes est prise au niveau de la surface du liquide définie sur la figure **b**. **d** Quantité de liquide $\Omega$ récolté dans chaque branche d'une langue au cours d'un cycle. Les points bleus et rouges correspondent respectivement à des mesures effectuées le matin et l'après-midi. La ligne en pointillés noirs représente la valeur moyenne $\Omega \approx 1.4$ µL.

La figure 5.3a montre une vue d'ensemble d'un cycle de nutrition. Nous observons les interactions entre la langue et le nectar sur les photographies de la figure 5.3b. La bande

noire sur les photographies est créée par le ménisque millimétrique formé entre le liquide et les bords de la mangeoire. Sous l'interface liquide-air, nous observons les deux branches de la langue bifide du colibri. Chaque branche est plongée dans le liquide à une profondeur de quelques millimètres. La langue, initialement translucide, devient noire au passage du liquide que l'on voit remonter par transparence – l'insert de la photographie de gauche montre un grossissement de cette région. Nous mesurons la hauteur $z$ du liquide à l'intérieur d'une branche de la langue ainsi que la profondeur $d$ de la pointe de cette branche et reportons ces résultats sur la figure 5.3c. La langue est plongée à une vitesse d'environ 30 cm/s et à une profondeur $d \approx 4$ mm avant d'être retirée du liquide à une vitesse similaire. Chaque branche de la langue reste au contact du liquide un temps $\tau \approx 40$ ms, la vitesse moyenne de la langue au cours de cette phase est donc de $V = 2d/\tau \approx 20$ cm/s. Nous remarquons aussi que le liquide monte à l'intérieur de la langue avant que celle-ci ait atteint sa profondeur maximale – un effet qui suggère un mécanisme capillaire. La mesure de la hauteur du liquide dans la mangeoire, avant et après le passage du colibri, nous permet d'obtenir la quantité de liquide $\Omega$ capturée dans chaque branche de la langue au cours d'un cycle de nutrition. Sur la figure 5.3d, nous reportons ce volume, mesuré au cours de 14 acquisitions qui correspondent à plus d'une centaine de cycles de nutrition. La ligne en pointillés noirs donne la valeur moyenne de la quantité capturée au cours d'un cycle de nutrition par une branche de la langue : $\Omega \approx 1.4$ µL. La technique de nutrition du colibri est permise par un appareil alimentaire spécifique que nous présentons sur la figure 5.4 [86, 87].

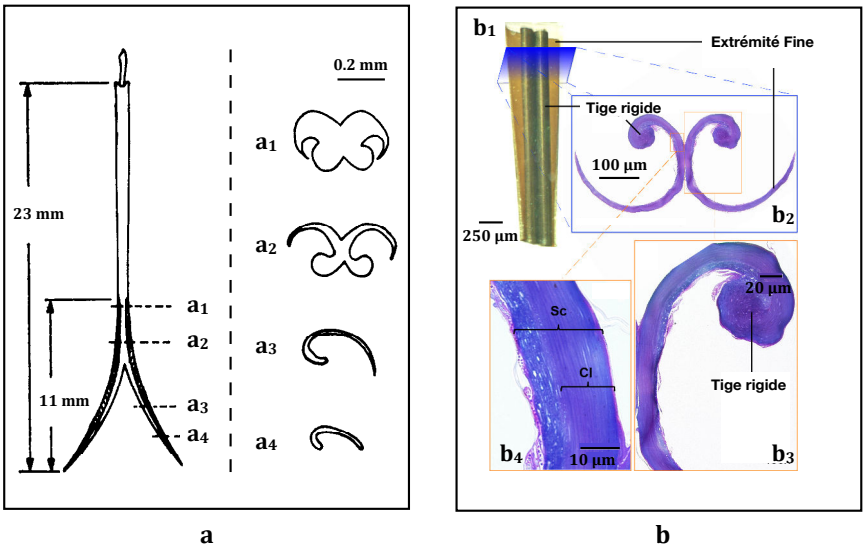



FIGURE 5.4 : Morphologie de la langue d'un *Archilochus colubris*. **a** Croquis de la langue, dessinée dans son intégralité sur la partie gauche de la figure, et des sections correspondantes, à droite. La partie basse correspond à la partie immergée de la langue dans le nectar. Figure adaptée de [86]. **b** (1) Section de la langue incrustée dans de la résine. (2) Coupe transversale correspondante indiquant la configuration semi-cylindrique de chaque branche de la langue. (3) Zoom sur l'extrémité épaisse d'une branche, la partie d'épaisseur plus importante sert à rigidifier la langue (4) Détails histologiques de la langue montrant la couche cornée (Sc), composée principalement de cellules mortes ainsi que la couche fortement cornifiée (Cl). Figure adaptée de [87].

Les caractéristiques de la langue du colibri ont été bien étudiées dans la littérature, car elle figure parmi les particularité notables de cet animal. Outre le caractère bifide de la langue, très rare chez les oiseaux, on retrouve trois particularités à la langue du colibri : (1) elle est très fine (son épaisseur vaut environ 20 µm), (2) elle ne forme pas un tube, il s'agit en fait d'une membrane ouverte et (3) elle est constituée d'une couche de cellules mortes, par conséquent, elle n'est pas vascularisée. Le caractère ouvert et passif de la langue devrait donc *a priori* rendre impossible pour le colibri de faire remonter du liquide dans sa langue. Deux mécanismes de collecte ont donc été proposés : (1) un mécanisme d'aspiration capillaire a été décrit par Kim *et al.* [88] et (2) un mécanisme de piège capillaire par Rico-Guevara [89]. Les deux mécanismes proposés reposent sur des observations *in vivo*, et restent encore assez spéculatifs – aucune expérience n'a encore été testée pour mesurer et quantifier ces deux effets.

Nous reprenons quelques-unes de ces caractéristiques sur la figure 5.5, qui détaille le mécanisme de capture en montrant le côté ouvert de la langue lorsqu'elle est mise au contact du liquide – un cliché assez cas rare puisque l'ouverture de la langue, située face au corps du colibri, est assez difficile à imagée.

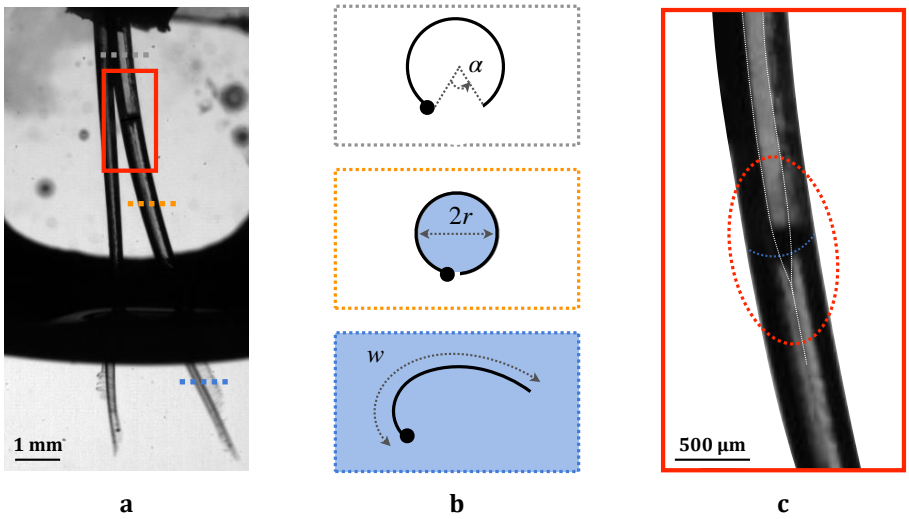



FIGURE 5.5 : **a** Photographie de la langue bifide d'Hauksbee. L'ouverture de la branche droite fait face à la caméra, ce qui nous permet de distinguer le nectar monter et déformer la langue. **b** Schéma des sections de la branche droite de la langue aux hauteurs marquées par des lignes colorées en **a**. La langue est représentée en noir, le nectar en bleu et l'air en blanc. **c** Zoom sur le front liquide dans la partie de la langue encadrée en **a**. La photographie montre la zone de transition entre la partie fermée et la partie ouverte de la langue, respectivement au-dessous et au-dessus du front liquide dont la position est soulignée de points bleus. Le contour de la langue est mis en évidence par des pointillés blancs.

La photographie 5.5a montre trois configurations différentes de la langue, schématisées sur la figure 5.5b. Au-dessus du ménisque liquide (rectangle gris), la langue est ouverte (la taille de l'ouverture est d'environ 130 µm). Entre la surface du nectar dans la mangeoire et le ménisque (cadre orange), la langue forme un tube fermé de rayon $r = 250 \pm 10$ µm. Enfin, en dessous du niveau du liquide (cadre bleu), la langue est très ouverte, adoptant une forme déployée. La figure 5.5c présente un grossissement autour du ménisque. À partir

de cette image, nous pouvons estimer l'angle d'ouverture $\alpha \approx 30°$ et la largeur totale de la langue $w \approx 1.4$ mm, des résultats cohérents avec les études antérieures [88, 89] qui donnent aussi une valeur approchée du module élastique de la langue : $Y \approx 300$ kPa.

## 5.2 Languettes biomimétiques

Nous reproduisons artificiellement la technique de nutrition du colibri en imitant sa langue avec des languettes qui reproduisent les caractéristiques mentionnées ci-dessus. Nous utilisons ensuite ces languettes pour étudier et tester le mécanisme de capture. Les languettes élastiques sont fabriquées à partir de polyvinylsiloxane "PVS" (fabriqué à partir du produit "Elite Double 8" du fabricant Zhermack), une solution composée d'un mélange 1 pour 1 d'une base et d'un catalyseur. Une fois mélangée et à température ambiante, la solution a une viscosité $\eta \approx 10^3$ mPa.s et une tension de surface $\gamma \approx 20$ mN/m – des données que nous avons mesuré en observant une goutte avancer dans un tube de 0.71 mm de rayon. Environ 10 minutes après avoir mélangé la base et le catalyseur, la solution réticule et forme un polymère élastique de module d'Young $Y = 200 \pm 10$ kPa et de coefficient de poisson $\nu = 0.5$.

Pour obtenir une languette fine et en forme de demi-tube, nous versons environ 5 cm de résine (encore non réticulée) dans un tube en verre (utilisé comme un moule) maintenu verticalement. Le rayon intérieur $r_m = 0.9$ mm fixe le futur périmètre de la languette ($w \approx \pi r_m$). Nous relions l'autre extrémité du tube à un pousse-seringue avec lequel nous contrôlons la vitesse d'avancée, $U$, de la résine dans le tube. En avançant, la résine liquide dépose une fine couche d'épaisseur $\varepsilon$ sur la paroi intérieure du moule. Cette technique, déjà utilisée dans le chapitre 1, permet de varier l'épaisseur du film à l'intérieur du tube en fonction de la vitesse $U$ : $\varepsilon \sim r_m U^{2/3}$, un résultat montré par Bretherton [43] et repris dans l'annexe B.

Le liquide est poussé sur quelques centimètres, puis nous laissons la résine réticuler dans le tube pendant quelques heures. Nous obtenons ainsi un tube en PVS d'épaisseur $\varepsilon$, de module d'Young $Y \approx 200$ kPa et de coefficient de Poisson $\nu \approx 0.5$ (figure 5.6a).

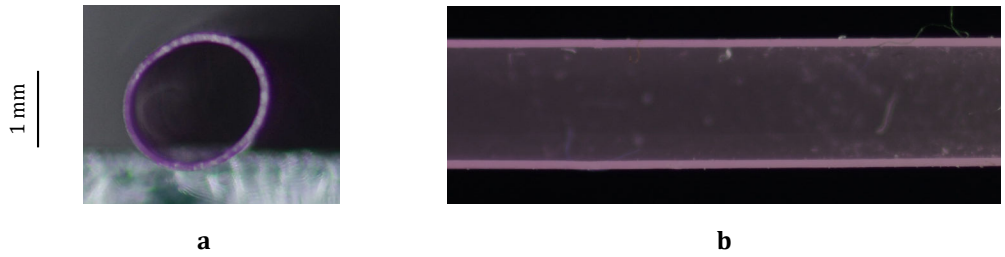



FIGURE 5.6 : Une languette d'épaisseur $\varepsilon = 115$ µm après fabrication. **a** Coupe transverse après démoulage (avant de découper la languette pour ne garder que le demi-tube). **b** Coupe longitudinale d'une languette.

L'épaisseur typiquement déposées grâce à notre procédé est de l'ordre d'une centaine de microns, ce qui fixe l'épaisseur de la membrane à $\varepsilon \sim 100$ µm (que nous mesurons

directement sur les photographies ou à l'aide d'une loupe binoculaire). Le tube est ensuite coupé en deux dans sa longueur pour obtenir une languette (figure 5.6b) de périmètre $w = \pi(r_m - \varepsilon) \approx 2.7$ mm et d'angle d'ouverture $\alpha \approx \pi$ (ce qui correspond à un demi-tube).

## 5.3 Élasto-capillarité

Lorsqu'un matériau fin et souple est placé au contact d'un liquide, la tension superficielle peut déformer le solide. Cet effet, qui se manifeste aux petites échelles est appelé élasto-capillarité. L'élasto-capillarité regroupe des problématiques variées autant du point de vue théorique que par ses applications, bien résumées dans une revue récente publiée par José Bico *et al.* [90]. Ce domaine d'étude à l'interface entre la physique des liquides et la physique des solides permet d'expliquer des expériences aussi différentes que la coalescence de cheveux mouillés [91], la déformation d'un solide mou au passage d'une goutte [92, 93] où encore la capacité d'une toile d'araignée à rester tendue [94].

### 5.3.1 Montée élasto-capillaire

La déformation d'une plaque solide, assez souple et assez fine sous l'effet de la tension superficielle a été étudiée par exemple dans [95, 96, 97]. Elle entraine parfois une montée capillaire [98]. Nous observons l'interaction entre un liquide et une languette sur la figure 5.7. Une languette d'épaisseur $\varepsilon = 45 \pm 5$ µm est amenée au contact une solution d'eau savonneuse de tension de surface $\gamma = 25 \pm 1$ mN/m, de viscosité $\eta = 1.1 \pm 0.1$ mPa.s et de masse volumique $\rho = 1000 \pm 2$ kg/m$^3$ sur la figure 5.7a. Les angles d'avancée et de reculée de l'eau savonneuse sur une surface plane en PVS valent respectivement $\theta_a = 48 \pm 5°$ et $\theta_r \approx 0°$.

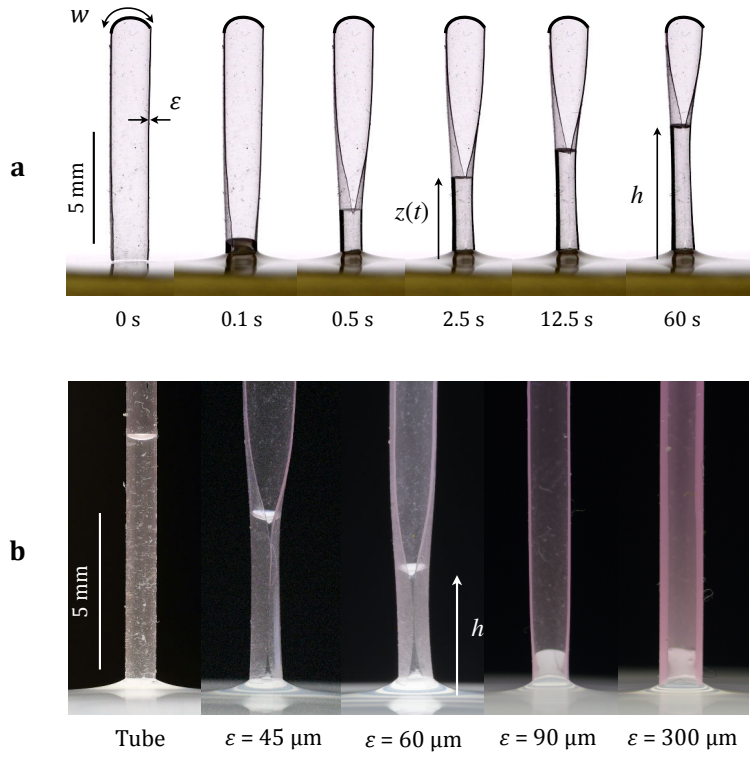



FIGURE 5.7 : **a** Montée capillaire d'une solution d'eau savonneuse ($\gamma = 25$ mN/m, $\rho = 1000$ kg/m$^3$, $\eta = 1.1$ mPa.s) dans une languette flexible de largeur $w = 2.7$ mm, d'épaisseur $\varepsilon = 45$ µm et de module d'Young $Y = 200$ kPa. Les photographies sont prises aux instants $t = 0$, 0.1, 0.5, 2.5, 12.5 et 60 s, où $t = 0$ définit le contact entre le liquide et la languette. La hauteur d'équilibre vaut $h \approx 6$ mm. **b** Position d'équilibre du ménisque dans des languettes de périmètre $w$ et dans un tube de rayon $w/2\pi$.

Au début de la montée, le liquide est tiré sur environ 1 mm sans trop déformer la languette puis, après un temps relativement court $t \approx 0.2$ s, la membrane s'enroule pour former un tube autour du liquide. Une fois le tube formé sur la partie inférieure de la membrane, le ménisque remonte d'abord rapidement (il faut environ 0.5 s pour atteindre les deux premiers millimètres) puis ralentit avant de se stabiliser à une hauteur $h = 5.9 \pm 0.3$ mm. Nous retrouve aussi la forme observée pour la langue du colibri (5.5c). Nous reproduisons l'expérience photographiée sur la figure 5.7a en variant l'épaisseur des languettes entre 40 µm et 300 µm. Les différents états d'équilibre sont regroupés sur la figure 5.7b. La hauteur d'équilibre $h$ diminue de $h \approx 7.4$ mm à $h \approx 1.6$ mm lorsqu'on augmente l'épaisseur de $\varepsilon = 40$ µm à $\varepsilon = 80$ µm, puis $h$ reste à peu près constante pour les languettes épaisses. Pour calculer la hauteur d'équilibre du ménisque, nous différencions les languettes épaisses ($\varepsilon > 80$ µm) des languettes fines ($\varepsilon < 80$ µm).

### Languettes épaisses

Pour une languette épaisse, la membrane agit comme une plaque solide. La hauteur d'équilibre se calcule alors en étudiant la forme d'un ménisque statique qui résulte d'un

équilibre entre pression de Laplace et pression hydrostatique (voir par exemple [21]). Ce calcul a déjà été effectué au chapitre 2 où l'équation 2.4 donne la hauteur du liquide lorsque l'interface rejoint la plaque verticale avec un angle $\theta_a$ :

$$h = \kappa^{-1}\sqrt{2 - 2\sin\theta_a} \tag{5.1}$$

Nous obtenons dans ce cas $h = 1.1$ mm, un résultat cohérent avec nos observations.

### Languettes fines

Dans le cas d'une languette fine, le liquide déforme la membrane. Nous observons la fermeture du tube (dont le temps caractéristique est de l'ordre de la milliseconde) sur la figure 5.8. La membrane agit d'abord comme une plaque solide – sur laquelle le liquide monte à une hauteur $z \sim \kappa^{-1}$ (équation 5.1). Le liquide créé une interface liquide-air (encadré en bleu sur la figure 5.8) dont la surface vaut $w\kappa^{-1}$ en loi d'échelle. Le mécanisme de fermeture est alors similaire au mécanisme des origamis capillaires [95] : en se fermant le tube récupère une énergie correspondant à l'interface liquide-air $E_c \sim \gamma w \kappa^{-1}$. En contrepartie, la fermeture de la languette déforme la membrane, ce qui nécessite une énergie $E_{el} = E_s + E_b$ où $E_s$ est l'énergie nécessaire pour étirer la membrane et $E_b$ pour la fléchir. La languette se déforme sur la partie entourée en rouge sur la figure 5.8 où nous distinguons deux régions : une région en flexion pure (en dessous du ménisque) et une région à la fois en flexion et en extension, de taille $L$, au-dessus du ménisque.

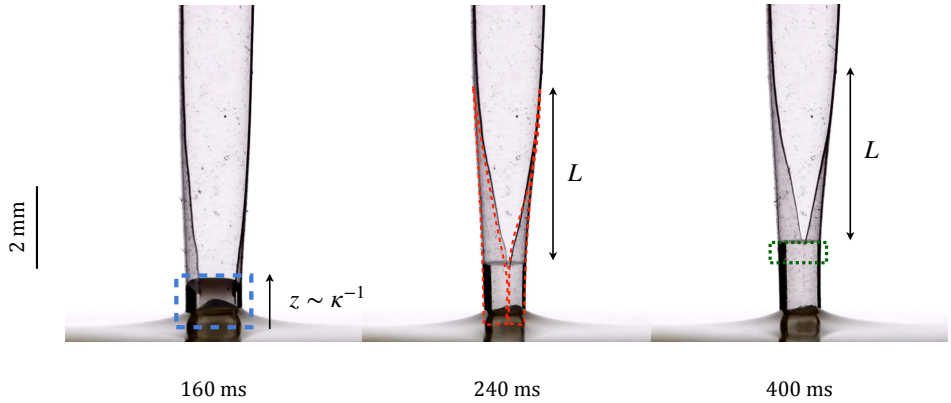



FIGURE 5.8 : Fermeture d'une languette d'épaisseur $\varepsilon \approx 40$ µm. Le liquide monte d'abord à une hauteur d'environ 1 mm sans (trop) déformer la languette. La fermeture de la languette fait disparaître l'interface liquide-air (encadrée en bleu) et déforme une partie de la membrane (zone entourée en rouge). Une région raccordement de taille $L$, à la fois étirée et courbée, relie la partie ouverte (demi cercle) et la partie fermée (cercle). Pour progresser dans le tube, le liquide enroule une partie de la languette (encadrée en vert) et la zone de raccordement se décale vers le haut.

Sans action extérieure, la languette reste dans sa configuration initiale (en forme de demi-tube). Lorsqu'elle se referme sous l'action du liquide, une courbure est alors imposée à l'une de ses extrémités, ce qui déforme la languette sur une longueur $L$ au-delà de laquelle elle retrouve sa forme initiale (figure 5.8). Nous mesurons la variation de longueur de déformation $L$ en fonction de l'épaisseur de la languette sur la figure 5.9 directement sur

les photographies (lorsque la languette se referme spontanément sous l'effet du liquide) et en forçant pour la fermeture avec un anneau circulaire de rayon $w/2\pi$ (pour des languettes plus épaisses).

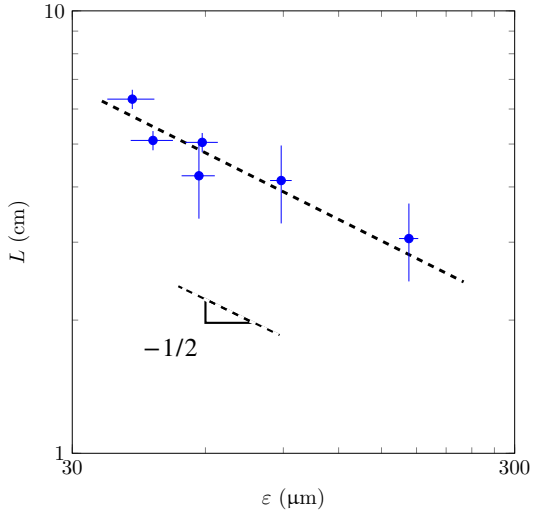



FIGURE 5.9 : Taille $L$ de la région de raccordement entre la partie fermée et la partie non-déformée en fonction de l'épaisseur $40 < \varepsilon$ (µm)$< 300$. La droite en pointillés noirs est un ajustement de pente $-1/2$.

La longueur de déformation $L$ diminue à mesure que la languette devient de plus en plus épaisse. Les données expérimentales s'ajustent bien par une droite de pente $-1/2$ (en coordonnés logarithmiques). Nous mesurons aussi le préfacteur, qui vaut 37 cm/µm$^{1/2}$. La longueur $L$ est caractéristique des problèmes de déformations de plaques, elle résulte d'un équilibre entre la flexion et l'extension du matériau étudié par exemple dans [99, 100, 101, 102]. L'énergie élastique nécéssaire pour déformer la languette est proportionnelle au modules d'Young ($Y$) multiplié par le volume déformé ($wL\varepsilon$) augmenté d'un facteur (1) égale au carré de l'épaisseur de la languette divisée par le rayon de courbure $(\varepsilon/w)^2$ dans le cas d'une flexion [103, 104] et (2) qui vaut le carré de l'élongation, c'est à dire $(w/L)^4$, dans le cas d'une membrane faiblement étirée [105]. Nous obtenons l'énergie élastique $E_{el} = E_s + E_b$ en minimisant la somme des énergies de flexion $E_b \sim YL\varepsilon^3/w$ et d'extension $E_s \sim Y\varepsilon w^5/L^3$ par rapport à la longueur $L$ ($\mathrm{d}E_{el}/\mathrm{d}L = 0$), ce qui nous donne la longueur $L$ qui vaut (en loi d'échelle) :

$$L \sim \sqrt{\frac{w^3}{\varepsilon}} \tag{5.2}$$

Nous retrouvons bien le résultat observé figure 5.9. L'énergie nécessaire pour refermer la languette vaut donc $E_{el} \sim Yw^{1/2}\varepsilon^{5/2}$. Notre analyse en loi d'échelle ne nous permet pas d'obtenir le préfacteur de l'équation 5.2, qui dépend de la géométrie de la partie déformée de la languette. L'équilibre $E_{el} = E_c$ donne cependant une épaisseur critique à partir de laquelle la languette peut se refermer :

$$\varepsilon \sim \left(\frac{\gamma^2 w}{\kappa^2 Y^2}\right)^{1/5} \tag{5.3}$$

Nous obtenons une épaisseur critique d'environ 55 µm, une grandeur cohérente avec nos observations (les languettes commencent à se refermer pour $\varepsilon \approx 100$ µm). Il est cependant assez difficile de réaliser une étude paramétrique (sur $w$, $Y$ ou $\gamma$) sans changer plusieurs variables à la fois, nous n'avons donc pas pu tester expérimentalement la loi d'échelle 5.3. Pour être plus quantitatif, il faudrait prendre en compte la forme de la région déformée et considérer la partie en flexion pure, en bas de la languette.

Une fois la languette refermée, la zone de raccordement entre la partie refermée et la partie ouverte est décalée vers le haut (la longueur $L$ reste constante au cours de la montée du liquide). Aucune énergie supplémentaire n'est donc dissipée lorsque le ménisque progresse dans le tube. Le liquide progresse alors comme dans un tube, à la différence qu'une petite partie de la languette (encadrée en vert sur la figure 5.9) se referme au passage du ménisque. En notant $\alpha$ l'angle d'ouverture ($\alpha \approx \pi$ pour les languettes considérés), le rayon dans la région non déformée vaut $w/(2\pi-\alpha)$ et devient $w/2\pi$ dans la partie refermée. Pour un matériau de coefficient de Poisson $\nu$, l'énergie $\mathrm{d}E_b$ nécessaire à replier une longueur élémentaire $\mathrm{d}z$ de la languette vaut donc :

$$\frac{\mathrm{d}E_b}{\mathrm{d}z} = w\frac{Y\varepsilon^3}{12(1-\nu^2)}(\frac{2\pi-\alpha}{w} - \frac{2\pi}{w})^2 = \frac{Y\varepsilon^3\alpha^2}{12(1-\nu^2)w} \tag{5.4}$$

Le liquide monte tant que l'énergie de surface gagnée en mouillant une longueur $\mathrm{d}z$ de la languette, $\mathrm{d}E_c = \gamma w \cos\theta_a \mathrm{d}z$, est supérieure à la somme de l'énergie de flexion $\mathrm{d}E_b$ et l'énergie de pesanteur $\mathrm{d}E_p = \rho g w^2 z \mathrm{d}z/4\pi$. Nous obtenons alors la hauteur d'équilibre :

$$h = \frac{4\pi\gamma\cos\theta_a}{\rho g w}\left[1 - \frac{\alpha^2}{12(1-\nu^2)}\frac{Y\varepsilon^3}{\gamma\cos\theta_a w^2}\right] \tag{5.5}$$

Le calcul suppose que la section de la languette reste circulaire, ce qui n'est pas exactement le cas aux deux extrémités de la languette – qui devraient rester droites [106]. Expérimentalement, les languettes semblent cependant garder une forme presque cylindrique et nous négligeons donc cet effet –qui meriterait d'être pris en compte pour des languettes plus fines que celles que nous utilisons. Pour un tube ($\alpha = 0°$) comme pour une languette infiniment fine ($\varepsilon/w \to 0$), nous retrouvons la hauteur de Jurin (équation 5). Le terme en $\varepsilon^3$ indique que l'épaisseur de la languette influence particulièrement la hauteur du liquide : lorsque $\varepsilon$ augmente, la languette est de moins en moins déformable, et $h$ devient rapidement très faible. L'équation 5.5 donne aussi une seconde épaisseur caractéristique au-dessus de laquelle le liquide ne monte plus dans la languette :

$$\varepsilon = w\left[\frac{12(1-\nu^2)}{\alpha^2}\frac{\gamma\cos\theta_a}{Yw}\right]^{1/3} \tag{5.6}$$

L'équation 5.6 prédit une épaisseur maximum de 82 µm, en bon accord avec les résultats présentés sur la figure 5.7b.

### Hauteurs d'équilibre

Pour résumer nos résultats, nous mesurons la hauteur finale atteinte par le liquide pour quatorze languettes d'épaisseur $40 < \varepsilon$ (µm) $< 300$ (points bleus) ainsi que dans un tube en PVS de même périmètre (de rayon intérieur $w/2\pi$, point rouge). Nous reportons les résultats expérimentaux sur la figure 5.10 où nous ajoutons les résultats théoriques obtenus pour les languettes épaisses (équation 5.1, en pointillés) et pour les languettes fines (équation 5.5, tirets noirs).

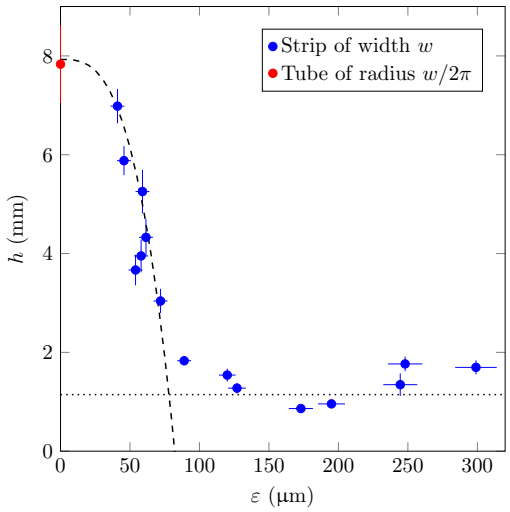



FIGURE 5.10 : Hauteur d'équilibre $h$ d'une solution d'eau savonneuse ($\gamma = 25$ mN/m, $\rho = 1000$ kg/m$^3$, $\eta = 1.1$ mPa.s) dans des languettes en PVS (de module d'Young $Y \approx 200$ kPa et coefficient de poisson $\nu \approx 0.5$) de largeur $w \approx 2.7$ mm, d'épaisseur $\varepsilon$ (point bleu) et d'angle d'ouverture $\alpha \approx \pi$ ainsi que dans un tube de périmètre identique (de rayon $w/2\pi$). La courbe en tirets noirs représente le modèle pour les languettes fines (équation 5.5) et la courbe en pointillés celui pour les languettes épaisses (équation 5.1).

Une petite différence entre les expériences et nos résultats théoriques est observable pour les languettes très épaisses – un phénomène dû à notre méthode de fabrication qui entraîne une petite réduction du rayon caractéristique de ces languettes. Pour les languettes fines, le modèle décrit bien la hauteur d'équilibre, nous voyons ainsi qu'en réduisant l'épaisseur d'un facteur 2, nous augmentons la quantité de liquide capturée d'un facteur 5. Nous voyons aussi que le ménisque est toujours plus bas dans une languette (quelle que soit son épaisseur) que dans le tube. Récolter du nectar en amenant une languette élastique au contact d'un liquide semble donc être une bien mauvaise idée, puisqu'un tube permet de capturer plus de liquide...

En reprenant la figure 5.3 nous voyons que le colibri ne se contente pas de venir toucher le liquide avec sa langue mais qu'il la plonge dans le liquide, à une profondeur maximale d'environ 4 mm. Le processus de nutrition est donc un processus hors équilibre dont le caractère dynamique doit être pris en compte pour mesurer son efficacité.

### 5.3.2 Cycle dynamique

Nous reproduisons le mécanisme global du cycle de nutrition en plongeant la languette dans le liquide à une vitesse $V$, puis en retirant la languette à la même vitesse et nous fixons le temps de contact $\tau$ entre la languette et le liquide. Le mécanisme est présenté sur la figure 5.11, où nous reportons deux séquences de remplissage d'une durée $\tau \approx 18$ s pour une languette d'épaisseur $\varepsilon \approx 45$ µm et de largeur $w = 2.7$ mm (testée sur la figure 5.7a), plongée puis retirée à une vitesse $V = 1$ mm/s (figure 5.11a) et $V = 0.5$ mm/s (figure 5.11b) dans la solution d'eau savonneuse.

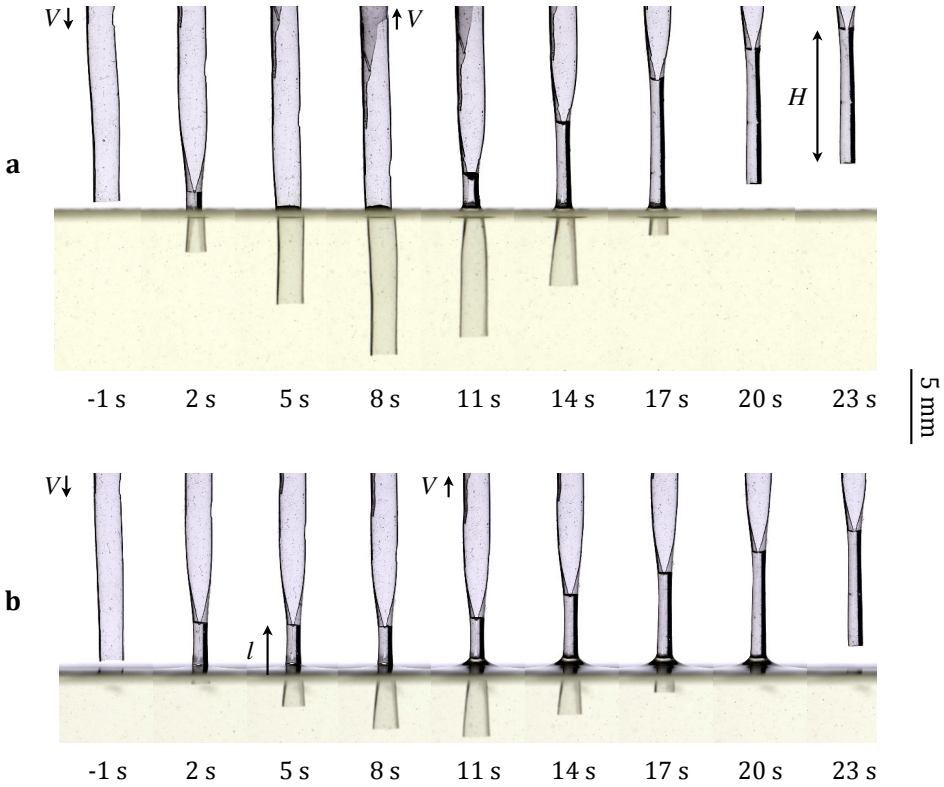



FIGURE 5.11 : Remplissage d'une languette élastique de largeur $w = 2.7$ mm, d'épaisseur $\varepsilon \approx 45$ µm et de module d'Young $Y = 200$ kPa. Le temps de remplissage est fixé à $\tau = 18$ s. **a** La languette est plongée dans le liquide à une vitesse $V = 1$ mm/s jusqu'à atteindre une profondeur d'environ 9 mm avant d'être retirée à la même vitesse. La hauteur du liquide dans la languette à la fin de l'expérience vaut $H = 8.1 \pm 0.1$ mm. **b** Même expérience mais à une vitesse $V = 0.5$ mm/s (et une profondeur de)la profondeur maximale vaut donc 4.5 mm). Pendant la phase de descente, le ménisque se stabilise à une hauteur $l$ d'environ 3 mm. La hauteur du liquide dans la languette à la fin de l'expérience vaut $7.7 \pm 0.1$ mm. L'échelle est identique pour les figures **a** et **b** et l'intervalle entre chaque image est de 3 s.

Sur la figure 5.11a, juste après avoir touché le liquide, l'eau savonneuse ferme la languette et monte d'environ 1 mm avant de redescendre au niveau de la surface du bain – un effet que nous n'avons pas réussi à expliquer convenablement, mais qui pourrait être du à l'accrochage de la ligne de contact ou de petites variation de l'épaisseur de la membrane. La languette reste ensuite dans sa configuration naturelle tant qu'elle est plongée dans le liquide. Dans un deuxième temps (pour $t \approx 9$ s) la languette est tirée hors du liquide.

Le ménisque remonte avec la languette qui se ferme en franchissant l'interface jusqu'à ce que la hauteur du ménisque au-dessus du bain atteigne une hauteur, notée $H$, à laquelle le ménisque se détache et se stabilise jusqu'à la fin de l'extraction de la languette. Sur la figure 5.11b, le ménisque se stabilise environ 3.5 mm au dessus du niveau du liquide pendant tout la phase d'immersion. Nous notons $l$ la hauteur du ménisque durant cette étape. Nous voyons aussi que la languette se réouvre sous l'interface, comme observé pour la langue du colibri (figures 5.3b et 5.5a). Lorsque la languette est tirée hors du liquide le ménisque s'accroche (comme dans le cas précédent) et remonte à une vitesse $V$. Dans ce cas, le ménisque ne se décroche pas et nous mesurons une hauteur d'environ 7.7 mm (inférieur à $H$) après avoir sorti la languette du liquide.

Dans cette configuration la quantité de liquide capturée, proportionnelle à $H$, est augmentée de presque 40 % par rapport à la quantité capturée avec la même languette en venant simplement au contact du liquide (figure 5.7a). De plus, le temps du cycle $\tau$ est nettement plus court en plongeant la languette dans le liquide (18 s au lieu de 60 s). Plonger et ressortir la languette du liquide est donc un bon moyen d'améliorer l'efficacité de la récolte. Nous décrivons ce mécanisme dans les paragraphes qui suivent.

### Immersion de la languette

Lorsque la languette est plongée dans le liquide, celui-ci peut remonter spontanément dans la languette (lorsqu'elle est plongée relativement doucement, figures 5.7a et 5.11b) ou remplir uniquement la partie immergée de la languette (si elle est plongée rapidement, figure 5.11b). Pour que la languette se referme, le ménisque doit monter plus rapidement que la vitesse d'immersion de la languette, une vitesse limite qui semble être autour du millimètre par seconde. La montée du ménisque au début de l'imprégnation peut être limitée par l'inertie ou par la viscosité du liquide. La vitesses inertielles typique d'un ménisque vaut $(\gamma/\rho w)^{1/2} \approx 10$ cm/s [41], ce qui semble bien trop rapide par rapport à nos expériences. De même, si l'avancé du ménisque est limitée par la viscosité de l'eau savonneuse, nous obtenons une vitesse visco-capillaire de l'ordre de $\gamma/\eta \approx 2$ m/s, une vitesse qui est, encore une fois, beaucoup plus rapide celle observée. Cependant, il a été remarqué récemment par Hourlier-Fargette *et al.* [107] que la vitesse d'avancée d'un liquide sur du PVS est ralentie par des chaines libres non réticulées qui viennent se placer au niveau de la ligne triple formant un film d'épaisseur estimée à $a \approx 500$ nm. La viscosité et la tension de surface à prendre en compte sont alors celles du PVS non réticulé : $\eta_o \approx 10^3$ mPa.s et $\gamma_o \approx 20$ mN/m. Nous pouvons ainsi obtenir la vitesse initiale du ménisque $V_i$ lorsque la dissipation se fait au niveau de la ligne de contact (équation 1.4) :

$$V_i \sim \frac{\gamma}{\eta_o \ln(w/a)} \tag{5.7}$$

Nous obtenons $V_i$ de l'ordre de quelques millimètres par seconde. Ce résultat explique la différence entre les expériences reportées sur la figure 5.11a et 5.11b. (1) Lorsque la languette est plongée à une vitesse $V$ plus grande que $V_i$, le ménisque ne peut pas progresser et la

languette reste ouverte au niveau de l'interface – un cas que nous observons effectivement pour des vitesses $V$ de plusieurs millimètres par seconde. (2) Lorsque la languette est plongée à une vitesse $V < V_i$, le ménisque monte à une vitesse $\dot{z} \approx V_i - V$. Il est ensuite ralenti par la friction dans le tube ainsi que par le poids de la colonne de liquide et s'arrête à une certaine hauteur $l(\tau, V)$. Nous n'avons pas cherché à dériver cette hauteur analytiquement (le calcul est un peu long et concerne un cas trop particulier) mais nous pouvons remarquer que la hauteur du plateau décroît avec $V$ et varie entre $l = 0$ lorsque la languette est plongée à une vitesse supérieure à $V_i$ et $l = h$ si la vitesse de la languette est très lente $V \ll V_i$.

### Extraction de la languette

Lorsque la languette remonte, le ménisque reste accroché sur la languette qui se referme au niveau de la surface du liquide. La colonne d'eau est tirée à une vitesse $V$ jusqu'à ce que son poids devienne supérieur à la force qui tire le liquide vers le haut. La situation est similaire au cas statique (équation 5.5) mais cette fois, c'est l'angle de reculée du ménisque, $\theta_r \approx 0°$, qu'il faut prendre en compte. Nous obtenons la hauteur $H$ qu'il est possible de récupérer dans la languette :

$$H = \frac{4\pi\gamma\cos\theta_r}{\rho g w}\left[1 - \frac{\alpha^2}{12(1-\nu^2)}\frac{Y\varepsilon^3}{\gamma\cos\theta_r w^2}\right] \tag{5.8}$$

L'équation 5.8 prédit une hauteur d'environ 10 mm, un résultat environ 20 % supérieur à nos mesures. La différence peut s'expliquer par des petites variations de l'épaisseur de la languette. Par ailleurs, l'équation 5.8 prévoit une augmentation d'un facteur $\approx \cos\theta_r/\cos\theta_a = 1.5$ par rapport à la hauteur d'équilibre $h$ dans le cas statique – un résultat tout à fait cohérent avec nos observations.

### Efficacité du cycle

Pour résumer, le liquide remonte dans la languette si la vitesse $V$ est inférieure à la vitesse initiale du ménisque $V_i$. Dans le cas où $V > V_i$, le ménisque monte rapidement puis se stabilise à une hauteur $l$ qui décroît avec la vitesse d'introduction de la languette. Le ménisque reste ensuite accroché à la languette ce qui permet de récupérer en plus une quantité de liquide proportionnelle à la profondeur de la languette $d$ (à condition que la hauteur finale soit inférieure à $H$). Lorsqu'on retire la languette du liquide, le volume capturé est proportionnel à $l + d$.

Pour mesurer l'efficacité de ce mécanisme, nous comparons la quantité de liquide récoltée avec un tube et une languette en les plongeant simultanément dans la solution d'eau savonneuse à une vitesse $V \approx 1$ cm/s pendant un temps $\tau \approx 1.1$ s (figure 5.12). La hauteur finale dans la languette vaut environ 5.6 mm – c'est à dire environ $\tau V/2$. Dans le tube, le liquide monte à une vitesse d'environ 3 mm/s (qui correspond à peu près à $V_i$) pour atteindre 3.5 mm lorsque le tube est retiré du réservoir. Pour des vitesses d'immersion

importantes ($V > 2V_i$), la languette flexible permet donc de récupérer plus de liquide qu'un tube.

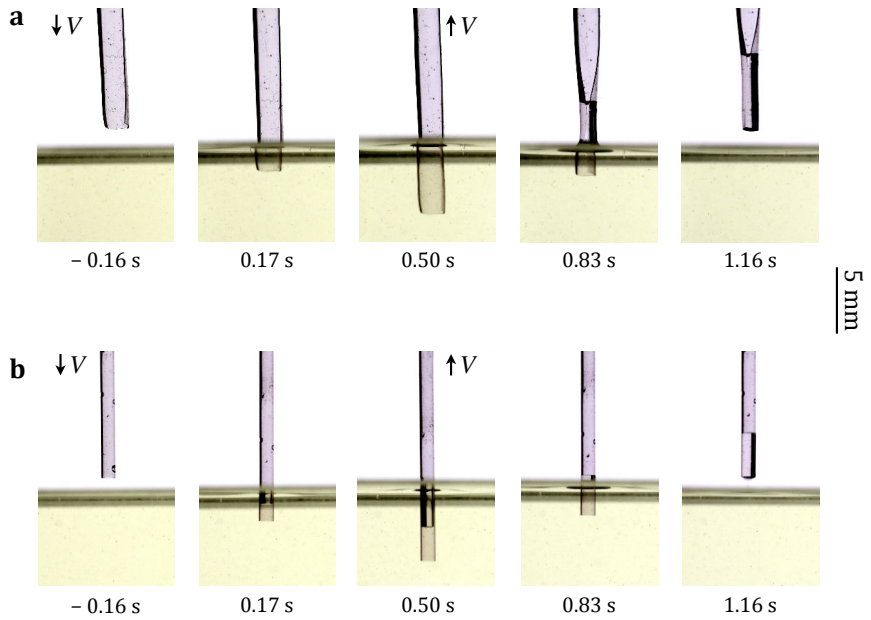



FIGURE 5.12 : Capture d'eau savonneuse **a** par une languette d'épaisseur $\varepsilon \approx 45$ µm et de largeur $w = 2.7$ mm et **b** un tube de rayon $r = w/2\pi$. Le réservoir de liquide est monté puis descendu à une vitesse $V = 1$ cm/s et le temps de contact est fixé à $\tau = 1.1$ s. À la fin de l'expérience la hauteur du liquide est de 5.2 mm dans la languette et 3.2 mm dans le tube.

Pour une immersion rapide, c'est à dire lorsque $V > 2V_i$, la quantité de liquide capturée est plus importante dans la languette flexible que dans un tube de même périmètre – une différence d'autant plus significative que la vitesse d'immersion est grande (dans le cas présenté la languette flexible permet de récupérer une quantité 60 % plus importante).

Le cas du colibri diffère légèrement puisque sa langue est assez petite ($r \approx 250$µm) et le nectar est relativement peu visqueux ($\eta \approx 9$ mPa.s) par rapport au PVS liquide ($\eta_o \approx 10^3$ mPa.s). Dans ce cas, la progression du ménisque est plutôt limitée par la friction de Poiseuille à l'intérieur de la languette refermée. La dynamique du ménisque dans la langue suit alors la loi de Washburn 6 : $z(t) = (t\gamma r \cos\theta/2\eta)^{1/2}$. Pendant les 40 ms où la langue est au contact du liquide le ménisque monte à une hauteur $z(\tau) = l \approx 3$ mm – qui correspond à peu près à la hauteur observée sur la figure 5.3c lorsque le colibri commence à retirer sa langue du liquide. Cette hauteur correspond à une quantité de nectar récoltée de l'ordre de $\pi r^2 l \approx 0.6$ µL. En plongeant sa langue à une profondeur $d \approx 4$ mm sous la surface du nectar, le colibri récupère donc une quantité supplémentaire $\pi r^2 d \approx 0.8$ µL. Le mécanisme proposé prédit donc une quantité de nectar récupérée d'environ 1.4 µL, qui correspond à la mesure moyenne $\Omega \approx 1.4$ µL obtenue (figure 5.3d).

Plus la languette est plongée rapidement, plus la récolte est efficace. Par contre, pour une vitesse $V$ fixée (par exemple la vitesse maximale à laquelle le colibri peut plonger et sortir sa langue), le temps $\tau$ pendant lequel la languette est plongée dans le liquide peut être ajusté pour optimiser la capture du liquide. Nous calculons cette vitesse de récolte en

décomposant le cycle de nutrition en deux étapes : (1) le remplissage, qui dure un temps $\tau$ (environ 40 ms) et (2) la "vidange" de la langue qui dure un temps $\tau_v$ (environ 80 ms pour le colibri). La quantité de liquide récoltée par unité de temps vaut $\dot{\Omega} = \Omega/(\tau + \tau_v)$ est proportionnelle à $[d + l]/(\tau + \tau_v)$ (avec $d(\tau) = \tau V/2$ et $l(\tau) = [\tau\gamma r \cos\theta/2\eta]^{1/2}$), tant que $[d + l] < H$ (pas d'effets gravitaires) et à $H/(\tau + \tau_v)$ lorsque la hauteur de liquide capturée dans la langue est aussi limitée par le poids de la colonne de liquide (équation 5.9).

$$\dot{\Omega} = \frac{\pi r^2}{\tau + \tau_v} x, \text{ avec } \begin{cases} x = \frac{V}{2}\tau + \left[\frac{\gamma r \cos\theta_a}{2\eta}\right]^{1/2} \tau^{1/2} & \text{, si } [d + l] < H \\ x = H & \text{, si } [d + l] \geq H \end{cases} \tag{5.9}$$

Nous traçons sur la figure 5.13 la quantité de liquide capturée $\Omega$ divisée par la durée d'un cycle de nutrition $\tau + \tau_v$ en fonction du temps $\tau$ où la langue est au contact du liquide en reprenant les paramètre du colibri que nous avons filmé lors de cette étude ($\tau_v = 80$ ms, $V = 20$ cm/s, $Y = 300$ kPa, $\alpha = 30°$, $\varepsilon = 20$ µm), pour une solution de nectar synthétique ($\eta = 9$mPa.s, $\gamma = 45$ mN/m, $\theta = 50°$).

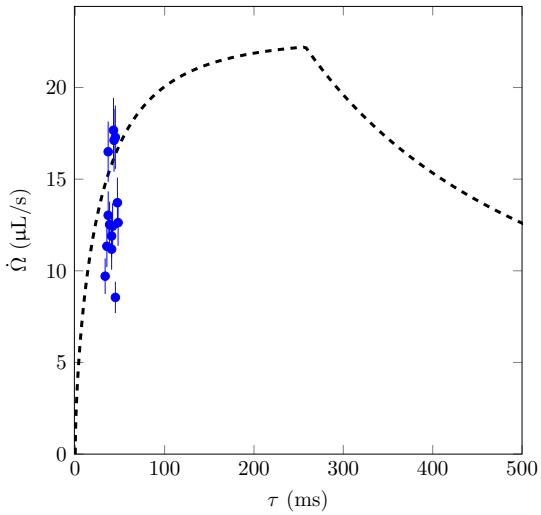



FIGURE 5.13 : Prédiction de la quantité $\Omega$ de nectar capturé dans une branche de la langue du colibri divisée par le temps d'un cycle de nutrition ($\tau + \tau_v$) en fonction du temps de contact entre la langue et le liquide. La langue est ici considérée comme une languette de module d'Young $Y = 300$ kPa, d'épaisseur $\varepsilon = 20$ µm et ouverte d'un angle $\alpha = 30°$, plongée puis retirée du liquide à une vitesse $V = 20$ cm/s. Le nectar est considéré comme un liquide de viscosité $\eta = 9$ mPa.s, de tension de surface $\gamma = 45$ mN/m et de masse volumique $\rho = 1020$ kg/m$^3$. Les angles d'avancée et de reculée du liquide sur la langue sont estimés à $\theta_a = 50°$ et $\theta_r = 0°$ respectivement. La courbe noire représente le modèle théorique développé ci-dessus (équation 5.9) et les points bleus reportent les valeurs mesurées lors des différents repas d'Hauksbee.

La vitesse de capture augmente rapidement avec $\tau$ jusqu'à atteindre un maximum d'environ 20 µL/s pour $\tau = 300$ ms, puis diminue lorsque la langue est remplie au maximum (il est alors inefficace de la tremper plus longtemps dans le liquide). Ce modèle, volontairement simplifié (puisqu'il ne prends pas en compte le poids du liquide où la friction supplémentaire engendrée par le déplacement de la langue lors du remplissage) permet tout de même d'expliquer en partie quelques observations. Nous comparons cette modélisation

avec les performance d'Hauksbee en reportant la quantité de liquide capturée par unité de temps mesurée à partir de de la figure 5.3 (point bleu sur la figure 5.13). Les mesures obtenues se placent aux abords de notre courbe théorique – ce qui appuie la validité de ce modèle. Nous voyons cependant que le colibri ne se place pas à l'optimum de la courbe mais préfère venir amener sa langue au contact du liquide pendant un laps de temps $\tau$ constant. Il semblerait plus efficace de plonger la langue plus profondément et de réaliser quelques cycles de nutrition en moins, l'efficacité d'un cycle pourrait ainsi passer de 15 à 20 µL/s (une augmentation d'environ 33 %). Cette "amélioration" imposerait cependant au colibri quelques nouvelles contraintes (par exemple de plonger sa langue à une profondeur d'environ 3 cm – une profondeur supérieure à la longueur de sa langue) qui ne sont sans doutes pas adaptées à ses conditions naturelles.

## 5.4 Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre une nouvelle technique pour capturer efficacement un liquide visqueux. Notre étude a commencé par l'observation du mécanisme de nutrition d'un colibri *Eulampis holosericeus*. Nous avons alors fabriqué des languettes biomimétiques reprenant les principales caractéristiques de la langue du colibri (épaisseur, forme rigidité) qui nous ont permis d'étudier en détail le fonctionnement de nutrition observé.

Mises au contact d'un liquide mouillant, ces languettes flexibles sont capables de s'enrouler pour former une pompe capillaire sans activation extérieure. Pour pouvoir se refermer, la languette doit être assez fine et élastique – un premier critère que nous avons modélisé puis vérifié expérimentalement. Nous avons ensuite mesuré la hauteur d'équilibre atteinte par le liquide dans une languette. Une analyse énergétique permet de prévoir la hauteur d'équilibre – un modèle que nous avons détaillé et testé dans ce chapitre.

Nous avons alors examiné la dynamique du système afin d'optimiser la capture du liquide. Grâce à l'étude de la vitesse d'introduction et la profondeur à laquelle l'oiseau plonge sa langue dans le liquide ainsi que de la quantité de liquide récupérée au cours d'un cycle de nutrition, nous avons reproduit le mécanisme en laboratoire. L'expérience a été adaptée en plongeant la languette dans le liquide au lieu de venir simplement toucher la surface. Lors de l'extraction de la languette, le ménisque reste accroché et la languette se referme progressivement à mesure qu'elle traverse la surface du bain. Cette méthode souligne un premier avantage de capturer un liquide avec une membrane ouverte : l'absence de friction dans la partie immergée permet au liquide d'être capturé plus facilement – rendant la capture du liquide plus efficace que dans un tube. Par ailleurs, au cours de ce procédé dynamique, le ménisque s'accroche lorsque la languette est tirée hors du liquide et c'est donc l'angle de reculée qui tire le ménisque vers le haut – un cas rare où l'hystérèse d'angle de contact améliore le rendement du système. Les languettes que nous avons développées, associées à la méthode de capture de liquide pourraient donc, à terme, être utilisées pour capturer plus efficacement un liquide visqueux.

Nous aurions aimé pouvoir réaliser des languettes avec une matière différente du PVS, pour éviter les problématiques de chaînes libres qui nous ont empêché d'étudier en détail la dynamique du système. Le développement des techniques de fabrication des languettes pourrait résoudre ce problème au cours de futures expériences. L'étude de la dynamique du liquide dans un tube en PVS est aussi être un projet d'intérêt pour comprendre plus exactement l'effet de ces chaînes libres.

# Chapitre 6

# Capillarité, torsion et évaporation

Les mécanismes d'imprégnation sont valables dans des milieux plus complexes que le cas simplifié d'un tube. Les fibres textiles sont un exemple de milieu poreux relativement bien défini par la taille caractéristique des fibres, qui permet d'étudier l'imprégnation dans un milieu complexe en contrôlant un nouveau paramètre : la torsion des fibres. Nous étudions aussi l'effet de l'évaporation, qui limite dans certains cas la propagation du liquide à l'intérieur d'un milieu ouvert.

## Sommaire


**6.1 Contexte et objectif de l'étude . . . . . 120**

**6.2 Caractérisation des fibres . . . . . 122**

6.2.1 Mesures des pores par imprégnation d'huile . . . . . 122

6.2.2 Analyse de coupes de renforts textiles . . . . . 125

**6.3 Effet de la torsion sur le rayon des pores . . . . . 130**

**6.4 Limites de l'imprégnation dans une fibre textile . . . . . 133**

6.4.1 Suivi d'une infiltration d'eau . . . . . 134

6.4.2 Caractérisation de l'évaporation dans des fibres . . . . . 135

6.4.3 Influence de la torsion du fil . . . . . 138

**6.5 Conclusion et perspectives . . . . . 140**



*Ce chapitre fait suite à un projet proposé par Catherine Mougin et Laure Gallard pour l'entreprise Michelin. Je les remercie d'avoir mis en place ce projet et pour leur aide avec les renforts textiles utilisés.*

## 6.1 Contexte et objectif de l'étude

Un pneumatique est constitué d'un assemblage successif de différentes couches (bande de roulement, nappe de ceinture, nappe sommet, nappe carcasse et gomme intérieure) qui contribuent à la fois à la solidité mécanique et à l'imperméabilité de la structure (figure 6.1). Pour optimiser les propriétés mécaniques et le poids des pneumatiques, des renforts textiles sont fréquemment utilisés dans la nappe de ceinture (ou nappe 'frette') ainsi que dans la nappe carcasse.

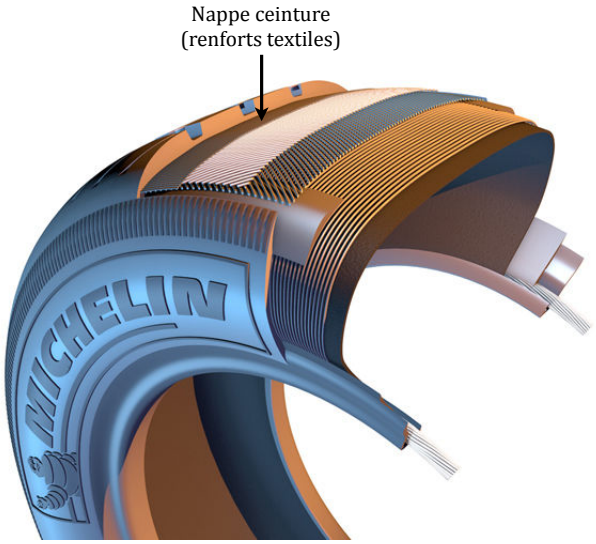



FIGURE 6.1 : Architecture d'un pneumatique composé d'un assemblage de différents constituants (qui diffèrent en fonction du type de pneumatique). Les éléments qui concernent notre étude sont les renforts textiles situés au-dessous de la bande de roulement.

Les renforts textiles permettent de limiter les déformations du pneu à haute vitesse, tout en étant plus souples et plus légers que des renforts métalliques. Cependant, les fibres textiles sont composées de nombreux brins de rayon micrométrique, comme présenté sur la figure 6.2.

Pour fabriquer un renfort textile, on commence par appliquer une torsion régulière (en Z) à un filé de plusieurs centaines de filaments identiques, en polyéthylène téréphtalate (PET), polyamide (Nylon ou Aramide). Un premier type de mèche, appelé "surtor" est obtenu. Les surtors sont ensuite retordus dans le sens opposé (en S) pour obtenir un "retor" (figure 6.2a). Les fils ainsi obtenus (dits écrus) sont ensuite traités lors d'une étape de traitement de surface appelée "encollage" avant d'être utilisés dans le pneumatique (figure 6.2b).

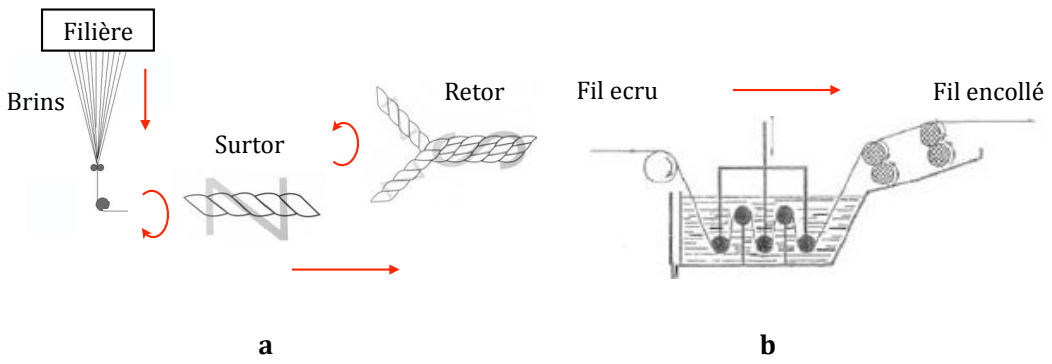



FIGURE 6.2 : Préparation d'un renfort textile. **a** Retordage : les brins sont tordus une première fois dans un sens (en "Z"), puis retordus une seconde fois dans l'autre sens (en ''S") pour former un renfort dit écru. **b** Encollage : les fils écrus sont trempés dans un bain de colle et soumis à des traitements mécaniques et thermiques. Après cette étape, les renforts sont dits encollés ou adhérisés.

Les renforts textiles sont classifiés en fonction du traitement (RE pour un renfort écru ou RA pour un renfort adhérisé), de leur composition (N pour Nylon ou J pour du polytéréphtalate d'éthylène), de la masse linéique du filé (en mg/m), du nombre de mèches qui composent le retors et de leur torsion $N$ en tours/m (le premier chiffre correspond à la torsion du surtor et le second à la torsion appliquée lors du retordage). Sauf mention contraire, nous avons utilisé pour cette étude des renforts en Nylon de densité 94 mg/m et des retors retordus un nombre de fois identique à la torsion initiale.

Les renforts textiles, constitués des très nombreux brins, forment donc un milieu poreux susceptible de s'imprégner d'eau. L'imprégnation d'eau dans ces fibres textiles est une préoccupation industrielle réelle mais aussi un problème plus fondamental, puisque les fibres torsadées constituent un milieu confiné "modèle" dans lequel il est intéressant d'étudier la propagation d'un liquide. Quelques (rares) études soulignent expérimentalement l'effet de la torsion sur l'imprégnation d'un liquide dans des fibres [108] ainsi que sur la hauteur d'équilibre [109, 110] mais sans proposer de modèle permettant d'expliquer l'influence de la torsion.

Afin d'améliorer la compréhension de l'infiltration dans les renforts textiles, trois précédents rapports de recherche ont été déjà réalisées. Une première étude effectuée par Mathilde Tailhandier en 2015 [111], qui s'appuie sur des mesures visuelles d'imprégnation d'eau colorée au bleu de méthylène, montre que la prise en eau des renforts textiles se fait principalement par capillarité et démontre le caractère négligeable de la prise en eau hygroscopique des matériaux. Cette étude a été complétée par Dorian Hachet [112], qui a observé la structure interne des fibres et effectué de nouvelles mesures de longueur d'imprégnation par tomographie aux rayons X. La conclusion de ces deux rapports nous apporte des informations intéressantes : en premier lieu, nous obtenons des ordres de grandeur sur les longueurs d'imprégnation (de l'ordre d'une vingtaine de centimètres) ainsi que sur la porosité dans les fibres (environ 10 %). Par ailleurs, nous observons une influence nette de la torsion des fibres ainsi que de leur traitement (fils écrus, fils encollés) qui réduisent tous deux la longueur d'imprégnation des fibres. En parallèle, une troisième étude, réalisée par

Quentin Magdelaine [113], a permis de caractériser les angles d'avancée et de reculée de l'eau dans des fibres en Nylon et en PET.

Deux facteurs semblent jouer un rôle important sur la prise en eau : la géométrie des renforts textiles (en particulier la torsion appliquée au fil) et la nature chimique des brins. Des limites à l'imprégnation dans les fils, telles que la gravité et l'espacement entre brins, ont été soulignées, sans toutefois expliquer quantitativement les longueurs atteintes par le liquide dans les renforts utilisés dans les pneumatiques. L'objectif de cette étude est d'avancer dans la compréhension des phénomènes de propagation d'eau dans un câble textile. En particulier, nous cherchons à comprendre l'effet de la taille et de la nature chimique des brins ainsi que de la torsion des fibres sur la prise en eau des renforts.

## 6.2 Caractérisation des fibres

Un renfort textile est composé d'une centaine de brins de rayon micrométrique, torsadés entre eux pour former un surtor millimétrique, les surtors sont généralement retordus entre eux pour former le retor. Cet assemblage crée une structure poreuse à l'intérieur de la fibre susceptible de capter du liquide par infiltration. Nous avons consacré une première partie de notre étude à essayer d'obtenir des caractéristiques de porosité exploitables afin de pouvoir comparer les renforts textiles selon des critères pertinents pour l'imprégnation. Nous avons d'abord analysé l'imprégnation d'une huile dans les fibres pour obtenir la taille caractéristique des pores conducteurs de liquide. Nous avons ensuite analysé les fibres à partir d'images de microscopie électronique afin d'avoir des informations plus précises sur la taille et la répartition des pores. Enfin, nous avons cherché à modéliser la porosité dans les fibres pour comprendre l'influence de la torsion sur la répartition et géométrie des pores dans les fibres.

### 6.2.1 Mesures des pores par imprégnation d'huile

Nous commençons par observer l'imprégnation dans un renfort textile en contrôlant les paramètres du liquide (à savoir sa tension de surface $\gamma$ et sa viscosité $\eta$) et en utilisant une huile complètement mouillante ($\cos\theta = 1$). Les mesures d'imprégnation sont effectuées avec une fibre textile maintenue horizontale (en s'assurant un angle d'inclinaison inférieur à 1°) entre deux pinces qui nous permettent à la fois de jouer sur la torsion et sur la tension du brin, comme présenté sur la figure 6.3. Le fil est ensuite amené au contact d'un bain sur-rempli grâce à une vis micrométrique.

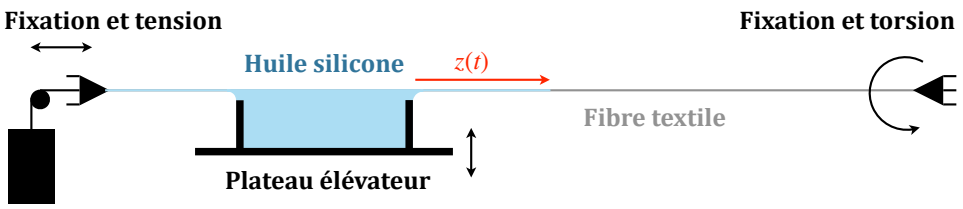
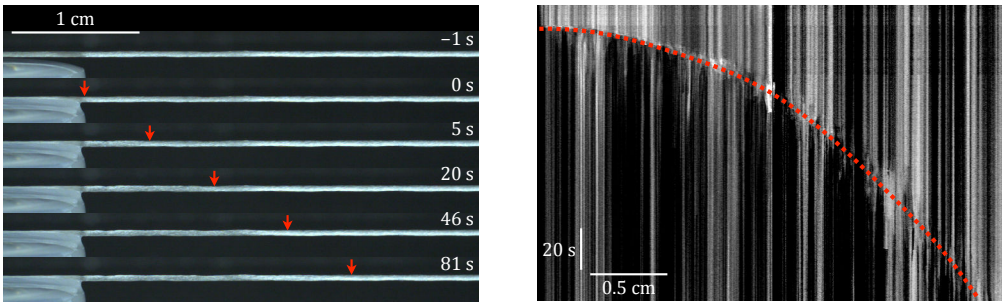



FIGURE 6.3 : Montage pour l'analyse de la porosité des renforts textiles. Dès que l'huile silicone (en bleu), contenue dans un bain légèrement sur-rempli, est mise en contact avec la fibre textile (en gris), un front de liquide se propage spontanément dans la fibre. La position du front $z$ est mesurée à partir du bord du recipient contenant le liquide. La torsion et la tension de la fibre sont controlées grâce aux deux pinces sur les côtés.

La figure 6.4a regroupe les observations concernant l'imprégnation d'une huile silicone de viscosité $\eta = 10 \pm 1$ mPa.s et de tension de surface $\gamma = 20.0 \pm 0.5$ mN/m dans une fibre composée de brins de nylon avec une torsion $N = 1$ tour/cm et mise en tension par une force d'environ 1 newton. Il est difficile d'observer directement la position du front (fléchée en rouge sur les photographies de la figure 6.4a) mais la comparaison des images entre elles nous permet de suivre avec plus de précision la propagation du liquide. Nous suivons alors la propagation du front de liquide sur les photographies présentées sur la figure 6.4b ou automatiquement en mesurant les variations d'intensité lumineuse dans la fibre lors de l'imprégnation.




**a** **b**

FIGURE 6.4 : Propagation d'un front d'une huile silicone de viscosité $\eta = 10$ mPa.s et de tension de surface $\gamma = 0.20$ mN/m dans un surtor avec une torsion $N = 1$ tour/cm et une tension de 1 N. **a** Photographies de la fibre prises avant puis à un temps $t = 0$, 5, 20, 46, 81 s après le contact avec le bain (de haut en bas) ; le front de liquide, assez peu visible, est indiqué par une flèche rouge. **b** Chronophotographies de l'imprégnation, le front de liquide, plus marqué, est surligné par la ligne en pointillés rouge.

Le liquide se propage d'abord rapidement (les 5 premiers millimètres sont parcourus en 5 secondes), puis la progression ralentit (les 5 millimètres suivants sont parcours en 15 secondes, c'est-à-dire en 3 fois plus de temps), comme souligné par l'écart de temps de plus en plus long entre les photographies sur la figure 6.4a. Cette dynamique est typique d'un régime de Washburn. Il est en effet possible de considérer les renforts textiles comme un ensemble de tubes de rayon $r_p$, où $r_p$ représente un rayon moyen des pores à l'intérieur de la fibre. Pour obtenir ce rayon, nous pouvons nous appuyer sur l'équation de Washburn

(équation 6) : la propagation d'un front de liquide dans un milieu poreux devrait vérifier la loi $z^2 = \gamma r_p t \cos\theta / 2\eta$. Nous pouvons donc retrouver $r_p$ à partir des paramètres du liquide ($\gamma$ et $\eta$) ainsi que de l'angle de contact $\theta$ (qui vaut 0° pour les huiles silicone).

Pour mesure $r_p$ sur différentes fibres, nous reproduisons cette expérience avec des surtors (figure 6.5a) et des retors (figure 6.5b) en faisant varier la torsion du fil $N$ entre 0 et 6 tours par centimètre.

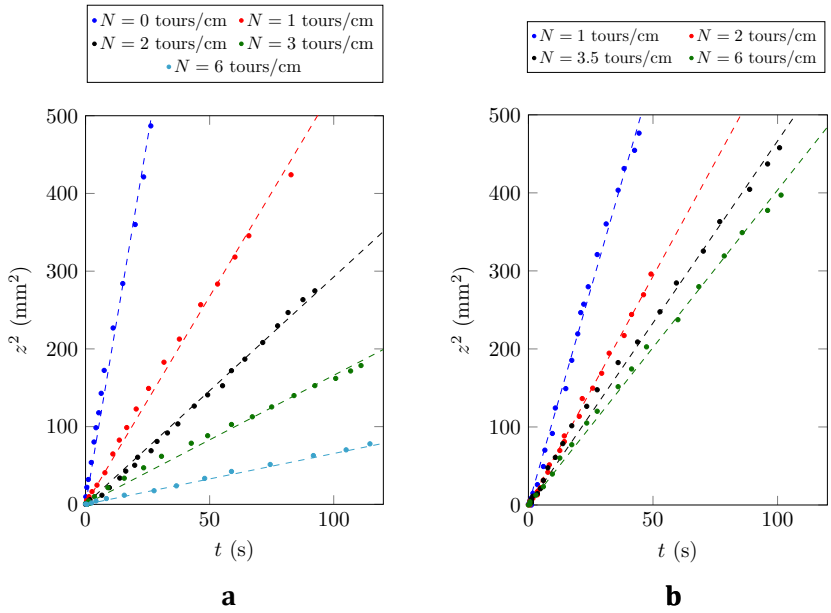



FIGURE 6.5 : Dynamique d'imprégnation d'une huile silicone de viscosité $\eta = 10$ mPa.s et de tension de surface $\gamma = 0.20$ mN/m dans des renforts textiles. Le carré de la distance parcourue par le liquide est tracé en fonction du temps pour **a** des surtors de torsions $N = 0, 1, 2, 3, 6$ tours/cm et **b** des retors de torsion $N = 1, 2, 3.5, 6$ tours/cm. Les points représentent les données expérimentales et les lignes en pointillés les régressions linéaires obtenues pour chaque fibre.

Les résultats expérimentaux (points) s'alignent selon des droites (en pointillés) dont la pente dépend de la torsion appliquée au fil. Le carré de la distance parcourue par le front de liquide étant proportionnel au temps d'imprégnation (compté à partir du contact entre le liquide et la fibre), nous retrouvons bien, dans tous les cas un régime de Washburn. En comparant les différentes pentes sur la figure nous remarquons que la torsion ralentit notablement l'avancée de l'huile dans le fil. Cet effet est particulièrement spectaculaire pour les fibres à un seul brin, où l'huile met environ 50 fois plus de temps pour se propager quand la fibre tordue six fois par centimètre que quand elle ne l'est pas. D'après l'équation 6, le coefficient directeur de la droite $z^2 = at$ vaut $\gamma r_p / 2\eta$ (pour l'huile utilisée, $\cos\theta = 1$). La mesure de ce coefficient directeur nous permet ainsi d'obtenir une taille caractéristique des pores $r_p$ en fonction de la torsion du fil $N$, ce que nous reportons sur la figure 6.6.

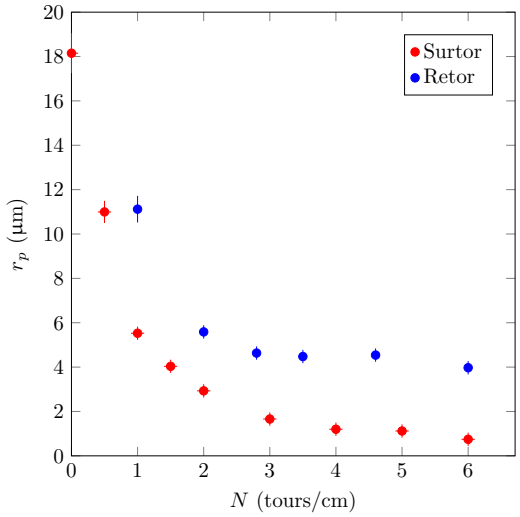



FIGURE 6.6 : Rayon des pores $r_p$ de renforts textiles en fonction de la torsion du fil $N$. Les rayons sont mesurés à partir de la dynamique de propagation d'une huile silicone (de viscosité $\eta = 10$ mPa.s et tension de surface $\gamma = 20$ mN/m), et $r_p$ est déduit de l'équation 6. La tension appliquée aux fils est d'environ un newton.

D'une manière générale, le rayon caractéristique des pores $r_p$ diminue avec la torsion de la fibre. Pour les surtors (points rouges), $r_p$ décroît rapidement avec la torsion $N$, variant de 18 µm pour fil non tordu à 5 µm pour $N = 1$ tours/cm ; puis $r_p$ décroît plus lentement avec la torsion, de 3 µm pour $N = 2$ tours/cm à 0.75 µm pour $N = 6$ tours/cm. Pour les retors (points bleus), les pores sont apparement plus larges que précédemment. L'effet de la torsion est similaire pour les petites valeurs de $N$, puis $r_p$ tend vers une valeur limite d'environ 5 µm pour des torsions supérieures à 3 tours/cm. Ce seuil semble impliquer l'existence d'un pore dont la taille caractéristique dépend des deux mèches retordues et qui ne serait que peu affecté par la torsion des fibres. Dans tous les cas, l'huile se propage moins bien dans les fibres plus tordues, un résultat qui permet de limiter l'imprégnation du liquide à l'intérieur des fibres d'un point de vue cinétique. Si le rayon caractéristique $r_p$ est vu comme un rayon effectif de pores, alors la courbe $r_p(N)$ montre que la torsion, au-delà de la dynamique, limite également la quantité absolue d'eau pénétrant dans la fibre à temps long : une réduction d'un facteur 10 de $r_p$ implique une réduction d'un facteur 100 sur la quantité d'eau présente dans la fibre.

### 6.2.2 Analyse de coupes de renforts textiles

Nous avons cherché à observer directement la taille des pores à l'intérieur des brins, afin d'observer plus précisément les effets de la torsion des fibres sur la porosité à l'intérieur des renforts textiles. Pour cela, des fibres textiles ont été noyées dans du caoutchouc cru puis coupées le plus délicatement possible (pour éviter de déformer les pores) afin d'obtenir des images représentant au mieux la structure des pores à l'intérieur des renforts. Les photos prises au microscope électronique à balayage (MEB) ont été analysées selon la méthode reportée dans la figure 6.7 et résumée ci dessous, pour les surtors (figures 6.7a-c) comme pour les retors (figures 6.7d-f).

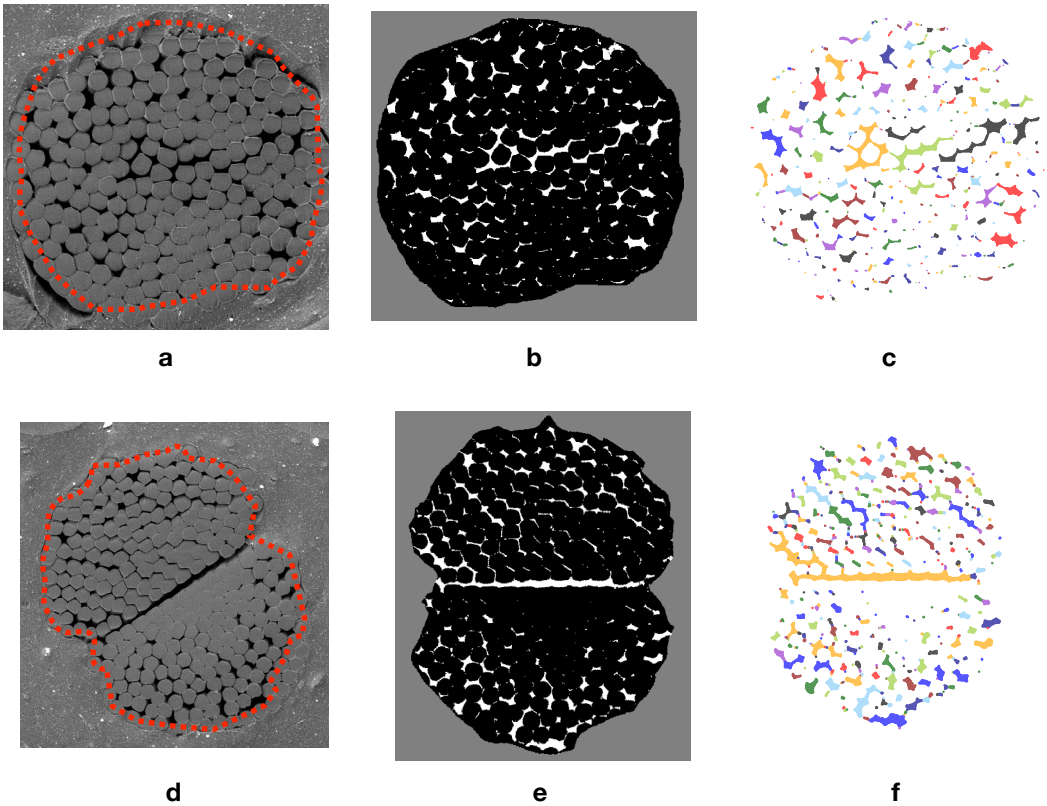
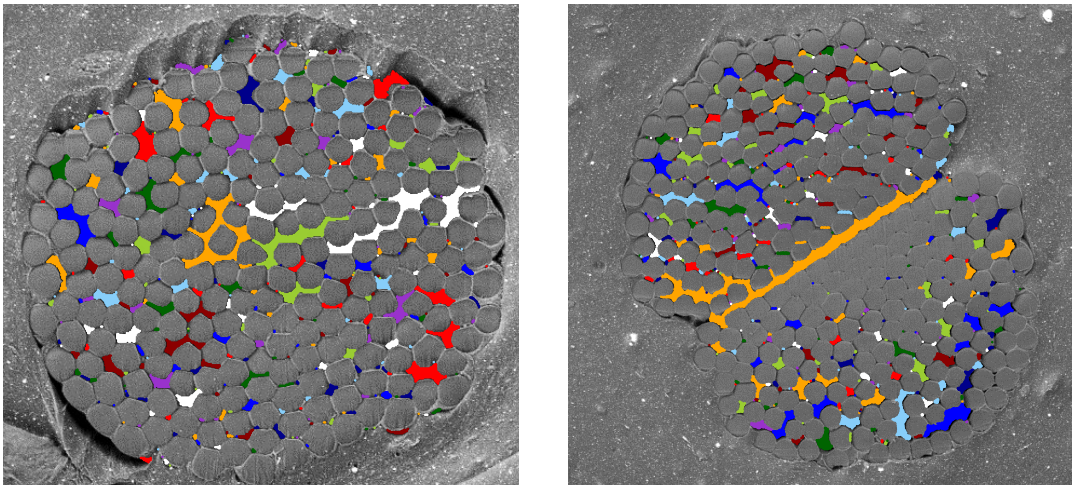



FIGURE 6.7 : Traitement d'une photographie de coupe de fibre textile pour un surtor avec une torsion de 3 tours/m (a, b et c) et un retor de torsion 5 tours/m (d, e et f). Sur les figures **a** et **d**, la région contenant le fil est sélectionnée manuellement (ligne en pointillés rouge). En **b** et **e**, l'image est binarisée pour faire apparaître les régions occupées par des brins (en noir) et les vides (en blanc), la zone grise correspondant à l'extérieur de la fibre. Les pores sont identifiés et visualisés en couleur sur les images **c** et **f**.

La méthode de traitement utilisée comporte trois étapes : (1) la partie à étudier est sélectionnée manuellement (figures 6.7a et 6.7d) ; (2) l'image est traitée (ici avec le logiciel Image J) en appliquant un seuil de niveau de gris pour obtenir les parties vides (en blanc) et les parties pleines (en noir) comme indiqué sur les figures 6.7b et 6.7.e ; (3) nous identifions les pores en recherchant les régions blanches connectées de l'image (avec la fonction *bwconncomp* de MATLAB par exemple) qui sont mises en évidence sur les figures 6.7c et 6.7f, où chaque couleur désigne une région connectée différente.

Une comparaison qualitative de notre méthode de traitement d'image est présentée sur la figure 6.8 où nous avons superposé les figures 6.7c et 6.7f aux images 6.7a et 6.7d. Nous voyons que les pores sont correctement identifiés, malgré quelques imperfections sur les bords ainsi que pour les très petits pores (de tailles inférieures à 5 pixels).



**a** **b**

FIGURE 6.8 : Comparaison des pores identifiés après traitement d'image. Les pores (colorés d'une couleur vive) sont superposés avec la photographie obtenue au microscope électronique. **a** Surtor de rayon extérieur $R = 230$ µm, de masse linéique 140 mg/m, avec une torsion de $N = 3$ tours/cm **b** Retor de rayon extérieur $R = 310$ µm, de masse linéique 94 mg/m, avec une torsion de $N = 4.7$ tours/cm.

Nous trouvons directement la densité $d$ des pores, définie comme le rapport entre la surface vide sur la surface totale de la fibre, en dénombrant le nombre de pixels blancs et noirs à partir des images obtenues sur les figures 6.7b et 6.7.e. Nous obtenons $d = 9.6$ % pour le renfort surtor traité sur la figure 6.8a ($N = 3$ tours/cm) et $d = 9.2$ % pour le retor traité sur la figure 6.8b ($N = 4.7$ tours/cm). Ces valeurs sont toutes deux très proches de la densité minimale (d'environ 9.3 %) correspondant à un réseau triangulaire. Comme l'arrangement des brins au sein de la fibre n'est pas régulier, ce résultat souligne les déformations plastiques des brins qui constituent la fibre que nous observons visuellement sur les figures 6.8a et 6.8b.

Chaque surface vide connectée est considérée comme un pore dont la taille caractéristique peut être assimilée à son rayon hydraulique $r_h = 2A/P$, où $A$ est l'aire de la surface vide et $P$ son périmètre. Ce rayon caractéristique est fréquemment utilisé en hydraulique car il permet de se ramener à des écoulements dans des tubes cylindriques. Des exemples sont proposés sur la figure 6.9.

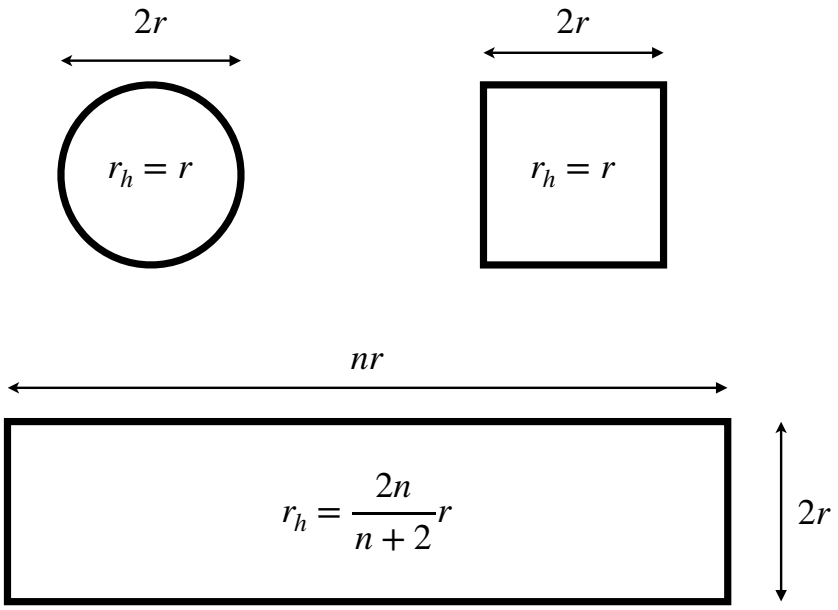



FIGURE 6.9 : Exemples de rayons hydrauliques pour différentes sections. Le rayon hydraulique est défini comme $r_h = 2A/P$ où $A$ et $P$ sont l'aire et le périmètre de la section considérée.

Pour un cercle de rayon $r$, ainsi qu'un carré de coté côté $2r$, nous trouvons naturellement $r_h = r$. Pour une section rectangulaire de largeur $2r$ et de longueur $nr$, le rayon hydraulique vaut $r_h = 2nr/(n+2)$, une quantité qui tend vers $2r$ lorsque $n$ devient très grand, c'est-à-dire la plus petite dimension de la surface – qui est bien la dimension à prendre en compte pour calculer les frottements visqueux. Plus généralement, le rayon hydraulique reflète la dimension caractéristique qui limite l'écoulement, quelle que soit la forme de la section proposée.

Les rayons hydrauliques $r_h$ des pores contenus dans les fibres textiles sont tracés sur la figure 6.10 en fonction de leur distance $r$ avec le centre du fil. Ces résultats correspondent aux quatre images traitées, la figure 6.10a correspond aux pores contenus dans des fibres similaires au surtor présenté sur la figure 6.8a et la figure 6.10b à des images de retor qui correspondent à celui présenté sur la figure 6.8b. Nous identifions une centaine de pores dans chaque surtor avec une torsion de $N = 3$ tours/cm (figure 6.8a) et environ 120 pores pour les retors avec une torsion de $N = 4.7$ tours/cm (figure 6.8b). Pour tous ces renforts, la densité $d$ des pores au sein de la fibre vaut approximativement 10 % et le rayon hydraulique maximum des pores est d'environ 10 µm, c'est-à-dire environ un tiers du diamètre des brins.

Pour les surtors, nous observons une répartition à peu près homogène des pores dans le renfort, en remarquant que leur taille augmente légèrement avec leur distance au centre. Les retors présentent quelques différences notables avec les surtors : (1) l'existence de deux encoches sur les côtés, de taille caractéristique $r_h \approx 40$ µm ainsi que la fente centrale de taille $r_h \approx 10$ µm, sont susceptibles de conduire le liquide ; (2) la répartition des pores diffère légèrement de celle dans les surtors : les pores sont nettement plus gros est

plus nombreux lorsqu'on s'éloigne du centre du fil, un effet probable de la compression supplémentaire effectuée lors du retordage des deux brins.

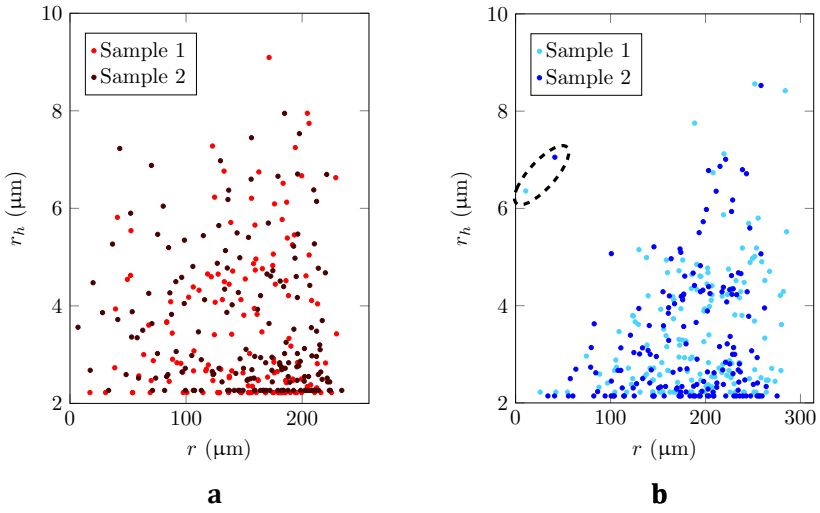



FIGURE 6.10 : Rayon hydraulique $r_h$ des pores dans des fibres textiles (avec $r_h = 2A/P$ où $A$ est l'aire et $P$ le périmètre d'une région vide connectée), en fonction de leur distance $r$ au centre de la fibre. **a** Surtor de rayon extérieur $R = 230$ µm, de masse linéique 140 mg/m, avec une torsion de $N = 3$ tours/cm **b** Retor de rayon extérieur $R = 310$ µm, de masse linéique 190 mg/m, avec une torsion de $N = 4.7$ tours/cm, les points entourés correspondent à la fente centrale. Dans chaque cas, nous avons reporté les mesures effectuées sur deux échantillons.

En comparant les résultats obtenus à partir de deux échantillons semblables (par exemple les points en rouge clair et en rouge foncé sur la figure 6.10a), nous voyons que les résultats obtenus pour un même type de renfort textile sont très similaires (à la fois pour les deux surtors étudiés sur la figure 6.10a et pour les deux retors étudiés sur la figure 6.10b) ce qui confirme la reproductibilité de notre technique d'analyse des fibres.

Avec cette méthode d'analyse, nous obtenons des informations détaillées sur les fils. D'une part, nous pouvons décrire de façon qualitative la répartition des pores dans les renforts textiles, d'autre part nous mesurons la densité ($d \approx 10$ %), la taille et la répartition des pores. L'analyse des pores nous permet d'observer la répartition spatiale des pores dans la fibre mais ne nous montre pas quels pores conduisent le liquide – un pore de taille importante conduira plus de liquide qu'un pore de taille plus petite. Pour cela, il est aussi intéressant d'observer la proportion de surface libre à l'intérieur de la fibre formée en fonction du rayon des pores qui la constitue. La figure 6.11 regroupe les résultats obtenus pour quatre types de fibres différentes.

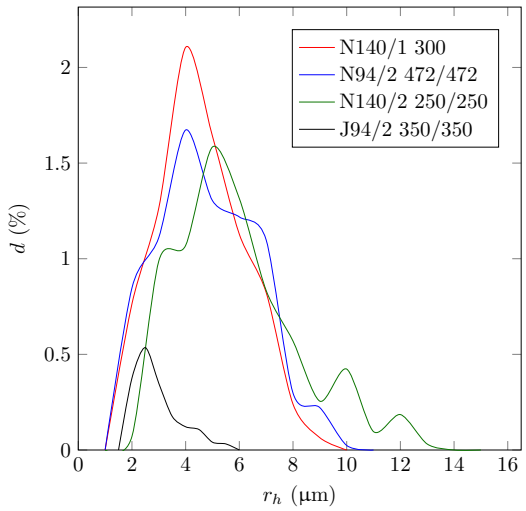



FIGURE 6.11 : Densité de surface poreuse en fonction du rayon des pores. Le rayon moyen et densité des pores dans les fibres valent $< r_h >= 4.6$ µm et $d = 8$ %, pour les renforts N140/1 300 (courbe rouge), $< r_h >= 4.8$ µm et $d = 8$ %, pour les renforts N94/2 472/472 (courbe bleue), $< r_h >= 5.9$ µm et $d = 7$ %, pour les renforts N140/2 250/250 (courbe verte), $< r_h >= 3.2$ µm et $d = 2$ %, pour les renforts J94/2 350/350 (courbe noire). La taille des pixels sur les photographies traités vaut environ 1 µm$^2$.

Nous pouvons alors définir un rayon moyen des pores dans une fibre en pondérant chaque pore par sa densité : $< r_h >= \sum_i d^{(i)} r_h^{(i)}/d$. Nous obtenons alors $< r_h >= 4.6$ µm et $< r_h >= 4.8$ µm pour les fibres présentées sur les figures 6.8a et 6.8b. Nous remarquons que cette mesure correspond bien au rayon $r_p = 4.5$ µm mesuré dans la section précédente 6.2.1 et présentés sur la figure 6.6 mais nous n'avons pas pu confronter les deux méthodes d'analyses de manière plus systématique faute d'échantillons comparables. Nous observons aussi que la taille maximale des pores ($r_h \approx 10$ µm) contenus dans les fibres nous donne des informations a priori sur les principaux interstices susceptibles de transporter le liquide. Il serait à présent utile de compléter cette étude (1) pour évaluer l'effet de la torsion des brins (en comparant par exemple des surtors identiques avec des torsions différentes) et (2) pour observer quantitativement les différences entre surtors et retors (en analysant un surtor et un retor de même torsion).

## 6.3 Effet de la torsion sur le rayon des pores

Le rayon des pores est un facteur essentiel de l'imprégnation des fibres. Pour comprendre de façon théorique comment sont formés les pores à l'intérieur du réseau créé par les brins, nous modélisons une fibre comme un ensemble de brins de rayon $r$ disposés selon un arrangement régulier, schématisé sur la figure 6.12. En supposant que les brins ne sont pas déformés par leur mise en contact, nous pouvons calculer un rayon caractéristique des pores $r_h$ contenus dans le renfort textile.

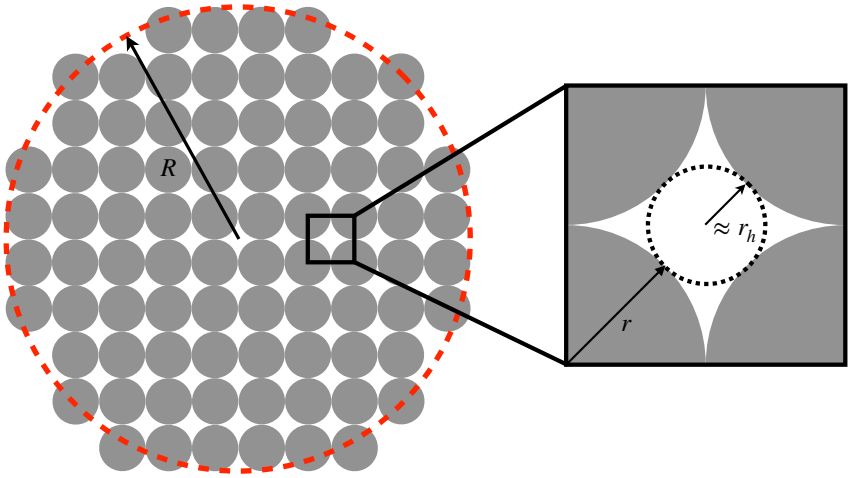



FIGURE 6.12 : Schéma d'une coupe de fibre textile de rayon extérieur $R$ composée de 80 brins de rayon $r$ arrangés selon un réseau carré. Pour cette répartition des brins, le rayon (hydraulique) des pores vaut $r_h \approx 0.27r$ et leur densité $d \approx 21$ %.

La taille des pores dépend bien sûr du rayon $r$ des brins mais aussi de leur agencement. Par exemple, la figure 6.13 montre que pour des brins de même taille, le rayon hydraulique des pores $r_h$ peut varier significativement (de 0.1 à 0.5 fois le rayon des brins) en fonction de l'agencement de la maille élémentaire de la fibre.

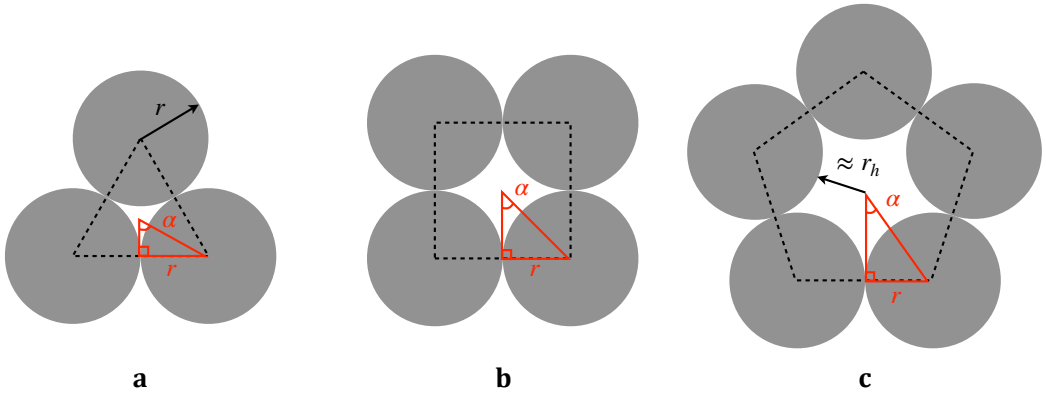



FIGURE 6.13 : Schéma de différents agencements de brins à l'intérieur d'une fibre. Les brins de rayon $r$ (en gris) entourent un pore (en blanc). La ligne en pointillés délimite une maille élémentaire. **a**, **b** et **c** représentent différents arrangements, avec $n = 3$, 4 et 5 brins entourant un pore. Le rapport entre les rayons du pore et le rayon du brin vaut $r_h/r \approx 0.10$, 0.27 et 0.46 et la densité de porosité dans la fibre est $d \approx 9.3$, 21 et 32 %.

Il est possible d'obtenir la densité $d$ et le rayon hydraulique $r_h$ des pores en fonction du rayon $r$ et de l'agencement, caractérisé par le nombre $n$ de brins qui constituent une maille élémentaire. Pour cela, nous reportons une telle maille (délimitée par les pointillés noirs) ainsi que le triangle rouge qui délimite l'angle $\alpha$ entre le centre d'un brin et le point de contact avec le brin voisin. L'aire totale du polynôme régulier de $n$ côtés de longueur $2r$ vaut $nr^2/\tan\alpha$, la surface occupée par les brins à l'intérieur est $n(\pi/2 - \alpha)r^2$ et le périmètre de l'interface vaut $P = n(2/\pi - \alpha)$. En remarquant que $\alpha = \pi/n$, nous trouvons

$d = 1 - \pi(1/2 - 1/n)\tan(\pi/n)$ et $r_h = 2nr(1/\tan\pi/n - \pi/2 + n/\pi)/\pi(n-2)$ que nous traçons en fonction de $n$ sur la figure 6.14 pour des valeurs entières de $n$ (points bleus) et en prolongeant pour des valeurs non entières de $n$ (en pointillés noirs). Le rayon hydraulique $r_h$ des pores est aussi représenté directement en fonction de la densité $d$ des pores dans le fil sur la figure 6.14c.

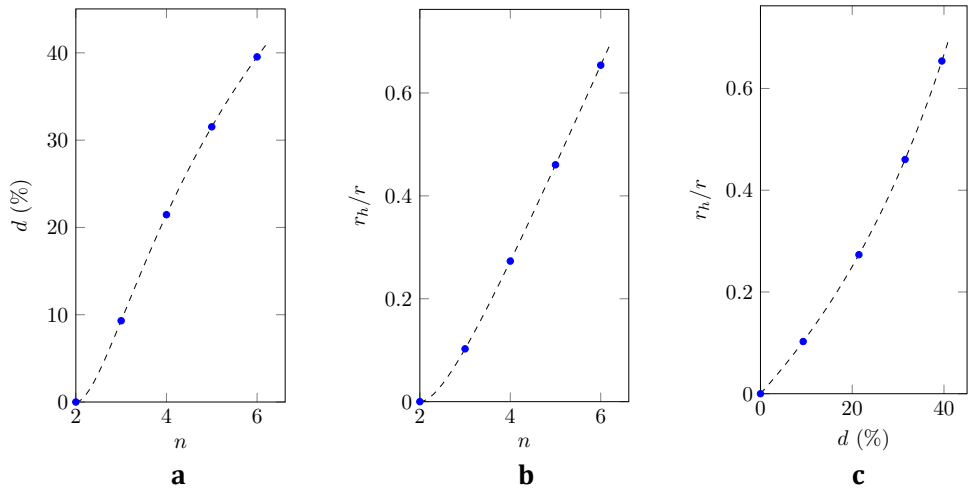



FIGURE 6.14 : **a** Rayon et **b** densité des pores en fonction de la structure des brins à l'intérieur d'une fibre. **c** Rayon des pores en fonction de la densité pour un arrangement structuré de brins dans une fibre. De gauche à droite, les points bleus correspondent aux situations avec $n = 3$, 4, 5 et 6 brins périphériques à un pore. La ligne en pointillés noirs représente un prolongement pour des valeurs non entières de $n$.

Comme observé sur la figure 6.13, le rayon des pores $r_h$ augmente avec $n$ (ou diminue avec la compacité de la fibre). Si les brins ne sont pas déformés, lorsque la fibre est la plus compacte possible ($n = 3$), le rayon vaut $r_h \approx 0.10r$, une longueur qui vaut typiquement quelques microns pour les fibres considérées en section 6.2.2. Le rayon des pores atteint la taille d'un brin pour $n = 8$ (structure octogonale), la fibre est alors très peu compacte, avec une porosité qui s'apparente plutôt à des ''trous''.

La densité ainsi que le rayon des pores sont aussi reliés directement au rayon extérieur du fil $R$. En effet, la masse linéique du fil vaut $\lambda = \pi R^2 \rho_m (1-d)$, où $\rho_m$ est la masse volumique du matériau constituant les brins. Nous obtenons donc $d(R)$ connaissant la masse linéique de la fibre et la masse volumique des brins (figure 6.15a). La relation entre $r_h$ et $d$ tracée sur la figure 6.14c nous donne alors la variation de $r_h$ en fonction de $R$, grandeur mesurable facilement (figure 6.15b).

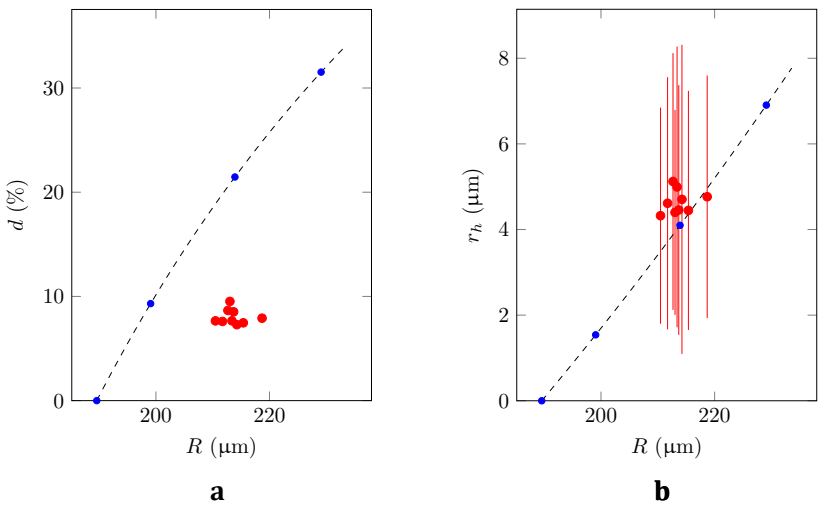



FIGURE 6.15 : **a** Densité $d$ et **b** rayon hydraulique des pores $r_h$ en fonction du rayon extérieur $R$ d'un fil de masse linéique $\lambda = 140$ mg/m, constitué de brins en Nylon ($\rho_m = 1240$ kg/m$^3$) de rayon $r = 15$ µm. Les points bleus correspondent aux agencements régulier des brins avec $2 \leq n \leq 5$ voisins et sont prolongés par la ligne en pointillés noirs. Les points rouges correspondent aux densités **a** et rayons hydrauliques **b** obtenus pour les surtors traités sur la figure 6.10a. Sur la figure **b**, les barres représentent les rayons maximums et minimums obtenus pour chaque surtor.

Ce modèle "idéal" ignore bien des détails de la réalité des fibres et il est intéressant d'en comparer les résultats avec ceux donnés par les mesures sur la figure 6.10. Comme indiqué par les points bleus sur la figure 6.15b, nous retrouvons bien le rayon hydraulique du pore dans la fibre grâce à ce modèle, les pores présents dans les renforts sont entourés par un nombre $n$ allant de 2 à 4 brins pour le surtor considéré. La densité est, quant à elle, légèrement surévaluée, un résultat qui s'explique par la déformation des brins qui réduit mécaniquement la taille des porosités dans la fibre. Cette deuxième observation souligne les limites de nos hypothèses de départ : (1) les brins qui composent les fibres n'ont pas tous exactement le même rayon $r$ ; (2) l'arrangement à l'intérieur de la fibre n'est pas vraiment homogène, ce qui crée des pores "aplatis" ; (3) les brins sont souvent déformés à l'intérieur de la fibre.

Ce modèle nous permet toutefois de comprendre comment la torsion affecte la taille des espaces vides : sous l'effet de la compression, les brins s'arrangent selon des structures de plus en plus compactes, ce qui réduit la taille des pores à l'intérieur de la fibre. Pour comprendre plus fondamentalement comment la torsion des brins affecte l'agencement des pores à l'intérieur du fil, une publication à ce sujet (qui date un peu) [114], pourrait servir de point de départ pour une étude mécanique plus approfondie.

## 6.4 Limites de l'imprégnation dans une fibre textile

Le front liquide progresse dans les fibres selon la loi $z^2 \sim t$ jusqu'à ce qu'un autre phénomène vienne stopper l'imprégnation. Les résultats présentés dans les études antérieures montrent des longueurs d'imprégnation d'environ vingt centimètres à l'équilibre. Quelques

arguments nous permettent rapidement d'écarter les effets gravitaires. (1) Pour les dimensions caractéristiques considérées ($r_p \sim 1$ µm) la hauteur de Jurin (équation 5), vaut $L \sim \gamma \cos\theta / \rho g r_p$. Cette hauteur (qui représente la longueur pour laquelle la gravité vient stopper l'imprégnation), vaut $L \sim 1$ m pour les fibres considérées, une hauteur beaucoup plus grande que les longueurs obtenues expérimentalement. (2) La longueur d'imprégnation $L$ augmente lorsque $r_p$ diminue, c'est-à-dire lorsque la torsion $N$ de la fibre augmente, en opposition avec les observations expérimentales. (3) Enfin nous avons testé les fibres en les maintenant horizontalement, et la longueur finale d'imprégnation ne semble pas différente des résultats obtenus dans les études antérieures. La gravité n'est donc pas le phénomène limitant pour l'imprégnation dans les fibres textiles. Dans cette partie, nous étudierons et caractériserons un autre phénomène susceptible de stopper la propagation du liquide dans les fibres : l'évaporation.

### 6.4.1 Suivi d'une infiltration d'eau

En répétant l'expérience précédente avec une fibre textile maintenue à l'horizontale, nous pouvons nous affranchir de la gravité et vérifier qu'il s'agit bien d'un autre phénomène limitant. Pour cela, nous photographions l'imprégnation d'un surtor en Nylon torsadé à $N = 4$ tours/cm par de l'eau dé-ionisée de masse volumique $\rho = 998 \pm 2$ kg/m$^3$, de tension de surface $\gamma = 72 \pm 0.5$ mN/m, de viscosité $\eta = 1.0 \pm 0.1$ mPa.s, et d'angle de contact avec le Nylon $\theta = 75 \pm 5°$ (obtenu par Quentin Magdeleine [113]). Pour mieux suivre l'avancée du liquide, nous ajoutons du bleu de méthylène, qui nous permet de visualiser l'avancée du liquide. La progression du front coloré est détectée sur la figure 6.16 à partir de laquelle nous traçons la position $z$ en fonction du temps $t$, mesurée à partir du contact entre le bain de liquide et le fil sur la figure 6.17.

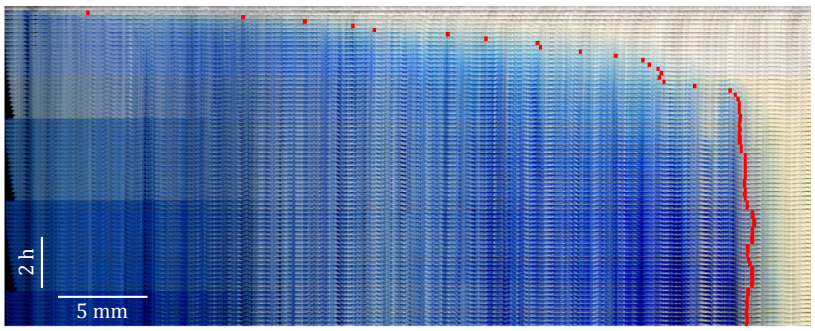



FIGURE 6.16 : Chronophotographie de l'imprégnation d'une solution d'eau dé-ionisée contenant du bleu de méthylène dans un surtor torsadé $N = 4$ tours/cm. Les points rouges correspondent à la détection numérique du front du liquide.

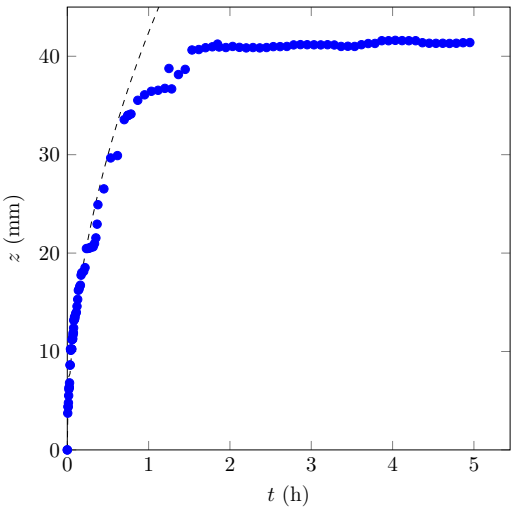



FIGURE 6.17 : Propagation du front d'une solution d'eau dé-ionisée contenant du bleu de méthylène dans un surtor torsadé $N = 4$ tours/cm. La ligne en pointillés noirs correspond une loi en $t^{1/2}$.

La progression est relativement rapide au début de l'imprégnation (pour $t < 60$ min), puis le front de liquide ralentit et s'arrête après avoir progressé d'une longueur $L = 4.1$ cm dans la fibre. La dynamique s'écarte assez vite d'une dynamique de diffusion $z = bt^{1/2}$ soulignée par le trait en pointillés noirs sur la figure 6.17. La dynamique est plus lente que celle attendue d'après l'équation 6 : nous trouvons $b = 0.7$ mm/s$^{1/2}$ pour un résultat supposé de $(\gamma r \cos\theta/2\eta)^{1/2} = 3.3$ mm/s$^{1/2}$, environ 5 fois plus grand. Une différence surprenante mais qui peut s'expliquer par le fait que nous suivons les molécules de bleu de méthylène, qui migrent moins rapidement que l'eau qui les transporte. La courbe s'écarte ensuite très nettement des pointillés noirs : une source de dissipation, autre que les frottements visqueux, ralentit, puis stoppe l'imprégnation. Puisque la gravité ne joue aucun rôle dans cette expérience (la fibre est maintenue horizontalement), il existe bien un autre phénomène qui limite l'imprégnation dans la fibre. Un suspect classique pour des milieux poreux en contact avec l'air est l'évaporation.

### 6.4.2 Caractérisation de l'évaporation dans des fibres

Pour observer plus facilement l'évaporation du liquide, nous reprenons l'expérience précédente en utilisant une solution d'éthanol (un liquide plus volatil que l'eau) que nous avons caractérisé en déterminant son flux d'évaporation $J$ qui correspond à la masse de liquide qui s'évapore par unité de temps et de surface libre de liquide. Il est possible de mesurer $J$ en suivant l'évolution temporelle d'une masse d'eau contenue dans un récipient ouvert (une boite de pétri par exemple) comme schématisé sur les figures 6.18a et 6.18c (avec un ventilateur). L'évolution de la masse d'une solution d'eau dé-ionisée (contenant du bleu de méthylène) dans une boite de pétri ayant une surface libre de 21 cm$^2$ est tracée sur la figure 6.18b. Les points s'alignent sur une droite de pente $J = 68$ mg/s/m$^2$ (droite en pointillés noirs). Nous avons effectué une mesure similaire pour de l'éthanol (encore une fois avec du bleu de méthylène), présentée sur la figure 6.18c, en ajoutant un ventilateur pour

accélérer encore l'évaporation (des conditions que nous reproduirons à l'identique pour mesurer les longueurs d'imprégnation dans les fils). Nous obtenons un flux d'évaporation $J = 700$ mg/s/m$^2$, environ 10 fois plus important que pour l'eau purifiée. En regardant plus en détail, nous voyons que le liquide s'évapore de moins en moins vite à mesure que le récipient contenant l'éthanol se vide. Le flux varie entre $J = 720$ mg/s/m$^2$ (pendant les 30 premières minutes) et $J = 620$ mg/s/m$^2$ (pendant les 30 dernières minutes), un effet mineur que nous n'avons pas pris en compte dans cette étude.

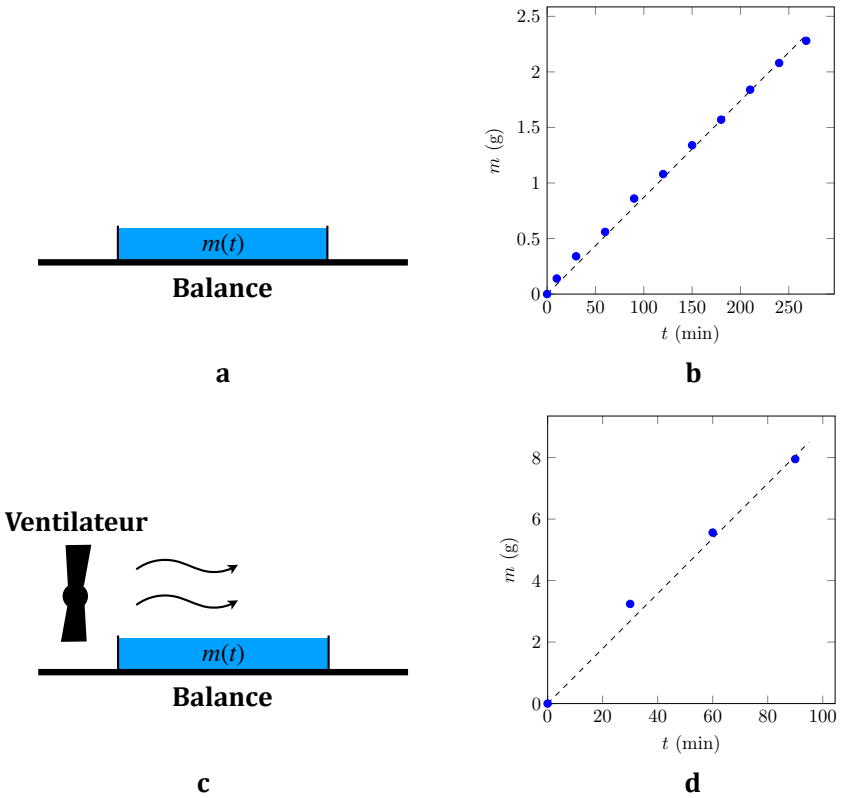



FIGURE 6.18 : Evaporation d'un bain de liquide de surface libre de 27 cm$^2$ à une température de $22 \pm 1$ °C. Le bain est pesé régulièrement afin de suivre la masse de liquide évaporé. **a** et **b** correspondent à l'évaporation d'une solution d'eau dé-ionisée contenant du bleu de méthylène. **c** et **d** correspondent à l'évaporation d'une solution d'éthanol avec l'ajout d'un ventilateur pour accélérer l'évaporation. Les figures **b** et **d** présentent la masse $m$ de liquide évaporé en fonction du temps. Les droites en pointillés, de pentes respectives 8.7 mg/min **b** et 89 mg/min **d**, nous permettent de retrouver les flux d'évaporation $J = 68$ mg/s/m$^2$ (pour l'eau) et $J = 700$ mg/s/m$^2$ pour l'éthanol avec un ventilateur.

L'expérience d'imprégnation, pour un fil identique à celui présenté sur la figure 6.16 ($N = 4$ tours/cm) mais en utilisant une solution d'éthanol et en ajoutant un petit ventilateur pour accélérer l'évaporation est présentée sur la figure 6.19. Pour l'éthanol la valeur $\gamma \cos\theta = 21$ mN/m est proche de celle de l'eau purifiée ($\gamma \cos\theta = 19$ mN/m), ce qui permet de comparer uniquement l'influence des effets d'évaporation.

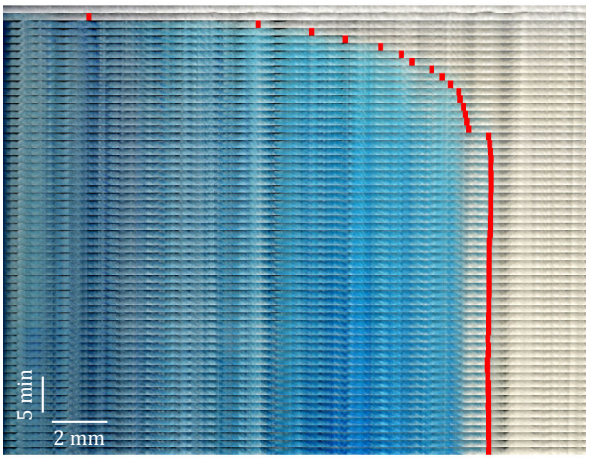



FIGURE 6.19 : Chronophotographie de l'imprégnation d'une solution d'éthanol contenant du bleu de méthylène dans un surtor torsadé $N = 4$ tours/cm. Les points rouges correspondent à la détection numérique du front du liquide.

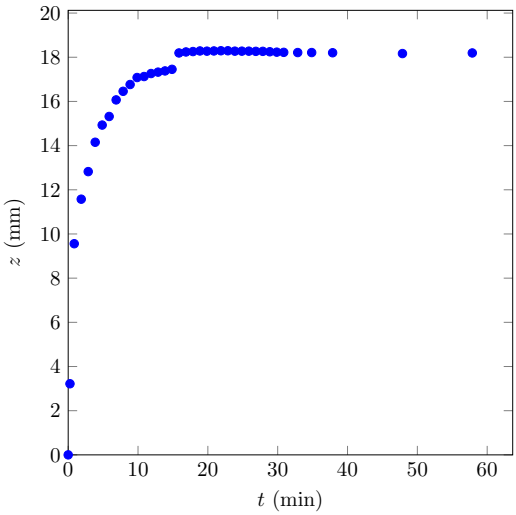



FIGURE 6.20 : Propagation du front d'une solution d'éthanol contenant du bleu de méthylène dans un surtor torsadé $N = 4$ tours/cm.

L'équilibre est atteint pour $t \approx 20$ min, un temps significativement plus rapide qu'avec la solution d'eau purifiée. Comme attendu, la longueur de fil imprégnée $L = 1.9$ cm est plus faible que pour l'eau ($L = 4.1$ cm). Nous pouvons comparer le débit de liquide qui s'évapore $\dot{m}_e$ au débit liquide entrant dans la fibre à cause de l'imprégnation $\dot{m}_i$. La masse de liquide qui s'évapore à chaque instant $\dot{m}_e$ est proportionnelle à la surface de liquide en contact avec l'air ($\sim Rz$, où $R$ est le rayon du fil) et au flux d'évaporation $J$. Le liquide progresse au travers d'une surface poreuse $\sim dR^2$, à une vitesse $\dot{z} \sim \gamma r_p \cos\theta/\eta z$ (d'après l'équation 6), le débit entrant vaut donc $\dot{m}_i \sim \rho d R^2 \gamma r_p \cos\theta/\eta z$ ($d \approx 8.5$ % est la densité des porosités). Lorsque le liquide progresse dans la fibre, le débit de liquide imbibé diminue ($\dot{m}_i \sim 1/z$) , alors que le débit d'eau évaporée augmente ($\dot{m}_e \sim z$). Nous trouvons une longueur de fil $L$ à partir de laquelle les deux débits s'équilibrent ($\dot{m}_i = \dot{m}_e$), en réintroduisant les coefficients dans les calculs précédents, nous obtenons la relation

suivante :

$$L^2 = \rho d \frac{\gamma \cos\theta}{8J\eta} R r_p \tag{6.1}$$

Nous pouvons évaluer cette longueur pour l'expérience précédente où les caractéristiques de la fibre sont $R \approx 200$ µm, $r_p = 1.2$ µm et $d = 10$ %, et celles de l'éthanol $\rho = 790$ kg/m$^3$, $\gamma \cos\theta = 21$ mN/m, $J \approx 650$ mg/s/m$^2$ et $\eta = 1.2$ mPa.s. Nous obtenons $L = 0.79$ cm, qui est comparable à la longueur obtenue expérimentalement $L = 1.9$ cm. La différence peut s'expliquer principalement par deux raisons : (1) nous avons considéré que l'évaporation se fait sur toute la surface extérieure du fil, ce qui n'est peut être pas le cas si les pores sont situés plutôt à l'intérieur de la fibre ; (2) malgré le ventilateur, l'air autour du fil est probablement assez concentré en éthanol, notamment à proximité du bain, ce qui peut aussi ralentir l'évaporation sur les premiers centimètres d'imprégnation.

La longueur finale de prise en éthanol dépend de plusieurs facteurs inhérents à la fibre textile : $L^2$ est proportionnelle au rayon extérieur de la fibre $R$, une fibre plus fine sera donc imprégnée sur une distance moins longue. De même, le rayon moyen des pores $r_p$ a une influence importante sur la longueur d'imprégnation, qui diminue avec $r_p$ et donc augmente avec $N$, ce qui explique les observations faites dans les deux rapports précédents [111, 112].

### 6.4.3 Influence de la torsion du fil

Nous avons étudié l'influence de la torsion sur la longueur d'imprégnation en faisant varier $N$ entre 0 et 6 tours par centimètre, et en mesurant la longueur $L$ de fil coloré après 1 heure d'imprégnation (à une température de 23°C, en renouvelant l'air autour des fibres grâce à un ventilateur). Les résultats sont reportés sur la figure 6.21.

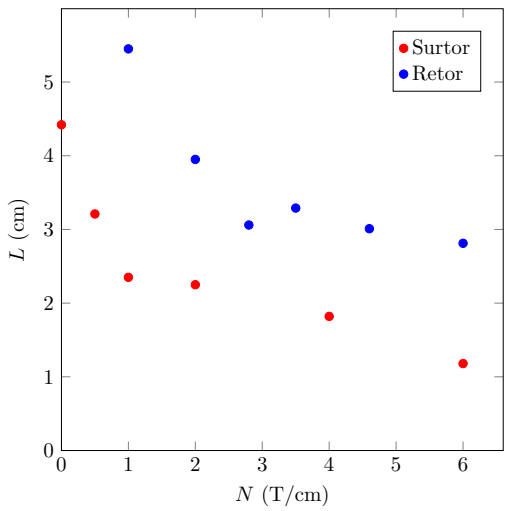



FIGURE 6.21 : Longueur à l'équilibre $L$ lors de l'imprégnation d'une solution d'éthanol dans des surtors (en rouge), et des retors (en bleu) de torsion $0 < N$ (tours/m) $< 6$.

La longueur $L$ de fibre imprégnée diminue très nettement lors des premières torsions

du fil : $L$ est divisée par un facteur $\sim 2$ en appliquant une torsion $N = 1$ tour/cm par rapport à un fil non tordu. Puis $L$ diminue de façon moins marquée avec $N$ lorsque la torsion du fil augmente pour $N > 1$ tour/cm. Sur la figure 6.22, nous traçons aussi la variation de $L$ en fonction des rayons des pores $r_p$, obtenus dans la section 6.2.1 pour étudier le liens direct entre $L$ et $r_p$.

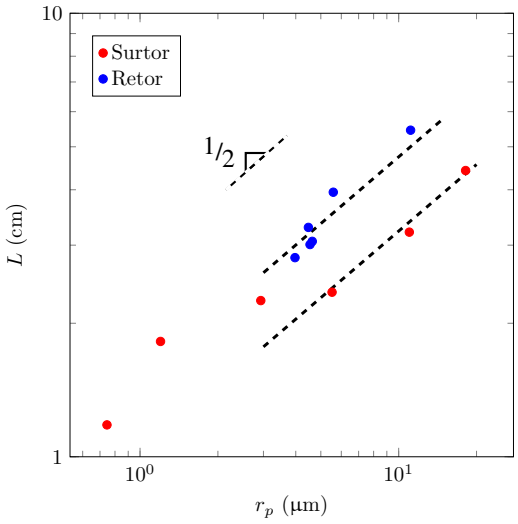



FIGURE 6.22 : Longueur à l'équilibre $L$ lors de l'imprégnation d'une solution d'éthanol contenant du bleu de méthylène dans des surtors (en rouge), et des retors (en bleu) de torsion $0 < N$ (tours/m) $< 6$. La longueur est tracée en fonction du rayon des pores $r_p$ obtenu d'après la figure 6.6 en axes logarithmiques. Les deux droites en pointillés noirs sont de pente 1/2.

Pour les deux types de renforts, les points s'alignent selon des droites de pente 1/2 pour des rayons de pores mesurés supérieurs à 3 µm. Dans cette région, nous mesurons alors que la longueur $L^2$ est proportionnelle à $r_p$ avec des coefficients qui valent 1 cm$^2$/µm pour les surtors et 2.3 cm$^2$/µm pour les retors, ce qui est cohérent avec le coefficient $\rho dR\gamma \cos\theta/8J\eta$ attendu, d'après l'équation 6.1, qui vaut 0.6 cm$^2$/µm pour les surtors de rayon extérieur $R = 200$ µm et 2.6 cm$^2$/µm pour les retors de rayon extérieur $R = 350$ µm. Pour ces brins, c'est donc le rayon des pores $r_p$ qui est le principal responsable de la diminution de la longueur d'imprégnation des fibres. La torsion des brins devrait aussi avoir deux autres effets antagonistes : (1) en tordant les brins, la densité $d$ des pores devrait réduire et diminuer plus encore la longueur d'imprégnation $L$ ; (2) La torsion doit aussi limiter la quantité de liquide qui peut atteindre les extrémités de la fibre, ce qui devrait diminuer la vitesse à laquelle le liquide s'évapore et donc augmenter la longueur d'imprégnation.

Pour les surtors (en rouge), de rayon extérieur $R = 200$ µm, les points s'alignent bien sur une droite de pente 0.9 cm$^2$/µm, dont le coefficient est cohérent avec celui attendu d'après l'équation 6.1 : $\rho dR\gamma \cos\theta/8J\eta = 0.6$ cm$^2$/µm. Pour les retors (en bleu), de rayon extérieur $R = 350$ µm, les points s'alignent aussi sur une droite de pente 2.6 cm$^2$/µm. Encore une fois, le coefficient est supérieur à la valeur attendue de 1.0 cm$^2$/µm. Nous voyons aussi que la limite $r_p = 0$ n'est pas bien modélisée par l'équation 6.1, un phénomène probablement dû à la saturation de l'air à proximité du bain, qui empêche le liquide de s'évaporer.

## 6.5 Conclusion et perspectives

L'imprégnation des fibres textiles est due aux porosités de taille microscopique qui apparaissent lors du tordage des brins constituant les renforts. Lors du contact avec l'eau, ces pores micrométriques se remplissent par capillarité, à un débit qui dépend fortement de la taille des pores et de la longueur parcourue par le liquide.

La gravité est loin d'être le phénomène limitant pour la taille des pores considérés et l'imprégnation s'arrête lorsque l'évaporation du liquide à travers la surface libre du renfort. Un modèle simple nous permet d'estimer la longueur d'imprégnation des fibres (équation 6.1) en mesurant la taille caractéristique des pores. Ces mesures peuvent se faire soit par une analyse microscopique en traitant des images des coupes de fil au MEB (voir section 6.2.2), soit par une analyse d'imprégnation en utilisant une huile mouillante et non volatile (voir section 6.2.1).

La longueur d'imprégnation dépend en partie des propriétés du liquide (la tension de surface $\gamma$ et la viscosité $\eta$), sur lesquelles il est difficile de jouer mais aussi des caractéristiques géométriques de la fibre, en particulier son rayon extérieur $R$ et de la porosité à l'intérieur de la fibre, quantifiée par la densité des pores $d$ et leur rayon effectif $r_p$ que l'on peut faire varier en jouant sur la torsion des fibres (6.6) ainsi que sur la taille des brins composant le renfort textile. En outre, nous voyons que l'angle de contact $\theta$ entre le liquide et le matériau constituant la fibre influence aussi la longueur d'imprégnation, ce qui traduit l'influence de la nature chimique de la fibre sur la prise en eau des renforts textiles.

Pour poursuivre cette étude, il serait nécessaire de vérifier sur plus d'échantillons la cohérence entre les mesures faites à partir d'analyses microscopiques et les mesures macroscopiques à partir de l'étude de l'imprégnation d'une huile.

Nous pourrions aussi comparer des mesures de microscopie pour quantifier plus précisément l'influence de la torsion sur la répartition des pores dans une fibre. Nous pourrions aussi observer l'influence de (1) la taille des brins qui constituent les renforts (en jouant sur le type de fibres utilisé) et (2) la différence entre surtors et retors sur la porosité. Par ailleurs, il pourrait être interessant de mesurer la longueur d'imprégnation avec de l'eau en contrôlant attentivement l'humidité autour de la fibre. En ayant accès à des balances hygroscopiques, on pourrait aussi mesurer directement le coefficient d'évaporation de la fibre en fonction de la torsion appliquée.

# Chapitre 7

# Mouvement orienté par des piliers asymétriques

Certaines géométries permettent aussi de fonctionnaliser une surface. Parmi ces fonctions, le transport de petites quantités de liquide est utilisé pour des applications pratiques telles que la collecte d'eau [115, 116], les surfaces anti-buée [117, 118] ainsi qu'en biologie et en microfluidique [119, 120, 121]. Dans ce chapitre, nous étudions une surface superhydrophobe composée d'une forêt de piliers, qui permet de réorienter des gouttelettes d'eau grâce à un effet de réorientation à la pointe des piliers.

**Sommaire**


**7.1 Coalescence de gouttes . . . . . 144**

**7.2 Déplacements le long des piliers . . . . . 147**

**7.3 Réorganisation à la pointe des piliers . . . . . 149**

7.3.1 Coalescences à la pointe d'un cône asymétrique . . . . . 150

7.3.2 Coalescence sur un demi-cylindre . . . . . 154

**7.4 D'une reconfiguration locale au transport global . . . . . 159**

**7.5 Conclusion . . . . . 161**


*Ce chapitre a été réalisé en collaboration avec Shile Feng, post-doctorant dans le groupe de Zuankaï Wang à Hong Kong, qui a fabriqué les surfaces et identifié leurs étonnantes propriétés ainsi qu'Antoine Malod, qui a réalisé les expériences de coalescence de gouttes autour des demi-cylindres.*

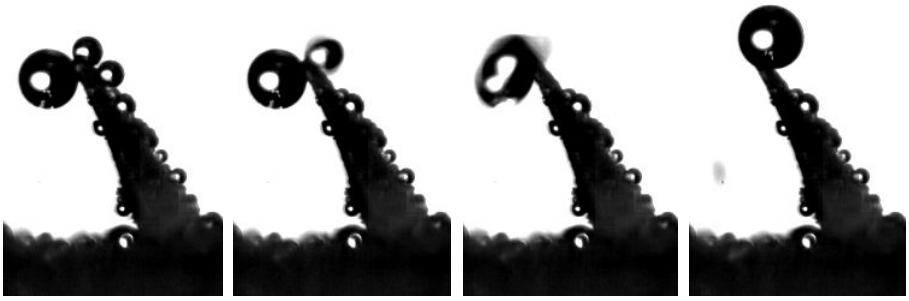


FIGURE 7.1 : Coalescences de trois gouttes à la pointe d'un pilier asymétrique.

Pour contrôler le transport des gouttes, il est possible de jouer sur la forme et structure chimique de la surface. Le liquide peut être orienté en utilisant par exemple des différences de mouillage [122], des structures anisotropes [123, 124] ou des différences de courbure du substrat [125, 126]. Ces techniques sont utilisées par quelques organismes vivants qui sont parvenus à maîtriser le transport de gouttelettes [127, 128, 129, 130]. Les surfaces utilisées sont généralement hydrophiles, ce qui limite à la fois la distance et la vitesse du transport des gouttes puisque la friction et l'adhésion y sont plus importantes.

**a** **b**

FIGURE 7.2 : **a** La *Nepenthes alata* est une plante carnivore dont la structure permet de transporter le liquide vers son péristome pour faire glisser des insectes trop aventuriers à l'intérieur de son piège. Source : Wikimedia **b** La peau du lézard à cornes a des propriétés de mouillage très pratiques : en plus de prévenir l'évaporation, les écailles forment un réseau de canaux qui permettent de conduire l'eau jusqu'à la bouche du lézard. Crédit photo : Gary Nafis.

Le transport directionnel du liquide sur des surfaces superhydrophobes est un problème épineux. De tels revêtements sont en effet conçus pour limiter au maximum le contact entre le solide et le liquide, il est donc difficile d'orienter le mouvement des gouttes le long de ces surfaces. En outre, les propriétés aérophiles des surfaces superhydrophobes peuvent être amoindries lors de la nucléation des gouttes [131], ce qui limite leur efficacité pour réorienter des très petites gouttes.

Le cas des aiguilles de pins est assez atypique puisqu'elles présentent plusieurs types d'asymétrie qui pourraient contribuer au transport de liquide. En particulier, les aiguilles du *Sabina chinensis* sont à la fois coniques, inclinées et présentent une structure dite "de Janus" – chaque épine est composée d'un côté plat et d'un côté courbé. En imitant cette structure, Shile Feng, un chercheur groupe de Zuankai Wang à City University of Hong Kong a réussi à recréer une surface permettant le transport directionnel de petites gouttelettes de liquide. Nous avons travaillé en collaboration avec ce groupe de recherche afin de mieux comprendre cet effet.

Les surfaces développées sont constituées de bandes de piliers asymétriques inclinés, espacés entre eux d'une distance $s$. Les piliers ont une forme de demi-cône présentée sur la figure 7.3. La structure est caractérisée par le demi angle d'ouverture $\alpha$ des piliers, leur

angle d'inclinaison $\beta$ et le gradient de hauteur entre chaque pilier $\lambda$.

La surface est ensuite traitée avec un revêtement de particules d'oxide de Zinc (ZnO) nanométrique puis à l'heptafluorodecyl-triproposylane. Appliqué sur une surface plate, ce traitement donne un angle de contact $\theta = 125 \pm 10°$ – où les fluctuations sont dues à l'hystèrese d'angle de contact d'environ 20°.

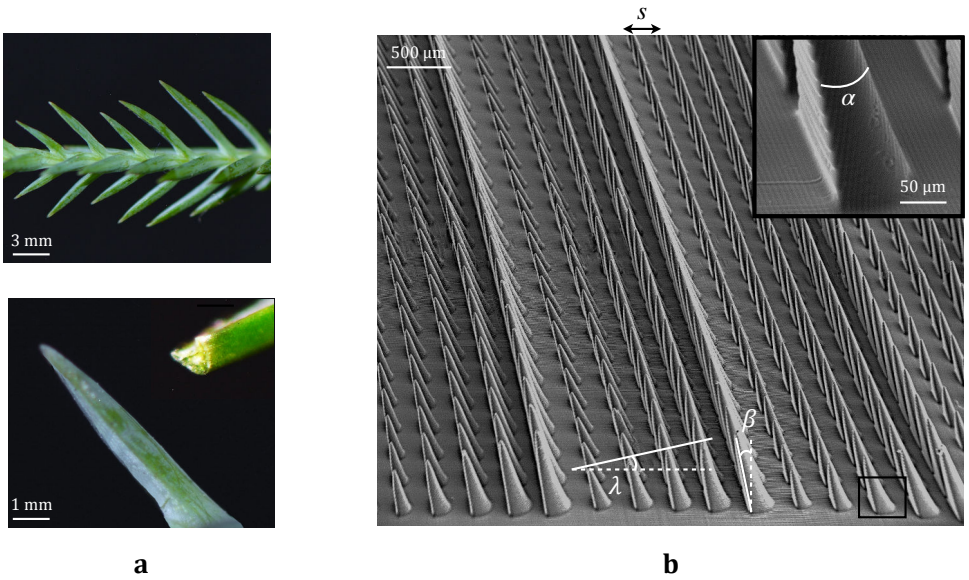



FIGURE 7.3 : **a** Photographies des aiguilles du *Sabina chinensis* illustrant l'inclinaison des aiguilles et le gradient de hauteur (haut) ainsi que la structure asymétrique à l'échelle d'une aiguille (bas). **b** Images au microscope électronique à balayage d'une PNAS ("Pine Needle-like Assymetric Surface"). La surface est revêtue de piliers "Janus" (un côté plat un côté courbé) inclinés ($\beta = 20°$) avec un gradient de hauteur d'angle $\lambda = 20°$. Les piliers sont espacés d'une distance $s = 300$ µm et sont répartis en bandes identiques de cinq lignes de piliers. L'insert en haut à droite présente un zoom sur la base d'un pilier.

La surface à pilier est nommée PNAS, pour "Pine Needle-Like Assymetric Surfaces". Nous étudierons dans cette section la capacité de ces surfaces à rediriger un brouillard constitué de microgouttelettes d'eau, initialement projetées perpendiculairement au plan de la surface.

## 7.1 Coalescence de gouttes

Les surfaces sont placées à température ambiante ($\approx$ 24°C dans les laboratoires de Hong Kong) et dans un caisson où l'humidité relative est d'environ 95 %. Un brouillard est généré environ 3 cm au-dessus de la surface en utilisant un humidificateur ultrasonique, qui produit des gouttelettes d'eau de taille micrométrique.

Les premières secondes de condensation du brouillard sur une ligne de piliers sont présentées sur la figure 7.4.

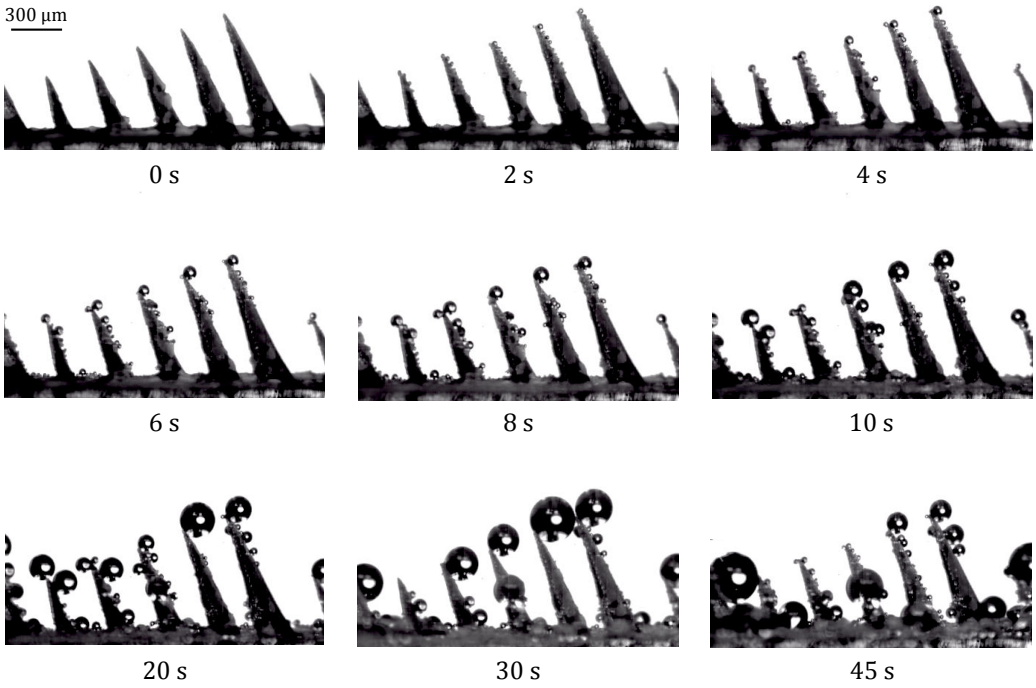



FIGURE 7.4 : Évolution de la répartition des gouttes sur une ligne de piliers asymétriques lors de l'exposition à un brouillard de microgouttelettes. Le temps indiqué correspond au temps d'exposition au brouillard. Le côté plat des piliers est orienté vers la gauche de la photo et le côté courbé vers la droite. Lors des premières secondes ($t \leq 10$ s), la réorganisation locale des gouttes se fait au niveau des piliers. Pour des temps plus longs ($t \geq 20s$) le liquide est évacué principalement à cause des coalescences entre des gouttes sur des piliers adjacents.

Pendant les premières secondes d'exposition au brouillard, les gouttelettes se répartissent aléatoirement sur toute la surface. Nous remarquons ensuite une accumulation du liquide au sommet des piliers ainsi qu'une réorganisation des gouttes du côté courbé des piliers. Lorsqu'elles deviennent assez grosses, les gouttes coalescent avec celles situées sur les piliers adjacents.

Nous étudions dans un premier temps la réorganisation locale des gouttes au niveau des piliers. Au début, les gouttes sont déposées aléatoirement sur toute la surface. Elles se répartissent déjà un peu plus sur le côté courbé que sur le côté plat, protégé par le "toit" créé par l'inclinaison des piliers. Deux mécanismes permettent alors aux gouttes de grossir. (1) Les gouttes peuvent capter des gouttelettes du brouillard, ce qui les fait croître de manière à peu près continue. (2) Lorsqu'une goutte devient assez grosse pour toucher sa voisine, elle coalesce avec celle-ci.

En regardant une vidéo de l'expérience, nous voyons que seul le second mécanisme (coalescence) permet de déplacer les gouttes. Le déplacement d'une goutte est en effet limité par son adhésion à la surface, qui limite à la fois l'arrachement et le déplacement de la goutte. Pour une goutte de volume $\Omega$ et de rayon $R$, schématisée sur la figure 7.5, nous modélisons l'adhésion en calculant l'énergie nécessaire pour arracher la goutte de la surface ou pour la déplacer d'une distance $R$. Nous supposons la surface suffisamment hydrophobe pour avoir $\Omega \approx 4\pi R^3/3$ – une hypothèse valide lorsque l'angle de contact $\theta$

est supérieur à $2\pi/3$, la variation du rayon est alors inférieure à 5 %.

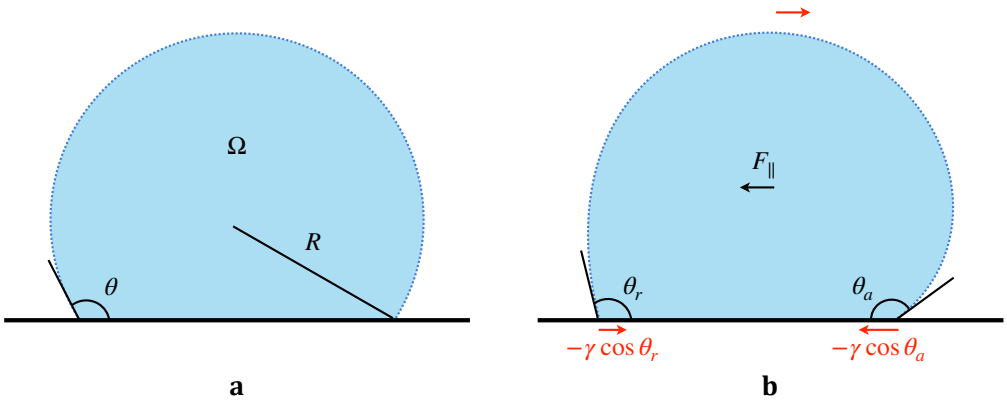



FIGURE 7.5 : Schéma d'une goutte sur une surface plate. **a** Goutte de volume $\Omega$ et de rayon $R$ déposée sur une surface. L'angle de contact vaut $\theta$. **b** Lorsqu'on tente de déplacer la goutte parallèlement à la surface dans une direction indiquée par la flèche rouge, l'angle de contact est légèrement modifié entre l'avant et l'arrière de la goutte. La différence entre l'angle d'avancée $\theta_a$ et de reculée $\theta_r$ crée une force $F_\parallel$ qui s'oppose au mouvement.

La surface liquide-gaz supprimée en déposant une goutte est celle d'une calotte sphérique de hauteur $(1+\cos\theta)R$ qui vaut $\pi R^2(2+2\cos\theta)$, en contrepartie, la surface solide-liquide crée vaut $\pi(R\sin\theta)^2$. L'énergie de la goutte est donc abaissée d'une quantité $E_{a_\perp} \approx \pi\gamma R^2(2+2\cos\theta+\sin^2\theta\cos\theta)$ qui représente l'énergie nécessaire à décrocher la goutte de la surface. Un autre type d'adhésion est l'adhésion latérale. Lorsqu'on essaye de déplacer une goutte dans une direction, l'angle de contact est modifié au niveau de la ligne triple. Le déplacement fait apparaître deux angles appelés respectivement angle d'avancée $\theta_a$ et angle de reculée $\theta_r$ en fonction de la direction de la ligne de contact. Ces angles vérifient : $\theta_a \geq \theta_r$. L'hystérèse d'angle de contact génère une force qui s'oppose au mouvement, proportionnelle à la longueur de contact dans la direction perpendiculaire au plan de la feuille qui vaut environ $2R\sin\theta$ multipliée par la différence $\cos\theta_r - \cos\theta_a$ (schéma 7.5b). Pour déplacer la goutte sur une distance $R$, il faut donc injecter une énergie qui vaut $E_{a_\parallel} \approx 2\gamma R^2\sin\theta(\cos\theta_r - \cos\theta_a)$. Nous retiendrons les deux approximations suivantes pour l'énergie d'adhésion :

$$E_{a_\perp} \approx \pi\gamma R^2(2+2\cos\theta+\sin^2\theta\cos\theta) \tag{7.1}$$

$$E_{a_\parallel} \approx 2\gamma R^2\sin\theta(\cos\theta_r - \cos\theta_a) \tag{7.2}$$

L'énergie $E_{a_\perp}$ représente l'énergie nécessaire à arracher une goutte à la surface (le calcul complet en trois dimensions est détaillé dans l'annexe A, équation A.6) alors que l'énergie $E_{a_\parallel}$ est l'énergie à fournir pour déplacer la goutte d'une distance $R$ le long de la surface. Dans les deux cas, l'énergie est proportionnelle à $\gamma R^2$ (ou $\gamma\Omega^{2/3}$) et tend vers 0 lorsque l'angle de contact tend vers $\pi$ (surface superhydrophobes). Avec le revêtement utilisé sur nos surfaces ($\theta = 125°$, $\theta_a = 134°$, $\theta_r = 114°$), nous obtenons $E_{a_\perp} = 0.5\,\gamma R^2$ (à partir de l'équation A.6) et $E_{a_\parallel} \approx 0.5\,\gamma R^2$. Il faudra donc environ à peu près autant

d'énergie pour décoller une goutte de la surface que pour la déplacer d'une distance égale à sa taille caractéristique $R$.

La surface totale de deux gouttes de volume $\Omega/2$ vaut $2a(\Omega/2)^{2/3}$ – où le préfacteur $a$ vaut $(1/36\pi)^{1/3}$. Lorsque les deux gouttes fusionnent, elles forment une goutte plus grosse, de volume $\Omega$, dont la surface vaut $a\Omega^{2/3}$. La coalescence de deux gouttes permet donc de gagner une énergie qui vaut une fraction $2^{1/3} - 1 \approx 0.26$ de l'énergie de surface de la goutte après coalescence, c'est-à-dire environ $3.3\ \gamma R^2$ – une quantité supérieure à l'énergie d'adhésion. Une coalescence peut donc entraîner le déplacement d'une goutte le long de la surface ou la décoller du solide. En pratique, une partie non négligeable de l'énergie gagnée est aussitôt dissipée par la friction visqueuse dans le liquide. La coalescence ne permettra donc pas toujours de faire décoller la goutte. De plus si les gouttes sont de tailles différentes, l'énergie récupérée est diminuée d'un facteur $\delta < 1$ qui dépend du rapport de volume entre les deux gouttes [1]. Nous trouvons $\delta \ll 1$ lorsque deux gouttes de volumes très différents fusionnent : l'énergie récupérée est très faible devant l'énergie d'adhésion de la plus grosse goutte et la coalescence n'induit donc pas nécessairement de déplacement.

## 7.2 Déplacements le long des piliers

Nous étudions dans un premier temps le déplacement d'une goutte le long du cône après coalescence – en excluant les cas où la goutte "saute". Nous reportons sur la figure 7.6 la proportion $p$ des gouttes qui se déplacent vers le haut du cône en fonction du rapport entre les tailles caractéristiques de la goutte la plus haute $R_{up}$ et la plus basse $R_{do}$. Nous distinguons aussi le cas où une des deux gouttes touche la pointe du cône (en rouge) de celui où elles ne sont pas accrochées (en bleu).

Lorsque aucune des deux gouttes ne touche la pointe du cône (points bleus), la proportion des gouttes qui se déplacent vers le haut du pilier dépend fortement de leurs tailles relatives. En particulier $p$ est toujours supérieure à 50 % lorsque la goutte est plus grosse en haut du pilier ($R_{up} > R_{do}$) et $p \leq 50\%$ dans le cas contraire. La taille des gouttes semble donc déterminer la direction dans laquelle la goutte se déplace après coalescence, en particulier lorsque la différence de taille est importante. Un mécanisme qui s'explique par la différence de pression de Laplace ($\sim \gamma/R$) entre la petite goutte et la grosse goutte. La pression étant plus importante dans la plus petite goutte, elle aura donc tendance à se vider dans la plus grosse. De plus, l'adhésion le long du pilier $E_{a_\parallel}$ étant proportionnelle à $R^2$, il est plus facile de déplacer la petite goutte que la grosse goutte.

1. En notant $q$ le rapport des rayons ($q = R_1/R_2$), nous trouvons $\delta = [1 + q^2 - (1 + q^3)^{2/3}]/[(1 + q^3)2/3(2^{1/3} - 1)]$

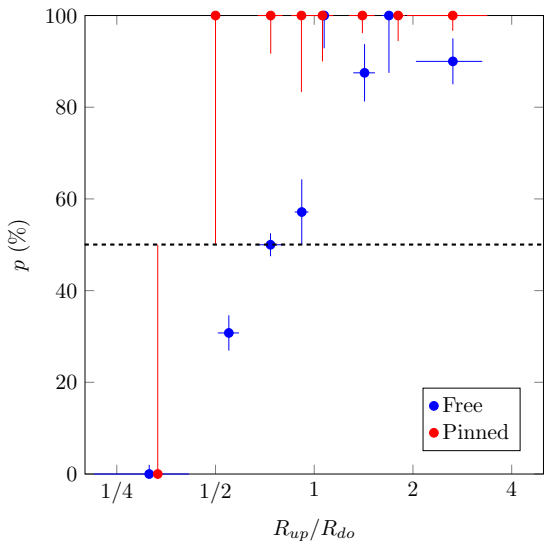



FIGURE 7.6 : Proportion $p$ de gouttes se déplaçant vers le haut lors d'une coalescence tracée en fonction du rapport $R_{up}/R_{do}$ entre la taille caractéristique de la goutte la plus haute ($R_{up}$) et la plus basse ($R_{do}$) sur le pilier. Cette proportion est mesurée en distinguant le cas où la goutte du haut est libre (points bleus) ou accrochée (points rouges) à la pointe du pilier.

Le cas est sensiblement différent lorsqu'une goutte est accrochée à un point d'ancrage – par exemple la pointe d'un cône. À la pointe d'un pilier, le déplacement se fait presque toujours vers le haut (points rouges) : nous mesurons $p = 100$ % sauf dans un cas qui correspond à deux gouttes très asymétriques ($R_{do} > 2R_{up}$). Nous illustrons le cas typique d'une coalescence asymétrique où la goutte supérieure est accrochée au haut du pilier sur la figure 7.7.

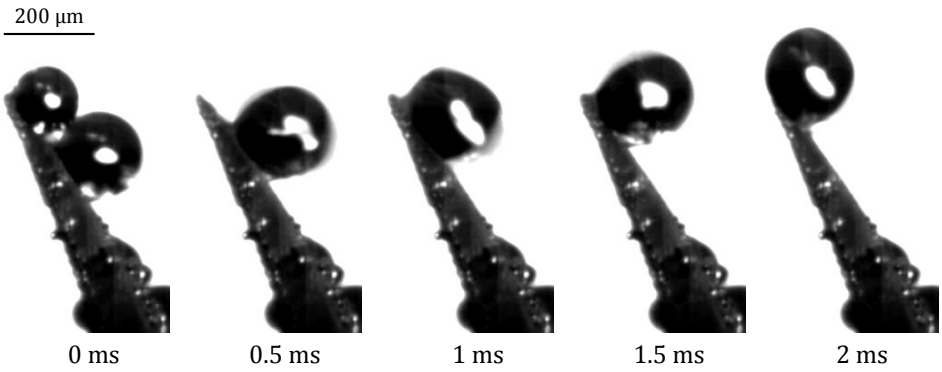



FIGURE 7.7 : Chronophotographie d'une coalescence entre deux gouttes où la plus haute des deux est accrochée au sommet d'un pilier. La plus petite goutte se vide d'abord dans la plus grosse ($t < 1$ ms) mais la ligne de contact reste accrochée. La goutte remonte alors et termine à la pointe du pilier. Le temps $t = 0$ est pris lorsque les deux gouttes se touchent.

Les deux gouttes qui coalescent se regroupent en haut du pilier, même si la goutte du haut est plus petite que celle du bas. La plus petite goutte se vide d'abord dans la plus grosse (en $\approx 0.5$ ms). La ligne de contact semble cependant rester accrochée à la pointe du pilier et la goutte se replace ensuite en haut du pilier en un temps $t \approx 2$ ms. Ce mécanisme

suggère que le déplacement de la goutte est induit par une interaction avec le solide plutôt que par une différence de pression de Laplace dans le liquide. En étudiant la variation de l'énergie d'une goutte à différentes hauteurs sur le pilier, il a été montré que la position la plus stable de la goutte est plutôt en bas du pilier [126] (voir aussi la figure 7.10b). Le gradient d'énergie le long du cône est relativement faible par rapport à l'énergie d'adhésion de la goutte le long de la surface, ce qui explique l'absence de déplacement spontané.

En revanche, si l'une des deux gouttes est accrochée en haut du pilier, l'angle de contact n'est plus défini au niveau du point d'ancrage. Dans ce cas, l'énergie d'adhésion vaut environ $\gamma R^2 \sin\theta(1-\cos\theta_a) \approx 1.3\,\gamma R^2$ (pour $\theta = 2\pi/3$) – une quantité sensiblement supérieure à $\gamma R^2 \sin\theta(\cos\theta_r - \cos\theta_a) \approx 0.5\,\gamma R^2$. Cet écart favorise le déplacement de la goutte vers le haut entraînant petit à petit une accumulation du liquide en haut des piliers – une accumulation d'autant plus forte qu'elle est auto-entretenue : en devenant de plus en plus grosse, la goutte augmente son adhésion et capte plus rapidement les microgouttelettes du brouillard. Après quelques secondes de condensation, la répartition typique des gouttes est représentée sur la photographie 7.8.

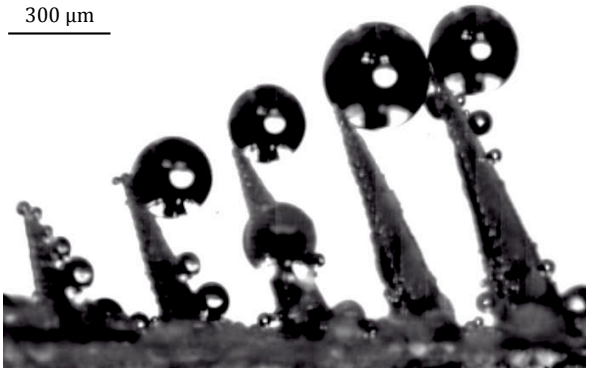



FIGURE 7.8 : Répartition des gouttes sur une ligne de piliers asymétriques avant la première coalescence de gouttes entre deux piliers adjacents. La photographie est prise 30 secondes après l'exposition de la surface au brouillard.

Nous observons bien une forte accumulation du liquide à la pointe des piliers. Nous voyons aussi que l'accumulation du liquide s'accompagne d'une orientation particulière des gouttes – toutes placées du côté courbé des piliers.

## 7.3 Réorganisation à la pointe des piliers

L'asymétrie observée sur la figure 7.8 est due à une reconfiguration lors de coalescences en haut des piliers (figure 7.9). La goutte termine, presque à chaque fois du côté courbé, même si la petite goutte est initialement de ce côté.

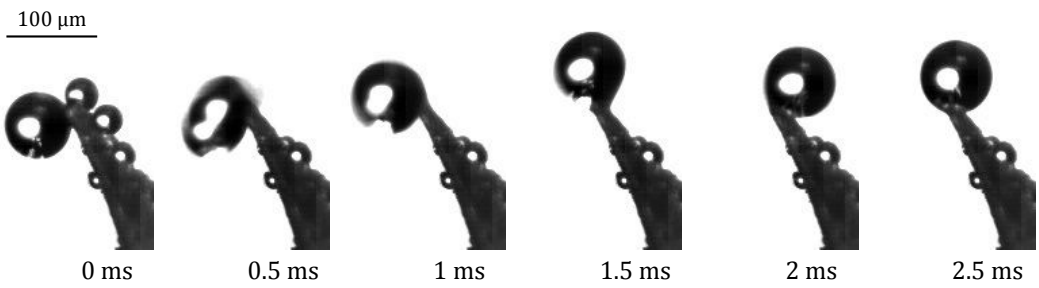



FIGURE 7.9 : Chronophotographie d'une coalescence entre deux gouttes accrochées au sommet d'un pilier asymétrique (le côté plat est orienté vers la gauche). La petite goutte se vide d'abord dans la plus grosse ($t < 1$ ms) puis la goutte se replace du côté courbé du pilier.

### 7.3.1 Coalescences à la pointe d'un cône asymétrique

La reconfiguration particulière présentée sur le figure 7.9 suggère que la position finale de la goutte n'est pas déterminée uniquement par la difference de pression de Laplace. Nous cherchons l'abaissement d'énergie $E$ lorsqu'on place une goutte de volume $\Omega$ à proximité d'un pilier asymétrique d'angle $\alpha$. Nous calculons numériquement les surfaces de contact liquide-gaz et solide-liquide $S_{lv}$ et $S_{ls}$ pour différentes positions positions du centre géométrique de la goutte par rapport à la pointe du pilier. Nous supposons que (1) la goutte reste sphérique et (2) le centre de masse de la goutte reste sur le plan de symétrie du pilier. La modélisation en trois dimensions est présentée sur la figure 7.10.

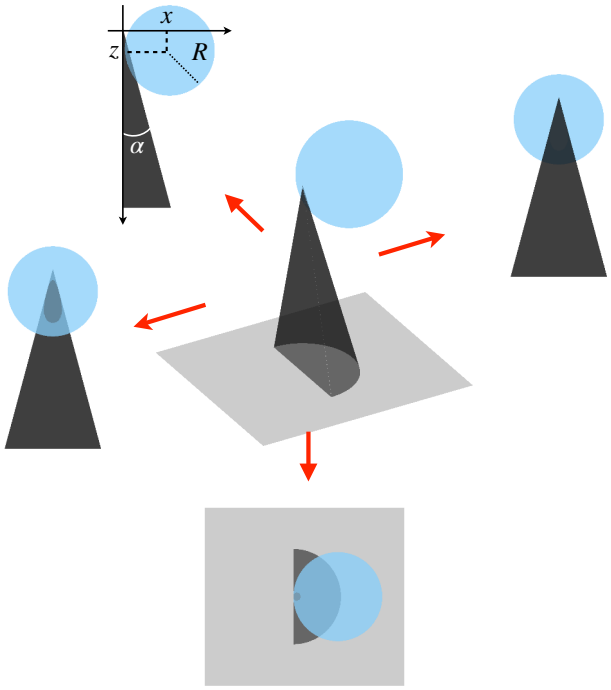



FIGURE 7.10 : Goutte de volume $\Omega$ modélisée par une sphère de rayon $R$ (ajusté en fonction de la position de la goutte pour garder un volume constant). Le solide est un demi-cône d'angle d'ouverture $\alpha = \pi/12$. Le centre de la goutte est repérée par les coordonnées $x$ et $z$ dans le plan de symétrie du cône. Les flèches rouges indiquent la direction des projections.

Les surfaces liquide-air $S_{lv}$ et solide-liquide $S_{ls}$ sont calculées numériquement. Nous

obtenons alors la différence d'énergie de la goutte au contact du pilier par rapport à une goutte isolée de même volume : $\Delta E(x,z) = \gamma(S_{lv} - \cos\theta S_{ls}) - 4\pi R_s^2$, où $R_s = (3\pi/\Omega)^{1/3}$ est le rayon d'une goutte sphérique de même volume. Nous traçons dans un premier temps $E$ en fonction de la position horizontale de la goutte pour plusieurs hauteurs $z$ sur la figure 7.11a. Pour chaque hauteur $z$, il existe deux puits de potentiel (pour $x < 0$ et $x > 0$). La première position d'équilibre ($x < 0$) correspond à une goutte déposée sur le côté plat du pilier et la seconde ($x > 0$) correspond à une goutte posée du côté courbé. Nous reportons les points correspondant aux deux positions d'équilibre en fonction de la distance $z$ entre la goutte et le pilier sur la figure 7.11b.

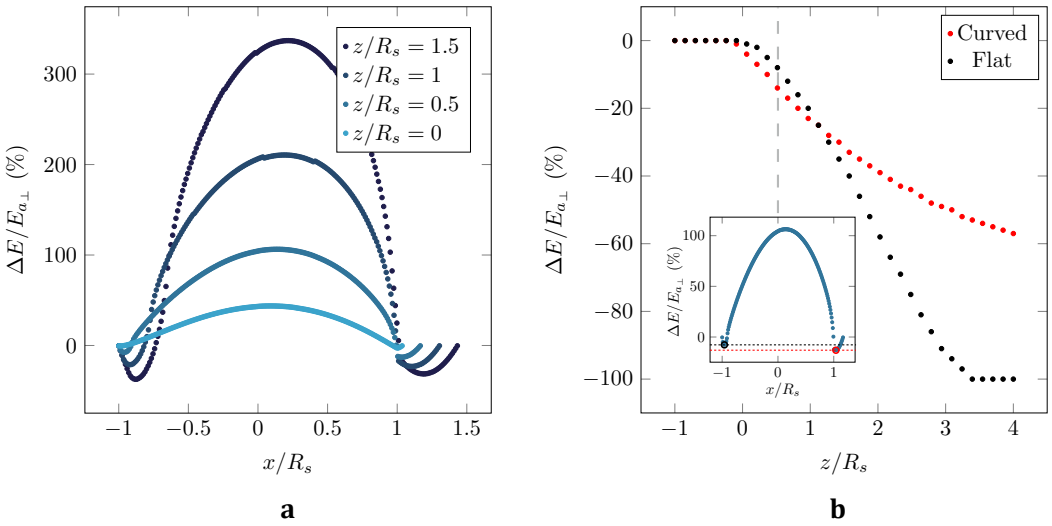



FIGURE 7.11 : Étude du paysage énergétique d'une goutte autour d'un demi-cône d'angle d'ouverture $\alpha = \pi/12$. L'angle de contact est fixé à $\theta = 2\pi/3$. $\Delta E$ représente l'abaissement d'énergie de la goutte au contact du cône. $\Delta E$ est adimensionnée par l'énergie d'adhésion $E_{a_\perp}$ d'une goutte sur une surface plane de même nature (voir l'équation A.6). **a** Variation de l'énergie en fonction de la position horizontale du centre (géométrique) de la goutte pour différentes hauteurs $z$. Deux puits de potentiel sont obtenus, un du côté plat ($x < 0$) et un du côté courbé du pilier ($x > 0$). Nous reportons l'énergie correspondant à ces deux minima sur la figure **b** en fonction de $z$, la position verticale de la goutte sur le pilier.

Le graphique 7.11 donne la variation d'énergie d'une goutte à proximité d'un pilier asymétrique. Lorsque $\Delta E(x,z) > 0$, l'énergie de la goutte est plus importante que celle d'une goutte isolée – une situation très peu favorable puisque la goutte a alors interêt à se détacher de la surface. Lorsque $\Delta E(x,z) \leq 0$ la goutte est stabilisée par le cône dans une proportion qui varie entre 0 % et 100 % de l'énergie d'adhésion $E_{a_\perp}$.

L'énergie de la goutte diminue à mesure qu'elle s'enfonce sur le cône (figure 7.11b). Lorsque la goutte est au-dessus de la pointe du cône ($z < 0$), l'énergie de surface de la goutte tend vers $4\pi\gamma R_s^2$, c'est-à-dire l'énergie d'une goutte isolée, nous avons donc $\Delta E \approx 0$. Plus la goutte descend, plus elle est stabilisée par le cône. Sur le côté plat (points noirs), la stabilisation est maximum ($|\Delta E| = E_{a_\perp}$) lorsque la largeur du cône devient plus grande que $R_s \sin\theta$ (pour $z \tan\alpha \approx R_s \sin\theta \Rightarrow z/R_s \approx 3.2$). Du côté courbé (points rouges), l'énergie tend plus lentement vers $E_{a_\perp}$ à mesure que la courbure du cône diminue.

Le gradient d'énergie dans la direction $z$ est faible par rapport à l'énergie d'adhésion le long du pilier $E_{a_\parallel}$. Par exemple, l'énergie gagnée en déplaçant la goutte vers le bas sur une distance entre $z = 0$ et $z = R_s$ vaut environ $0.1\ E_{a_\perp} \approx 0.05\ \gamma R^2$, significativement plus faible que l'énergie d'adhésion le long du cône qui vaut $E_{a_\parallel} \approx 0.5\ \gamma {R_s}^2$. Ce résultat explique l'absence de déplacement spontané des gouttes sur les piliers. Paradoxalement l'adhésion d'une goutte est réduite à la pointe des piliers ($\Delta E < E_{a_\perp}$), ce qui favorise leur éjection.

La goutte est aussi plus stabilisée sur la partie courbée pour les petites valeurs de $z$ (c'est-à-dire en haut du cône). Cet effet tridimensionnel est lié aux interactions entre la goutte et le solide – un résultat que nous pouvons retrouver de manière simplifiée. Sur le côté plat, la longueur caractéristique du contact solide-liquide est fixée par la largeur du pilier de l'ordre de $\alpha z$. L'énergie de la goutte est donc abaissée d'une quantité $\sim \gamma(\alpha z)^2(1+\cos\theta)$. Du côté courbé, le contact entre la goutte et le pilier peut s'approcher comme un contact de Hertz entre la goutte et le cône. Lorsque le rayon de la goutte est plus grand que le rayon caractéristique du cône ($R > \alpha z$), la longueur de contact le long du cône vaut $R\sin\theta$ ce qui fixe la taille de contact dans le plan perpendiculaire au cône à $[\alpha z R(1+\cos\theta)]^{1/2}$ – qui donne la forme elliptique à la zone de contact de la goutte schématisée sur la figure 7.10. L'énergie est abaissée d'environ $\gamma(\alpha z)^{1/2}R^{3/2}(1+\cos\theta)^{3/2}$. En comparant l'abaissement d'énergie entre le côté plat et le côté courbé, nous trouvons un état plus stable du côté courbé pour $z < R\sin^{2/3}\theta(1+\cos\theta)^{1/3}/\alpha$, une quantité d'ordre $R$ : la stabilisation du côté courbé se produit donc proche de la pointe des piliers, lorsque la dimension caractéristique de la goutte est plus grande que celle du pilier.

Nous observons cette réorganisation en mesurant la proportion $p$ des gouttes localisées sur le côté courbé des piliers. Les résultats, mesurés pour plus de 200 gouttes pour chaque surface, sont reportés (en vert) sur la figure 7.12 en fonction de la hauteur relative de la goutte $z/R$ (où $R$ est le rayon caractéristique de la goutte). Nous ajoutons pour comparer les résultats obtenus avec des piliers coniques similaires (même taille et inclinaison), sans côté plat (en bleu).

Les deux probabilités sont proches de 50 % (distribution aléatoire) pour $z > R$. En revanche, une différence apparaît entre les piliers coniques et les piliers "Janus" lorsque la hauteur de la goutte devient similaire à sa taille caractéristique ($z \sim R$). Sur les piliers asymétriques, la situation où la goutte sélectionne le côté courbé devient largement prépondérante lorsque la goutte se rapproche de la pointe des piliers et $p$ atteint environ 90 % pour $z < 0.5\ R$.

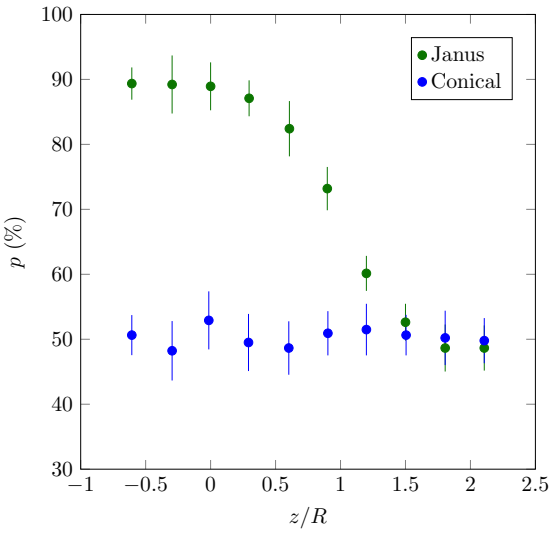



FIGURE 7.12 : Proportion $p$ de gouttes sur le côté courbé des piliers en fonction de la hauteur relative des gouttes $z/R$. Les mesures sont faites sur des piliers asymétriques (points verts) et des piliers coniques (points bleus). Les piliers étudiés sur cette figure ne sont pas inclinés ($\beta = 0$).

La proportion $p = 50$ % pour $z > R$ souligne le fait que les gouttes ne peuvent pas coalescer en bas des piliers – la probabilité d'observer une coalescence entre une goutte sur le côté plat et une goutte sur le côté courbé est très faible lorsque le pilier est beaucoup plus large que les gouttes. Pour $z < R$, les gouttes se placent majoritairement du côté courbé sur les surfaces asymétriques – une observation qui correspond aux observations faites précédemment : la goutte est plus stable du côté courbé que du côté plat. La différence d'énergie calculée entre le côté plat et le côté courbé est toutefois très faible (de l'ordre de quelques % de l'énergie d'adhésion) et semble insuffisante pour expliquer l'orientation presque systématique ($p = 90$ %) des gouttes à la pointe des piliers (figures 7.9 et 7.12).

Nous recalculons le paysage énergétique de la goutte en la supposant accrochée à la pointe du pilier. Dans ce cas, la goutte peut tourner autour de la pointe du pilier pour passer d'un côté à l'autre du demi-cône. Nous traçons le paysage énergétique de l'angle $\varphi$ entre le centre de la sphère et la verticale (en forçant $x^2 + z^2 = R^2$) sur la figure 7.13. Nous n'avons pas eu le temps de développer la même étude lorsque la goutte tourne autour de l'axe du pilier (une situation plus probable).

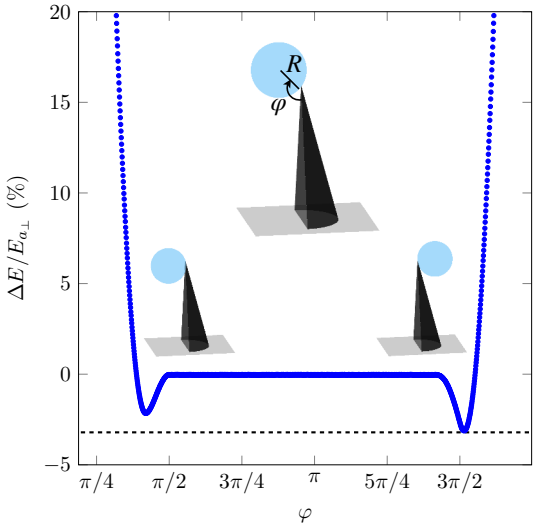



FIGURE 7.13 : Étude du paysage énergétique d'une goutte fixée à la pointe d'un demi cône d'angle d'ouverture $\alpha = \pi/12$. L'angle de contact vaut $\theta = 2\pi/3$. L'énergie $\Delta E$, calculée en fonction de l'angle $\varphi$ entre la goutte et la verticale, représente la différence d'énergie entre l'énergie de la goutte au contact du cône et celle d'une goutte isolée de même volume (de rayon $R_s$). $E$ est adimensionnée par l'énergie d'adhésion d'une goutte sur une surface plate de même nature $E_{a_\perp}$ (voir l'équation A.6).

Il existe deux puits de potentiel possibles lorsque la goutte tourne autour de la pointe du cône : un du côté plat ($\varphi < \pi$) et l'autre du côté courbé ($\varphi > \pi$). Le puits de potentiel du côté plat est un peu moins stable que celui du côté courbé. Mais cette différence est ici aussi trop faible pour expliquer la réorganisation systématique observée.

### 7.3.2 Coalescence sur un demi-cylindre

Pour mieux comprendre le basculement d'une goutte lors de la coalescence, nous avons cherché à mettre en place une expérience simplifiée permettant d'observer plus en détail le mécanisme de réorientation.

Nous avons changé le cône asymétrique par un demi-cylindre, qui est une structure de Janus plus élémentaire. D'autre part nous avons augmenté la taille du système, en utilisant un demi-cylindre de rayon $r \approx 0.5$ mm pour observer plus facilement les étapes de reconfiguration. Nous appliquons un revêtement superhydrophobe d'Ultra-Ever Dry sur le demi-cylindre pour augmenter l'angle de contact du cuivre avec les gouttes à $\theta \approx 125°$. Pour rester dans une situation semblable aux coalescences à la pointe des piliers, il est nécessaire d'utiliser des gouttes de taille centimétrique. À cette échelle, le contact avec le cylindre n'est pas suffisant pour maintenir les gouttes. Nous déposons donc les deux gouttes sur une surface plane surperhydrophobe qui leur assure une grande mobilité tout en permettant des les manipuler aisément. À l'aide du demi-cylindre, maintenu verticalement de sorte à venir presque au contact de la surface, nous touchons d'abord une première goutte qui se place alors sur un côté du cylindre, puis nous plaçons la seconde goutte de la même manière sur l'autre côté du cylindre. La coalescence est enclenchée en faisant grossir les gouttes petit à petit et, si nécessaire, en décalant légèrement la goutte du côté

courbé au contact de celle du côté plat à l'aide d'une aiguille fine. Nous photographions le déplacement de la goutte après coalescence sur la figure 7.14.

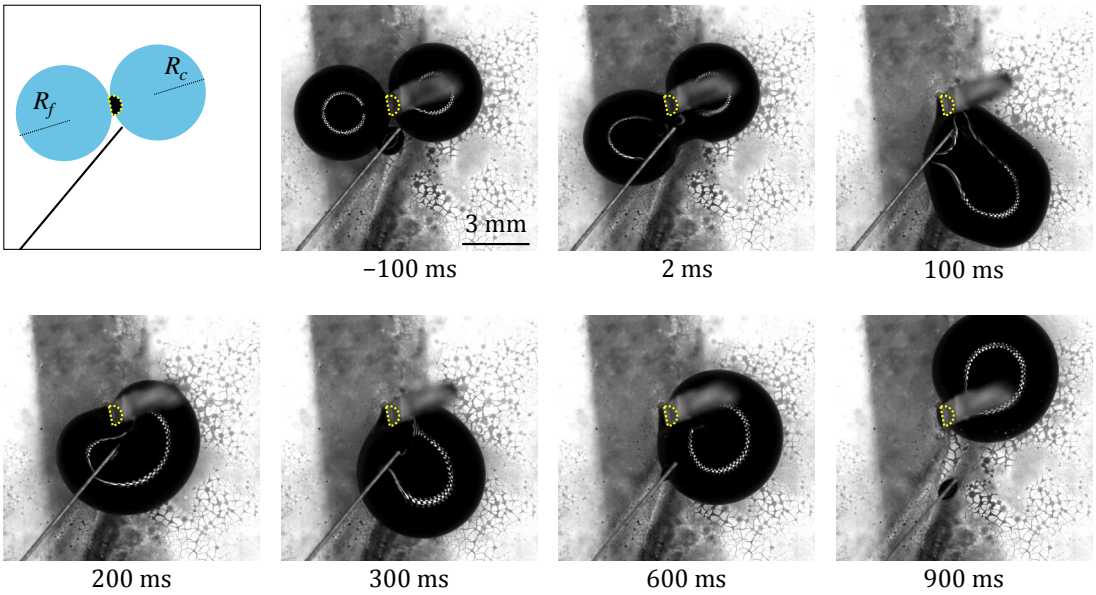



FIGURE 7.14 : Schéma et photographies en vue de dessus des étapes de la coalescence de deux gouttes de rayons $R_f$ et $R_c$ placées respectivement sur le côté plat et le côté courbé d'un demi-cylindre en cuivre de rayon $r = 0.5$ mm. Les gouttes sont posées sur une surface superhydrophobe et se déplacent autour du demi-cylindre dans un plan horizontal. L'origine des temps est prise lorsque les deux gouttes se touchent. Le bas du demi-cylindre est indiqué en tirets jaunes et les gouttes sont colorées avec une encre noire pour la visualisation. Après la coalescence, la prend une forme de galette de rayon $R \approx 3$ mm et d'une hauteur d'environ 2 mm.

Lorsque les deux gouttes coalescent, un pont capillaire se forme au niveau du point de contact. Les deux gouttes forment alors une goutte plus grosse, très déformée au début et qui reprend ensuite une forme ronde pour $t \approx 300$ ms. Cette première phase est relativement rapide, et l'extrémité de la goutte semble rester accrochée au bord du demi-cylindre pendant cette phase. Dans une deuxième phase, qui dure environ 1 s, la goutte se replace petit à petit du côté courbé du demi cylindre.

Le processus de réorientation semble similaire à la réorganisation des gouttes au sommet des piliers asymétriques mais nous souhaitions vérifier que la forme aplatie des gouttes n'a pas d'influence sur le mécanisme. Nous avons donc répété la même expérience mais cette fois en plongeant les gouttes dans un bain d'huile silicone de viscosité 5 mPa.s et de densité 910 kg/m$^3$. Le faible écart de densité avec l'eau nous permet alors de former des gouttes sphériques de taille centimétrique. Nous photographions la coalescence de deux gouttes dans un bain d'huile sur la figure 7.15.

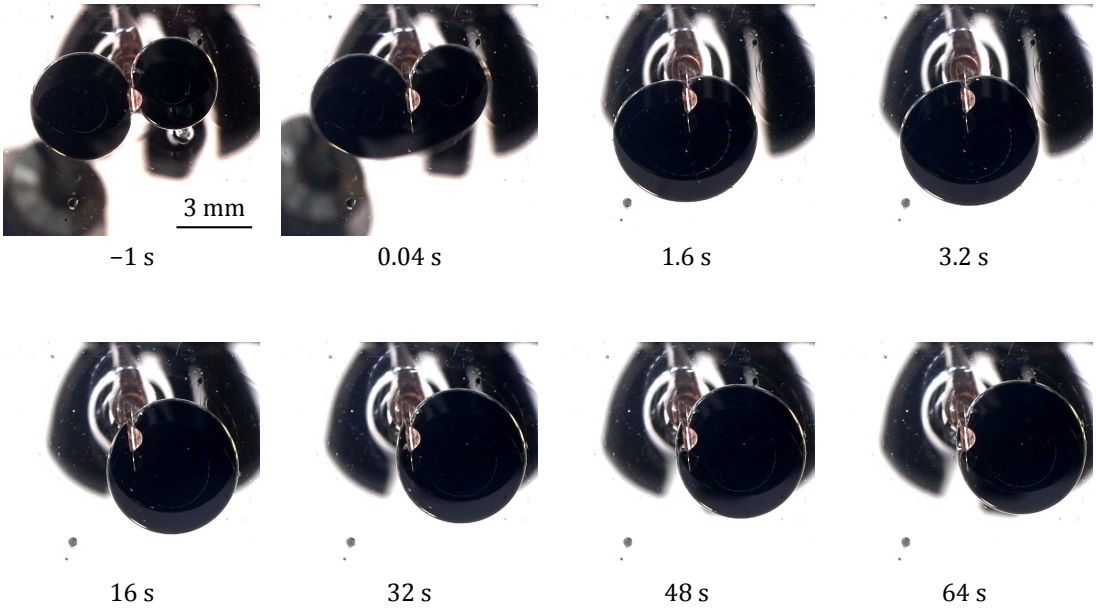



FIGURE 7.15 : Photographies en vue de dessous d'une goutte autour d'un demi-cylindre en cuivre de rayon $r = 0.5$ mm. La goutte d'eau, colorée en noir est plongée dans une bain d'huile silicone de viscosité $\eta = 5$ mPa.s et de masse volumique $\rho = 910$ kg/m$^3$. Le temps est compté à partir du contact entre les deux gouttes. Les gouttes présentées sur cette figure ont une forme sphérique de rayon $R \approx 3$ mm.

Nous observons le même mécanisme pour des gouttes sphériques : un pont capillaire se forme au niveau du point de contact, puis aspire le liquide. Dans un premier temps, la goutte se replace à peu près entre le côté plat et le côté courbé (ici légèrement plus du côté plat) et reprend une forme sphérique. Dans un second temps la goutte se replace du côté courbé. Encore une fois, la première phase est rapide (quelques secondes) par rapport à la seconde phase qui dure presque une minute. Le processus est nettement plus lent que pour l'expérience précédente à cause de l'huile qui entoure la goutte. Nous proposons un mécanisme de coalescence sur la figure 7.16.

Lorsque les deux gouttes se touchent, une forte courbure est créée au niveau du point de contact. La courbure génère une dépression qui aspire le liquide (schéma 7.16a). La goutte formée reprend assez rapidement une forme sphérique tout en gardant la même position angulaire autour du cylindre. Cette première phase est rapide puisque la déformation initiale est très forte. Dans un second temps, la goutte relaxe vers sa position d'équilibre en tournant autour du cylindre (schéma 7.16b). Nous repérons alors la position du centre de la goutte par l'angle $\psi$ avec le côté plat et la distance $l$ avec le centre du demi-cylindre.

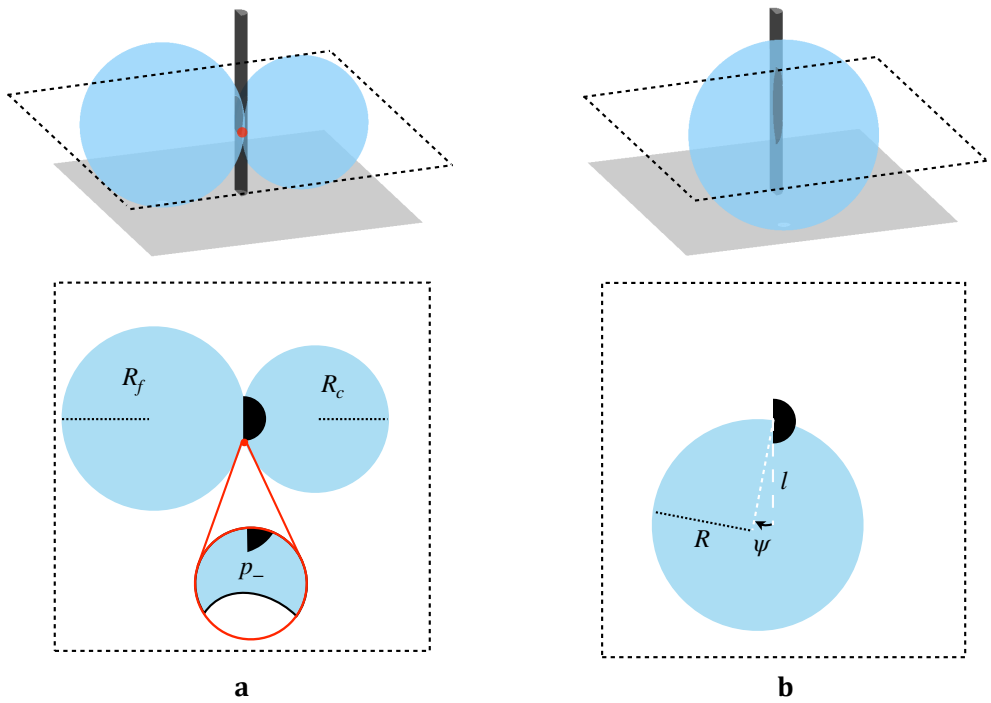



FIGURE 7.16 : Représentation schématique d'une coalescence entre deux gouttes. **a** Première phase de la coalescence. La goutte du côté courbé, de rayon $R_c$ contact la goutte du côté plat, de rayon $R_f$. Au niveau du point de contact (en rouge), la courbure de l'interface créé alors une forte dépression. **b** Schéma de la goutte coalescée après quelques instants. La position de la goutte est repérée par sa distance $l$ avec le centre du demi-cylindre et par l'angle $\psi$ avec le côté plat du cylindre ($\psi = -\pi/2$ correspond à la goutte du côté plat et $\psi = \pi/2$ du côté courbé).

Pour chaque position angulaire $\psi$ de la goutte autour du cylindre, nous cherchons le minimum d'énergie selon $l$, puis nous traçons la courbe $\Delta E(\psi)$ sur la figure 7.17 :

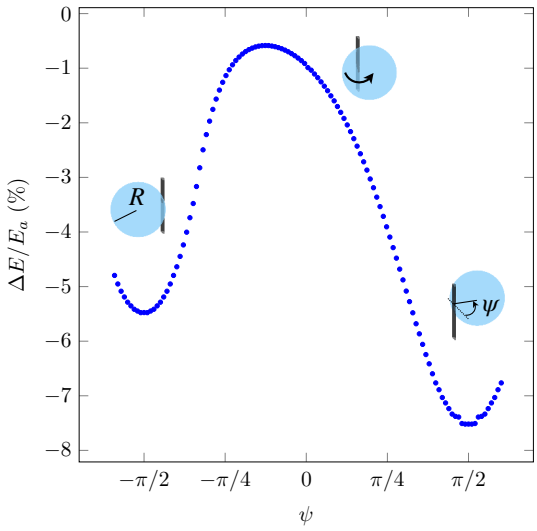



FIGURE 7.17 : Énergie d'une goutte de rayon $R$ autour d'un demi-cylindre de rayon $r = R/10$. L'angle de contact vaut $\theta = 2\pi/3$. $\Delta E$ représente l'abaissement d'énergie de la goutte au contact du demi-cylindre. $\Delta E$ adimensionnée par l'énergie d'adhésion $E_{a_\perp}$ (voir l'équation A.6) est calculée en fonction de l'angle $\psi$ entre le centre de la goutte et le plan contenant le partie plate du cylindre. Le maximum de la fonction $\Delta E(\psi)$, pour un angle qui vaut environ $-0.29\pi$.

Le paysage énergétique de la figure 7.17 montre une position métastable du côté plat ($\psi = -\pi/2$) ainsi qu'une position stable du côté courbé ($\psi = \pi/2$) – un résultat similaire à celui obtenu pour le demi-cône. Du côté plat le contact solide-liquide est limité dans les deux directions par la taille du demi-cylindre, tandis que du côté courbé la goutte peut s'enfoncer sur le demi-cylindre ce qui augmente la surface liquide-air supprimée – un effet déjà quantifié dans la discussion sur le demi-cône. Une fois encore, cet effet est dû à la taille caractéristique de la goutte, beaucoup plus grosse que le pilier. Nous voyons que la position correspondant au maximum d'énergie de la goutte est décalée du plan contenant le côté plat du cylindre, pour une valeur $\psi < 0$. Deux effets contribuent à ce décalage. (1) La goutte minimise l'interface liquide-air et ce qui favorise les position où le contact avec le solide est plus important. (2) Le contact au niveau du coin crée deux interfaces liquides et supprime très peu d'interface liquide-air, la goutte cherche donc à éviter au maximum le coin du demi-cylindre. Lorsque la goutte est entre le côté plat et le côté courbé ($\psi \approx 0$), la position la plus favorable est un contact assez réduit avec le demi-cylindre – d'où l'abaissement plus faible de son énergie. La goutte voit alors une surface à peu près plate du côté courbé tandis qu'elle voit un coin du côté plat. L'énergie diminue donc de manière à peu près continue lorsqu'elle tourne du côté courbé et d'une manière plus brutale lorsqu'elle tourne du côté plat puisqu'il faut passer le coin du demi-cylindre.

La différence d'énergie entre les deux puits de potentiel, qui vaut environ 2 % de l'énergie d'adhésion est, ici aussi, relativement faible. La position finale de la goutte dépendra donc surtout de la position de la goutte à la fin de la première phase de coalescence – lorsqu'elle reprend sa forme sphérique. Nous répétons l'expérience présentée sur la figure 7.15 en variant le rapport $\delta = R_f/R_c$ entre le rayon de la goutte du côté plat ($R_f$) et celui du côté courbé ($R_c$) et reportons le côté sur lequel la goutte se stabilise après la coalescence sur la table 7.1.

| $\delta$ | 0.41 | 0.52 | 0.74 | 0.94 | 1.40 | 1.50 | 1.69 | 1.96 | 4.16 | 5.06 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Position | Côté courbé | | | | | | | Côté plat | | |

TABLE 7.1 : Réorientation d'une goute lors d'une coalescence en fonction du rapport $\delta = R_f/R_c$, où $R_f$ et $R_c$ sont les rayons des gouttes initialement du côté plat et courbé respectivement.

Nous voyons que la position finale de la goutte dépend de la taille relative des deux gouttes qui coalescent. Lorsque $R_f$ est nettement plus grand que $R_c$ la goutte se positionne du côté plat, dans le cas inverse, la goutte terminera du côté courbé. La goutte se repositionne du côté courbé à partir de $\delta < 1.9$, ce qui correspond à une goutte presque huit fois plus grosse du côté plat que du côté courbé – une asymétrie qui montre l'effet important de la redirection sur les surfaces asymétriques. Nous pouvons expliquer cet effet en supposant que l'écart angulaire lorsque la goutte reprend sa forme sphérique est fixé par la position moyenne des deux gouttes : $R \sin\psi \approx (R_c - R_f)$. Nous obtenons un écart angulaire $\sin\psi \approx (1-\delta)/(1+\delta^3)^{1/3}$, avec $\delta = R_f/R_c$, qui dépend bien du rapport de taille des deux gouttes. Le maximum d'énergie obtenu pour $\psi \approx -0.29\,\pi$ correspond à $\delta \approx 1.7$, qui prédit que la réorientation du côté courbé se fait lorsque la goutte du côté plat a un rayon 70 % plus

grand que la goutte du côté courbé – un résultat qui correspond bien à nos observations.

## 7.4 D'une reconfiguration locale au transport global

La réorientation locale au sommet des piliers est à l'origine d'un effet directionnel macroscopique. Nous suivons sur la figure 7.18 la répartition des gouttelettes sur une surface d'un centimètre carré en exposant une PNAS à un flux d'environ 15 µL/s de microgoutellettes généré 3 cm au-dessus des piliers. Nous photographions l'évolution de la répartition des gouttes 1, 2 et 3 minutes après avoir exposé la surface au brouillard sur la figure 7.18. Les surfaces asymétriques présentées sur la figure 7.18a (en vert) sont comparées avec des surfaces similaires (même taille et orientation des piliers) mais avec des piliers coniques (sans côté plat) sur la figure 7.18b.

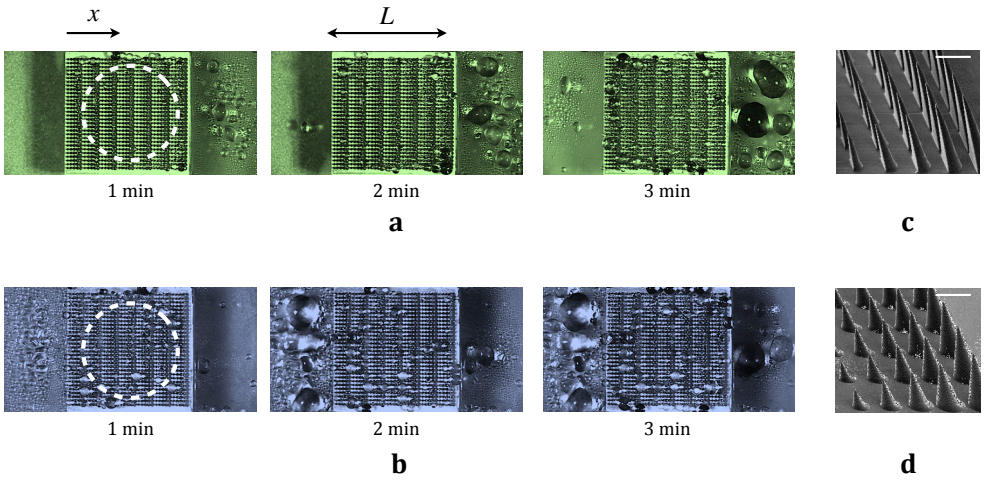



FIGURE 7.18 : Redirection des gouttes au cours du temps sur des surfaces **a** avec des piliers asymétriques (verts) et **b** des cônes (bleus). Les surfaces de longueur $L = 1$ cm sont photographiées en vue de dessus 1, 2 et 3 minutes après l'exposition au brouillard. Le rond blanc correspond à la zone où le brouillard est généré. Les figures **c** et **d** présentent une photographie au microscope électronique à balayage des surfaces PNAS et coniques présentées. La barre blanche indique l'échelle qui vaut 300 µm sur les deux images.

L'eau est convenablement éjectée sur les deux surfaces. Pour les surface PNAS (avec des piliers asymétriques), l'eau est principalement évacuée vers la droite (dans la direction $+x$) tandis que le liquide est plutôt orienté vers la gauche (dans la direction $-x$) sur les surfaces coniques.

Nous mesurons la masse $m$ de liquide situé à gauche ($x < 0$), à droite ($x < L$) et sur la surface ($0 < x < L$) en absorbant les gouttelettes sur un papier puis en pesant le liquide absorbé – nous négligeons les gouttes qui s'échappent sur les bords hauts et bas de la surface pour revenir au cas d'une surface infiniment longue dans la direction perpendiculaire à l'orientation des piliers. La masse de liquide est divisée par la masse totale de liquide $m_{tot}$ et nous reportons la proportion d'eau dans ces trois zones sur la figure 7.19 pour les deux surfaces présentées sur la figure 7.18.

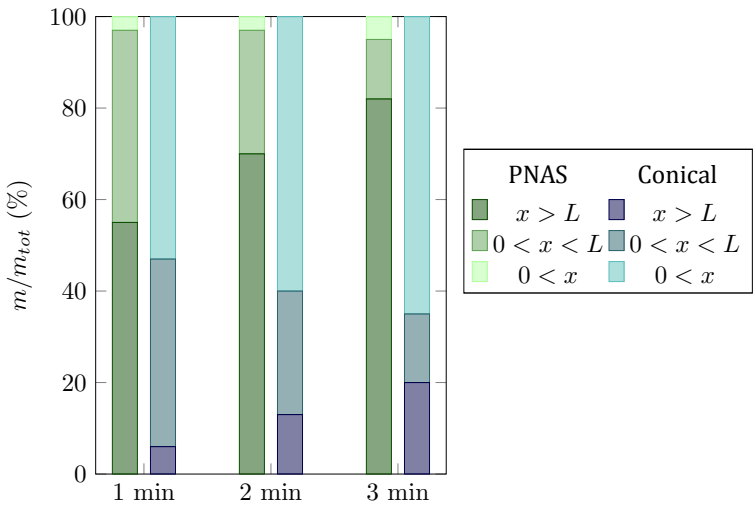



FIGURE 7.19 : Proportions massiques du liquide dans les régions $x < 0$, $0 < x < L$ et $x > L$ d'une surface carrée de taille $L = 1$ cm. Le liquide est pesé 1, 2 et 3 minutes après avoir commencé la génération du brouillard pour une surface PNAS (en vert) et une surface avec des cônes (en bleu). Les zones au-dessus et en dessous des surfaces n'ont pas été prises en compte.

Dans les deux cas, la proportion des gouttelettes sur la surface diminue avec le temps : elle varie de 42 % (après 1 minute) à 12 % (après 3 minutes) sur la surface PNAS et de 41 % à 15 % sur la surface avec des piliers coniques, ce qui souligne l'efficacité de ce type de surfaces à éjecter des microgouttelettes. Sur la surface asymétrique la redirection des gouttes dans la direction $+x$ augmente significativement avec le temps, d'environ 50 % après une minute à 80 % après trois minutes. La répartition des gouttes est très différente sur les surfaces coniques où l'effet est inversé puisqu'on retrouve plus de gouttes du côté gauche ($x < 0$) que du côté droit ($x > L$).

La capacité d'une surface à rediriger le liquide peut être quantifiée par le facteur $e = (m_{x>L} - m_{x<0})/m_{tot}$, qui représente l'efficacité d'une surface à donner une direction aux gouttes : $e$ vaut 0 si les gouttes ne sont pas éjectées de la surface, $-1$ si elles sont éjectées vers la gauche (du côté vers lequel les piliers sont inclinés) et $+1$ si les gouttes sont toutes éjectées vers le côté courbé des piliers. Pour les surfaces PNAS $e$ varie entre 0.55 (1 minute après l'exposition au brouillard) et 0.76 (3 minutes après l'exposition au brouillard) tandis que pour les surfaces coniques $e$ reste à peu près constant autour de $-0.45$ – le signe souligne le sens privilégié de la redirection pour $x < 0$.

Deux effets (au moins) contribuent donc à diriger les gouttes sur les surfaces : l'inclinaison des piliers et la forme des piliers. Sur les surfaces coniques, l'inclinaison des piliers est la seule source d'asymétrie. L'orientation des piliers dirige donc les gouttes du côté vers lequel les piliers sont penchés (dans la direction $-x$). Ce premier effet intervient pour les deux surfaces. Pour la surface PNAS (piliers asymétriques), le liquide est dirigé vers le côté conique des piliers ($+x$), c'est-à-dire du côté opposé à l'inclinaison des piliers. L'asymétrie au niveau des piliers est donc à l'origine d'un effet de redirection plus fort que l'effet l'inclinaison du pilier. C'est donc bien l'asymétrie locale au niveau du pilier qui est responsable de la redirection des gouttes dans la direction $+x$. Un effet d'autant plus fort

qu'il agit de manière antagoniste avec l'orientation des piliers.

## 7.5 Conclusion

Les surfaces superhydrophobes présentées dans ce chapitre ont la propriété d'éjecter de petites gouttelettes de liquide dans une direction donnée – un effet rare sur des surfaces qui permettent de repousser l'eau. La direction donnée au liquide est induite par la géométrie spéciale des piliers qui composent les surfaces : les piliers fabriqués ont la forme d'un cône tronqué et présentent un côté plat et un côté courbé. En étudiant le déplacement du liquide, nous avons mis en évidence un nouveau phénomène qui intervient au niveau de la pointe de ces pilier : lorsque deux gouttes coalescencent, nous observons presque systématique une réorganisation du coté courbé des piliers – à l'origine des propriétés macroscopiques de ces surfaces. Nous avons reproduit ce mécanisme à l'aide d'une seconde expérience, plus élémentaire, en provoquant la coalescence de deux gouttes millimétriques initialement situées sur le côté plat et sur le coté courbé d'un demi-cylindre. L'étude du paysage énergétique de la goutte issue de la coalescence autour du demi-cylindre montre qu'il existe deux position d'équilibre autour du pilier – la première, métastable, du coté plat et la seconde, stable, du côté courbé. Outre la différence de stabilité entre le côté plat et le côté courbé, l'asymétrie du paysage énergétique autour du pilier entraine une réorganisation bien plus fréquente du coté plat que du coté courbé, ce qui explique l'origine de ces coalescence asymétriques.

Il aurait été intéressant de poursuivre l'étude locale de la goutte en calculant la variation d'énergie lorsque la goutte n'est plus dans le plan de symétrie du cône, un cas que nous n'avons pas eu le temps d'ajouter au code développé. On pourrait aussi questionner la validité du modèle de gouttes sphériques, en effet, il existe des formes de courbure constante qui permettrait peut être de garder un angle de contact vérifiant localement la loi d'Young au niveau de la ligne triple (une condition que nous avons ignorée dans notre étude) – cette hypothèse pourrait être étudiée à l'aide d'un logiciel plus complet comme *Surface evolver*.

Enfin, il serait intéressant compléter l'étude macroscopique des surfaces testées avec des piliers verticaux, sans gradient de hauteur et en éliminant les marches ($\lambda = 0$), afin de faire varier uniquement l'angle d'inclinaison des piliers $\beta$ pour comprendre plus en détail le mécanisme de réorientation globale du liquide qui reste encore un peu flou.

# Conclusion

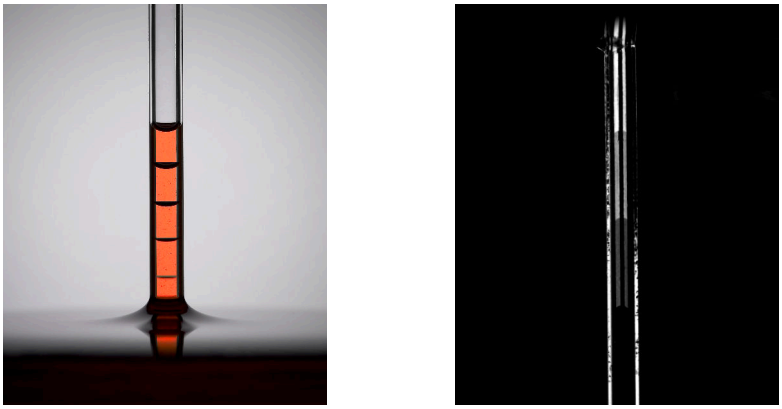
La montée capillaire est, historiquement, l'un des effets les plus surprenant de la tension superficielle. Cette expérience vénérable, qui fonde la science des interfaces, a suscité l'intérêt des scientifiques depuis Léonard de Vinci. À partir du XVII$^{\text{ème}}$ siècle, de nombreux expérimentateurs tels que Borelli et Jurin commencent à étudier ce phénomène en détail et reportent de nombreux résultats notables (sur la position d'équilibre du ménisque ainsi que sur la dynamique du liquide). La montée capillaire résistera toutefois aux théoriciens jusqu'à la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle, lorsque Laplace et Young établissent les principes fondamentaux de la capillarité. Aujourd'hui, deux modèles théoriques décrivant respectivement la position d'équilibre et la dynamique du liquide font de la montée capillaire une expérience modèle qui réserve encore, malgré tout, quelques surprises remarquables.

Nous avons illustré quelqu'uns de ces résultats inattendus au cours de ce manuscrit. Pour cela, l'expérience de montée capillaire a été légèrement revisitée pour mettre en évidence des mécanismes inédits. Nous revenons dans cette conclusion sur les principaux points abordés dans chaque partie ainsi que sur les questions encore ouvertes à la suite de notre étude.

Une première surprise, concerne deux expériences très proches de la montée capillaire. En appliquant une très fine couche de liquide à l'intérieur d'un tube capillaire, il est possible d'augmenter considérablement la vitesse de progression du ménisque. Ce phénomène avait déjà été reporté par Borelli (en 1670) qui remarque que le liquide monte plus vite dans un tube prémouillé – et probablement aussi identifié par Washburn en 1921. Le mécanisme sous-jacent, développé dans le chapitre 1 de ce manuscrit, permet en particulier d'expliquer l'évolution de la forme du ménisque lors d'une montée capillaire "classique", un résultat très facilement observable à l'oeil nu. Un autre phénomène curieux concerne l'imprégnation capillaire dans un tube aérophile. Nous observons un phénomène qui est à la fois parfaitement attendu (l'équilibre est parfaitement bien décrit par la loi de Jurin), mais aussi plus intrigant pour sa dynamique – qui diffère nettement de celle prévue par Washburn. Le chapitre 3 décrit cette expérience. Ces deux expériences reprennent des observations qui remontent aux premières publications sur la montée capillaire : Borelli avait déjà reporté l'effet du prémouillage en 1670 et Jurin décrit en 1719 une descente capillaire avec du mercure. Une surprise de taille au cours de nos recherche est donc aussi de n'avoir retrouvé aucune étude concernant ces deux observations.

Une seconde surprise concerne la dynamique observée lors de nos expériences. Si nous

observons parfois la dynamique prévue par Washburn, nous avons mis en avant plusieurs cas où l'écoulement dans le tube se fait suivant une dynamique à vitesse constante $V \sim \gamma/\eta$ dont plusieurs mécanismes sont à l'origine. La vitesse du ménisque au début d'une montée capillaire est liée à la dissipation au niveau de la ligne de contact pour un liquide visqueux. Cette dissipation, étudiée au chapitre 1, ne dépend pas de la hauteur du ménisque mais de la taille du tube, de la viscosité du liquide et de l'épaisseur du film sur lequel le ménisque avance. En modélisant la dynamique, nous avons pu à la fois lever la singularité initiale de la loi de Washburn et expliquer la différence de vitesse entre tubes secs et prémouillés. En outre, la mise en évidence de la dissipation de coin dans un tube capillaire nous a permis de valider expérimentalement le modèle hydrodynamique de dissipation de coin, longtemps débattu dans la littérature. La vitesse de descente d'une colonne de liquide dans un tube aérophile est liée à l'origine de la dissipation, principalement localisée dans la colonne de liquide. Dans des tubes assez longs, la dissipation ne varie pas avec la progression du ménisque entraînant un écoulement à vitesse constante. La relaxation autour de la profondeur d'équilibre donne aussi des résultats curieux pour des tubes assez larges dans lesquels on peut observer des oscillations. Ces résultats sont décrits au chapitre 3.

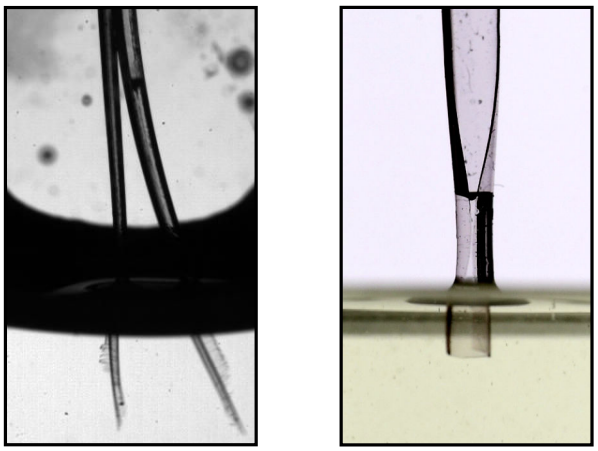


**a** **b**

FIGURE 7.20 : Montée et descente capillaires : deux expériences différentes, deux mécanismes différents mais une même vitesse caractéristique : $V \sim \gamma/\eta$.

Nous avons aussi pu mettre en évidence deux surprises plutôt "pratiques" de la montée capillaire. La première concerne les fibres torsadées (comme une corde ou un renfort textile). La torsion des fibres qui diminue la taille caractéristique du système, limite la longueur d'imprégnation des fibres – un résultat *a priori* contradictoire avec ceux attendus d'après la loi de Jurin. Nous avons proposé une explication à cette situation paradoxale au chapitre 6. Pour des fibres dans lesquelles la surface de contact avec l'air est grande et où la propagation du liquide est très limitée, c'est l'évaporation qui limite la progression du liquide bien avant la gravité. La torsion du fil limite alors de plus en plus la vitesse d'imprégnation, ce qui laisse plus de temps au liquide pour s'évaporer – une surprise qui permet de limiter la contamination d'une fibre par un liquide. La seconde surprise pratique est liée aux propriétés de membranes élastiques fines qui se déforment au contact

d'un liquide, une propriété utilisée depuis bien longtemps par les colibris. Pour se nourrir, ces petits oiseaux utilisent la capillarité, un phénomène *a priori* commun pour des animaux de taille modérée. Toutefois, l'étude plus détaillée de leur technique de nutrition nous a rapidement convaincu que le mécanisme utilisé n'est en fait pas si habituel. Loin d'être un tube fermé, la langue du colibri, qui ressemble plutôt à une languette élastique, ne devrait pas pourvoir capturer spontanément du liquide. La technique du colibri repose en fait sur les propriétés élasto-capillaire de sa langue qui se referme sur le liquide pour former un tube capillaire. La langue du colibri, étudiée et reproduite au chapitre 5, permet d'optimiser la quantité de liquide récupérée – et s'avère même être plus efficace qu'une trompe, dans certaines conditions de remplissage.



**a** **b**

FIGURE 7.21 : La langue du colibri : *a priori* un défaut morphologique, en pratique un avantage compétitif.

En dehors de la montée capillaire, nous avons aussi observé au travers d'expériences annexes d'autres phénomènes assez curieux, qui ne sont pas liés directement à la montée capillaire, mais qui font intervenir des mécanismes très proches. C'est le cas de la vitesse d'étalement d'un pont capillaire entre un liquide et une surface solide dont nous avons étudié le mécanisme en utilisant les mêmes ingrédients que pour l'avancée du ménisque au début d'une montée capillaire. Le mécanisme de réorientation des gouttes sur un cône asymétrique est aussi un effet singulier au cours duquel nous observons une grosse goutte se vider dans une goutte plus petite, un effet contre-intuitif lié à la géométrie très particulière des surfaces asymétriques utilisées.

Nous avons pu (re)voir au cours de cette thèse un bon nombre d'expériences ayant toutes un point commun : c'est la capillarité qui initie le déplacement du liquide. Les mécanismes qui déterminent l'imprégnation sont, au contraire, tous assez différents et font intervenir des propriétés caractéristiques (1) du liquide : viscosité (dissipation visqueuse), masse volumique (inertie et poids) ou chaleur latente (évaporation), (2) du solide : rayon, inclinaison, rapport d'aspect et module d'Young (élasticité), ainsi que (3) les interactions entre ces deux phases via le revêtement des surfaces.

Les modèles développés restent encore perfectibles et nous avons détaillé dans la conclusion de chaque chapitre des pistes d'amélioration possibles pour compléter les projets abordés. Nous avons choisi de rappeler ici trois idées qui nous semblent particulièrement porteuses. (1) La vitesse initiale du ménisque dans un tube permet aussi d'étudier la dissipation au niveau de la ligne de contact dans une expérience très bien contrôlée. Cette expérience pourrait être utilisée afin de vérifier dans quelles limites le modèle hydrodynamique de dissipation de coin peut s'appliquer. (2) En inversant la phase liquide et la phase gazeuse, l'expérience d'étalement d'un pont capillaire devient une expérience modèle de démouillage. Il serait possible d'étudier le démouillage d'un liquide assez visqueux (par exemple une solution eau-glycérol) en reprenant une expérience similaire. (3) Pour terminer, la descente capillaire est une expérience où un liquide peu visqueux (l'air) vient chasser un liquide plus visqueux (l'eau). En trouvant d'autres combinaisons (avec deux liquides par exemple), il serait sûrement possible d'observer des dynamiques encore inédites.

# Annexe A

# Minimisation d'énergie et angle de contact

Nous montrons dans cette annexe l'équivalence entre l'approche Young [20], qui considère un équilibre local au niveau de la ligne de contact, et celle de Laplace [14], qui consiste à minimiser l'énergie de surface globale dans le cas d'une goutte déposée sur une surface plane lorsque la gravité n'intervient pas. Ces deux approches, sont *a priori* assez différentes : le modèle proposé par Young correspond à un équilibre des forces au niveau de la ligne triple tandis que celui proposé par Laplace repose sur l'analyse de la pression exercée dans le liquide par la courbure de son interface. Il n'est donc pas évident que l'angle de contact soit identique avec ces deux méthodes.

Nous schématisons cette situation sur la figure A.1 pour une goutte d'un liquide de tension de surface $\gamma$ déposée sur une surface plane. L'énergie de surface entre le liquide et le solide sera noté $\gamma_{ls}$ et celle entre le solide et l'air $\gamma_s$. Nous calculons l'angle de contact $\theta$ entre le liquide et le solide lorsque la goutte est au repos en utilisant les deux approches (locale et globale).

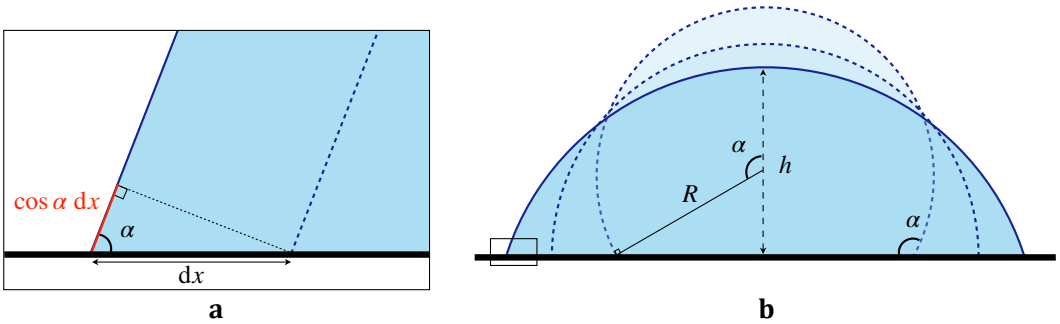



FIGURE A.1 : Forme d'une goutte déposée sur un solide. Le liquide est coloré en bleu, le solide est représenté par la ligne noire et la phase gazeuse est en banc. La partie qui n'est pas au contact du solide prend une forme hémisphérique pour minimiser la surface liquide-air. Pour un volume de liquide $\Omega$ donné, les surface solide-liquide et liquide-air dépendend du rayon $R$ de la goutte et de l'angle de contact $\alpha$, illustré par les différentes formes en pointillés. Deux échelles sont présentées : **a** localement au niveau de la ligne de contact et **b** à l'échelle de la goutte.

### Approche locale

Nous considérons dans un premier temps l'équilibre local au niveau de la ligne de contact (figure A.1a). La méthode de détermination de l'angle de contact $\theta$ entre le liquide et le solide par une approche locale est similaire à celle proposée par Young [20]. Lorsque la ligne de contact se déplace d'une quantité $\mathrm{d}x$, elle crée une interface solide-liquide de taille $\mathrm{d}x$ et une interface liquide-gaz de longueur $\mathrm{d}x\cos\alpha$ (indiquée en rouge sur la figure A.1a). Le déplacement de la ligne de contact supprime aussi une interface solide-gaz d'une taille $\mathrm{d}x$. Lors d'un déplacement infinitésimal de la ligne triple, l'énergie du système par unité de longueur $e$ varie donc d'une quantité $\mathrm{d}e = (\gamma\cos\alpha + \gamma_{ls} - \gamma_s)\mathrm{d}x$. L'énergie $e$ est minimale lorsque $\mathrm{d}e/\mathrm{d}x = 0$. Nous obtenons cette configuration pour une angle noté $\theta$ qui vérifie :

$$\cos\theta = \frac{\gamma_s - \gamma_{ls}}{\gamma} \tag{A.1}$$

### Approche globale

Nous considérons dans un second temps l'énergie de surface $E$ d'une goutte de volume $\Omega_0$ déposé sur une surface plate – figure A.1b. L'énergie $E$ dépend de l'air de la calotte sphérique $\mathcal{A}$ et de la surface de contact solide-liquide $\mathcal{S}$ : $E = \gamma\mathcal{A} + (\gamma_{ls} - \gamma_s)\mathcal{S}$. Les surfaces $\mathcal{A}$ et $\mathcal{S}$ sont toutes deux paramètrées par le rayon $R$ de la goutte et la hauteur $h$ de la calotte sphérique : $\mathcal{A} = 2\pi Rh$ et $\mathcal{S} = \pi h(2R - h)$. Le volume de la goutte dépend aussi de $R$ et $h$ : $\Omega = \pi h^2(3R - h)/3$. Il s'agit donc de minimiser l'énergie de surface $E$ en fonction de $R$ et $h$ pour un volume $\Omega = \Omega_0$ fixé. Nous cherchons le minimum de $E$ par la méthode du multiplicateur de Lagrange en utilisant la fonction $\mathcal{L}(R, h, \lambda) = E(R, h) + \lambda(\Omega(R, h) - \Omega_0)$. Nous cherchons ensuite les valeurs de $R$, $h$ et $\lambda$ qui vérifient $\partial\mathcal{L}/\partial R = 0$, $\partial\mathcal{L}/\partial h = 0$ et $\partial\mathcal{L}/\partial\lambda = 0$. Nous obtenons le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} 2\pi\gamma h + 2\pi(\gamma_{ls} - \gamma_s)h + \pi\lambda h^2 = 0 \\ 2\pi\gamma R + 2\pi(\gamma_{ls} - \gamma_s)(R - h) + 2\pi\lambda(Rh - \frac{h^2}{2}) = 0 \\ \frac{\pi}{3}h^2(3R - h) = \Omega_0 \end{cases} \tag{A.2}$$

Ce système d'équation donne :

$$\begin{cases} \lambda = -\frac{2}{h}(\gamma + \gamma_{ls} - \gamma_s) \\ (\gamma + \gamma_{ls} - \gamma_s + \lambda h)R = (\frac{\lambda h}{2} + \gamma_{ls} - \gamma_s)h \\ R = \frac{\Omega_0}{\pi h^2} + \frac{h}{3} \end{cases} \tag{A.3}$$

En remplaçant $\lambda$ dans la seconde ligne de l'équation A.3, nous obtenons le rapport $h/R = (\gamma + \gamma_{ls} - \gamma_s)/\gamma$ pour lequel l'énergie de surface de la goutte est minimale. En remarquant que l'angle $\alpha$ vérifie $h = R - R\cos\alpha$, nous trouvons l'angle de contact à l'équilibre : $\cos\theta = 1 - h/R = (\gamma_s - \gamma_{ls})/\gamma$ – un résultat identique à celui dérivé au chapitre précédent. Nous avons donc vérifié que la calcul de l'énergie de surface de la goutte proposé par Laplace [14] donne un résultat équivalent à celui obtenu en considérant l'équilibre local.

### Énergie d'adhésion

L'énergie d'une goutte déposée sur une surface plane vaut :

$$\begin{aligned} E &= \gamma\mathcal{A} + (\gamma_{ls} - \gamma_s)\mathcal{S} \\ &= \pi\gamma R^2 \left[2\tfrac{h}{R} - \cos\theta \tfrac{h}{R}(2 - \tfrac{h}{R})\right] \\ &= \pi\gamma R^2 (2 - 3\cos\theta + \cos^3\theta) \\ &= (9\pi)^{1/3}\gamma\Omega_0^{2/3} \tfrac{(2-3\cos\theta+\cos^3\theta)}{(1-\cos\theta)^{4/3}(2+\cos\theta)^{2/3}} \end{aligned} \tag{A.4}$$

où nous avons exprimé le rayon $R$ de la goutte en fonction de son volume $\Omega_0$ grâce aux résultats précédents :

$$\begin{aligned} \Omega_0 &= \tfrac{\pi}{3} R^3 \left(\tfrac{h}{R}\right)^2 (3 - \tfrac{h}{R}) \\ &= \tfrac{\pi}{3} R^3 (1 - \cos\theta)^2 (2 + \cos\theta) \end{aligned} \tag{A.5}$$

Nous obtenons l'énergie d'adhésion $E_{a_\perp}$, c'est à dire l'énergie qu'il faut fournir à une goutte pour qu'elle se décroche d'une surface, en soustrayant $E$ à l'énergie d'une goutte sphérique de même volume $E_s = \gamma(36\pi\Omega_0^2)^{1/3}$ :

$$E_{a_\perp} = (9\pi)^{1/3}\gamma\Omega_0^{2/3} \left[4^{1/3} - \frac{(2 - 3\cos\theta + \cos^3\theta)}{[(1-\cos\theta)^{4/3}(2+\cos\theta)]^{2/3}}\right] \tag{A.6}$$

Nous traçons $E_{a_\perp}$ sur la figure sur la figure A.2 en fonction de l'angle de contact solide-liquide $\theta$.

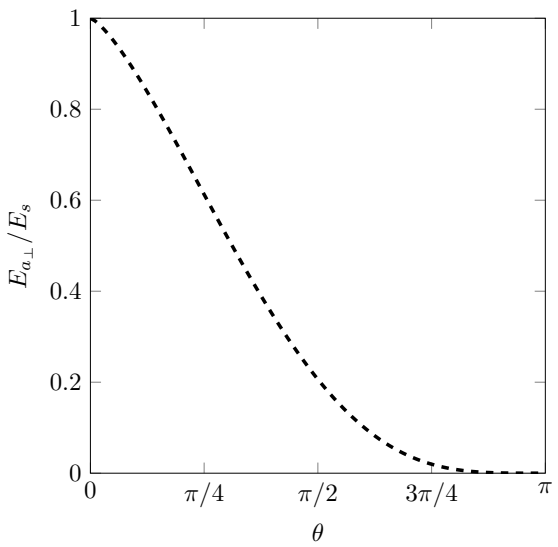



FIGURE A.2 : Energie d'adhésion $E_{a_\perp}$ (adimensionnée par l'énèrgie de surface de la goutte isolée $E_s$), en fonction de l'angle de contact $\theta$.

L'énergie d'adhésion $E_{a_\perp}$ diminue lorsque $\theta$ augmente, c'est à dire lorsque la surface devient de moins en moins mouillante pour le liquide. Il est donc nettement plus difficile d'arracher une goutte sur une surface mouillante que sur une surface très hydrophobe – par exemple il faudra fournir environ 30 fois plus d'énergie pour décoller une goutte d'une surface relativement mouillante ($\theta = \pi/4$) que d'une surface plutôt non-mouillante ($\theta = 3\pi/4$).

# Annexe B

# Épaisseur de films déposés lors d'entraînements visqueux

Nous revenons dans cet annexe sur l'épaisseur $\varepsilon$ d'un film entraîné au contact d'un solide tiré à vitesse $V$ constante. Nous dérivons dans une première section l'épaisseur du film entraîné par une plaque infinie. Dans les deux sections suivantes, nous adaptons ce calcul à des situations légèrement différentes : lorsqu'un film est entraîné dans un tube et lorsqu'un gaz (peu visqueux) est entraîné dans un liquide (beaucoup plus visqueux).

## B.1 Film entraîné par une plaque tiré hors d'un liquide

Le cas le plus élémentaire consiste à calculer l'épaisseur du film entraîné lorsqu'une plaque est tirée hors d'un liquide. L'épaisseur $\varepsilon$ a été dérivée pour la première fois par Landau et Levich en 1942 suivis par Derjaguin en 1943 [72, 73]. Nous considérons simplement une plaque tirée à vitesse $V$ hors d'un liquide de tension de surface $\gamma$ et de viscosité $\eta$ en négligeant la gravité. La méthode proposée consiste à calculer la position de l'interface liquide-air $h$ en fonction de la coordonnée verticale $x$ afin de trouver l'épaisseur de la couche de liquide entraînée : $\varepsilon = h(x \to -\infty)$. Nous schématisons cette configuration sur la figure B.1.

Dans le cas d'une plaque infinie, l'épaisseur du film entraîné est très faible devant la dimension caractéristique transverse (largeur de la plaque). L'approximation de lubrification s'applique donc à l'écoulement du liquide : la vitesse $v$ du liquide vérifie l'équation B.1.

$$\eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x} \tag{B.1}$$

En supposant que l'interface est faiblement courbée ($\partial h/\partial x \ll 1$), la pression dans le liquide induite par la courbure de l'interface vaut $p \approx -\gamma\, \partial^2 h/\partial x^2$. L'équation B.1 implique donc :

$$\eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\gamma \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \tag{B.2}$$

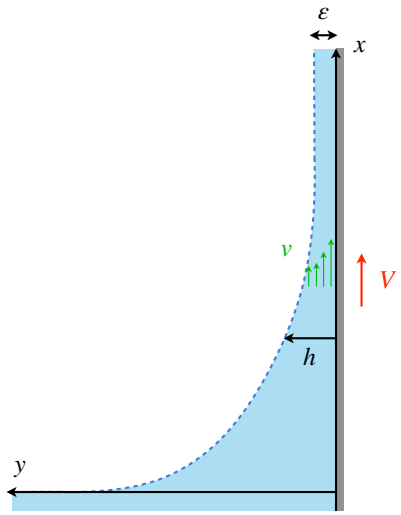



FIGURE B.1 : Schéma de l'entraînement d'un liquide (en bleu) par une plaque (en gris) tiré à vitesse $V$. L'épaisseur du film déposé est noté $\varepsilon$. Les axes $x$ et $y$ sont pris dans les direction verticale et horizontale. L'origine est fixé à l'intersection entre la plaque et le niveau du liquide (l'axe $y$ est orienté vers la gauche pour former une repère direct). La vitesse du liquide est notée $v(x, y)$ et la distance entre l'interface et la plaque est notée $h(x)$ ($h \to \varepsilon$ pour $x \to +\infty$).

Les conditions aux limites pour la vitesse $v$ du liquide sont $v(x, 0) = V$ à l'interface avec la plaque solide et $\partial v/\partial y = 0$ au niveau de l'interface libre (pour $y = h$). Nous intégrons deux fois l'équation B.2 par rapport à $y$ pour obtenir la vitesse $v$ dans le liquide :

$$v(x, y) = -\frac{\gamma}{2\eta}\left[y^2 - 2hy\right]\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + V \tag{B.3}$$

Le débit volumique de liquide par unité de profondeur de la plaque vaut $q = \int_0^h v(x, y)\mathrm{d}y$. Pour $x \to +\infty$, l'épaisseur est constante : $\partial^n h/\partial x^n \to 0$ pour $n \geq 1$. Le débit vaut donc $q = V\varepsilon$. La conservation du débit donne une équation sur l'épaisseur $h$ de la couche de liquide :

$$Vh + \frac{\gamma}{3\eta}h^3\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} = V\varepsilon \tag{B.4}$$

L'équation B.4 prédit la forme de l'interface lorsque le film est presque vertical ($\partial h/\partial x \ll 1$), c'est-à-dire assez loin au-dessus de la surface du liquide (pour $x = 0$). L'interface se connecte au ménisque statique lorsque la courbure vérifie $\partial^2 h/\partial x^2 = \mathcal{C}$, où $\mathcal{C} = \sqrt{2}\kappa$ est la courbure du ménisque statique lorsqu'il est raccordé à une surface verticale (comme dérivé au chapitre 2, section 2.3.1). Il faut donc intégrer l'équation B.4 depuis les conditions initiales $h \to \varepsilon$ pour $x \to +\infty$ vers la condition $\partial^2 h/\partial x^2 = \mathcal{C}$ pour une valeur inconnue de $x$.

L'équation différentielle B.4 est une équation différentielle non-linéaire du troisième ordre en $h$. Aucune solution analytique à cette équation n'a encore été proposée mais il est possible de l'intégrer numériquement. Nous introduisons les variables sans dimensions $\mu = h/\varepsilon$ et $\lambda = x/l$ avec $l = \varepsilon(\gamma/3\eta V)^{1/3}$ – on pourra remarquer que $l$ correspond à la taille de la zone de transition entre le ménisque statique et le ménisque dynamique utilisée

au chapitre 4 (par exemple sur la figure 4.7). En notant $\mu^{(3)} = \partial^3\mu/\partial\lambda^3$, nous obtenons l'équation réduite :

$$\mu^{(3)} = \frac{1-\mu}{\mu^3} \tag{B.5}$$

avec les conditions aux limites associées (en notant $\mu' = \mathrm{d}\mu/\mathrm{d}\lambda$ et $\mu'' = \mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2$) :

$$\begin{cases} \lim\limits_{\lambda\to+\infty} \mu(\lambda) = 1 \\ \lim\limits_{\lambda\to+\infty} \mu'(\lambda) = 0 \\ \lim\limits_{\lambda\to+\infty} \mu''(\lambda) = 0 \end{cases}$$

L'équation B.5 est une équation assez générale concernant le dépôt de films minces. Nous retrouvons cette équation réduite, accompagnée de conditions aux limites très similaires dans les trois exemples présentés dans cette annexe.

La condition de raccordement avec la surface du liquide est obtenue pour $h \gg \varepsilon$ que nous considérons comme $\mu \to +\infty$. En variables adimensionnées nous trouvons $\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2 \to \mathcal{C}l^2/\varepsilon$. Il faut donc retrouver numériquement la valeur de $\beta \equiv \mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2$ pour trouver l'épaisseur $\varepsilon$.

Les conditions aux limites à l'infini ne permettent pas de réaliser l'intégration directement. Pour inverser le domaine d'intégration et obtenir des conditions initiales pour une valeur finie, nous utilisons la nouvelle fonction $\xi(\mu) = (\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}\lambda)^2$ qui relie (indirectement) l'angle de l'interface à l'épaisseur du liquide. Nous obtenons d'abord la dérivée de $\xi$ par rapport à l'épaisseur adimensionnée du liquide :

$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}\mu} = \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\mu}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}\left(\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}\xi}\right)^2 = \frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\mu}\left(2\frac{\mathrm{d}^2\mu}{\mathrm{d}\lambda^2}\frac{\mathrm{d}\mu}{\mathrm{d}\lambda}\right) = -2\frac{\mathrm{d}^2\mu}{\mathrm{d}\lambda^2} \tag{B.6}$$

puis la dérivée seconde de $\xi$ en utilisant l'équation B.5 et en remarquant que $\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}\lambda = -xi^{1/2}$ (car $\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}\lambda < 0$) :

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi}{\mathrm{d}\mu^2} = 2\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}\mu}\frac{\mathrm{d}^3\mu}{\mathrm{d}\lambda^3} = -2\frac{1-\mu}{\mu^3\xi^{1/2}} \tag{B.7}$$

Pour intégrer cette équation, nous cherchons la valeur de $\xi$ et $\mathrm{d}\xi/\mathrm{d}\mu$ pour $\mu \approx 1$. Pour $\mu \to 1$, $\lambda \to +\infty$ donc $\mu'(\lambda) \to 0$ et donc $\xi(\mu \to 1) = 0$. Comme $\mu \to 1$, pour $\lambda \to +\infty$, nous pouvons écrire $\mu = 1 + \delta$ avec $\delta \ll 1$. L'équation B.5 implique $\mathrm{d}^3\delta/\mathrm{d}\lambda^3 = -\delta$. Nous obtenons $\delta \approx a\exp(-\lambda) + \exp(\lambda/2)[b\cos(\sqrt(3)\lambda/2) + c\sin(\sqrt(3)\lambda/2)]$, où $a$, $b$ et $c$ sont des constantes d'intégration. Comme $\delta \to 0$ pour $\lambda \to +\infty$, nous trouvons $\delta \sim \exp(\lambda)$, d'où $\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}\lambda = \mathrm{d}\delta/\mathrm{d}\lambda = -\delta$ et $\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2 = \delta$. La définition de $\xi$ et l'équation B.6 donnent alors les conditions initiales lorsque $\mu \to 1$ :

$$\begin{cases} \xi(1+\delta) = \delta^2 \\ \left.\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}\mu}\right|_{1+\delta} = 2\delta \end{cases}$$

L'équation B.7 est intégrée numériquement en utilisant les conditions initiales dérivées ci-dessus pour $\delta = 10^{-6}$ ($\delta^2 = 10^{-12}$ est la précision maximale de l'ordinateur utilisé). Les résultats sont reportés sur la figure B.2 :

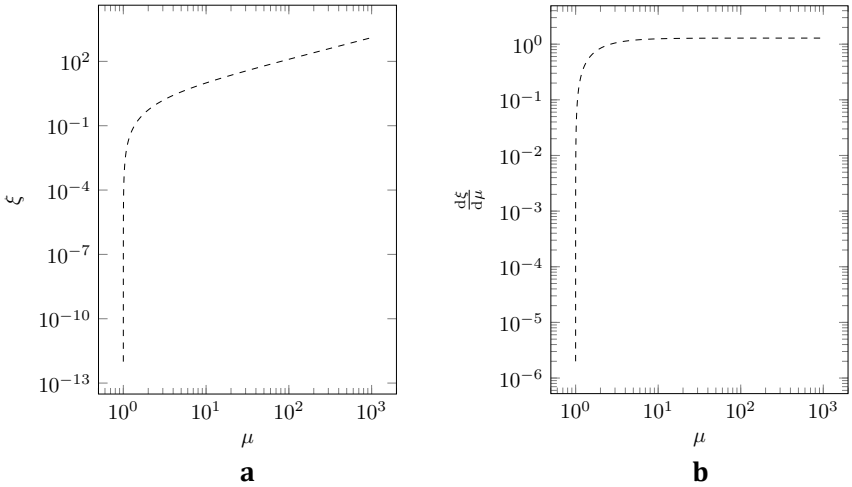



FIGURE B.2 : Intégration numérique de l'équation B.7 pour les condition initiales $\mu = 1+\delta$, $\xi = 2\delta$ et $\mathrm{d}\xi/\mathrm{d}\mu = \delta^2$ avec $\delta = 10^{-6}$. **a** $\xi$ en fonction de $\mu$, **b** $\mathrm{d}\xi/\mathrm{d}\mu$ en fonction de $\mu$. La résolution est faite avec la fonction *ode45* de MATLAB – qui implémente un schéma de Runge-Kutta d'ordre 5 avec pas adaptatif.

La fonction $\xi(\mu)$ croît avec $\mu$, ce qui montre que l'angle entre l'interface et le solide croit avec l'épaisseur de la couche de liquide entraînée, un résultat cohérent avec les formes observées. La figure B.2b montre aussi que $\mathrm{d}\xi/\mathrm{d}\mu$ converge pour $\mu \to +\infty$ vers une limite qui vaut environ 1.286. Nous retrouvons la valeur de $\beta$ d'après l'équation B.6 : $\beta \approx 1.286/2$. En variables dimensionnelles, la condition de raccordement pour $h \gg \varepsilon$ vérifie donc $\mathcal{C}l^2/\varepsilon \approx 0.643$ – avec $\mathcal{C} = \sqrt{2}\kappa$ et $l = \varepsilon(\gamma/3\eta V)^{1/3}$. Nous retrouvons ainsi la (célèbre) loi de Landau-Levich avec le préfacteur :

$$\varepsilon \approx 0.643 \frac{3^{2/3}}{\sqrt{2}} \kappa^{-1} \left(\frac{\eta V}{\gamma}\right)^{2/3} \tag{B.8}$$

Pour finir cette section, nous pouvons souligner que le préfacteur obtenu vaut environ 0.946, l'intégration nous permet donc d'ajouter une légère correction au préfacteur numérique de 0.94 initialement obtenu dans [72] – une différence qui s'explique par le progrès des performances numériques depuis 1942 puisque Landau et Levich, obtiennent une valeur approchée de $\beta$ de "0.63...", qui donne un préfacteur d'environ 0.94.

## B.2 Film déposé dans un tube suite au passage d'une goutte

Le cas très similaire d'un film laissé à l'arrière d'une goutte progressant dans un tube infini à été dérivé par le mathématicien Francis Patton Bretherton en 1961 [43]. Ce résultat que nous avons utilisé dans plusieurs parties de ce manuscrit, est aussi intéressant par la façon dont il est dérivé, qui diffère légèrement de la méthode proposée par Landau et Levich. La situation considérée est schématisée sur la figure B.3.

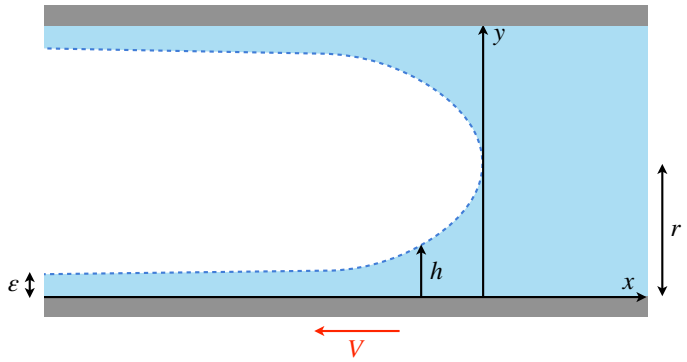



FIGURE B.3 : Schéma du dépôt d'un film par un liquide (en bleu) évacué d'un tube (en gris) de rayon $r$ à vitesse $V$. L'épaisseur du film déposé est noté $\varepsilon$ et la hauteur de l'interface est notée $h$. Les axes $x$ et $y$ sont pris le long et perpendiculairement à la direction du tube. L'origine de l'axe horizontal est pris à l'avant du ménisque du liquide.

En en se plaçant dans le référentiel du ménisque, nous retrouvons une situation très similaire à celle présentée dans la section précédente. Nous différentions deux parties du ménisque : loin des bords du tube ($h(x) \approx r$), le ménisque a une forme hémisphérique dont la courbure vaut $1/r$, alors que proche des bords du tube ($h(x) \ll r$), l'interface est presque parallèle aux parois du tubes. À cet endroit, la courbure dans le plan de la figure vaut alors environ $\partial^2 h/\partial x^2$ et celle dans le plan perpendiculaire vaut environ $1/r$.

Dans la partie proche des bords du tube, la pression de Laplace induite par la courbure de l'interface est égale à $p \approx -\gamma(\partial^2 h/\partial x^2 + 1/r)$, où $r$ est le rayon du tube. Dans le référentiel lié au ménisque, les conditions aux limites sont ici $v(x,0) = -V$ et $\partial v/\partial y = 0$ en $y = h$. La vitesse du liquide et l'équation vérifiée par l'épaisseur $h$ sont obtenues comme dans la section précédente :

$$v(x,y) = -\frac{\gamma}{2\eta}\left[y^2 - 2hy\right]\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} - V \tag{B.9}$$

$$-Vh + \frac{\gamma}{3\eta}h^3\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} = -V\varepsilon$$

Nous pouvons résoudre cette équation exactement comme dans la partie précédente, à la différence près que l'interface se raccorde à la partie hémisphérique du ménisque avec une courbure $\mathcal{C}$ qui vaut $1/r$ dans le plan de la figure. Le résultat ainsi obtenu est $\varepsilon \approx 0.643\ 3^{2/3} r(\eta V/\gamma)^{2/3}$. L'épaisseur du film dépend donc du rayon $r$ du tube (plutôt que de la longueur capillaire $\kappa^{-1}$).

La résolution proposée par Bretherton diffère légèrement de la méthode de résolution de Landau-Levich. Il résout l'équation normalisée en utilisant les mêmes variables adimensionnéess $\mu = h/\varepsilon$ et $\lambda = x/l$ avec $l = \varepsilon(\gamma/3\eta V)^{1/3}$ et obtient une équation similaire à l'équation B.5 :

$$\mu^{(3)} = \frac{\mu - 1}{\mu^3} \tag{B.10}$$

La condition de raccordement en $\mu \to +\infty$ est donnée par la courbure de l'interface :

$\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2 \to \mathcal{C}l^2/\varepsilon$, avec $\mathcal{C} = 1/r$ et $l = \varepsilon(\gamma/3\eta V)^{1/3}$. La condition initiale pour intégrer l'équation est obtenue pour $\lambda \to -\infty$ (loin du ménisque) lorsque l'interface liquide-air est presque parallèle au tube. L'épaisseur adimensionnée vaut alors $\mu \approx 1$. En développant la fonction $\mu = 1 + \delta$ avec $\delta \ll 1$, la solution à l'équation B.10 peut être approchée par $\mu(\lambda) \approx 1 + a\exp(\lambda) + \exp(-\lambda/2)[b\cos(\sqrt(3)\lambda/2) + c\sin(\sqrt(3)\lambda/2)]$, avec $a$, $b$ et $c$ trois constantes d'intégration. Nous cherchons des solutions qui vérifient $\mu \to 1$ pour $\lambda \to -\infty$ donc $b = c = 0$, d'où $\mu(\lambda) \approx 1 + a\exp(\lambda)$. Les condition initiales sont obtenues pour $\lambda = \lambda_0$, $\mu = 1 + a\exp(\lambda_0)$, $\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}\lambda = a\exp(\lambda_0)$ et $\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2 = a\exp(\lambda_0)$. La valeur de $a$ n'a pas de signification physique et correspond à une translation de la position du ménisque le long du tube. En pratique, pour l'intégration numérique, il convient simplement de vérifier que $a\exp(\lambda_0) \ll 1$. Les résultats de l'intégration numérique de l'équation B.10 sont tracés sur le figure B.4.

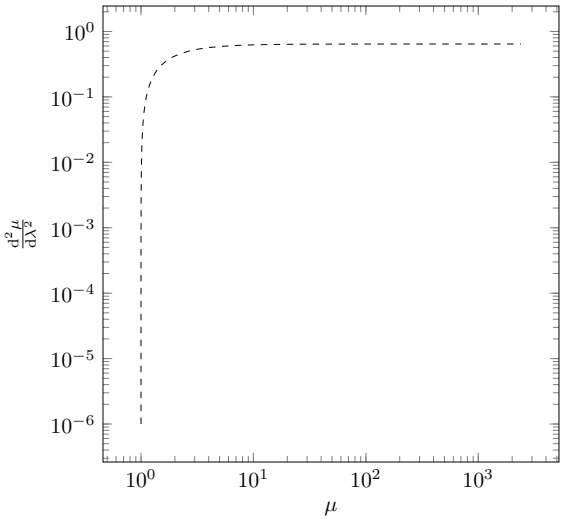



FIGURE B.4 : Intégration numérique de l'équation B.5 pour les condition initiales $\lambda = \lambda_0$, $\mu = 1 + \exp(\lambda_0)$, $\mathrm{d}\mu/\mathrm{d}\lambda = \exp(\lambda_0)$ et $\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2 = \exp(\lambda_0)$ avec $\lambda_0 = -10$. Les résultats présente l'évolution de la courbure adimensionnée $\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2$ en fonction de l'épaisseur dimensionnée $\mu$, en coordonnées logarithmiques. La résolution est faite avec la fonction *ode45* de MATLAB.

Nous retrouvons ici aussi que la courbure $\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2$ tend vers une limite finie qui vaut environ 0.643 pour $\mu \to +\infty$. En variables dimensionnelles, nous retrouvons donc la loi de Bretherton avec le préfacteur :

$$\varepsilon \approx 0.643\ 3^{2/3} r \left(\frac{\eta V}{\gamma}\right)^{2/3} \tag{B.11}$$

L'épaisseur du film dépend cette fois du rayon du tube $r$ plutôt que de la longueur capillaire $\kappa^{-1}$ à cause de la géométrie du problème et le préfacteur vaut environ 1.34. Mis à part la différence de géométrie, le résultat dérivé avec cette seconde méthode est identique à celui obtenu avec la méthode développée dans la section précédente. La convergence de la courbure de l'interface est obtenue plus directement mais le résultat nécessite d'intégrer une équation du troisième ordre au lieu de se ramener à l'intégration d'un équation différentielle du second ordre – deux méthodes qui donnent, logiquement, des résultats identiques. Nous

pouvons aussi remarquer que le préfacteur obtenu correspond exactement à celui obtenu par Bretherton ([43], équation 18), qui a sans doutes utilisé un moyen d'intégration un peu plus puissant que Landau et Levich.

## B.3 Film d'air entraîné lors de l'immersion d'une plaque aérophile

Une autre configuration proposée dans ce manuscrit correspond au cas d'un solide aérophile tiré dans une liquide que nous schématisons sur la figure B.5.

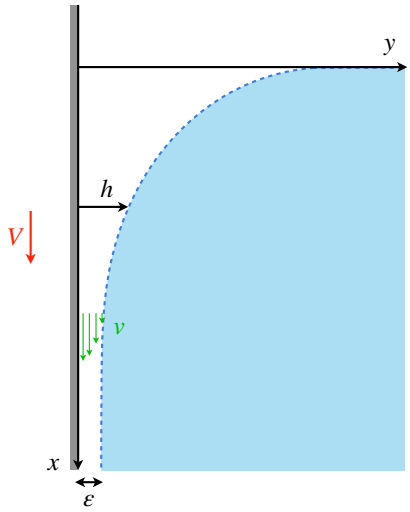



FIGURE B.5 : Schéma de l'entraînement d'un gaz (en blanc) par une plaque (en gris) plongée à vitesse $V$ dans un liquide (en bleu). L'épaisseur du film déposé est noté $\varepsilon$. Les axes $x$ et $y$ sont pris dans les direction verticale et horizontale. L'origine est fixé à l'intersection entre la plaque et le niveau du liquide (l'axe $x$ est orienté vers le bas pour former une repère direct). La vitesse du gaz est notée $v(x, y)$ et la distance entre l'interface et la plaque est notée $h(x)$ ($h \to \varepsilon$ pour $x \to +\infty$).

La résolution est très similaire à celle réalisée dans la première section. Dans ce cas, la vitesse $v$ dans le film d'air vérifie toujours l'équation B.1.

$$\eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial p}{\partial x}$$

En supposant que l'interface est faiblement courbée ($\partial h/\partial x \ll 1$), nous obtenons le gradient de pression dû à la courbure de l'interface : $p \approx -\gamma\, \partial^2 h/\partial x^2$. Nous retrouvons l'équation B.1 :

$$\eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = -\gamma \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} \tag{B.12}$$

L'épaisseur du film d'air est supposée très fine, le nombre de Reynolds de l'écoulement est très petit et les conditions aux limites sont obtenues en considérant un écoulement visqueux dans le film d'air. La vitesse est nulle au niveau de l'interface solide-air : $v(x, 0) = V$. Dans cette configuration, le liquide est nettement plus visqueux que l'air, la condition à l'interface liquide-air est donc une condition de non-glissement : $v(x, h) = 0$. Nous intégrons

deux fois l'équation B.12 par rapport à $y$ pour obtenir la vitesse $v$ dans le liquide :

$$v(x,y) = -\frac{\gamma}{2\eta}\left[y^2 - hy\right]\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + (1 - \frac{y}{h})V \tag{B.13}$$

Le débit volumique d'air par unité de profondeur de la plaque vaut $q = \int_0^h v(x,y)\mathrm{d}y$. Pour $x \to +\infty$ l'interface est plate : $\partial^n h/\partial x^n \to 0$ pour $n \geq 1$. Le débit vaut donc $q = V\varepsilon$. En considérant que l'air est incompressible (le nombre de Mach des expériences réalisées est toujours très faible), la conservation du débit donne :

$$\frac{1}{2}Vh - \frac{\gamma}{12\eta}h^3\frac{\partial^3 h}{\partial x^3} = \frac{1}{2}V\varepsilon \tag{B.14}$$

L'équation réduite est obtenue en utilisant les variables sans dimension $\mu = h/\varepsilon$ et $\lambda = x/l$ avec $l = \varepsilon(\gamma/6\eta V)^{1/3}$ :

$$\mu^{(3)} = \frac{\mu - 1}{\mu^3}$$

avec les conditions aux limites associées :

$$\begin{cases} \lim\limits_{\lambda\to+\infty} \mu(\lambda) = 1 \\ \lim\limits_{\lambda\to+\infty} \mu'(\lambda) = 0 \\ \lim\limits_{\lambda\to+\infty} \mu''(\lambda) = 0 \end{cases}$$

Nous obtenons une équation identique à l'équation B.5. Une résolution similaire à celle développée précédemment donne $\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2 \to \beta \approx 0.643$ pour $\mu \to \infty$. Le raccordement est identique à celui dérivé dans la première section : $\mathrm{d}^2\mu/\mathrm{d}\lambda^2 \to \mathcal{C}l^2/\varepsilon$ pour $\lambda \to +\infty$. Nous obtenons donc $l^2/\varepsilon \approx 0.643$ – avec $\mathcal{C} = \sqrt{2}\kappa$ et $l = \varepsilon(\gamma/6\eta V)^{1/3}$. L'épaisseur du film d'air vaut par conséquent :

$$\varepsilon \approx 0.643\frac{6^{2/3}}{\sqrt{2}}\kappa^{-1}\left(\frac{\eta V}{\gamma}\right)^{2/3} \tag{B.15}$$

Nous retrouvons une équation similaire à celle dérivée dans le cas d'un film liquide avec un préfacteur de 1.50 – plus élevé que celui obtenu pour l'entraînement d'un liquide. De manière assez contre-intuitive, l'épaisseur du film est donc plus élevée en ajoutant une condition de non-glissement à l'interface liquide-air – la friction supplémentaire entre le liquide et l'air impose une couche d'air plus grande entre le solide et le liquide.

# Annexe C

# Pression d'un écoulement en coin sur une interface libre

Nous reprenons dans cette annexe le modèle hydrodynamique de l'écoulement dans un coin effectué par Keith Moffatt en 1964 [49]. La pression exercée par l'écoulement du liquide sur l'interface libre est calculé en fonction de l'angle $\alpha$ entre le liquide et le solide. L'équilibre entre la pression induite par l'écoulement et la pression de Laplace est ensuite utilisé pour retrouver le lien entre l'angle de contact apparent entre le liquide et le solide et la vitesse d'avancée de la ligne triple. Des solutions auto-similaires pour l'écoulement dans un coin formé par un liquide de viscosité $\eta$ entraîné par une plaque infinie qui se déplace à vitesse $V$ ont été dérivées par Keith Moffatt dans [49]. L'écoulement considéré ici est schématisé sur la figure C.1.

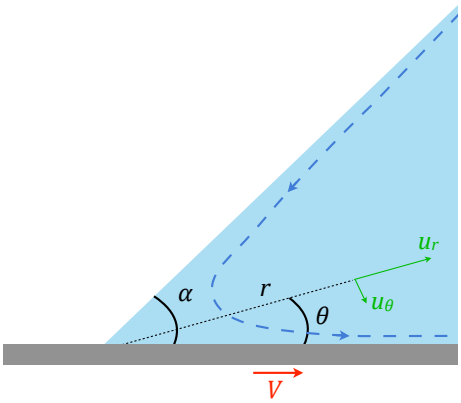



FIGURE C.1 : Schéma de l'écoulement d'un liquide (en bleu) qui forme un angle apparent $\alpha$ avec une plaque solide. Dans le référentiel de la ligne de contact, la plaque se déplace à vitesse $V$ et nous notons $u_r$ et $u_\theta$ les vitesses radiales et orthoradiales du liquide au point de coordonnée polaires ($r$, $\theta$). Les pointillés bleus représentent une ligne de courant.

L'écoulement est étudié dans le référentiel centré lié à la ligne de contact qui fixe l'origine du repère. L'angle que forme le liquide avec le solide est noté $\alpha$ et la vitesse relative entre la plaque et la ligne triple est notée $V$. L'écoulement est supposé incompressible : $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ et nous négligeons l'inertie du liquide et la gravité. Pour calculer la vitesse du liquide, nous

introduisons la fonction de courant $\psi(r,\theta)$ telle que $\mathbf{u} = \nabla\wedge\psi$ où $\mathbf{u}$ est la vitesse du liquide et $\nabla\wedge$ désigne l'opérateur rotationnel ($u_r = (\partial\psi/\partial\theta)/r$ et $u_\theta = -\partial\psi/\partial r$). L'équation de Navier-Stokes simplifiée s'écrit alors :

$$\eta\Delta\mathbf{u} = \nabla p \tag{C.1}$$

où $\nabla\ \cdot$ , $\Delta$ et $\nabla$ désignent respectivement les opérateurs divergence, Laplacien et gradient. En prenant le Laplacien de l'équation C.1, nous obtenons l'équation de Stokes : $\nabla^4\psi = 0$. Les solutions de cette équation sont obtenues en séparant les variables $r$ et $\theta$ et nous trouvons alors :

$$\psi(r,\theta) = Vr^\lambda f_\lambda(\theta) \tag{C.2}$$

où $\lambda$ un exposant réel ou complexe et $f_\lambda(\theta)$ vérifie :

$$f_\lambda(\theta) = a\cos\theta + b\sin\theta + c\theta\cos(\lambda-2) + d\theta\sin(\lambda-2)$$

où $a$, $b$, $c$, et $d$ sont quatre constantes d'intégration. Dans le cas ou $\lambda = 0$, 1, ou 2, la solution est dégénérée et $f$ vérifie :

$$\begin{aligned} f_0(\theta) &= a + b\theta + c\theta^2 + d\theta^3 \\ f_1(\theta) &= a\cos\theta + b\sin\theta + c\theta\cos(\theta) + d\theta\sin(\theta) \\ f_2(\theta) &= a\cos 2\theta + b\sin 2\theta + c\theta\theta + d \end{aligned}$$

Les vitesses radiales et orthoradiales sont proportionnelles à $Vr^{\lambda-1}$. Les seules solutions acceptables pour trouver une vitesse d'écoulement qui tend vers une valeur finie pour $r \to 0$ sont celles obtenues pour $\lambda = 1$ d'où $\psi = Vrf_1(\theta)$. En notant $f_1' = \mathrm{d}f_1/\mathrm{d}\theta$ et $f_1'' = \mathrm{d}^2 f/\mathrm{d}\theta^2$, nous obtenons la vitesse du liquide et la contrainte de cisaillement $\sigma_{\theta r}$ :

$$\left\{\begin{aligned} u_r &= \tfrac{1}{r}\tfrac{\partial\psi}{\partial\theta} = Vf_1'(\theta) \\ u_\theta &= -\tfrac{\partial\psi}{\partial r} = -Vf_1(\theta) \\ \sigma_{\theta r} &= \eta\left[\tfrac{\partial u_\theta}{\partial r} + \tfrac{1}{r}\tfrac{\partial u_r}{\partial\theta} - \tfrac{u_\theta}{r}\right] = \eta V[f_1''(\theta) + f_1(\theta)] \end{aligned}\right.$$

Les conditions aux limites sont $u_r = V$ et $u_\theta = 0$ pour $\theta = 0$ ainsi que $u_\theta = 0$ et $\sigma_{\theta r} = 0$ pour $\theta = \alpha$ :

$$\left\{\begin{aligned} f_1'(0) &= 1 \\ f_1(0) &= 0 \\ f_1(\alpha) &= 0 \\ f_1''(\alpha) + f(\alpha) &= 0 \end{aligned}\right.$$

Les constantes d'intégration $a$, $b$, $c$, et $d$ vérifient donc le système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\alpha & \sin\alpha & \alpha\cos\alpha & \alpha\sin\alpha \\ 0 & 0 & -2\sin\alpha & 2\cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les conditions aux limites du problème sont donc vérifiées pour :

$$\begin{cases} a &= 0 \\ b &= \frac{\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha} \\ c &= \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha} \\ d &= \frac{\sin^2\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha} \end{cases}$$

Nous trouvons la fonction $f_1$ :

$$f_1(\theta) = \frac{\alpha\sin\theta - \theta\sin\alpha\cos(\alpha-\theta)}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha} \tag{C.3}$$

La pression au niveau de l'interface libre s'obtient en projetant l'équation C.1 dans une direction radiale :

$$\left.\frac{\partial p}{\partial r}\right|_\theta = \eta\left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial\theta^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_r}{\partial\theta} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial\theta} - \frac{u_r}{r^2}\right) = \frac{\eta V}{r^2}\left(f_1^{(3)}(\theta) + f_1'(\theta)\right) \tag{C.4}$$

où $f^{(3)} = \mathrm{d}^3 f/\mathrm{d}\theta^3$. En intégrant l'équation le long de l'interface (pour $\theta = \alpha$) et en considérant que $p(r \to +\infty) = 0$, nous trouvons la pression exercée par l'écoulement du liquide sur l'interface en fonction de $r$, puis :

$$p = -\frac{2\eta V}{r}\frac{\sin\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha} = -\frac{2\eta V}{y}\frac{\sin^2\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha} \tag{C.5}$$

La pression $p$ est la pression exercée par le liquide sur l'interface, inversement, une pression $p_f$ exercée par l'interface libre sur le liquide entraîne donc l'avancée du coin à une vitesse $V$ qui vérifie :

$$p_f = \frac{2\eta V}{y}\frac{\sin^2\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha} \tag{C.6}$$

Nous retrouvons la relation entre la pression sur une interface libre et la vitesse de la ligne de contact utilisé par Voinov et Cox [45, 47] dans leur calculs d'écoulement et que nous avons utilisée dans les chapitres 1 et 2 pour décrire le déplacement de la ligne de contact.

# Annexe D

# Articles publiés

Les deux articles intitulés “Capillary Descent” [132] et “The dual role of viscosity in capillary rise” [133] sont des versions succinctes (et un peu moins complètes) des chapitres 3 et 1. Les prépublications sont disponibles en accès libre – par exemple sur le site de l’équipe (https ://blog.espci.fr/interfaces/) ou sur researchgate.

**Capillary Descent**

JoachimDelannoy, Hélène de Maleprade, Christophe Clanet & David Quéré
**2018**, *Soft Matter*, volume 14, pages 5364–4269

A superhydrophobic capillary tube immersed in water and brought in contact with the bath surface will be invaded by air, owing to its aerophilicity. We discuss this phenomenon where the ingredients of classical capillary rise are inverted, which leads to noticeable dynamical features. (1) The main regime of air invasion is linear in time, due to the viscous resistance of water. (2) Menisci in tubes with millimetre-size radii strongly oscillate before reaching their equilibrium depth, a consequence of inertia. On the whole, capillary descent provides a broad variety of dynamics where capillary effects, viscous friction and liquid inertia all play a role.

**The dual role of viscosity in capillary rise**

Joachim Delannoy, Suzanne Lafon, Yukina Koga, Etienne Reyssat & David Quéré
**2019**, *Soft Matter*, volume 15, pages 2757–2761

The spontaneous rise of a wetting liquid in a capillary tube is classically described by Washburn’s law : the meniscus height increases as the square root of time, a law singular for short times, where the velocity diverges. We focus here on the early dynamics of the rise of viscous liquids, and report an initial regime of constant velocity contrasting with Washburn’s prediction. This is explained by considering the contact line friction at the liquid front, and confirmed by the influence of prewetting films on the tube walls, whose presence is found to speed up the rise and more generally to provide an ideal framework for quantifying the friction at contact lines.

# Bibliographie


[1] Littré É., **1877**. *Histoire naturelle de Pline : avec la traduction en français, Tome 1*, volume 1. Firmin-Didot et Cie. Cité page 14.

[2] Woodcroft B. et al., **1851**. *The Pneumatics of Hero of Alexandria : From the Original Greek*. Charles Whittingham. Cité page 14.

[3] Khanikoff N., **1858**. Analysis and extracts of the book of the balance of wisdom, an arabic work on the water-balance, written by'al-khâzinî in the twelfth century. *Journal of the American Oriental Society*, pages 1–128. Cité page 14.

[4] Wallis J., **1674**. *A Discourse of Gravity and Gravitation : Grounded on Experimental Observations : Presented to the Royal Society*. John Martyn, printer to the Royal Society, at the Bell in St. Pauls Church-yard. Cité page 15.

[5] Ravaisson-Mollien C.L., **1884**. *Les écrits de Léonard de Vinci : à propos de la publication intégrale des douze manuscrits inédits de la Bibliothèque de l'Institut*. A. Quantin. Cité page 15.

[6] Libri G., **1838**. *Histoire des sciences mathématiques en Italie, depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du dix-septième siècle*, volume 2. Renouard. Cité page 15.

[7] Millington E., **1945**. Theories of cohesion in the seventeenth century. *Annals of Science*, volume 5, pages 253–269. Cité page 15.

[8] Borelli G.A., **1670**. *De motionibus naturalibus, a gravitate pendentibus*. Regio. Cité page 15.

[9] Rohault J., **1671**. *Traité de Physique*. Vve de C. Savreux. Cité page 15.

[10] Regius H., **1661**. *Philosophia naturalis*. Lud. et Dan. Elzevir. Cité page 15.

[11] Hooke R., **1661**. An attempt for the explanation of the phenomena observable in an experiment published by the honourable robert boyle. *Printed by JH for Sam. Thomson, London*. Cité page 15.

[12] Hauksbee F., **1708**. Several experiments touching the seeming spontaneous ascent of water. *Philosophical Transactions*, volume 26, pages 258–266. Cité page 16.

[13] Jurin J., **1719**. An account of some experiments shown before the royal society, with an enquiry into the cause of the ascent and suspension of water in capillary tubes. *Philosophical Transactions*, volume 30, pages 739–747. Cité page 16.

[14] marquis de Laplace P.S., **1806**. *Supplément à la théorie de l'action capillaire*. Courcier. Cité pages 16, 167, et 168.

[15] Dean J.A., **1999**. *Lange's handbook of chemistry.* McGraw-Hill. Cité page 17.

[16] Waters A., Blanchette F., and Kim A.D., **2012**. Modeling huddling penguins. *PLoS One*, volume 7, no. e50277. Cité page 18.

[17] Richter S., Gerum R., Winterl A., Houstin A., Seifert M., Peschel J., Fabry B., Le Bohec C., and Zitterbart D., **2018**. Phase transitions in huddling emperor penguins. *Journal of physics D : Applied physics*, volume 51, page 214002. Cité page 18.

[18] Adamson A.W. and Gast A.P., **1967**. *Physical chemistry of surfaces*, volume 15. Interscience New York. Cité page 18.

[19] De Gennes P.G., **1985**. Wetting : statics and dynamics. *Reviews of modern physics*, volume 57, no. 827. Cité page 21.

[20] Young T., **1805**. An essay on the cohesion of fluids. *Philosophical transactions of the royal society of London*, volume 95, pages 65–87. Cité pages 21, 167, et 168.

[21] De Gennes P.G. and Brochard-Wyart F., **2015**. *Gouttes, bulles, perles et ondes.* Belin. Cité pages 22, 57, 87, 90, et 108.

[22] Jurin J., **1719**. An account of some new experiments, relating to the action of glass tubes upon water and quicksilver. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, volume 30, pages 1083–1096. Cité pages 23 et 71.

[23] Poiseuille J.L., **1844**. *Recherches expérimentales sur le mouvement des liquides dans les tubes de très-petits diamètres.* Imprimerie Royale. Cité page 25.

[24] Bell J.M. and Cameron F., **1906**. The flow of liquids through capillary spaces. *The Journal of Physical Chemistry*, volume 10, pages 658–674. Cité pages 25 et 74.

[25] Lucas R., **1918**. Ueber das zeitgesetz des kapillaren aufstiegs von flüssigkeiten. *Kolloid-Zeitschrift*, volume 23, pages 15–22. Cité pages 25 et 74.

[26] Washburn E.W., **1921**. The dynamics of capillary flow. *Physical review*, volume 17, pages 273–283. Cité pages 25, 34, et 74.

[27] Guyon E., Hulin J.P., Petit L., and Mitescu C.D., **2001**. *Physical hydrodynamics.* Oxford university press. Cité pages 25 et 74.

[28] Perwuelz A., Mondon P., and Caze C., **2000**. Experimental study of capillary flow in yarns. *Textile Research Journal*, volume 70, pages 333–339. Cité page 26.

[29] Lago M. and Araujo M., **2001**. Capillary rise in porous media. *Journal of colloid and interface science*, volume 234, pages 35–43. Cité page 26.

[30] Marmur A., **2003**. Kinetics of penetration into uniform porous media : testing the equivalent-capillary concept. *Langmuir*, volume 19, pages 5956–5959. Cité page 26.

[31] Nia S.F. and Jessen K., **2015**. Theoretical analysis of capillary rise in porous media. *Transport in Porous Media*, volume 110, pages 141–155. Cité page 26.

[32] Fisher L., **2011**. *How to Dunk a Doughnut : Using Science in Everyday Life.* Hachette UK. Cité page 26.

[33] Marmur A. and Cohen R.D., **1997**. Characterization of porous media by the kinetics of liquid penetration : the vertical capillaries model. *Journal of colloid and interface science*, volume 189, pages 299–304. Cité page 27.

[34] Bachmann J., Woche S., Goebel M.O., Kirkham M., and Horton R., **2003**. Extended methodology for determining wetting properties of porous media. *Water resources research*, volume 39, pages 1–14. Cité page 27.

[35] Staples T.L. and Shaffer D.G., **2002**. Wicking flow in irregular capillaries. *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects*, volume 204, pages 239–250. Cité page 27.

[36] Reyssat M., Courbin L., Reyssat E., and Stone H.A., **2008**. Imbibition in geometries with axial variations. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 615, pages 335–344. Cité page 27.

[37] Gorce J.B., Hewitt I.J., and Vella D., **2016**. Capillary imbibition into converging tubes : Beating washburn's law and the optimal imbibition of liquids. *Langmuir*, volume 32, pages 1560–1567. Cité page 27.

[38] Ponomarenko A., Quéré D., and Clanet C., **2011**. A universal law for capillary rise in corners. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 666, pages 146–154. Cité page 27.

[39] Kim J., Ha J., and Kim H.Y., **2017**. Capillary rise of non-aqueous liquids in cellulose sponges. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 818. Cité page 27.

[40] Bosanquet C., **1923**. On the flow of liquids into capillary tubes. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, volume 45, pages 525–531. Cité page 33.

[41] Quéré D., **1997**. Inertial capillarity. *Europhysics Letters*, volume 39, page 533. Cité pages 33, 78, et 113.

[42] Fries N. and Dreyer M., **2008**. The transition from inertial to viscous flow in capillary rise. *Journal of colloid and interface science*, volume 327, pages 125–128. Cité page 33.

[43] Bretherton F.P., **1961**. The motion of long bubbles in tubes. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 10, pages 166–188. Cité pages 35, 105, 174, et 177.

[44] Snoeijer J.H. and Andreotti B., **2013**. Moving contact lines : scales, regimes, and dynamical transitions. *Annual review of fluid mechanics*, volume 45. Cité page 39.

[45] Voinov O., **1976**. Hydrodynamics of wetting. *Fluid dynamics*, volume 11, pages 714–721. Cité pages 39, 41, 47, et 181.

[46] Tanner L., **1979**. The spreading of silicone oil drops on horizontal surfaces. *Journal of Physics D : Applied Physics*, volume 12, no. 1473. Cité pages 39 et 51.

[47] Cox R., **1986**. The dynamics of the spreading of liquids on a solid surface. part 1. viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 168, pages 169–194. Cité pages 39 et 181.

[48] Leger L. and Joanny J., **1992**. Liquid spreading. *Reports on Progress in Physics*, volume 55, page 431. Cité page 40.

[49] Moffatt H.K., **1964**. Viscous and resistive eddies near a sharp corner. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 18, pages 1–18. Cité pages 41 et 179.

[50] Huppert H.E., **1982**. The propagation of two-dimensional and axisymmetric viscous gravity currents over a rigid horizontal surface. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 121, pages 43–58. Cité pages 51 et 52.

[51] Debregeas G. and Brochard-Wyart F., **1997**. Nucleation radius and growth of a liquid meniscus. *Journal of colloid and interface science*, volume 190, pages 134–141. Cité page 64.

[52] Wang J., Zheng Y., Nie F.Q., Zhai J., and Jiang L., **2009**. Air bubble bursting effect of lotus leaf. *Langmuir*, volume 25, pages 14129–14134. Cité page 71.

[53] de Maleprade H., Clanet C., and Quéré D., **2016**. Spreading of bubbles after contacting the lower side of an aerophilic slide immersed in water. *Physical review letters*, volume 117, no. 094501. Cité page 71.

[54] Bourrianne P., **2016**. *Non-mouillant et température : application aux revêtements culinaires*. Ph.D. thesis, Paris 6. Cité page 71.

[55] Zhmud B., Tiberg F., and Hallstensson K., **2000**. Dynamics of capillary rise. *Journal of colloid and interface science*, volume 228, pages 263–269. Cité pages 77 et 78.

[56] Batchelor G.K., **1967**. *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge university press. Cité page 79.

[57] Lorenceau É., Quéré D., Ollitrault J.Y., and Clanet C., **2002**. gravitational oscillations of a liquid column in a pipe. *physics of fluids*, volume 14, pages 1985–1992. Cité page 79.

[58] Coux M., **2018**. *Matériaux texturés activables*. Ph.D. thesis, Paris Sciences et Lettres. Cité pages 83, 91, et 92.

[59] Ege R., **1915**. On the respiratory function of the air stores carried by some aquatic insects (corixidae, dytiscidae and notonecta). *Z. allg. Physiol*, volume 17, pages 81–125. Cité page 85.

[60] Thorpe W., **1950**. Plastron respiration in aquatic insects. *Biological Reviews*, volume 25, pages 344–390. Cité page 85.

[61] Seymour R.S. and Matthews P.G., **2013**. Physical gills in diving insects and spiders : theory and experiment. *Journal of Experimental Biology*, volume 216, pages 164–170. Cité page 85.

[62] Grémillet D., Chauvin C., Wilson R.P., Le Maho Y., and Wanless S., **2005**. Unusual feather structure allows partial plumage wettability in diving great cormorants phalacrocorax carbo. *Journal of Avian Biology*, volume 36, pages 57–63. Cité page 85.

[63] Srinivasan S., Chhatre S.S., Guardado J.O., Park K.C., Parker A.R., Rubner M.F., McKinley G.H., and Cohen R.E., **2014**. Quantification of feather structure, wettability and resistance to liquid penetration. *Journal of the Royal Society Interface*, volume 11, no. 20140287. Cité page 85.

[64] Shirtcliffe N.J., McHale G., Newton M.I., Perry C.C., and Pyatt F.B., **2006**. Plastron properties of a superhydrophobic surface. *Applied Physics Letters*, volume 89, no. 104106. Cité page 85.

[65] Flynn M.R. and Bush J.W., **2008**. Underwater breathing : the mechanics of plastron respiration. *Journal of Fluid Mechanics*, volume 608, pages 275–296. Cité page 85.

[66] Duez C., Ybert C., Clanet C., and Bocquet L., **2007**. Making a splash with water repellency. *Nature physics*, volume 3, pages 180–183. Cité page 85.

[67] Dupeux G., **2013**. *Propulsion et friction d'objets non mouillants*. Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI. Cité page 85.

[68] Thévenin R., **2014**. *Superhydrophobie Active*. Ph.D. thesis, École polytechnique. Cité page 85.

[69] Lorenceau E., **2003**. *Interfaces en grande déformation : oscillations, impacts, singularités*. Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI. Cité page 87.

[70] Yu C., Cao M., Dong Z., Wang J., Li K., and Jiang L., **2016**. Spontaneous and directional transportation of gas bubbles on superhydrophobic cones. *Advanced Functional Materials*, volume 26, pages 3236–3243. Cité page 87.

[71] Carroll B.J., **1984**. The equilibrium of liquid drops on smooth and rough circular cylinders. *Journal of colloid and interface science*, volume 97, pages 195–200. Cité page 87.

[72] Levich B. and Landau L., **1942**. Dragging of a liquid by a moving plate. *Acta Physicochim. URSS*, volume 17, page 42. Cité pages 89, 171, et 174.

[73] Derjaguin B.V., **1943**. Thickness of liquid layer adhering to walls of vessels on their emptying and the theory of photo-and motion-picture film coating. In *CR (Dokl.) Acad. Sci. URSS*, volume 39, pages 13–16. Cité pages 89 et 171.

[74] Rio E. and Boulogne F., **2017**. Withdrawing a solid from a bath : How much liquid is coated ? *Advances in Colloid and Interface science*, volume 247, pages 100–114. Cité page 89.

[75] Krechetnikov R. and Homsy G., **2005**. Experimental study of substrate roughness and surfactant effects on the landau-levich law. *Physics of Fluids*, volume 17, no. 102108. Cité page 89.

[76] Delacotte J., Montel L., Restagno F., Scheid B., Dollet B., Stone H.A., Langevin D., and Rio E., **2012**. Plate coating : influence of concentrated surfactants on the film thickness. *Langmuir*, volume 28, pages 3821–3830. Cité page 89.

[77] Cheng N.S., **2008**. Formula for the viscosity of a glycerol- water mixture. *Industrial & engineering chemistry research*, volume 47, pages 3285–3288. Cité page 91.

[78] Blake T. and Ruschak K., **1979**. A maximum speed of wetting. *Nature*, volume 282, pages 489–491. Cité page 93.

[79] Esmail M. and Ghannam M., **1990**. Air entrainment and dynamic contact angles in hydrodynamics of liquid coating. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, volume 68, pages 197–203. Cité page 93.

[80] Ghannam M.T. and Esmail M.N., **1993**. Experimental study of the wetting of fibers. *AIChE journal*, volume 39, pages 361–365. Cité page 93.

[81] Taylor G.I., **1959**. The dynamics of thin sheets of fluid. iii. disintegration of fluid sheets. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, volume 253, pages 313–321. Cité page 94.

[82] Culick F., **1960**. Comments on a ruptured soap film. *Journal of applied physics*, volume 31, pages 1128–1129. Cité page 94.

[83] Kim W., Gilet T., and Bush J.W., **2011**. Optimal concentrations in nectar feeding. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 108, pages 16618–16621. Cité page 99.

[84] Harper C.J., Swartz S.M., and Brainerd E.L., **2013**. Specialized bat tongue is a hemodynamic nectar mop. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 110, no. 22, pages 8852–8857. Cité page 99.

[85] Zhu R., Lv H., Liu T., Yang Y., Wu J., and Yan S., **2016**. Feeding kinematics and nectar intake of the honey bee tongue. *Journal of Insect Behavior*, volume 29, pages 325–339. Cité page 99.

[86] Hainsworth F.R., **1973**. On the tongue of a hummingbird : its role in the rate and energetics of feeding. *Comparative Biochemistry and Physiology Part A : Physiology*, volume 46, pages 65–78. Cité page 103.

[87] Rico-Guevara A., **2017**. Relating form to function in the hummingbird feeding apparatus. *PeerJ*, volume 5, no. e3449. Cité page 103.

[88] Kim W., Peaudecerf F., Baldwin M.W., and Bush J.W., **2012**. The hummingbird's tongue : a self-assembling capillary syphon. *Proceedings of the Royal Society B : Biological Sciences*, volume 279, pages 4990–4996. Cité pages 104 et 105.

[89] Rico-Guevara A. and Rubega M.A., **2011**. The hummingbird tongue is a fluid trap, not a capillary tube. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 108, pages 9356–9360. Cité pages 104 et 105.

[90] Bico J., Reyssat É., and Roman B., **2018**. Elastocapillarity : When surface tension deforms elastic solids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, volume 50, pages 629–659. Cité page 106.

[91] Bico J., Roman B., Moulin L., and Boudaoud A., **2004**. Adhesion : elastocapillary coalescence in wet hair. *Nature*, volume 432, page 690. Cité page 106.

[92] Das S., Marchand A., Andreotti B., and Snoeijer J.H., **2011**. Elastic deformation due to tangential capillary forces. *Physics of Fluids*, volume 23, no. 072006. Cité page 106.

[93] Style R.W. and Dufresne E.R., **2012**. Static wetting on deformable substrates, from liquids to soft solids. *Soft Matter*, volume 8, pages 7177–7184. Cité page 106.

[94] Elettro H., Neukirch S., Vollrath F., and Antkowiak A., **2016**. In-drop capillary spooling of spider capture thread inspires hybrid fibers with mixed solid–liquid mechanical properties. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 113, pages 6143–6147. Cité page 106.

[95] Py C., Reverdy P., Doppler L., Bico J., Roman B., and Baroud C.N., **2007**. Capillary origami : spontaneous wrapping of a droplet with an elastic sheet. *Physical review letters*, volume 98, page 156103. Cité pages 106 et 108.

[96] De Langre E., Baroud C.N., and Reverdy P., **2010**. Energy criteria for elasto-capillary wrapping. *Journal of Fluids and Structures*, volume 26, pages 205–217. Cité page 106.

[97] Schroll R., Adda-Bedia M., Cerda E., Huang J., Menon N., Russell T., Toga K., Vella D., and Davidovitch B., **2013**. Capillary deformations of bendable films. *Physical review letters*, volume 111, no. 014301. Cité page 106.

[98] Kim H.Y. and Mahadevan L., **2006**. Capillary rise between elastic sheets. *Journal of Fluid mechanics*, volume 548, pages 141–150. Cité page 106.

[99] Lobkovsky A.E. and Witten T., **1997**. Properties of ridges in elastic membranes. *Physical Review E*, volume 55, no. 1577. Cité page 109.

[100] Chopin J., Vella D., and Boudaoud A., **2008**. The liquid blister test. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 464, pages 2887–2906. Cité page 109.

[101] Cambau T., Bico J., and Reyssat E., **2011**. Capillary rise between flexible walls. *EPL (Europhysics Letters)*, volume 96, no. 24001. Cité page 109.

[102] Davidovitch B. and Vella D., **2018**. Partial wetting of thin solid sheets under tension. *Soft matter*, volume 14, pages 4913–4934. Cité page 109.

[103] Timoshenko S.P. and Woinowsky S., **1959**. *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill International Edition, second edition edition. Cité page 109.

[104] Landau L. and Lifshitz E., **1986**. *Theory of Elasticity*. Butterworth-Heinemann, third edition edition. Cité page 109.

[105] Johnson K.L., Kendall K., and Roberts A., **1971**. Surface energy and the contact of elastic solids. *Proceedings of the royal society of London. A. mathematical and physical sciences*, volume 324, pages 301–313. Cité page 109.

[106] Bico J., **2011**. *Élasto-capillarité : Poils mouillés, Origamis, Cloques*. Ph.D. thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI. Cité page 110.

[107] Hourlier-Fargette A., Antkowiak A., Chateauminois A., and Neukirch S., **2017**. Role of uncrosslinked chains in droplets dynamics on silicone elastomers. *Soft Matter*, volume 13, pages 3484–3491. Cité page 113.

[108] Perwuelz A., Casetta M., and Caze C., **2001**. Liquid organisation during capillary rise in yarns—influence of yarn torsion. *Polymer testing*, volume 20, pages 553–561. Cité page 121.

[109] Nyoni A. and Brook D., **2006**. Wicking mechanisms in yarns—the key to fabric wicking performance. *Journal of the textile institute*, volume 97, pages 119–128. Cité page 121.

[110] Wang N., Zha A., and Wang J., **2008**. Study on the wicking property of polyester filament yarns. *Fibers and Polymers*, volume 9, pages 97–100. Cité page 121.

[111] Tailhandier M., **2015**. Prise en eau des renforts textiles utilisés en pneumatiques. Technical report, INSA de Lyon. Cité pages 121 et 138.

[112] Hachet D., **2017**. Prise en eau des renforts textiles de pneumatique par tomographie à rayons x. Technical report, INSA de Lyon. Cité pages 121 et 138.

[113] Magdelaine Q., **2016**. Imprénation entre des fibres. Technical report, ENS de Paris. Cité pages 122 et 134.

[114] Hearle J. and Bose O., **1966**. The form of yarn twisting part 2 : Experimental. *Journal of the Textile Institute Transactions*, volume 57, pages 308–320. Cité page 133.

[115] Zheng Y., Bai H., Huang Z., Tian X., Nie F.Q., Zhao Y., Zhai J., and Jiang L., **2010**. Directional water collection on wetted spider silk. *Nature*, volume 463, pages 640–643. Cité page 141.

[116] Park K.C., Kim P., Grinthal A., He N., Fox D., Weaver J.C., and Aizenberg J., **2016**. Condensation on slippery asymmetric bumps. *Nature*, volume 531, pages 78–82. Cité page 141.

[117] Wang Q., Yao X., Liu H., Quéré D., and Jiang L., **2015**. Self-removal of condensed water on the legs of water striders. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, volume 112, pages 9247–9252. Cité page 141.

[118] Mouterde T., Lehoucq G., Xavier S., Checco A., Black C.T., Rahman A., Midavaine T., Clanet C., and Quéré D., **2017**. Antifogging abilities of model nanotextures. *Nature materials*, volume 16, page 658. Cité page 141.

[119] Teh S.Y., Lin R., Hung L.H., and Lee A.P., **2008**. Droplet microfluidics. *Lab on a Chip*, volume 8, pages 198–220. Cité page 141.

[120] Li J., Zhou X., Li J., Che L., Yao J., McHale G., Chaudhury M.K., and Wang Z., **2017**. Topological liquid diode. *Science advances*, volume 3, no. eaao3530. Cité page 141.

[121] Stone H.A., Stroock A.D., and Ajdari A., **2004**. Engineering flows in small devices : microfluidics toward a lab-on-a-chip. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, volume 36, pages 381–411. Cité page 141.

[122] Daniel S., Chaudhury M.K., and Chen J.C., **2001**. Fast drop movements resulting from the phase change on a gradient surface. *Science*, volume 291, pages 633–636. Cité page 143.

[123] Chu K.H., Xiao R., and Wang E.N., **2010**. Uni-directional liquid spreading on asymmetric nanostructured surfaces. *Nature materials*, volume 9, pages 413–417. Cité page 143.

[124] Fang Y., Yong J., Chen F., Huo J., Yang Q., Zhang J., and Hou X., **2018**. Bioinspired fabrication of bi/tridirectionally anisotropic sliding superhydrophobic pdms surfaces by femtosecond laser. *Advanced Materials Interfaces*, volume 5, no. 1701245. Cité page 143.

[125] Ju J., Xiao K., Yao X., Bai H., and Jiang L., **2013**. Bioinspired conical copper wire with gradient wettability for continuous and efficient fog collection. *Advanced Materials*, volume 25, pages 5937–5942. Cité page 143.

[126] Lv C., Chen C., Chuang Y.C., Tseng F.G., Yin Y., Grey F., and Zheng Q., **2014**. Substrate curvature gradient drives rapid droplet motion. *Physical review letters*, volume 113, no. 026101. Cité pages 143 et 149.

[127] Prakash M., Quéré D., and Bush J.W., **2008**. Surface tension transport of prey by feeding shorebirds : the capillary ratchet. *science*, volume 320, pages 931–934. Cité page 143.

[128] Ju J., Bai H., Zheng Y., Zhao T., Fang R., and Jiang L., **2012**. A multi-structural and multi-functional integrated fog collection system in cactus. *Nature communications*, volume 3, page 1247. Cité page 143.

[129] Chen H., Zhang P., Zhang L., Liu H., Jiang Y., Zhang D., Han Z., and Jiang L., **2016**. Continuous directional water transport on the peristome surface of nepenthes alata. *Nature*, volume 532, pages 85–89. Cité page 143.

[130] Comanns P., Buchberger G., Buchsbaum A., Baumgartner R., Kogler A., Bauer S., and Baumgartner W., **2015**. Directional, passive liquid transport : the texas horned lizard as a model for a biomimetic liquid diode. *Journal of the royal society interface*, volume 12, no. 20150415. Cité page 143.

[131] Liu J., Guo H., Zhang B., Qiao S., Shao M., Zhang X., Feng X.Q., Li Q., Song Y., Jiang L., et al., **2016**. Guided self-propelled leaping of droplets on a micro-anisotropic superhydrophobic surface. *Angewandte Chemie International Edition*, volume 55, pages 4265–4269. Cité page 143.

[132] Delannoy J., de Maleprade H., Clanet C., and Quéré D., **2018**. Capillary descent. *Soft matter*, volume 14, pages 5364–5368. Cité page 183.

[133] Delannoy J., Lafon S., Koga Y., Reyssat É., and Quéré D., **2019**. The dual role of viscosity in capillary rise. *Soft matter*, volume 15, pages 2757–2761. Cité page 183.

**Joachim DELANNOY** **20 septembre 2019**

## Sujet : Les surprises de la montée capillaire

**Résumé** : La montée capillaire est l'une des illustrations les plus remarquables des effets de la tension superficielle. L'expérience consiste à placer un tube de petit diamètre au contact d'un liquide mouillant. Le liquide monte alors spontanément à l'intérieur du tube jusqu'à une hauteur qui peut atteindre plusieurs centimètres. En partant de cette expérience historique, nous extrayons des phénomènes nouveaux : (1) la dissipation au niveau de la ligne de contact, à l'origine d'une vitesse de montée constante à temps court, (2) la descente capillaire dans des milieux aérophiles qui donne lieu à de nouvelles dynamiques et (3) l'imprégnation capillaire dans des milieux complexes que nous illustrons par une montée capillaire dans des languettes flexibles copiées sur la langue du colibri. Ces trois grands axes d'études sont déclinés en sept chapitres dans lesquels nous étudions, expérimentalement et théoriquement, ces nouveaux phénomènes d'imprégnation capillaire.

**Mots clés** : montée capillaire, capillarité, imprégnation, ligne de contact, revêtements de surfaces

## Subject : The surprises of capillary rise

**Abstract**: When contacting a wetting liquid with a narrow tube, a meniscus forms and rises spontaneously, progressing up to several centimetres. This remarkable illustration of surface tension is known as capillary rise. After more than three centuries of studies, capillary rise is now well apprehended and is often seen as a model experiment to study the impregnation of liquids in confined media. Despite its apparent simplicity, capillary rise still preserve a few mysteries that are studied in this manuscript: (1) the viscous dissipation near the contact line, responsible for a constant velocity dynamics at short time of a capillary rise, (2) a capillary descent observed in aerophilic tubes showing unexplored dynamics and (3) capillary impregnation in complex media, as illustrated by the rise of a liquid in deformable stripes inspired by hummingbird tongues. These three topics are investigated along seven chapters as we explore (experimentally and theoretically) new aspects of liquid impregnation in confined media.

**Keywords** : capillary rise, capillarity, impregnation, contact ligne dynamics, film coating