HAL
archives-ouvertes.fr

La Physique du Sport

Caroline Cohen

▶ **To cite this version:**

Caroline Cohen. La Physique du Sport. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Ecole Polytechnique, 2014. Français. <tel-01115322>

HAL Id: tel-01115322

https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01115322

Submitted on 10 Feb 2015

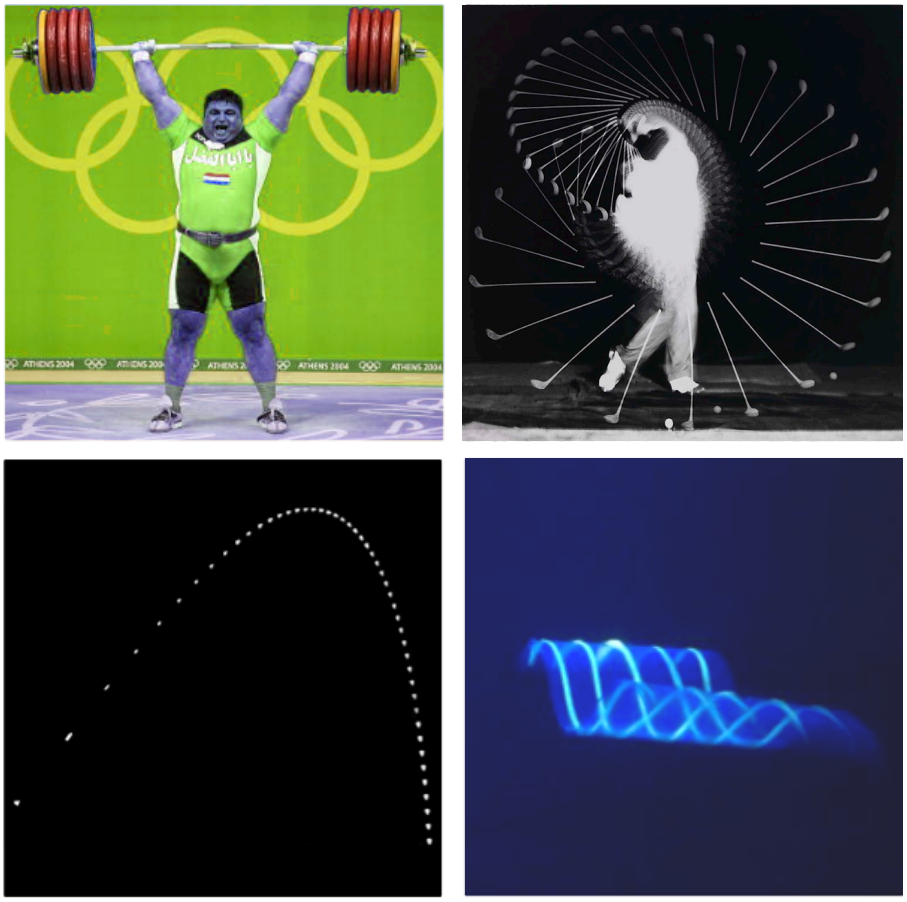
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE L'ECOLE POLYTECHNIQUE

La Physique du Sport

Caroline Cohen



Soutenue le 25 septembre 2014 au LadHyX devant le jury composé de :

John W. Bush	Rapporteur	MIT
Jean-Christophe Géminard	Rapporteur	ENS Lyon
Lydéric Bocquet	Examinateur	ENS
Yves Couder	Examinateur	Université Paris Diderot
Guillaume Laffaye	Examinateur	Université Paris Sud
Benoit Roman	Examinateur	ESPCI
David Quéré	Directeur de thèse	Ecole Polytechnique
Christophe Clanet	Directeur de thèse	Ecole Polytechnique

La Physique du Sport

Caroline Cohen

Merci !

« Tout a une fin, sauf la banane qui en a deux. » (Proverbe Bambara)

La thèse est achevée. A la joie, se mêle l'émotion de vous quitter. La thèse est un sport collectif, et la victoire revient à toute l'équipe. En quelques mots, je voudrais remercier toutes les personnes qui ont rendu ces quelques années intenses, drôles, passionnantes.

Je remercie les membres du jury, chercheurs passionnés, de votre intérêt pour la Physique du Sport, de votre bienveillance et de toutes vos questions et remarques enrichissantes : Lydéric Bocquet (merci pour l'idée de rhéométrie du muscle), John W. Bush (merci de partager la passion du vin, du fromage et du foot), Yves Couder (merci pour la citation opportune de Sterne), Jean-Christophe Géminard (merci pour la lecture attentive du manuscrit), Guillaume Laffaye (merci pour toutes les discussions, toutes les rencontres improbables à la salle de muscu, au Museum d'histoire naturelle, à la Pitié...), Benoît Roman (merci de m'avoir inclus dans l'équipe des enseignements d'approfondissement Hydro et Elasticité).

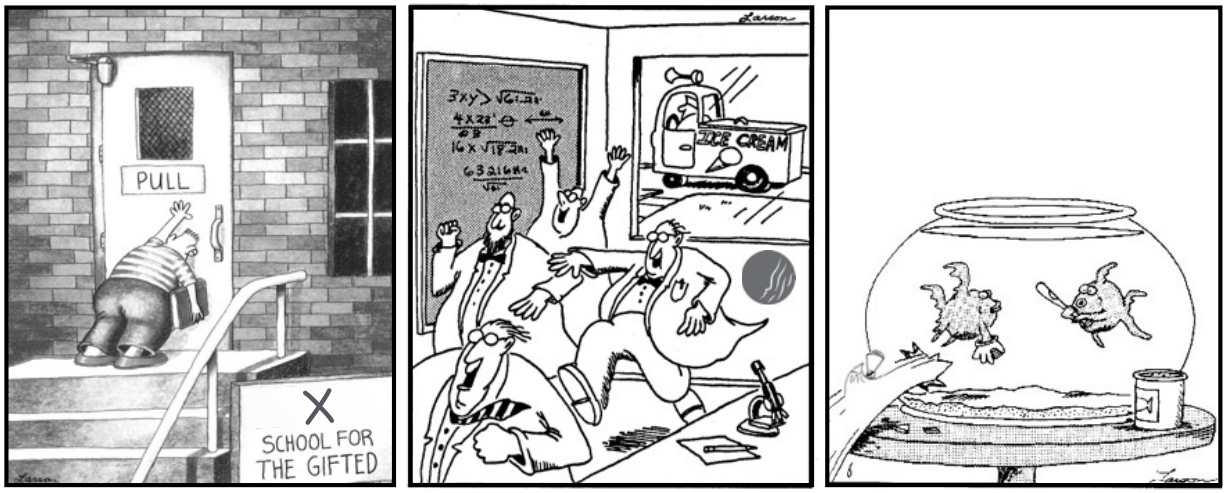
« L'entraîneur médiocre parle, le bon explique, le super démontre et le meilleur inspire. » (John Kessel)

Christophe, merci de m'avoir entraînée dans cette aventure, à la recherche des lois, les pépites d'or du physicien. Merci de m'avoir appris à observer, à mesurer, à ne rien comprendre, et tout ça en rigolant toujours. Merci d'être un exemple de chercheur et d'humaniste. Merci pour ta disponibilité, ton humilité, ta sensibilité et ton amitié. David, merci pour toutes les histoires que tu nous racontes, et qui nous donnent envie (de rédiger un article, d'être chercheur, de faire du cirque supra ou n'importe quoi d'autre). Merci pour la note que tu apportes sur nos terrains de sport et bravo pour ton revers au ping pong. Merci à tous les deux pour votre sens physique et votre sens de l'humour. Merci d'accepter nos invitations chez vous à l'improviste, même si on est malpolis. Je n'imaginais pas de meilleurs chefs. Merci enfin d'entretenir l'équilibre (et la santé mentale) des saltimbanques de la Compagnie des interfaces, cette belle équipe où l'on vit si bien.

« Le sport mesure la valeur humaine en millimètres et en centièmes de seconde. » (Bernard Arcand)

Justement cette équipe, la compagnie des interfaces : je remercie les anciens d'abord d'avoir insufflé la dynamique du groupe, l'entraide et le travail collectif : Marie toujours disponible pour donner une bonne idée, Jacopo le grincheux, Keyvan l'émerveillé, Alex et ses histoires invraisemblables... les très anciens aussi, partis il y a parfois longtemps mais qui continuent à discuter avec nous en permanence : Anne, Etienne, Mathilde, José, Elise... et les post-doc : Joachim (qui n'a rien à envier à Jacopo), Cunjin (toujours prêt à ramener une TsinTao), Evan (qui a appris la coinche aussi vite que le Français). Vient ensuite la génération dorée (comme disent les chefs !) : les copains de promo avec lesquels on arrive toujours à être un multiple de quatre pour jouer à la coinche. Baptiste, nous sommes donc une banane ? Merci pour ces années de thèses où tout était facile et amusant. A deux, on n'accomplit peut-être pas deux fois plus de travail, mais c'est deux fois plus agréable, on est quatre fois plus souvent les employés du mois, on rencontre cent fois plus de gens fous

et on rigole mille fois plus. Adri, tu es un peu plus ancien, mais au vu de tes exploits nous t'incluons dans la génération dorée... merci d'avoir partagé le quotidien du préfa (toutes les parties de bad, de foot, de coinche dans le RER, les visites sécurité...) et aussi d'avoir essayé de nous stresser, même si ça n'a jamais marché ! Pierre-Brice le funambule qui a glissé sur un brin d'herbe et s'est démis l'épaule, j'espère qu'on fera encore longtemps les mêmes choix de parcours. Guillaume, tu nous as montré qu'une pomme suffit pour faire une tarte. Merci aussi d'avoir demandé à Jean-Marc l'intérêt des développements asymptotiques ! Pascal, merci de manger lentement et faire durer les repas, pour nous permettre de discuter plus et limiter notre exposition au mercure du préfa. Puis inévitablement, les petits jeunes ont pris les commandes : Dan et Raph (à qui je dois mon style de surf), Manu (en Tshirt tout l'hiver), Philippe (le footballeur cultivé), Anaïs et Hélène (expertes du body tonic), Eline (avec qui j'aurais bien recommencé une thèse sur le surf), Timothée (l'absurdoué, ça me fait parfois peur de penser aux mêmes blagues que toi), les derniers arrivés : Martin (le combattant) et Camille, nouvelle chef (merci pour les discussions engagées et toutes tes idées), les Belges (Laurent et Martin), et enfin les renforts saisonniers de stagiaires : Eliott, Simon, Ousmane, Héloïse, Louis, Maxime, Rémi, Vianney, Anthony, Antoine, David (Michel), Nico, Carmelo (et son ballon à sécher le linge), Hadrien, Jérôme ...



Dessins de Gary Larson : l'école, le labo, le préfa.

Je remercie tous les membres du LadHyX pour l'ambiance familiale qui règne au labo, qui nous donne envie de faire 2 h de RER par jour, dans un wagon bondé pour se retrouver ensemble. Merci pour les débats animés, les goûters et Tartateam à toutes saisons, les coups de gueule enflammés et les moments de rire et partage entre toutes les générations et les personnalités qui peuplent le labo.

Je remercie d'abord tous ceux qui rendent notre travail possible : Caro et Antoine, pour tous les coups de mains, ou de marteau, et les astuces de bricoleurs qui nous permettent de monter nos manips de coin de table (qui souvent dépassent de la table). Merci d'avoir fabriqué la machine à frapper/casser les souvenirs (la première avec un truck de skateboard, la deuxième avec un moteur de scooter). Merci de nous rappeler qu'il ne faut pas mélanger l'eau et l'électricité, ni regarder un faisceau laser. Merci enfin de votre soutien pour le bouclage de Moving Mind, lorsque la veille, il ne bougeait toujours pas. Thérèse, Sandrine, Delphine, Caro, Judith merci d'accepter nos missions à la dernière minute (voire à celle d'après) sans nous gronder, de commander nos ballons, la piscine gonflable et le produit à bulles avec la carte bleue du labo. Dani, merci d'avoir sauvegardé le contenu de mon

ordinateur à mon insu et ainsi sauvé la plupart de mes données. Avec Toaï et Alex, merci d'intervenir quand la machine ne veut plus rien entendre.

Je remercie ensuite l'équipe de foot qui m'a permis de joindre la pratique à la théorie : Rémi (le panneau du service matériel est plié cette fois), Etienne (et ses lunettes souvent cassées), Marine (la toujours motivée), Eunok (et la reprise de volley à bout portant sur mon nez), Eline (ah non, tu n'avais pas tes affaires..), Loïc (finalement on ne saura jamais qui de nous deux gagne au bras de fer), Gaétan (le gardien volant, tu mérites bien la médaille en choco du labo), Anders, Lionel, Tom, Mathieu... et tous les anciens qui regrettent cette finale du tournoi qu'on aurait dû gagner (Jon, Juno, Cristobal, Pierre, Clément, Fabien, Diego, Franz...). Je remercie l'équipe footing, qui a réussi à me faire courir 10 km pour aller boire une bière et l'équipe salle café (où tout se décide) : Sabine (merci d'être une maman, même si tu es beaucoup trop jeune pour ça), Antoine (le sarcastique), Jean-Marc (merci de nous entraîner dans toutes tes bêtises), et l'équipe des toujours disponibles pour discuter, donner un coup de main pour une manip, pour la nuit des chercheurs ou simplement pour oser franchir la porte du préfa : Manu, Yifan, Jérémy, David, Cécile, Julie, Miguel, Nico...

Merci à tous les personnels de l'Ecole Polytechnique que nous allons régulièrement embêter (Wiliam et Ali du TreX, les plombiers, les électriciens, la DSI, la Formation Sportive, le CSX, Pierre et les joueurs de bad, la Drip, la DCom, l'école doctorale...)

Je remercie tous les membres du PMMH, de nous accueillir de temps en temps : Philippe, Fred et Amina pour organiser les barbecues et apéros de Noël, Eduardo pour la cuisson argentine de la viande au BBQ, Etienne pour nous apprendre à faire de la belle science, Guillaume, Xavier, Olivier, Anne pour nous laisser utiliser l'atelier, le cutter laser, l'imprimante 3D, les thésards : Nawal, David, Sophie, Bertrand... le club cuisine, les Mecawet : José toujours prêt à aller lâcher des boules de pétanques dans les calanques, Etienne à disserter sur la forme de la bulle de savon géante...

« Cyclistes, fortifiez vos jambes en mangeant des oeufs mollets. » (Pierre Dac)

Cette thèse n'aurait pas été possible sans tous les sportifs et entraîneurs de haut niveau que nous avons rencontrés. Nous aurions dû nous contenter de performances ridiculement faibles, les nôtres. Merci pour l'énergie dépensée sous le feu des halogènes et votre patience pendant l'acquisition des images de la caméra rapide : Michael Phomsoupha notre expert du badminton, qui a commencé une thèse avec Guillaume et a réussi à ne pas lui smasher dessus à bout portant malgré ses lunettes de chimie, tous les STAPS d'Orsay, les gardiens de foot de Juvisy et Longjumeau et leurs entraîneurs, les habitués de la salle de muscu : Gregory (qui a des bras larges comme nos cuisses), Michael, Antoine, Nouredine... Merci à tous les passionnés de sport qui nous ont aidés dans nos projets : Isabelle Jobbard, juge-arbitre de badminton, Jérôme Careil de la FFB, Catherine et Pierre Macé de Babolat Claude Boly du Musée du Sport.

« Sans l'invention de la roue, les coureurs du Tour de France seraient condamnés à porter leur bicyclette sur le dos. » (Pierre Dac)

Parfois les rencontres étaient plus inattendues. Le périple a débuté par le tour de France des souffleries pour faire zigzaguer les ballons. Laurent Keirsbulck nous a accueillis au LME de Valenciennes, Eric Brunel Dominique Farcy et leur équipe à l'Onéra de Lille, Fawaz Massouh et Ivan Dobrev aux Arts-et-Métiers, Thierry Faure Marc Rabaud et Frédéric Moisy au Fast, et Christophe qui nous a régulièrement prêté la soufflerie mobile pour aller faire des tours de périph à toute allure... Bruno Grandpierre, PDG de POK, nous a permis

de mesurer la portée des jets d'eau des lances à incendie des pompiers, en vérifiant les connaissances de Guillaume sur les tuyères de Laval. Sans Jean-Pierre Gasc du Museum d'Histoire Naturelle, nous n'aurions jamais entendu parlé du microcèbe. Les Lieutenants-Colonnels Guyot et Briot nous ont initiés au maniement du canon Gribeauval et à son histoire, au Musée d'Artillerie de Draguignan. Renaud Beffeyte et ses servants nous ont ramené au Moyen-Age pour filmer des tirs de trébuchet, bricole et autre couillarde à la caméra rapide, au château des Baux de Provence. Patrick de Crazy Bubbles nous a aidé à faire une bulle de 3 m de diamètre au dessus de la piscine gonflable dans la chaleur moite de la salle de séminaire bleue du LadHyX fin juillet. Jean-Yves Hogrel de l'Institut de Myologie de la Pitié-Salpêtrière nous a éclairé sur les difficultés à travaillller sur les maladies musculaires et nous a orienté vers le Journal of Gerontology. Merci à vous tous.

« Le sport amuse les masses, leur bouffe l'esprit et les abêtit. » (Thomas Bernhard)

L'organisation du colloque Euromech Physics of Sports nous a permis de rencontrer de nombreux passionnés : Marc Rabaud, Nicolas Benguigui, Alan Nathan et Wolfram Muller (qui ramènent toujours tout respectivement au baseball et au ski), Nick Linthorne (qui est venu de Londres en vélo), Metin Tolan (qui critique le foot féminin), Ross Garett (venu de Nouvelle-Zélande), Paul Dietschy, Yves Parlier, Alain Haché, François Gallaire, Antonin Eddi, Floren Colloud, Déborah Nourrit-Lucas, Nicolas Babault Philippe Brunet (avec qui nous avons passé plusieurs après-midi à lancer une balle de squash dans un coin, avant de décider de le recouvrir d'huile silicone), Pierre-Tho, Basile et Akash et tous les autres... Entre mille choses, ce colloque a été l'occasion d'apprendre à réaliser une affiche. Par decence, je vous laisse deviner qui a fait quoi...



L'apprentissage de la beauté : affiches du colloques Physics of Sports par ordre de réussite croissant (ou l'inverse...)

Nous avons eu la chance de participer à plusieurs conférences et l'école d'été de Thomas Bohr à Krogerup. A chaque fois, ce fut un grand plaisir de rencontrer des chercheurs passionnés de tous âges et toutes provenance.

« Quand les mouettes suivent un chalutier, c'est qu'elles pensent qu'on va leur jeter des sardines » (Eric Cantona)

Nous avons aussi eu l'occasion de rencontrer plusieurs journalistes convaincus que la physique du sport est un moyen d'aller vers les gens (Marion Solletty, David Larousserie, Annabel Benhaïm) de participer aux Nuits des Chercheurs, Fêtes de la Science, expo au Palais de la Découverte et de travailler avec des artistes (Frigo et Jimmy pour Moving Mind, Anne-Lise Le Brun pour la revue Citrus Foot). Je remercie toutes les personnes qui m'ont appris à enseigner lors du monitorat à l'X (Etienne et David en Modal, Benoît en EA, Patrick en tutorat).

Je remercie Sylvain et Michael ainsi que tous les membres du MSC de m'accueillir en post-doc où je vais prendre à coeur d'améliorer ma recette de caramel.

Enfin je remercie ma famille, soutien sans faille (même ceux qui disent qu'ils payent mes voyages avec leurs impôts, même ceux qui me demandent quand est-ce que j'aurais un vrai travail... mais surtout les autres quand-même.) Et les amis, que j'ai parfois fait rêver en parlant de ma thèse, mais qui me font penser à autre chose la plupart du temps : mes équipes de volley (Alex, Caro, Adèle...), de hand (Aurore, Camille, Cham...), de foot, de bad, de tennis-ballon (Greg, Juju, Fanny...) , et les coachs ! les copines de toujours : Mu Et Georgia, ceux d'après, les copains baroudeurs, la GoodHouse : Momo et toutes ses couleurs de cheveux, Lara et son amour de l'Afrique et toutes celles qui rêveraient d'en faire partie : gros chien blanc et petit chien noir, Anais... et tous les autres. Lolo, merci d'être là et de me faire rire. Merci de m'avoir dit que je n'y arriverais jamais (même si je n'ai pas tout de suite compris que c'était une blague).



« L'ombre du zèbre n'a pas de rayures » (Proverbe Africain)

Et pour finir, l'oeuvre du poète masqué du LadHyX :

Sourire mystérieux du chat
L'armée de carte perce mon cœur

L'arbalète pique ces quatre feuilles
Traverse le mur

Un univers remplace l'autre
Spirale immobile déployée à l'infini

Continents brisés du givre
Mon souffle vous dévore

Bleu de Tolède
Je suis prisonnier de tes brouillards

Je voudrais rétrécir à nouveau
Echapper au temple

J'ai oublié l'heure
Reviens

Je serai sage

Table des matières

I Les Sports à Records **7**

1 Le muscle **13**
1.1 Physiologie du muscle . . . 15
1.1.1 Constitution du muscle . . . 15
1.1.2 Contraction musculaire . . . 17
1.2 Description phénoménologique du muscle . . . 19
1.2.1 Impulsion nerveuse . . . 19
1.2.2 Relation force-longueur . . . 20
1.2.3 Relation de Hill entre force et vitesse de contraction . . . 21
1.3 Modélisations du muscle . . . 22
1.3.1 Modèles viscoélastiques actifs . . . 23
1.3.2 Modèles microscopiques . . . 24

2 L'haltérophilie et les records de force **27**
2.1 Expériences de développé-couché . . . 29
2.1.1 Dispositif expérimental . . . 29
2.1.2 Levée unique à vitesse maximale . . . 30
2.2 Modèle de l'haltérophile articulé . . . 33
2.2.1 Modélisation de l'articulation . . . 33
2.2.2 L'haltérophile à force constante : $\overline{F} = 1$ . . . 34
2.2.3 L'haltérophile de Hill . . . 35
2.2.4 L'haltérophile de Deshcherevskii . . . 36
2.2.5 Application à la caractérisation des muscles . . . 40
2.3 Expériences de temps de tenue . . . 45
2.3.1 Dispositif expérimental . . . 45
2.3.2 Résultats experimentaux . . . 46
2.3.3 Modèle . . . 47
2.3.4 Expériences d'endurance au développé-couché . . . 49
2.4 Expériences d'arraché et d'épaulé-jeté . . . 51
2.4.1 L'arraché . . . 52
2.4.2 L'épaulé-jeté . . . 55

3 Le muscle capillaire **57**
3.1 Résultats expérimentaux . . . 58
3.1.1 Dispositif expérimental . . . 58
3.1.2 Résultats expérimentaux . . . 59
3.2 Modèle . . . 62
3.2.1 Force élastique : F . . . 62

3.2.2 Force visqueuse : F_η . . . 63
3.2.3 Relation force-vitesse . . . 63
3.3 La théorie des filaments coulissants et son analogue capillaire . . . 63
3.3.1 Théorie des filaments coulissants . . . 63
3.3.2 Analogie capillaire . . . 64
3.3.3 Interprétation microscopique de la relation de Hill . . . 65

II Les Sports de Balles : Aérodynamique et Trajectoires 69

4 Le Mur aérodynamique 73
4.1 Éléments de balistique extérieure . . . 76
4.2 Résultats expérimentaux . . . 78
4.2.1 Vitesses terminales des balles de sport . . . 78
4.2.2 Les trajectoires du badminton . . . 80
4.3 Analyse théorique de la trajectoire . . . 83
4.3.1 Solutions exactes pour le tir vertical . . . 83
4.3.2 Origine du mur aérodynamique . . . 83
4.3.3 Les deux régimes . . . 84
4.3.4 Position du mur . . . 85
4.3.5 Expression analytique de la portée . . . 87
4.3.6 Expression de la hauteur maximale . . . 90
4.3.7 Angle optimal de tir . . . 90

5 Applications du mur 95
5.1 Taille des terrains de sport . . . 96
5.1.1 Portée maximale et taille des terrains de sport . . . 96
5.1.2 Classification des sports de balles . . . 96
5.2 L'artillerie et les champs de bataille . . . 100
5.2.1 Artillerie névrobalistique et trajectoires paraboliques . . . 100
5.2.2 Artillerie à poudre et Tartaglia . . . 102
5.2.3 Taille des champs de bataille . . . 102
5.3 Portée des lances à incendie . . . 106
5.4 Profondeur de plongeon . . . 109
5.5 Modification de la trajectoire avec la rotation . . . 114
5.5.1 Dégagement du gardien de football . . . 114
5.5.2 Equations de la trajectoire . . . 116
5.5.3 Modification de la portée . . . 117
5.5.4 Critère pour négliger le spin . . . 118

III Les Sports de Balles : Elasticité et Impact 123

6 Le pointu au football 127
6.1 Résultats expérimentaux . . . 129
6.1.1 Dispositif expérimental . . . 129
6.1.2 Résultats qualitatifs . . . 129
6.1.3 Résultats quantitatifs . . . 130
6.2 Modèle . . . 133

6.2.1 Conservation de la quantité de mouvement . . . 133
6.2.2 Expression de la force . . . 134
6.2.3 Modèle dynamique . . . 136
6.3 Frappe réelle . . . 136
6.4 Discussion . . . 139

7 La frappe et le lancer **141**
7.1 Frapper ou lancer ? . . . 142
7.1.1 Le lancer . . . 142
7.1.2 La frappe . . . 143
7.1.3 Discussion . . . 144
7.2 Comment lancer ou frapper plus fort ? . . . 146
7.2.1 Utilisation des articulations . . . 146
7.2.2 Utilisation de l'énergie élastique . . . 148

8 Le smash au badminton **153**
8.1 Expérience de smash . . . 154
8.1.1 Dispositif expérimental . . . 154
8.1.2 Résultats expérimentaux . . . 155
8.2 Expérience à une dimension . . . 158
8.2.1 Dispositif expérimental . . . 158
8.2.2 Résultats expérimentaux . . . 159
8.3 Modèle harmonique . . . 161
8.4 Comparaison . . . 162
8.4.1 Excitation harmonique . . . 162
8.4.2 Excitation triangulaire . . . 162

Introduction générale

Étymologiquement, la physique est l'étude philosophique de la nature. Le rôle du physicien consiste ainsi à observer son environnement, à identifier des évènements qui se répètent toujours suivant une même séquence et enfin à proposer une loi minimale permettant de comprendre la logique de cette séquence. Dans cette thèse, l'environnement est le sport et nous donnons quelques exemples d'événements pour lesquels il nous semble possible de trouver des lois.

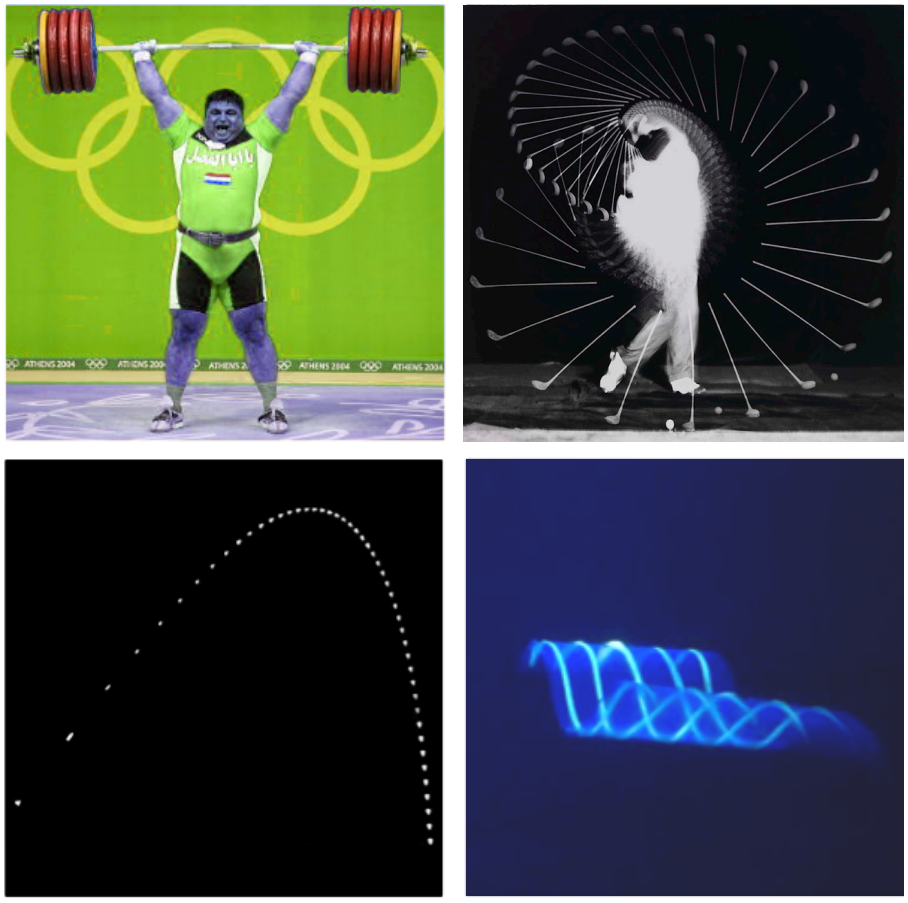


FIGURE 1 – La Physique du Sport, telle que nous la décrivons dans ce travail : (a) les sports à records, (b) l'aérodynamique des sports de balles, (c) l'élasticité des sports de balles et (d) les sports de glisse.

Le sport, comme la nature, permet d'éveiller la curiosité des hommes. Dans son traité sur le mouvement des animaux, Aristote explique que les athlètes pourraient sauter plus loin s'ils avaient des masses dans les mains et qu'ils courent plus vite lorsqu'ils balancent

les bras [1]. Plus tard, en 1687, Newton observe la déviation des rayons lumineux à la traversée d'un prisme et la compare aux trajectoires courbées des balles de tennis [2]. En 1850, Magnus comprend que la déviation latérale des obus de l'armée Prussienne est due à la rotation des projectiles [3]. En 1877, Rayleigh fait le lien entre l'effet Magnus et les trajectoires des balles de tennis frappées avec de la rotation [4].

A l'interface entre plusieurs sciences (physique, biophysique, biologie, sciences du sport, mathématiques), la physique du sport se nourrit d'interactions entre scientifiques, sportifs, entraîneurs, industriels du sport et permet d'aborder des thèmes très variés : aérodynamique, élasticité, friction, ondes et fluides, physique statistique, mouvement humain [5, 6].

Le sport est un « invariant culturel » : il existe depuis toujours et est universel. Pour les byzantins : « les peuples sans sport sont des peuples tristes »[7]. Le sport est caractérisé par la mise en œuvre de qualités physiques (endurance, résistance, force, coordination, adresse, souplesse...) et par l'esprit de compétition (le désir de se surpasser, de battre les records, ou simplement de gagner). Les sports sont très nombreux et il est difficile de faire une classification. On peut néanmoins distinguer plusieurs caractéristiques : est-ce que le but est de réaliser une performance (de vitesse, de précision, de force, artistique...) ou de battre un adversaire ? Est-ce un sport qui se pratique tout seul ou en équipe ? Est-ce que l'on a un objet pour jouer (un ballon à s'échanger, un objet à lancer, ou pour lancer...) ? Dans quel milieu le sport se pratique-t-il : dans l'air, dans l'eau, au sol, sur la glace ou sur l'eau ?

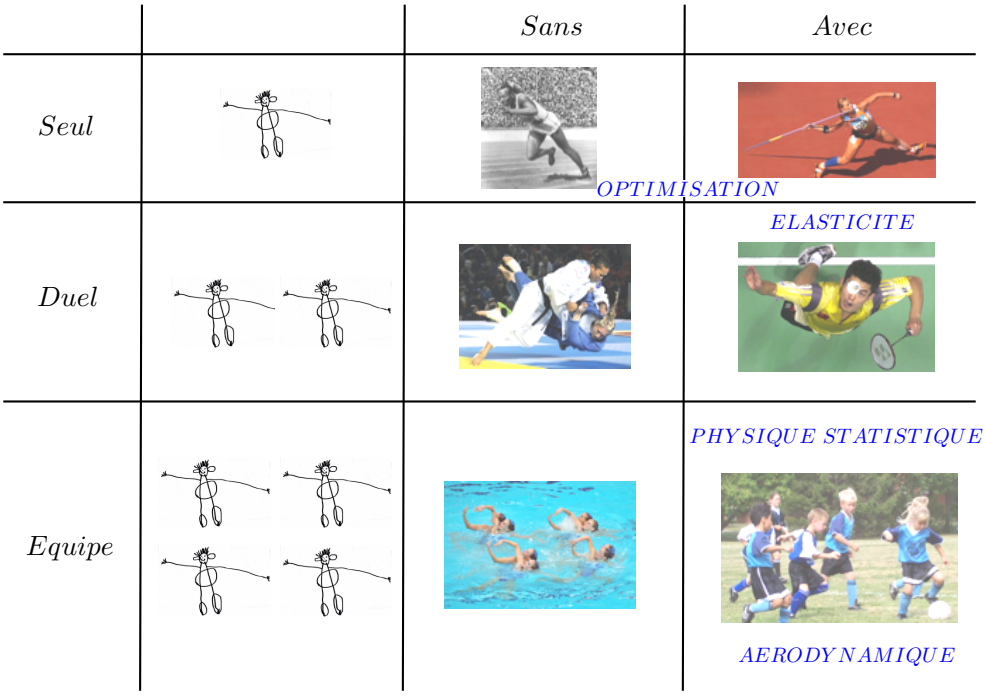


FIGURE 2 – Une classification possible des sports : suivant le nombre de joueurs et l'utilisation ou non d'un instrument.

La figure 2 propose une classification des sports en fonction du nombre de joueurs qui participent : un, deux ou plus et selon qu'on joue avec un projectile ou sans. Nous parcourons cette classification en pointant les sujets d'étude de la physique du sport.

Sur la première ligne, on trouve les sports qui se pratiquent seul. Sans objet, l'homme n'a que son corps pour s'exprimer dans des disciplines telles que la course, le saut, l'hal-

térophilie, l'escalade, la gymnastique, la natation... Avec un projectile, il s'agit de lancer le poids, le disque, le javelot, de tirer à l'arc... avec un instrument, il peut sauter à la perche, skier, surfer, naviguer, ramer... Dans la plupart des cas, l'objectif est de réaliser une performance : il sera toujours question d'optimiser une grandeur : la vitesse, la force, la hauteur, la distance, la précision, l'esthétique... Nous désignons cette première catégorie par les **sports à records**.

Parmi ces sports, les premiers travaux ont été réalisés par Keller [8, 9] sur les records de vitesse en athlétisme. A partir d'hypothèses simples et d'une démarche variationnelle, il trouvé une loi qui décrit la stratégie optimale de course et permet de prédire les records observés sur des courses de 50 m à 2 km. La course a été le sujet de nombreuses études autant sur les courtes distances [10, 11, 12], que sur les longues distances [13, 14]. L'étude des records s'est élargie à toutes les disciplines athlétiques [15, 16, 17], et à d'autres types de courses [18].

Sur la deuxième ligne, on trouve les sports qui se pratiquent en duel : les sports de combats (lutte, judo, boxe, karaté et autres arts martiaux...) [19, 20, 21] à main nue et les sports d'opposition avec un instrument (tous les sports de raquette : tennis, tennis de table, badminton, squash...). Dans ces sports, c'est le rapport de force entre les deux adversaires qui importe.

Enfin, sur la troisième ligne, on trouve les sports qui se pratiquent en équipe. Sans instrument, on trouve toutes les disciplines artistiques : natation synchronisée, danse ou les courses d'équipe comme le roller-derby. Avec un projectile, on trouve tous les sports collectifs : football, rugby, volley, baseball, handball, hockey, basket, curling, waterpolo, ultimate... Pour ces tous sports d'équipes, les mouvement collectifs et les interactions entre les joueurs et le projectile font l'objet d'analyses statistiques. La physique statistique du football est née en 1968 avec les travaux fondateurs de Reep et Benjamin et la théorie des « longues balles » [1] [22, 23, 24]. Plus tard, le sujet s'est étendu aux statistiques de buts [25, 26, 27], au nombre de passes effectuées [28] ou aux classements dans les championnats [29] et s'est ouvert à d'autres disciplines [30, 31].

En observant la classification dans l'autre sens, on distingue dans la deuxième colonne les sports pratiqués avec un objet. Si l'objet est un projectile qu'on s'échange : une balle, un ballon, un volant, un frisbee, on parlera de **sports de balles** et l'enjeu majeur sera l'étude des trajectoires. On cherchera à comprendre les interactions de la balle avec le milieu dans lequel elle évolue. Dans l'air de nombreuses études sont consacrées au sillage de la balle et aux effets qui en résultent : les trajectoires courbées, obtenues lorsque la balle tourne sur elle-même, observées au tennis [32, 33, 34, 35], au football [36, 37, 38, 39], au golf [40, 41, 42] ou les trajectoires flottantes obtenues lorsqu'elle est frappée sans rotation au baseball [43, 44], au football [45, 46] et au volleyball [47, 48].

Si l'objet est un instrument qui peut servir à lancer un projectile ou à propulser le corps, on s'intéresse à son élasticité. Quelles sont les déformations de l'objet et quelle énergie ces déformations permettent-elles de restituer ? De nombreuses études sont consacrées à l'impact des balles avec une raquette au tennis [49, 50, 51, 52], avec une batte au baseball [53, 54, 55, 56] ou avec le pied au football [57, 58, 59, 60, 61]. D'autres se sont intéressés à

1. Les buts sont marqués en moyenne en trois passes, sinon le ballon est perdu. Il faut envoyer le plus possible le ballon vers l'avant pour minimiser le nombre de passes à faire pour atteindre le but et augmenter les chances de marquer.

l'élasticité des perches [62, 63], des arcs [64], des slacklines [65]...

Enfin, parmi tous les sports de cette classification, le corps humain et ses mouvements sont l'objet d'études biomécaniques [66, 67, 68].

Lorsque le mouvement du sportif se fait dans l'eau (natation), sur l'eau (surf), sur la glace (patin à glace) ou sur la neige (ski, snowbord), nous discutons de **sports de glisse**. A chaque fois, il s'agit de déterminer les forces qui permettent au sportif d'avancer et celles qui résistent à son mouvement. Hayes [69] s'est penché sur la question du surf des dauphins et a déterminé les conditions d'entraînement de l'animal par la vague. Plusieurs études sont dédiées à la voile [70, 71], à l'aviron [72, 73, 74], à la nage [75, 76, 77, 78], aux déplacements sur la glace [79, 80, 81] ou sur la neige [82, 83, 84].

Dans la première partie de ce travail (figure 1-a), nous nous intéressons aux sports à records (première ligne de la classification). Nous partons de l'exemple de la course avec l'étude de Keller [8, 9] sur la stratégie optimale pour parcourir une distance donnée en un temps minimal. A chaque fois que le fonctionnement du corps est optimisé, on observe des lois générales, indépendantes de la variabilité des hommes qui réalisent la performance. Nous nous demandons ce qui fixe les records de force en haltérophilie. Quelle masse maximale un athlète peut-il soulever ? De quoi dépend cette masse ? Combien de temps peut-il soutenir une masse plus faible, ou combien de fois consécutives peut-il la soulever ? Les réponses à ces questions se trouvent dans le muscle, qui est le générateur de force ou de mouvement de l'organisme. Nous essayons de comprendre comment le muscle permet de battre les records en étudiant un geste simple de force athlétique : le développé-couché.

Dans la deuxième partie de ce travail (figure 1-b), nous nous intéressons à l'aérodynamique des sports de balles (deuxième colonne de la classification). Quelles sont les trajectoires observées dans le sport ? Nous nous sommes étonnés devant les trajectoires très dissymétriques du badminton. D'où vient cette forme ? Dans quels cas la retrouve-t-on ? Nous résolvons les équations de la dynamique d'un projectile qui se déplace à grande vitesse et qui est soumis à la gravité et aux effets aérodynamiques. Une des caractéristiques de ces trajectoires est la saturation de la portée aux grandes vitesses. Nous donnons une expression analytique de la portée qui permet de comprendre la saturation. Nous nous intéressons à ses conséquences sur le jeu.

Dans la troisième partie de ce travail (figure 1-c), nous nous intéressons aux impacts dans les sports de balles (deuxième colonne de la classification). Nous nous demandons comment les projectiles qui décrivent les trajectoires présentées dans la partie 2 sont projetées dans les airs. Quelles sont les lois qui régissent les impacts ? Quels sont les paramètres qui déterminent la vitesse de la balle ? Nous prenons l'exemple du pointu au football, pour savoir si la manière dont on frappe le ballon (avec la pointe ou le plat du pied) joue sur l'efficacité de la frappe. Nous étendons cette discussion aux autres sports de balles, en comparant l'efficacité de la frappe et du lancer. Nous discutons quelques moyens d'atteindre des vitesses de balle plus élevées : en utilisant une articulation ou un effet élastique. Enfin nous prenons l'exemple du smash au badminton, où la déflexion du *shaft*[2] de la raquette permet de frapper le volant plus fort.

2. Le *shaft* de la raquette de badminton est la partie qui relie le manche au tamis.

Première partie

Les Sports à Records

Introduction

La première catégorie de sports que nous explorons est celle des sports à records. Depuis les Jeux Olympiques Antiques, les hommes se disputent le titre de plus rapide ou de plus fort du monde dans des disciplines telles que la course, la lutte, le lancer ou encore le saut [85]. Les Jeux Olympiques modernes reposent toujours sur la volonté de battre les records : courir plus vite, soulever des masses plus grandes, sauter plus haut, lancer plus loin.



FIGURE 3 – Les records aux Jeux Olympiques : vitesse, force, saut et lancer.

Actuellement, l'homme le plus rapide du monde est le jamaïcain Usain Bolt (L_0 = 1,96 m, M_0 = 94 kg), il parcourt D = 100 m en T = 9,58 s. Sa vitesse moyenne est D/T = 10,4 m/s et le pic de vitesse atteint lors de sa course est 12,2 m/s. A titre de comparaison, l'animal le plus rapide est le guépard qui peut atteindre 32 m/s. Mais le guépard n'est pas endurant : il doit s'arrêter toutes les heures pour refroidir son organisme en haletant, alors que l'homme (qui a perdu ses poils au cours de l'évolution) transpire pour abaisser sa température. L'homme est donc plus endurant, certains sont capables de courir 300 km en une journée. Le kenyan Kipsang (L_0 = 1,82 m, M_0 = 62 kg) court le marathon (42,2 km) en 2 h 03 min, sa vitesse moyenne est 5,7 m/s. Chez les femmes, l'américaine Griffith-Joyner (L_0 = 1,70 m, M_0 = 59 kg) court le 100 m en 10,49 s et l'américaine Radcliffe (L_0 = 1,73 m, M_0 = 54 kg) court le marathon en 2 h 15 min.

Concernant les sports de forces, les hommes les plus forts sont capables de soulever une masse de 500 kg avec les bras au développé-couché ou au soulevé de terre. Aux Jeux Olympiques, l'iranien Rezazadeh (L_0 = 1,86 m, M_0 = 152 kg) est capable de soulever une barre de masse M^* = 263 kg depuis le sol jusqu'au dessus de sa tête à l'épaulé-jeté. La russe Tatiana Kashirina (L_0 = 1,77 m, M_0 = 102 kg) soulève 186 kg à l'arraché. Le scarabée *Ontophagus taurus* mesure 10 mm et peut soulever 1141 fois son poids, la fourmi peut soulever 1400 fois son poids.

Pour réaliser toutes ces performances, les athlètes poussent leur corps à son fonctionnement optimal pour établir un record et battre les adversaires, ou eux-mêmes (Sergeï Bubka a battu 35 fois son propre record du monde au saut à la perche). L'optimum n'est pas le même suivant le record à établir. Les sportifs les plus forts sont lourds, les plus endurants sont légers. Mais malgré la variabilité des morphologies et des caractères des sportifs qui établissent les records, le point commun à tous est cette optimisation. On s'attend ainsi à trouver des lois physiques régissant les records et qui dépendent d'un petit nombre de

paramètres dans toutes ces disciplines. Ce sont ces lois que nous discutons, pour la course et pour l'haltérophilie.

La physique des sports à records commence avec les articles de J.B. Keller [8, 9], qui réussit à prédire l'évolution des records de course en utilisant des lois physiques simples (équation du mouvement et conservation d'énergie).

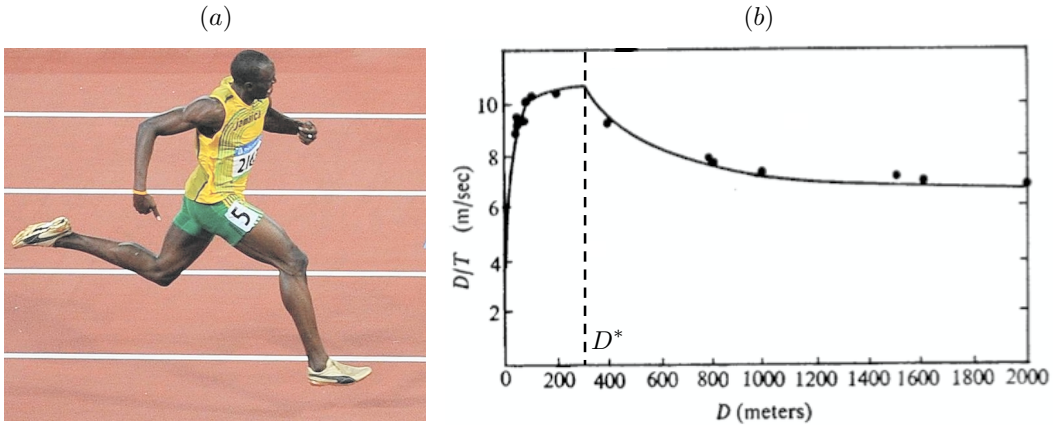


FIGURE 4 – (a) Usain Bolt, détenteur des records du monde sur 100 m (9,58 s) et 200 m (19,19 s). (b) Vitesse moyenne D/T pour parcourir une course de distance D sur le temps T. Les points (•) représentent les records du monde enregistrés sur des courses de 45 m à 2 km et la courbe (–) présente la prédiction de Keller [9].

La figure 4 présente la vitesse moyenne D/T de course obtenue lors des records du monde sur des courses de 45 m à 2 km. Pour les courtes distances, la vitesse moyenne augmente avec la distance, alors qu'elle décroît pour les distances supérieures à D^*. Keller utilise une méthode variationnelle pour déterminer la stratégie optimale permettant de parcourir une distance D en un temps T minimal.

Ces deux paramètres sont liés par l'équation (1) :

$$D = \int_0^T v(t)\,\mathrm{d}t \qquad avec \qquad v(0) = 0 \tag{1}$$

Selon Keller la vitesse du coureur $v(t)$ satisfait à l'équation cinétique (2) :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{V - v}{\tau} \tag{2}$$

Cette équation signifie que l'athlète met un temps τ pour atteindre la vitesse V choisie. Cette vitesse V est majorée par la vitesse maximale de l'athlète V_{max}.

Keller écrit cette équation sous la forme d'une équation du mouvement par unité de masse :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = f(t) \qquad avec \qquad f(t) \le F \tag{3}$$

où $f(t) = V/\tau$ est la force propulsive et $-v/\tau$ est la force résistive. La force $f(t)$, choisie par le coureur, est bornée par sa force maximale $F = V_{max}/\tau$. Le coureur atteint sa vitesse maximale V_{max} au bout d'un temps τ s'il déploie sa force maximale F.

Il décrit ensuite la consommation d'énergie du coureur par unités de temps et de masse :

$$\frac{dE}{dt} = \sigma - fv \qquad avec \qquad E(T) \ge 0 \qquad et \qquad E(0) = E_0 \tag{4}$$

avec σ le taux de production d'énergie par le métabolisme et fv le taux de dissipation d'énergie. E_0 est l'énergie disponible à l'instant initial et l'énergie du coureur ne peut pas devenir négative. Les constantes τ, F, σ et E_0 sont des caractéristiques physiologiques du coureur.

La question est de déterminer la fonction $f(t)$ permettant de maximiser D à T fixé, tout en satisfaisant les contraintes $f(t) \leq F$ et $E(T) \geq 0$. Dans ce problème, Keller identifie deux régimes :

— le régime des sprints ($D \leq D^*$) pour lequel même si $f(t) = F$, l'athlète ne peut épuiser son énergie initiale E_0

— le régime des courses de fond ($D \geq D^*$) pour lequel l'athlète ne peut pas courir à vitesse maximale sous peine de ne pas pouvoir finir la course.

Pour les courses courtes ($D \leq D^*$), le coureur emploie sa force maximale F, sans dépenser toute l'énergie disponible. Keller calcule l'expression de la distance parcourue D pendant le temps T définie par la relation (1) et en déduit la vitesse moyenne D/T :

$$\frac{D}{T} = V_{max}\left[1 + \frac{\tau}{T}\left(e^{-T/\tau} - 1\right)\right] \tag{5}$$

La relation (5) est tracée en ligne continue (–) sur la figure 4-(b) (en ajustant $\tau = 0{,}89\,\text{s}$ et $F = 12\,\text{N/kg}$) pour $D \leq D^*$. Ce régime où la vitesse est maximale est valable pour les courses de distance inférieures à D^*, pour laquelle l'énergie est nulle à l'arrivée : $E\left[T(D^*)\right] = 0$. En intégrant l'équation (4) dans le cas $f(t) = F$, et en utilisant la condition d'énergie nulle à l'arrivée, Keller obtient la limite entre les deux régimes pour $D^* = 290\,\text{m}$.

Pour les courses plus longues ($D \geq D^*$), il faut prendre en compte la dissipation d'énergie. L'athlète choisit la force $f(t)$ produite au cours du temps pour minimiser le temps de parcours et arriver à la fin de la course à énergie nulle. Keller utilise une méthode variationnelle et montre que la meilleure gestion de l'énergie consiste à courir à vitesse constante, après la phase initiale d'accélération. Dans ce régime des courses longues, on a donc $v(t) = V$ et en intégrant la relation (4), on obtient : $E(T) = E_0 + \sigma T - V^2 T/\tau = 0$. On peut en déduire la valeur de V et la vitesse moyenne D/T :

$$\frac{D}{T} = \left(\sigma\tau + \frac{E_0\tau}{T}\right)^{1/2} \tag{6}$$

Cette relation (6) est tracée en ligne continue (–) sur la figure 4-(b) pour $D \geq D^*$, en ajustant $\sigma = 42\,\text{J/kg.s}$ et $E_0 = 2400\,\text{J/kg}$. Les prédictions de Keller permettent de retrouver l'allure des records enregistrés sur des courses de 50 m à 2 km, en ajustant les caractéristiques physiologiques des coureurs (τ - F - σ - E_0).

L'intérêt du modèle de Keller est qu'il permet de comprendre l'évolution des records de vitesse avec des lois physiques simples et fournit des données physiologiques sur la machine humaine. Un coureur de 80 kg a ainsi une réserve d'énergie de 190 kJ et son métabolisme produit 3,4 kJ/s. Sa réserve lui permet d'effectuer une marche de 250 m de dénivelé avant d'être fatigué. Et sa production d'énergie lui permet de retrouver la même énergie en 1 h. Sa force maximale de 960 N lui permet de soulever une masse de 98 kg, et il atteint sa vitesse maximale 13,5 m/s en 0,9 s. Cependant, ce modèle a quelques limites, en particulier sur la modélisation de la consommation d'énergie. En effet, Woodside [14] a montré qu'un taux de production d'énergie constant σ assure que l'athlète peut courir indéfiniment à vitesse constante $V = \sigma\tau \approx 6{,}1\,\text{m/s}$, même après avoir épuisé toute son énergie. Cette vitesse

correspond à la moyenne du record sur 10 km. Pour des courses plus longues comme le marathon, la vitesse moyenne est inférieure : $V = 5{,}7\,\mathrm{m/s}$, on ne peut pas considérer une production d'énergie inépuisable. Woodside introduit un terme de fatigue (proportionnel à l'énergie dépensée), et réussit à étendre le résultat de Keller aux très longues courses (de 10 km à 275 km). Même si l'analyse de Keller reproduit bien les vitesses moyennes des records sur les courses de 50 m à 10 km, quelques faiblesses subsistent. Des mesures physiologiques ont montré que la vitesse des coureurs n'est pas constante, mais qu'elle varie d'environ 10% et le débit maximal d'oxygène consommé lors de l'effort ne reste pas constant comme postulé par Keller, mais augmente jusqu'à sa valeur maximale, et chute en fin de course. Plusieurs auteurs [86, 87, 88, 89, 90] ont tenté d'améliorer le modèle de Keller, mais avec la même démarche mathématique, ils ont obtenu les mêmes résultats. En s'appuyant sur une analogie hydraulique et des éléments physiologiques plus réalistes [91] Bonnans et Pons [92] ont réussi à rendre compte d'une stratégie optimale de course.



FIGURE 5 – L'américain Justin Spring aux Jeux olympiques de Pékin le 9 août 2008. Photographie de Dylan Martinez

Une dernière limite du modèle de Keller se trouve dans l'équation (4) : il n'y a pas de dissipation d'énergie à vitesse nulle. Si cette approximation peut être valable pour la course, où l'athlète est toujours en mouvement, elle est incompatible avec les épreuves de force telles que la croix de fer en gymnastique, réputée pour être épuisante, comme le laisse entrevoir Justin Spring sur le figure 5.

Dans cette partie, nous nous intéressons à une autre grande catégorie de records : les records de force. Nous nous inspirons de la démarche de Keller pour comprendre quelle est la masse maximale qu'un homme peut soulever. Mais les équations cinétique (2) et mécanique (3) pourraient s'appliquer à n'importe quelle machine, et ne prennent pas en compte le fonctionnement du muscle. Les limites du modèle de Keller montrent qu'une approche purement macroscopique est insuffisante pour décrire correctement les records de force. Le muscle, générateur de la performance est disséqué dans le chapitre 1 pour comprendre l'origine moléculaire la contraction musculaire, et arriver à une loi qui rend compte des phénomènes microscopiques en jeu. Le chapitre 2 est consacré à l'étude de la dynamique d'un geste simple : le développé-couché. Nous verrons comment le couplage des descriptions mécanique macroscopique et musculaire microscopique nous permet d'expliquer la dynamique observée. Enfin, le chapitre 3 présente une analogie capillaire du muscle pour aller plus loin dans la compréhension microscopique de la contraction musculaire.

Chapitre 1

Le muscle

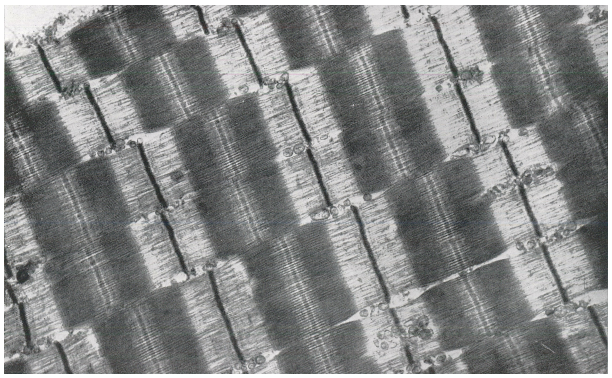


FIGURE 1.1 – Coupe longitudinale d'une fibre musculaire du psoas de lapin. Images de microscopie électronique, d'après H.E. Huxley [93].

Sommaire

1.1 Physiologie du muscle 15
1.1.1 Constitution du muscle 15
1.1.2 Contraction musculaire 17
1.2 Description phénoménologique du muscle 19
1.2.1 Impulsion nerveuse 19
1.2.2 Relation force-longueur 20
1.2.3 Relation de Hill entre force et vitesse de contraction 21
1.3 Modélisations du muscle 22
1.3.1 Modèles viscoélastiques actifs 23
1.3.2 Modèles microscopiques 24

Introduction

L'origine du mouvement a depuis toujours éveillé la curiosité des hommes et stimulé leur imagination. Selon leur caractère, ils ont pu les dessiner, les disséquer, les observer ou encore les soumettre à des expériences. C'est le recoupement de tous ces indices qui a permis de comprendre le fonctionnement du muscle. Nous revenons ici sur quelques théories des anciens et les éléments clés qui nous ont permis d'arriver à la compréhension actuelle du muscle.

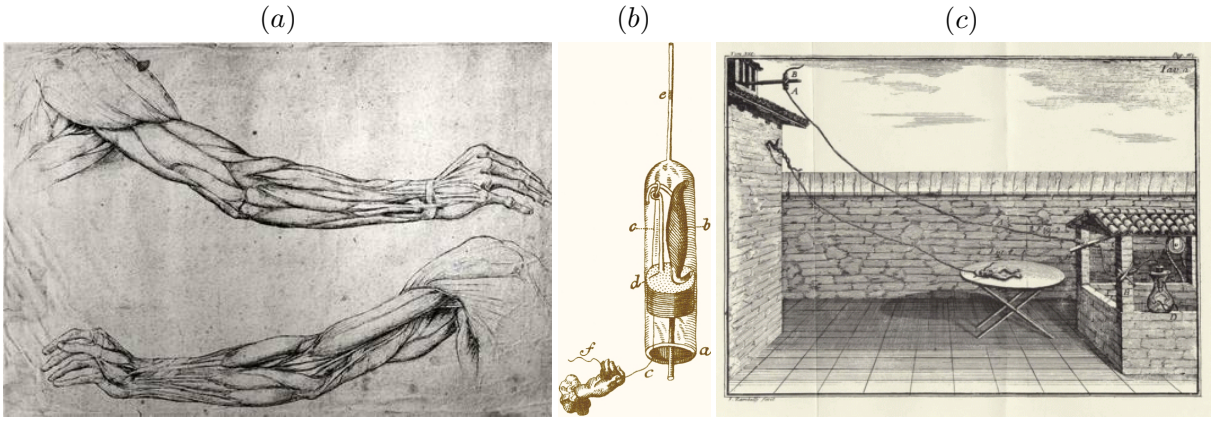


FIGURE 1.2 – (a) Etude de bras, Léonard de Vinci, 1510 [94, 95, 96]. (b) Préparation du muscle de grenouille dans une seringue étanche, stimulé mécaniquement par Swammerdan en 1758 [97]. (c) Expérience de stimulation électrique d'une cuisse de grenouille un jour d'orage, réalisée par Galvani en 1791 [98].

A partir d'observations des mouvements des êtres vivants et de leur anatomie, diverses hypothèses ont pu être formulées. Louis de La Forge rapporte en 1664 [99] : « *personne ne doute que les nerfs qui aboutissent dans les muscles ne servent au mouvement volontaire, mais tout le monde n'est pas d'accord de la manière qu'ils y servent. Les Médecins anciens semblent avoir cru que l'Ame s'en servait comme de la bride de nos chevaux, tirant tantôt un nerf, tantôt un autre, selon la partie qu'elle voulait mouvoir* ».

Aristote (IV^{e} siècle avant J.C.) compare le mouvement animal à celui des automates : les os sont les fers et les bois des automates, les nerfs et les tendons (« *neurona* ») sont des ressorts qui se tendent et se détendent pour mouvoir le corps. L'origine du mouvement est l'Ame qui se trouve dans le coeur et transmet un souffle (« *pneuma* ») qui communique le mouvement. Ce *pneuma* influence Descartes qui l'interprète comme « *un certain vent très subtil, ou plutôt une flamme très vive et très pure, qu'on nomme les Esprits Animaux* », dans le traité de l'Homme en 1633 [100]. Ces esprits, dont le coeur est la source, entrent dans le cerveau, passent dans les nerfs et gonflent les muscles, qui se raccourcissent et transmettent le mouvement. Il compare le corps aux fontaines des jardins du Roi : « *la seule force dont l'eau se meut en sortant de sa source est suffisante pour y mouvoir différentes machines. Et véritablement l'on peut fort bien comparer les nerfs de la machine que je vous décris, aux tuyaux des machines de ces fontaines ; les muscles et ses tendons aux autres divers engins et ressorts qui servent à les mouvoir ; les Esprits Animaux à l'eau qui les remue. [...] De plus la respiration et autres telles actions qui lui sont naturelles et ordinaires, et qui dépendant du cours des esprits, font comme le mouvement d'une horloge, ou d'un moulin que le cours ordinaire de l'eau peut rendre continu* ». Tout le mouvement

du muscle se fait parce que son ventre s'emplit ou se vide de plusieurs petits Corps, que l'on nomme les Esprits Animaux.

Au XVII^{e} siècle, plusieurs expériences prouvent que le muscle se contracte sans changer de volume. Swammerdan [97, 101] prélève un muscle de la cuisse d'une grenouille (noté b sur la figure 1.2-(b)) et le scelle dans une seringue en verre hermétique a , une goutte d'eau placée dans l'aiguille de la seringue e. Il stimule mécaniquement le nerf f pour provoquer la contraction du muscle. Il n'observe pas de déplacement de la goutte vers le haut, qui révélerait une augmentation de volume. Aucun fluide ne gonfle le muscle lors de la contraction. Glisson [102] étudie la contraction du bras d'un homme dans un caisson étanche rempli d'eau. Il n'observe aucune variation de la hauteur du liquide. Borelli [103, 104] pratique l'incision d'un muscle sous l'eau et n'observe aucune bulle d'air. L'hypothèse des nerfs étant des tuyaux creux est définitivement abandonnée après l'invention du microscope. Puis vient la théorie de l'électricité animale sécrétée par le cerveau et qui se décharge lorsque le nerf et le muscle sont reliés par un conducteur. De vives contractions des muscles sont observées en stimulant électriquement les nerfs. Galvani [98] découvre en 1791 que la contraction a lieu même lorsque la stimulation électrique est éloignée et que le nerf est relié à un long conducteur (qui sert d'antenne). Un jour d'orage, il place une cuisse de grenouille reliée à un long fil conducteur sur la terrasse et observe encore des contractions grâce au « *fluide électrique* ».

Puis les découvertes sur le muscle se s'enchaînent, mêlant les observations de plus en plus précises de microscopie électronique et de diffraction de rayons X [105] et les expériences comportementales. La compréhension actuelle de la contraction musculaire est venue du croisement entre méthodes complémentaires : l'observation du mouvement, les expériences sur le muscle et l'observation des constituants du muscle par la dissection et l'imagerie. Nous présentons les constituants du muscle et le mécanisme de la contraction dans la partie 1.1. La partie 1.2 revient sur les expériences comportementales historiques qui ont permis de caractériser le muscle de manière macroscopique avant d'avoir une idée des mécanismes microscopiques. La partie 1.3 présente les différents modèles de la contraction musculaires qui ont été formulés pour rendre compte des observations expérimentales.

1.1 Physiologie du muscle

1.1.1 Constitution du muscle

Le corps humain compte 639 muscles qui représentent 40 % de la masse sèche du corps, plus que n'importe quel organe [106]. Leur fonction principale consiste à produire une force ou un mouvement en se contractant. Notre étude porte sur le muscle strié squelettique, qui est un tissu musculaire à contraction volontaire, constitué de fibres à plusieurs noyaux, striées longitudinalement et transversalement. Les muscles squelettiques sont reliés aux os par les tendons et ont pour fonction principale la locomotion.

La figure 1.3 montre de quoi sont faits les muscles à différentes échelles. Un muscle est formé de faisceaux de fibres musculaires parallèles ($L \sim 10\,\text{cm}$, $\phi \sim 100\,\mu\text{m}$). Chaque fibre contient elle-même des faisceaux de myofibrilles parallèles ($L \sim 10\,\text{cm}$, $\phi \sim 1\,\mu\text{m}$) entourée de réticulum sarcoplasmique. Chaque myofibrille peut être décomposée dans sa longueur en unités fonctionnelles élémentaires : les sarcomères ($L \sim 3\,\mu\text{m}$, $\phi \sim 0{,}5\,\mu\text{m}$), associés en série. Le sarcomère est ainsi la cellule contractile élémentaire, et le muscle se construit en associant les sarcomères en série, et les myofibrilles en parallèle. C'est cette structure qui

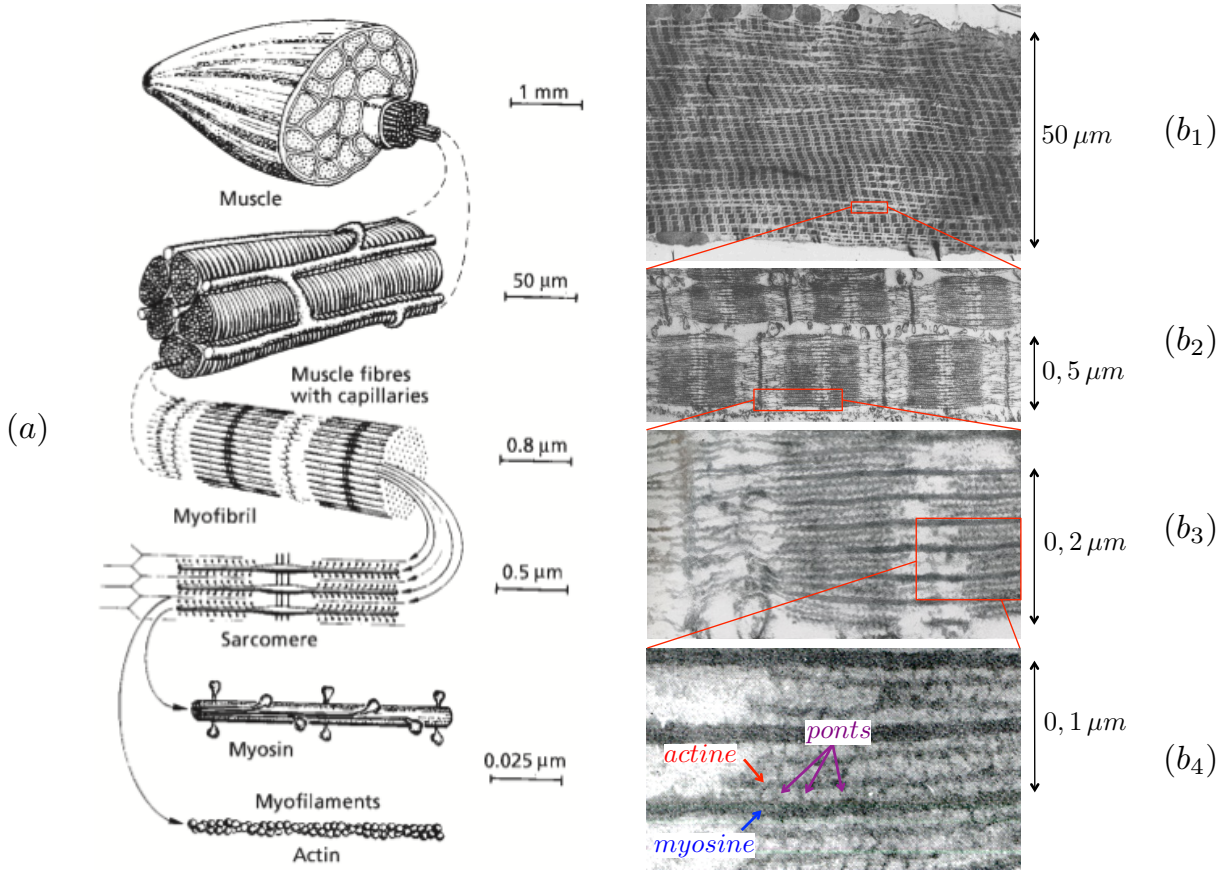


FIGURE 1.3 – Schéma des différents constituants du muscle (a). Images de microscopie électronique, tirées de H.E. Huxley [93] : coupe longitudinale d'une myofibrille (b_1), zoom sur quelques sarcomères (b_2), à l'intérieur du sarcomère sur les filaments de myosine et d'actine (b_3) et sur les ponts actine-myosine (b_4).

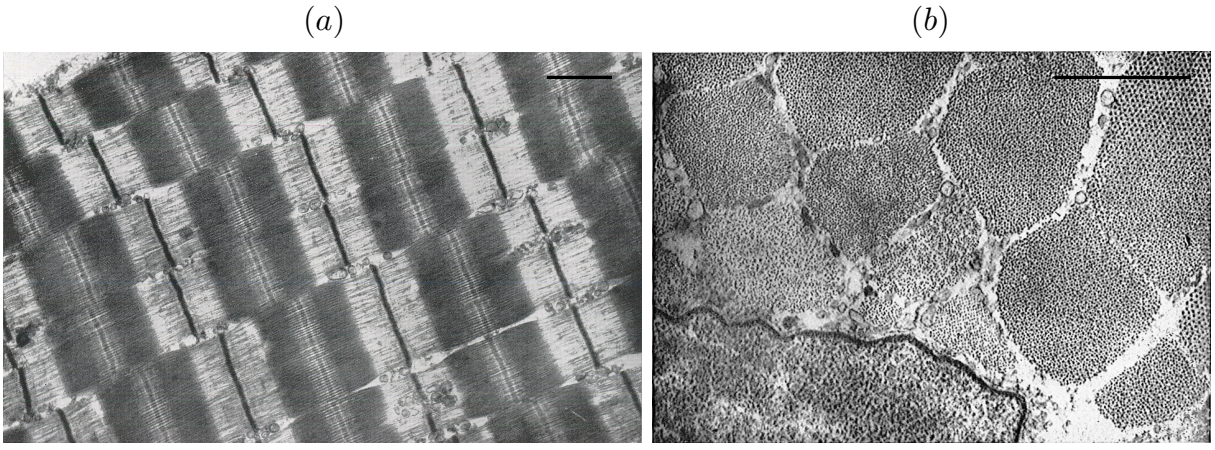


FIGURE 1.4 – Coupes longitudinale (a) et transversale (b) d'une fibre d'un psoas de lapin. Images de microscopie électronique, d'après H.E. Huxley [93]. Le segment noir mesure 0,5 μm.

est responsable de l'aspect strié des fibres musculaires squelettiques, visible sur les photos des figures 1.3 et 1.4. Les muscles striés squelettiques de tous les êtres vivants (mammifères, poissons, oiseaux, insectes...) sont construits à partir de la même brique élémentaire : le sarcomère, dont les caractéristiques varient très peu d'une espèce à l'autre [107]. La section du biceps humain étant de l'ordre de 15 cm^2, il contient environ 5.10^4 fibres musculaires soit 5.10^8 myofibrilles et chacune est décomposée en 10^5 sarcomères dans la longueur. Chaque sarcomère est constitué d'un réseau alterné de filaments épais de myosine et de filaments fins d'actine, tous parallèles. Lors de la contraction musculaire, les filaments de myosine tirent sur les filaments d'actine. Ces derniers coulissent entre les filaments de myosine, si bien que leur longueur reste inchangée mais le sarcomère se contracte, comme illustré sur la figure 1.5. La contraction simultanée de tous les sarcomères des fibres sollicitées provoque la contraction du muscle.

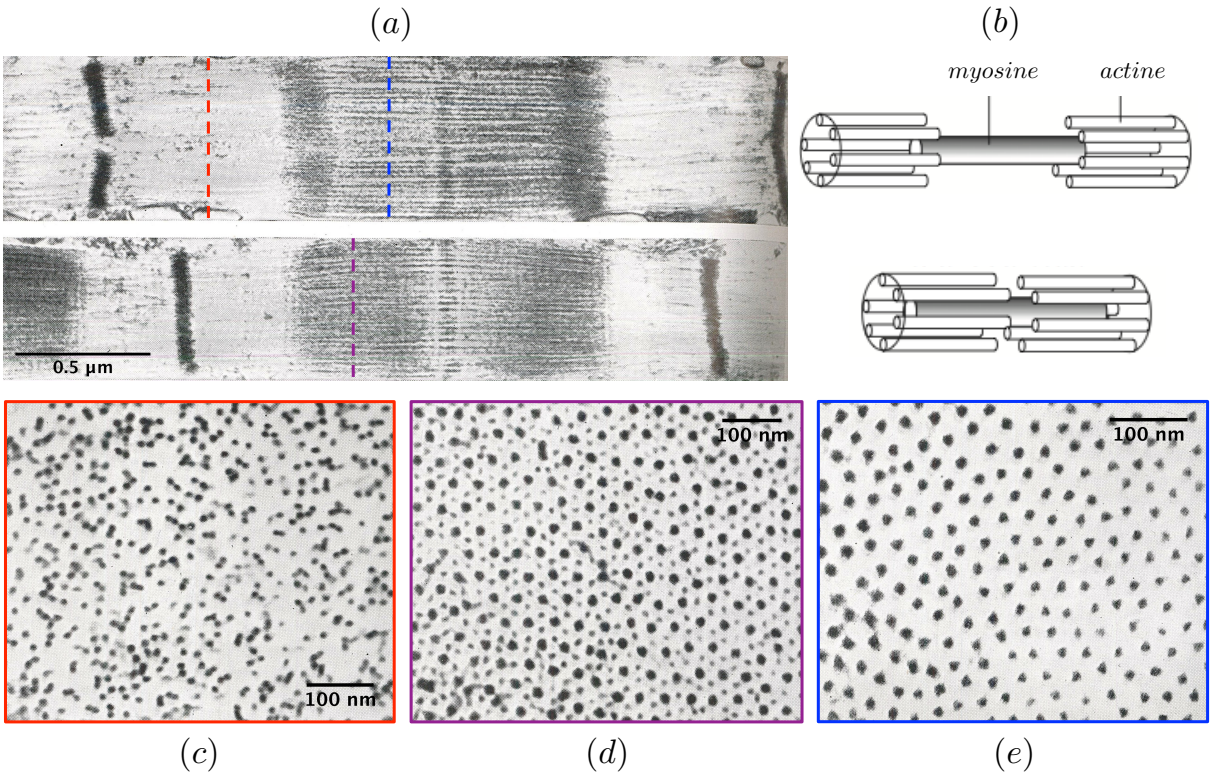


FIGURE 1.5 – (a) Coupes longitudinales d'un sarcomère relâché (en haut) et contracté (en bas) d'un psoas de lapin en microscopie électronique. (b) Schéma du coulissement des filaments d'actine autour du filament de myosine. (c, d, e) Coupes transversales du sarcomère : réseaux des filaments d'actine (c), des filaments de myosine (e) et zone de recouvrement entre les filaments d'actine et de myosine (d). Les images de microscopie électronique sont empruntées à H.E. Huxley [93].

1.1.2 Contraction musculaire

Le sarcomère est donc la brique élémentaire du muscle squelettique et pour comprendre la contraction musculaire il faut s'intéresser à l'interaction entre les myofilaments de myosine et d'actine qui le constituent. Le filament épais est un polymère constitué de quelques centaines de protéines de myosine, associées à d'autres protéines qui assurent la cohésion

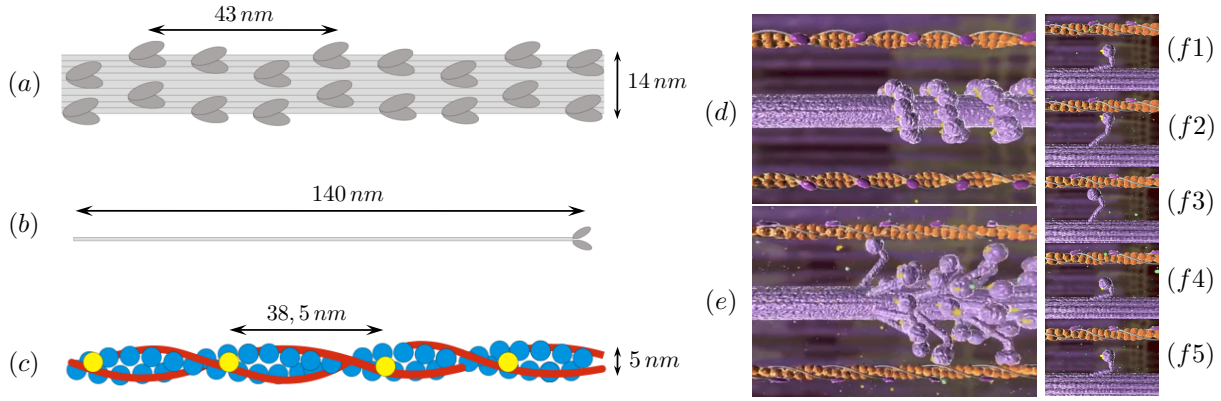


FIGURE 1.6 – Interaction entre les filaments de myosine et d'actine : (a) Filament épais, constitué de protéines de myosine. (b) Protéine de myosine, composée d'une tige longue de 140 nm et d'une double tête, (c) Filament fin, constitué de protéines d'actine, de troponine et de tropomyosine. Mécanisme d'interaction des têtes de myosine du filament épais avec le filament fin : états relâché (d) et contracté (e). Mécanisme d'action d'une tête de myosine (f1 à f5).

de l'ensemble. Chaque protéine de myosine est constituée d'une partie linéaire de 140 nm de long, flexible en au moins deux points, et d'une double tête longue de 10 nm, sur laquelle se trouve le site d'interaction avec l'actine. Les protéines de myosine sont torsadées pour former le myofilament épais et les têtes de myosine sont réparties de manière hélicoïdale avec un pas de 43 nm. Le myofilament d'actine est formé de protéines d'actine, de tropomyosine et de troponine. Les sites actifs du filament fin sont distants de 38,5 nm.

Dans le muscle au repos (cf. figure 1.6-(d)), les complexes protéiques tropomyosine-troponine écrantent les sites actifs du filament fin et bloquent l'action des têtes de myosine, qui sont libres (f1) [108, 109, 110]. Lorsqu'on décide de contracter le muscle, un potentiel d'action parcourt un motoneurone, et se propage le long des fibres musculaires associées. Des ions calcium sont relâchés par le réticulum sarcoplasmique, se fixent sur la troponine, modifient la conformation de la tropomyosine et démasquent les sites de liaison des têtes de myosine (e). Dans tous les sarcomères de la fibre, les têtes de myosine se lient à l'actine (f2), puis basculent de 60° et tirent le filament d'actine (f3), grâce à l'énergie apportée par une molécule d'ADP et un phosphate. Pour se détacher de l'actine (f4), chaque tête de myosine doit capter une molécule d'ATP. L'ATP [1] est ensuite hydrolysé en ADP et phosphate, et la tête se déplie (f5). Le mécanisme se répète aussi longtemps que les ions calcium sont présents, donc tant que le potentiel d'action est maintenu et que l'organisme fournit de l'énergie, sous forme d'ATP. Le travail conjoint de nombreuses têtes sur chaque filament de myosine permet de faire coulisser les filaments d'actine entre les filaments de myosine dans chaque sarcomère. Quand le potentiel d'action cesse, les ions calcium sont repompés dans le réticulum sarcoplasmique, les têtes absorbent une dernière molécule d'ATP pour se libérer et le muscle se relâche. Le carburant du muscle est l'ATP, qui permet de décrocher les têtes de myosine et d'amorcer un nouveau cycle. (Lorsqu'on meurt, le réticulum sarcoplasmique devient perméable aux ions calcium, les têtes de myosine s'accrochent aux filaments d'actine, et comme on n'a plus d'ATP pour les détacher, le muscle reste contracté. Ce phénomène est appelé la rigidité cadavérique.)

1. L'adénosine tri-phosphate (ATP) est la molécule qui fournit (par hydrolyse) l'énergie nécessaire aux réactions chimiques du métabolisme, chez tous les êtres vivants.

Le rôle des ponts actine-myosine est le point clé de la théorie des filaments coulissants [111] développée par Huxley (cf. paragraphe 1.3.2). Plusieurs expériences de microscopie optique ont montré que [112] que la force produite par une fibre musculaire dépend du recouvrement des filaments d'actine et de myosine et donc du nombre de ponts actine-myosine (cf. paragraphe 1.2). La force développée par une tête de myosine au cours d'un cycle a pu être déterminée expérimentalement assez récemment $f \simeq 3\,\mathrm{pN}$ [113, 114, 115, 116] ainsi que la durée typique d'un cycle $\tau_{cycle} \approx 10\,\mathrm{ms}$. La contraction simultanée des sarcomères entraîne le raccourcissement des myofibrilles et la contraction de la fibre musculaire. Quand plusieurs fibres musculaires se contractent ensemble, on observe un mouvement macroscopique.

1.2 Description phénoménologique du muscle

Avant que les mécanismes moléculaires de la contraction musculaire soient expliqués, plusieurs expériences macroscopiques ont permis de caractériser le muscle. Nous décrivons dans cette partie comment la force développée dépend de l'impulsion nerveuse reçue, de la longueur du sarcomère ou de sa vitesse de contraction.

1.2.1 Impulsion nerveuse

Depuis les premières découvertes de Galvani, on a compris que le muscle se contracte lorsqu'il est stimulé électriquement. La réponse mécanique d'une fibre musculaire dépend de la fréquence des stimulations qui lui sont imposées.

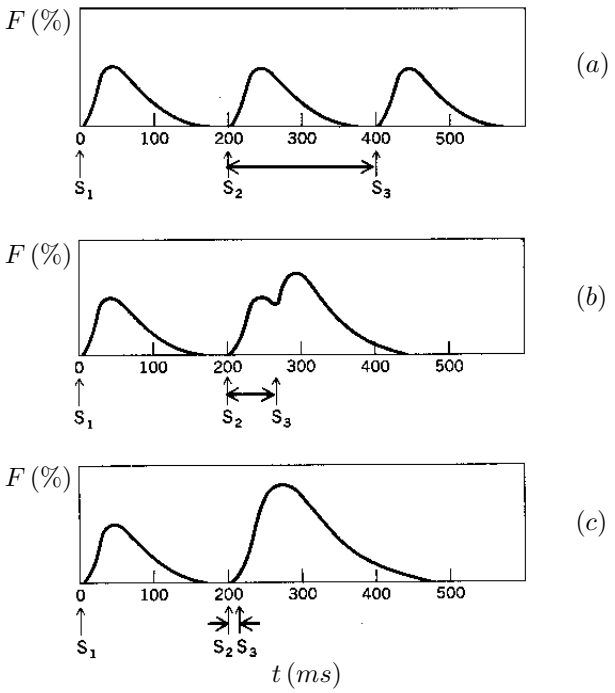


FIGURE 1.7 – Evolution temporelle de la force générée par le muscle en réponse à une stimulation S_1 isolée, ou si les stimulations S_2 et S_3 sont suffisamment espacées (a). Sommation des réponses si S_2 et S_3 sont plus rapprochées (b) et (c).

Lorsque la fibre musculaire est stimulée par une impulsion électrique, elle répond par

un phénomène électrique et un phénomène mécanique. Le phénomène électrique, qui correspond au potentiel d'action musculaire, dure de 1 à 3 ms. La réponse mécanique est une secousse (d'une durée de 10 à plusieurs centaines de ms), qui arrive après une phase de latence plus ou moins longue. Au niveau de la fibre, la réponse suit une loi de tout-ou-rien : si l'intensité du choc est suffisante pour dépolariser la membrane de la fibre (et laisser passer les ions calcium), on observe une secousse d'intensité maximale, sinon rien. L'amplitude de la réponse et le temps de latence peuvent varier en fonction du type de fibre musculaire (lente ou rapide). Au niveau du muscle, la réponse apparaît à partir d'un seuil puis croît graduellement lorsque l'intensité augmente, à mesure que le nombre de fibres sollicitées augmente.

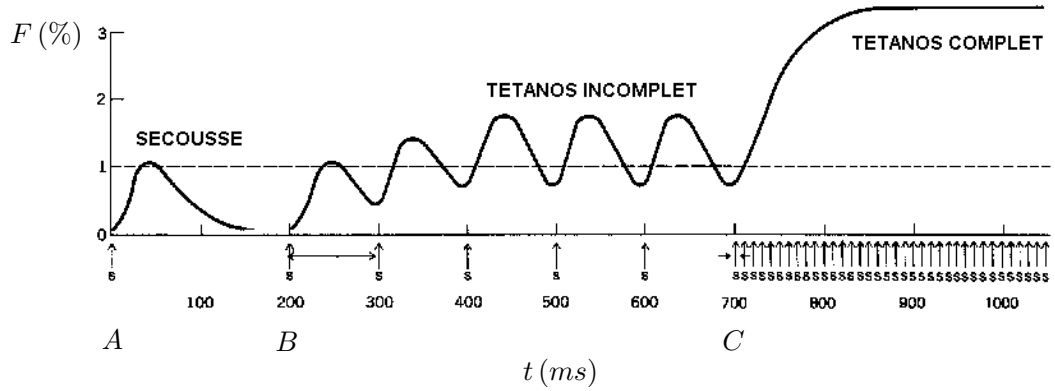


FIGURE 1.8 – Evolution temporelle de la force générée par le muscle en réponse à un train de stimulations S. Si la fréquence des stimulations est faible, on observe une secousse isolée à chaque stimulus : A. Si la fréquence augmente, on observe une force d'amplitude constante, modulée par la fréquence de stimulation. L'amplitude de la force augmente avec la fréquence de stimulation : B et C.

En plus de la sommation spatiale des réponses mécaniques de chaque fibre, il existe une sommation temporelle. Ainsi, deux stimuli séparés d'un intervalle suffisant (supérieur à la durée de la secousse) produisent deux secousses identiques (cf. figure 1.7-(a)). Mais si le stimulus de la deuxième secousse intervient avant que la première secousse soit terminée, l'amplitude de la deuxième secousse est plus grande (cf. figure 1.7-(b)). L'effet est d'autant plus fort que les stimuli sont rapprochés (cf. figure 1.7-(c)). Pour un train de stimulations suffisamment rapprochées, la force développée a une amplitude constante superposée à une oscillation à la fréquence de stimulation : c'est le tétanos incomplet (cf. figure 1.8-B). La force moyenne augmente avec la fréquence de stimulation, alors que l'amplitude de l'oscillation diminue. L'oscillation devient négligeable aux environs de 30 Hz. Au delà, une augmentation de la fréquence de stimulation n'a plus d'effet : c'est le tétanos complet (cf. figure 1.8-C).

1.2.2 Relation force-longueur

Plusieurs expériences ont montré que la force développée par un muscle est une fonction de sa longueur [112, 117, 107]. La force est maximale pour une longueur qui correspond à la taille du muscle dans le corps. La force musculaire est générée par les têtes de myosine. Le nombre de têtes actives dépend du recouvrement entre les filaments de myosine et d'actine et donc de la longueur du muscle.

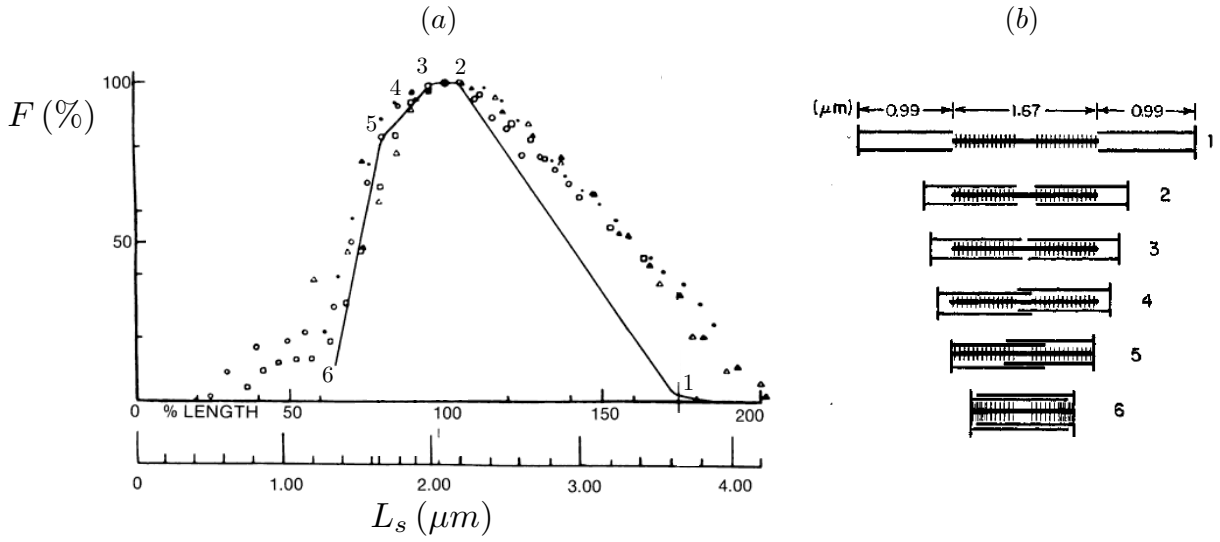


FIGURE 1.9 – (a) Relation entre la force développée par une fibre isolée d'un muscle de grenouille et la longueur des sarcomères de la fibre. Les points sont tirés des travaux de Ramsey et Street [117] et la ligne continue de Gordon [112]. (b) Schéma du recouvrement des filaments pour les différentes longueurs de sarcomère correspondant aux point 1 à 6 sur la courbe (a).

La figure 1.9 présente l'évolution de la force développée par une fibre musculaire en fonction de la longueur des sarcomères et un schéma de l'état de recouvrement des filaments pour quelques longueurs correspondantes [112]. Lorsque le recouvrement entre les filaments est nul : $L_s = 3{,}6\,\mu$m (1), la force développée est nulle. Si la longueur du sarcomère diminue, la zone de recouvrement devient plus grande et il y a de plus en plus d'interactions entre les filaments. La force développée augmente, jusqu'à une valeur maximale, lorsque la zone de recouvrement est maximale (pour une longueur de sarcomère comprise entre $L_s = 2{,}25\,\mu$m (2) et $L_s = 2\,\mu$m (3)). Entre ces deux valeurs, le nombre d'interactions ne varie pas, la force reste constante. Pour des sarcomères encore plus courts (4), les filaments fins se recouvrent et écrantent certains sites d'accrochage des têtes de myosine. Lorsque le sarcomère devient encore plus court $L_s = 1{,}67\,\mu$m (5), les filaments épais entrent en contact avec les bords du sarcomère (Z-line). Si le sarcomère est encore plus court $L_s = 1{,}27\,\mu$m, la force développée chute car les filaments de myosine se tordent contre les bords. La zone de fonctionnement optimal du sarcomère correspond au plateau où la force est maximale : $2\,\mu\text{m} \leq \text{L}_\text{s} \leq 2{,}25\,\mu$m. C'est dans cette gamme de longueur que le muscle fonctionne lorsqu'il est contracté dans le corps. La variation de longueur du sarcomère $\Delta L_s \approx 25\,\mu$m semble réduite, mais la mise en série de 10^5 sarcomères environ dans le muscle entraîne une variation de longueur du muscle de quelques centimètres. Un biceps humain est long de $L \approx 18\,$cm lorsqu'il est relâché et se raccourcit de $\Delta L \approx 3\,$cm en se contractant (et le tour de bras augmente de 14 cm à 17 cm).

1.2.3 Relation de Hill entre force et vitesse de contraction

Lorsqu'un muscle se contracte, la force produite est d'autant plus grande que la vitesse de contraction est faible. A vitesse nulle le muscle produit sa force maximale (contraction isométrique), et à force nulle la vitesse est maximale. La relation force-vitesse est véritablement la caractéristique macroscopique du fonctionnement du muscle dans le corps.

Plusieurs expériences ont permis de déterminer cette relation entre la force générée et

la vitesse du mouvement associé sur tous les êtres vivants [118, 119, 120, 121, 122]. Wilkie [123] a utilisé le dispositif présenté sur la figure 1.10-(a) pour mesurer, chez l'homme, la vitesse du mouvement de flexion du coude v en contraction isotonique, contre une force constante $F = Mg$. En découplant les effets inertiels des propriétés du muscle, il a obtenu les courbes force-vitesse représentées sur la figure 1.10-(b) pour deux individus. Plus la charge est faible, plus la vitesse du mouvement est grande.

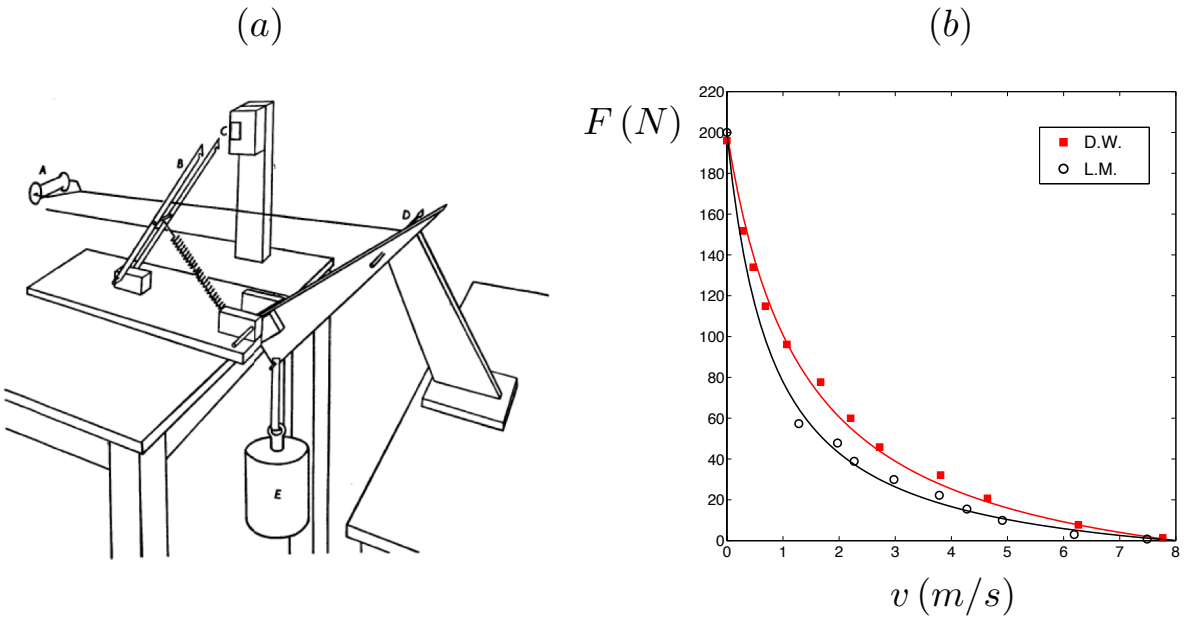


FIGURE 1.10 – (a) Schéma du dispositif expérimental utilisé par D.R. Wilkie pour retrouver la relation de Hill pour le muscle humain sur un geste simple :la flexion du bras [123]. (b) Courbes force-vitesse obtenues par D.R. Wilkie pour deux sujets D.W et L.M.

Ce comportement est bien décrit par l'équation hyperbolique proposée par A.V. Hill en 1938 [124] : $(F + a)(v + b) = (F_0 + a)b$ où F_0 est la force isométrique (obtenue à vitesse nulle). Cette équation peut être réécrite sous la forme :

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1 - v/v_{max}}{1 + F_0/a.v/v_{max}} \tag{1.1}$$

où $v_{max} = b.F_0/a$ est la vitesse maximale atteinte à charge nulle. Cette équation est présentée en ligne continue sur la figure 1.10-(b) et superposée aux points expérimentaux pour deux sujets D.W. (■) L.M. (○) qui ont des forces isométriques et des vitesses maximales de contraction du même ordre ($F_0 \sim 200\,\mathrm{N}$ et $v_{max} \sim 8\,\mathrm{m/s}$), en ajustant le paramètre $F_0/a = 5.9$ pour D.W. et $F_0/a = 10$ pour L.M.

La relation de Hill (1.1) est très générale et s'applique à toutes les espèces et à différents types de muscles [125]. Plusieurs modèles ont été proposés pour rendre compte de cette loi de comportement du muscle. Nous présentons les principaux modèles dans la partie suivante 1.3.2.

1.3 Modélisations du muscle

Pour expliquer les lois phénoménologiques observées, Hill a proposé un modèle macroscopique mécanique. Ces modèles seront ensuite repris et complexifiés pour rendre compte

des différentes observations avec des des systèmes ressort-amortisseurs. Plus tard les travaux de Huxley et Deshcherevskii vont permettre d'arriver à une description microscopique de la contraction musculaire.

1.3.1 Modèles viscoélastiques actifs

Le fait que le muscle développe sa force maximale à vitesse nulle a conduit Hill à penser que le muscle développe toujours sa force maximale mais qu'une partie de la force est dissipée lorsque le muscle se raccourcit [126]-(b). Il a proposé de représenter la contraction musculaire par un modèle viscoélastique comprenant un générateur de force pure et un dissipateur visqueux en parallèle, couplés à un élément élastique en série. Ce système, présenté sur la figure 1.11, développe une force F qui est fonction de la vitesse v de contraction [125]. Le générateur de force pure développe une force F_0 égale à la tension isométrique,

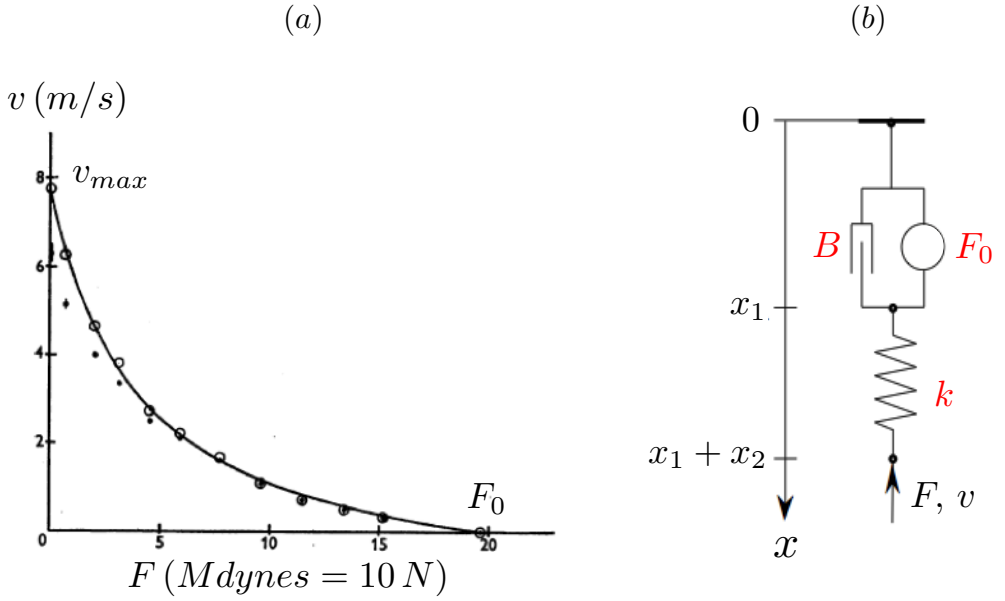


FIGURE 1.11 – (a) Relation de Hill entre la force et la vitesse de contraction du muscle. (b) Modèle viscoélastique à trois composants : un générateur de force F_0 et un dissipateur B en parallèle, couplés à un élément élastique k en série.

lorsqu'il est stimulé. Le dissipateur ne génère pas de force à vitesse nulle, mais résiste au changement de longueur du système avec une force $-B\dot{x}_1$. La longueur du système est $x = x_1 + x_2$ et sa vitesse de contraction $v = -\dot{x}$. La force qu'il développe s'écrit $F = F_0 + B\dot{x}_1$ et on a $\dot{x}_2 = \dot{F}/k$. On en déduit une relation entre la force F développée par le muscle et la vitesse de contraction v :

$$\frac{1}{k}\frac{dF}{dt} + \frac{F - F_0}{B} = -v \tag{1.2}$$

En stationnaire, cette équation devient $F_0 - F = Bv$. On retrouve la relation de Hill à condition de choisir une viscosité effective qui dépend de la vitesse de contraction : $B(v) = (F_0 + a)/(b + v)$. Si on envisage le dissipateur comme un piston qui pousse un liquide dans un cylindre, le liquide doit être non Newtonien pour expliquer la dépendance de $B(v)$ avec la vitesse. Pourtant les muscles sont majoritairement composés d'eau, qui est un liquide Newtonien. Plusieurs modèles viscoélastiques plus complexes (avec un élément élastique en parallèle, avec une inertie...) peuvent être proposés, et permettre de modéliser simplement

les comportements observés, mais ils ne rendent pas compte de ce qui se produit dans le muscle lors de la contraction.

1.3.2 Modèles microscopiques

Le modèle des filaments coulissants de Huxley

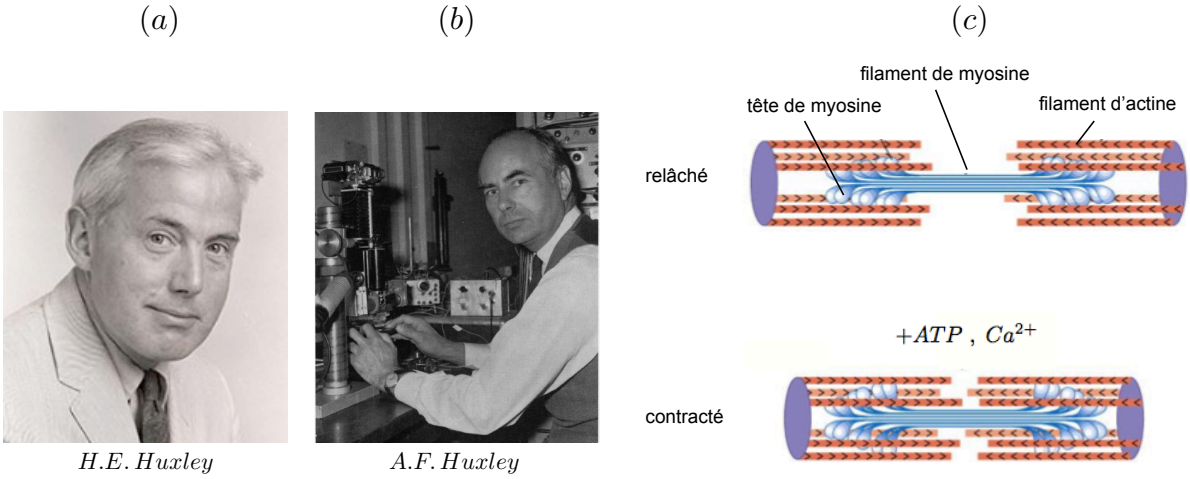


FIGURE 1.12 – (a) H.E. Huxley (b) A.F. Huxley (c) Schéma d'un filament épais (myosine) entouré de filaments fins (actine) dans l'état relâché lorsque les têtes de myosine sont libres, ou contracté lorsque les ponts sont formés entre les filaments.

Aux début des années 1950, la plupart des éléments mécaniques, énergétiques et biochimiques sur le muscle étaient déjà compris, mais la structure infra-microscopique du muscle était encore inconnue, et les mécanismes de la contraction musculaire restaient mystérieux. En 1953 [2], H.E. Huxley, un expérimentateur de génie, a réussi à montrer l'existence de deux réseaux de filaments : les filaments fins et les filaments épais sur des coupes de muscles d'insectes observées par microscopie électronique (cf. figure 1.5). Il a aussi mis en évidence la formation de liaisons entre ces deux réseaux de filaments lors de la contraction [93]. Il a réussi à montrer par diffraction de rayons X sur des muscles vivants que les filaments ne changent pas de longueur lors de la contraction [129, 130]. Au même moment, des expériences de microscopies à interférences menées par A.F. Huxley et R. Niedergerke [111] ont conduit aux mêmes conclusions. Une théorie de la contraction, basée sur ce modèle de filaments coulissants a été proposée en 1954 simultanément par les deux équipes [131, 132, 133, 134], dans lequel les paramètres sont ajustés pour approcher la relation de Hill. L'idée modèle des filaments coulissants est que la force est générée par les têtes de myosine qui forment des ponts actifs entre les filaments épais de myosine et les filaments fins d'actine. Les filaments coulissent les uns sur les autres sans changer de longueur lorsque le muscle se contracte ou se relâche. Ce scénario a depuis été confirmé et les étapes principales du mécanisme ont été présentées sur la figure 1.6-(f).

2. La même année, Crick et Watson révèlent la structure en double hélice de l'ADN [127], en interprétant la photographie aux rayons X obtenue en 1951 par Rosalind Franklin [128]. La molécule d'ADN a un diamètre de 2,4 nm et un pas de 3,4 nm, qui est à peine plus faible que le diamètre des filaments fins 5 nm et des filaments épais 14 nm. La diffraction de rayons X permet de révéler la structure régulière de l'ADN ou de l'arrangement des filaments dans les sarcomères.

Le modèle cinétique de Deshcherevskii

En 1968, V.I. Deshcherevskii [3] propose un modèle cinétique de la contraction musculaire, utilisant les hypothèses du modèle des filaments coulissants et qui permet de retrouver sans ajustement la relation de Hill dans le régime stationnaire [135, 136, 137, 138]. Son approche, fidèle à l'école russe, est celle des systèmes dynamiques et permet de comprendre la contraction musculaire d'un point de vue microscopique.

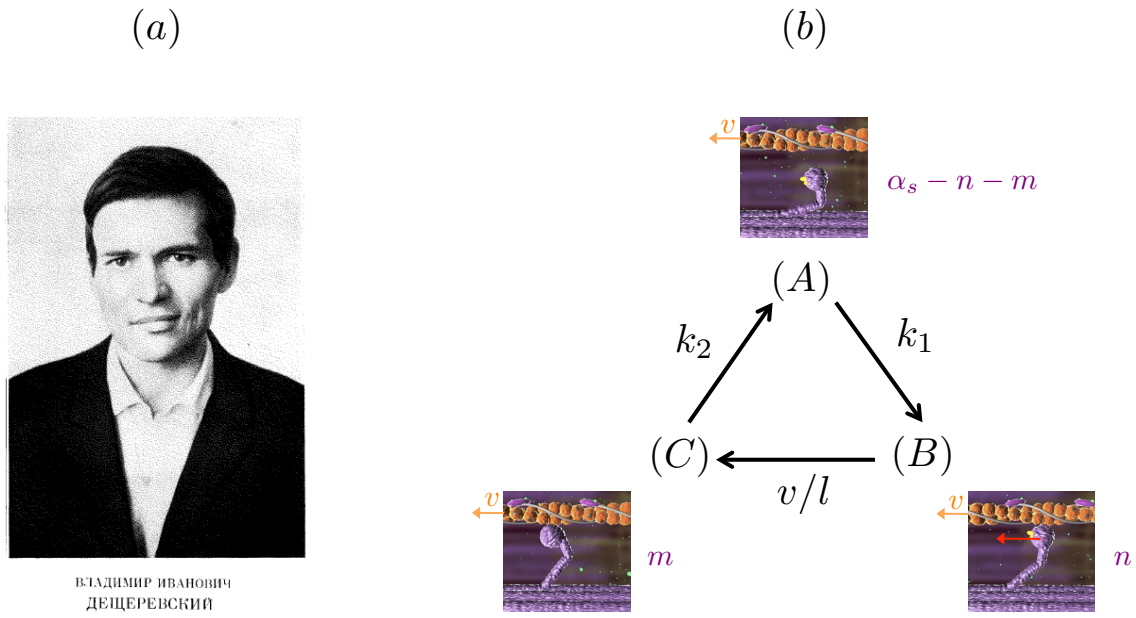


FIGURE 1.13 – (a) V.I. Deshcherevskii. (b) Cycle de Deshcherevskii : les têtes de myosine passent de l'état libre (A), à l'état lié actif (B), puis à l'état lié passif (C), avant de revenir à l'état (A).

Deshcherevskii s'appuie sur le modèle de Huxley et décrit le mécanisme d'interaction par trois états possibles des ponts actine-myosine : (A) le pont est ouvert, la tête de myosine est libre, (B) le pont est fermé et la tête de myosine développe une force active, elle tire le brin d'actine, et (C) le pont est fermé mais n'est plus actif, il faut fournir de l'énergie pour décrocher la tête. Chaque tête passe d'un état à l'autre lors d'un cycle en suivant l'enchaînement A-B-C-A. Soient n et m le nombre de têtes de myosine respectivement dans l'état (B) ou (C), et α_s le nombre total de têtes, dans un sarcomère. Deshcherevskii décrit la variation des populations dans chaque état par les équations suivantes :

$$\frac{dn}{dt} = k_1 \left[\alpha_s - n - m\right] - \frac{v_s}{l} n \tag{1.3}$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{v_s}{l} n - k_2 m \tag{1.4}$$

où k_1 est la constante de vitesse de la transition de l'état (A) vers l'état (B) et k_2 la constante de vitesse de la transition de l'état (C) vers l'état (A). La vitesse relative des

3. V.I. Deshcherevskii évolue à l'institut de biophysique de Pushchino dans les années 1960 et côtoie A.M. Zhabotinsky, qui est quasiment du même âge. Contrairement à A.F. Huxley, son travail est resté peu diffusé, probablement à cause d'une mort prématurée à 36 ans, et peut-être pour avoir critiqué le travail de Huxley.

brins d'actine et de myosine est notée v_s et l est la longueur moyenne de basculement de la tête de myosine, c'est-à-dire la distance sur laquelle la tête de myosine tire le filament d'actine ($l \simeq 10\,\text{nm}$ [113]). Le rapport l/v_s correspond au temps au bout duquel une tête de myosine active passe dans l'état résistif.

En régime stationnaire, n, m et α_D restent constants en moyenne et on a : $v_s n/l = k_1\,[\alpha_s - n - m]$ et $v_s n/l = k_2\,m$. En supposant que les forces motrice et résistive développées par une tête de myosine sont égales et notées f, on peut déduire la force produite par un sarcomère :

$$F_s = f(n-m) \tag{1.5}$$

Pour en déduire la force du muscle entier, il faut évaluer le nombre de sarcomères alignés en série dans une fibre N_s, et le nombre de fibres en parallèle dans le muscle N_p. Si L est la longueur du muscle ($L \approx 0{,}3\,\text{m}$) et L_s la longueur d'un sarcomère ($L_s \approx 3\,\mu\text{m}$), alors $N_s = L/L_s \approx 10^5$. La vitesse de contraction d'une fibre est proportionnelle au nombre de sarcomères en série dans la fibre : $v = N_s v_s$. La tension au bout d'un sarcomère se transmet le long de la fibre, donc la force développée par la fibre est la même que celle qui est produite par chacun des sarcomères. De plus, si S est la section du muscle ($S \approx 10^{-2}\,\text{m}^2$) et S_s est la section d'un sarcomère ($S_s \approx 10^{-12}\,\text{m}^2$), alors le nombre de sarcomères en parallèle est $N_p = S/S_s \approx 10^{10}$. La force totale développée par le muscle est proportionnelle au nombre de sarcomères en parallèle : $F = N_p F_s$. Et la vitesse de contraction du muscle entier est égale à la vitesse de chaque fibre. Ainsi, plus le muscle a une grande section, et plus il peut générer une grande force. Plus le muscle est long, et plus il est capable de se contracter vite.

En utilisant les équations (1.3) et (1.4) précédentes pour n et m, on retrouve la relation de Hill entre la force développée par le muscle F et sa vitesse de contraction v :

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1 - v/v_{max}}{1 + (F_0/a)\,v/v_{max}} \quad avec \quad F_0 = N_p\,\alpha_s\,f \quad , \quad \frac{F_0}{a} = 1 + \frac{k_2}{k_1} \quad et \quad v_{max} = N_s\,k_2\,l \tag{1.6}$$

La force maximale F_0 est obtenue lorsque toutes les α_s têtes de myosine des sarcomères des N_p fibres parallèles sont en train de tirer : $F_0 = N_p \alpha_s f$. La puissance de la relation de Hill vient du fait qu'elle est valable à différentes échelles : pour l'interaction entre un filament de myosine et le réseau de filaments d'actine qui l'entoure, pour le sarcomère (constitué de nombreux myofilaments), ou encore pour le muscle entier (constitué de nombreux sarcomères en série et en parallèle). La forme de l'expression (1.6) est la même, seuls les paramètres F_0, F_0/a et v_{max} changent, et la force est sommée sur les éléments en parallèle, alors que la vitesse est sommée sur les éléments en série.

Le modèle cinétique de Deshcherevskii nous semble pertinent puisqu'il permet non seulement de retrouver la relation de Hill en régime stationnaire, mais donne aussi une interprétation physique microscopique simple de la contraction musculaire.

Conclusion

Dans cette partie, nous avons donné les éléments principaux pour comprendre le fonctionnement du muscle et les mécanismes de contraction. Nous avons vu que le muscle est un générateur de force ou de déplacement. Dans le chapitre suivant, nous essayons de comprendre à partir d'un mouvement macroscopique, le fonctionnement instationnaire du muscle et de coupler la dynamique observée aux caractéristiques microscopiques du muscle en utilisant le modèle de Deshcherevskii.

Chapitre 2

L'haltérophilie et les records de force



FIGURE 2.1 – Charles Rigoulot, l'homme le plus fort du monde, en 1925. Sa devise : « *Bien boire, bien manger et surtout beaucoup s'entraîner* ».

Sommaire

2.1 Expériences de développé-couché 29
2.1.1 Dispositif expérimental 29
2.1.2 Levée unique à vitesse maximale 30
2.2 Modèle de l'haltérophile articulé 33
2.2.1 Modélisation de l'articulation 33
2.2.2 L'haltérophile à force constante : $\overline{F} = 1$ 34
2.2.3 L'haltérophile de Hill 35
2.2.4 L'haltérophile de Deshcherevskii 36
2.2.5 Application à la caractérisation des muscles 40
2.3 Expériences de temps de tenue 45
2.3.1 Dispositif expérimental 45
2.3.2 Résultats experimentaux 46
2.3.3 Modèle 47
2.3.4 Expériences d'endurance au développé-couché 49
2.4 Expériences d'arraché et d'épaulé-jeté 51
2.4.1 L'arraché 52
2.4.2 L'épaulé-jeté 55

Ce travail a été réalisé avec Baptiste Darbois Texier et Guillaume Laffaye.

Introduction

Le muscle est le moteur de la performance. Il déploie sa force en se raccourcissant. Poussé à son efficacité maximale, il permet de battre les records. Dans ce chapitre, on s'intéresse aux records de force. Quelle est la masse maximale M^* qu'un être humain de masse M_0 est capable de soulever ? De quoi dépend cette masse ? Combien de temps ou combien de fois consécutives est-il capable de soulever une masse inférieure $M < M^*$?



FIGURE 2.2 – Epreuves Olympiques d'haltérophilie : (a) l'arraché et (b) l'épaulé-jeté

L'haltérophilie est le sport de force par excellence. Lors des Jeux Olympiques antiques, les athlètes soulevaient une masse en plomb dans chaque bras lors de l'épreuve d'*Halteria* [139, 85, 140]. Cette discipline figurait aux premiers Jeux Olympiques de l'ère moderne en 1896 et a évolué jusqu'à sa forme actuelle [141]. De nos jours, les haltérophiles sont répartis dans huit catégories de poids : *Coqs* ($-56kg$), *Plumes* ($56-62kg$), *Légers* ($62-69kg$), *Moyens* ($69-77kg$), *Mi-lourds* ($77-85kg$), *Lourds moyens* ($85-94kg$), *Lourds* ($94-105kg$), *Super lourds* ($+105kg$) et sont évalués sur deux types de mouvements : l'arraché et l'épaulé-jeté, présentés sur la figure 2.2. A l'arraché, les haltérophiles doivent soulever la barre au-dessus de leur tête, bras tendus, en un seul mouvement (cf. figure 2.2-(a)). A l'épaulé-jeté, ils doivent soulever la barre jusqu'aux épaules, se redresser, puis jeter la barre à hauteur de bras au-dessus de leur tête (cf. figure 2.2-(b)).

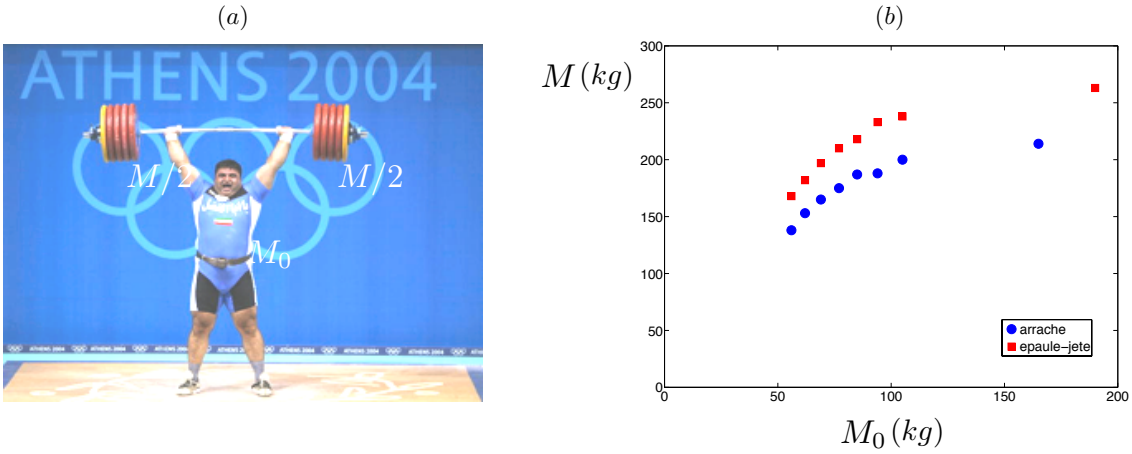


FIGURE 2.3 – a) Hossein Rezazadeh, détenteur du record du monde à l'épaulé-jeté dans la catégorie des plus de 105 kg (M_0 = 152 kg, M^* = 263 kg). b) Records du monde : masse maximale soulevée (M^*) en fonction de la masse de l'haltérophile (M_0) pour les épreuves d'arraché (●) et d'épaulé-jeté (■).

La figure 2.3 présente les records de masse soulevée en fonction de la masse de l'haltérophile ayant accompli l'exploit pour les épreuves d'arrachés (●) et d'épaulé-jeté (■). Les records dépendent de la masse de l'haltérophile (les plus grandes masses sont soulevées par les haltérophiles les plus lourds) et du geste utilisé (les masses soulevées à l'épaulé-jeté sont supérieures de 16% aux masses soulevées à l'arraché). L'iranien Razazadeh (M_0 = 152 kg) détient actuellement le record absolu à l'épaulé-jeté (M = 263 kg). D'après la figure 2.3-(b), l'évolution des records semble être la même pour les deux gestes et ne pas dépendre de l'individu, ni du détail du fonctionnement musculaire. Ces observations suggèrent l'existence de lois générales qui permettent de décrire et de prédire les records et nous cherchons à identifier ces lois. Notre démarche, inspirée des travaux de Keller sur la course présentés en introduction [8, 9], consiste à partir de performances sportives pour comprendre le fonctionnement musculaire et extraire les caractéristiques microscopiques du muscle à partir de mesures macroscopiques. Nous présentons les expériences effectuées sur un geste de force athlétique : le développé-couché dans la partie 2.1. Puis nous proposons un modèle qui couple la mécanique de l'articulation et la relation force-vitesse du muscle, pour rendre compte de la dynamique observée dans la partie 2.2. Nous discutons ensuite de la stratégie adoptée par les haltérophiles pour les gestes plus complexes : l'arraché et l'épaulé-jeté dans la partie 2.4. Enfin nous nous intéressons à la dissipation d'énergie dans le muscle sur une expérience de temps de tenue d'une masse M dans la partie 2.3. Tout au long du chapitre, nous essayons de faire le lien entre le geste macroscopique que nous étudions et les caractéristiques microscopiques du muscle pour permettre de caractériser le profil musculaire d'un individu à partir d'expérience simples.

2.1 Expériences de développé-couché

2.1.1 Dispositif expérimental

(a)



(b)

Athlète	H (m)	M_0 (kg)	L_{bras} (cm)	S_{bras} (cm^2)	M^* (kg)
Georges	1,89	77	34,5	100	85
Gregory	1,80	114	35	241	230
Guillaume	1,85	84	40,5	127	115
Maxime	1,75	66	38	92	85
Michael	1,80	71	37	109	95
Romain	1,90	78	38	103	65
Wilfried	1,82	72	40	103	85

FIGURE 2.4 – (a) Schéma du mouvement de développé-couché. (b) Tableau récapitulatif des caractéristiques morphologiques des sportifs ayant participé aux expériences de développé-couché : taille (H), masse de corps (M_0), longueur des bras (L_{bras}) de l'épaule au coude, section des bras (S_{bras}) et masse maximale qu'ils sont capables de soulever (M^*).

Les gestes d'arraché et d'épaulé-jeté font intervenir plusieurs muscles et articulations. Pour simplifier l'étude, nous nous sommes concentrés sur une épreuve de force athlétique qui

ne fait intervenir que les bras : le développé couché, présenté sur la figure 2.4-(a). Le sportif est en position allongée. Il tient la barre, bras tendus au-dessus de la poitrine, l'amène au contact et la relève après une pause d'une ou deux secondes. Nous nous sommes intéressés à la dynamique de la levée de la barre. Plusieurs sportifs, plus ou moins expérimentés et dont les caractéristiques morphologiques et sportives sont détaillées dans le tableau de la figure 2.4-(b) se sont prêtés à un exercice qui consiste à lever la barre une fois à vitesse maximale. Cette épreuve d'explosivité est réalisée avec des masses M de barres variant de 2 kg à la masse maximale M^* que le sportif était capable de soulever.

2.1.2 Levée unique à vitesse maximale

Résultats qualitatifs

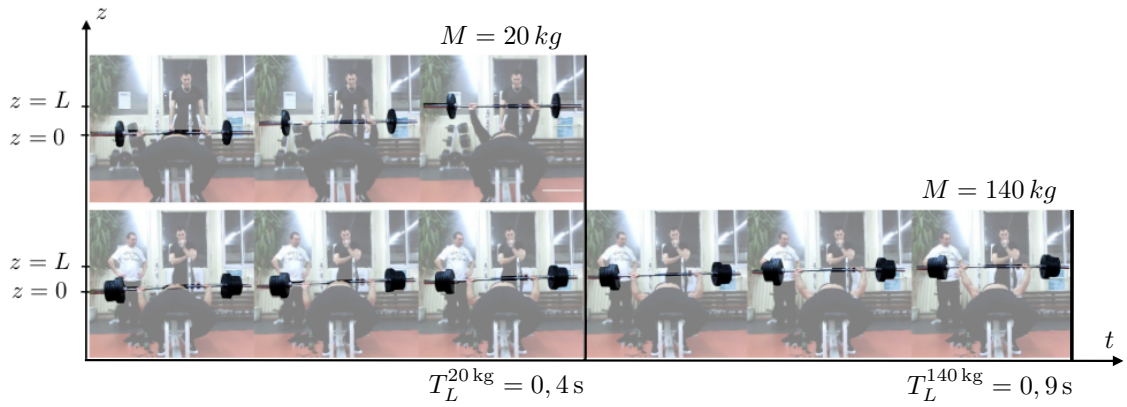


FIGURE 2.5 – Dynamique du lever de barres de masses M = 20 kg (en haut) et M = 140 kg (en bas) au développé-couché de Grégory (M^* = 230 kg). L'intervalle de temps entre deux images est de dt = 0,2 s.

La figure 2.5 présente la chronophotographie de deux levées effectuées par Grégory (M_0 = 114 kg, M^* = 230 kg) pour des barres de masses 20 et 140 kg. On observe que Gregory met 0,4 s à soulever la barre de 20 kg et un peu plus de deux fois plus de temps 0,9 s pour soulever une barre sept fois plus lourde. De façon plus détaillée, la position verticale de l'haltère z_M et sa vitesse $\dot{z}_M$ sont représentées sur la figure 2.6 en fonction du temps pour les essais correspondant à la figure 2.5. La position verticale instantanée de la barre est obtenue par analyse des vidéos réalisées à une fréquence de 30 images par seconde. Les signaux de vitesse sont fournis par un accéléromètre Myotest© à une fréquence d'acquisition de 500 Hz.

La figure 2.6 montre que la barre de masse $M = 20\,kg$ (■) est levée de la position z_M = 0 (bras pliés) à la position z_M = 45 cm (bras tendus) en un temps T_L = 0,4 s et atteint une vitesse maximale $\dot{z}_{max}$ = 240 cm/s. La barre de masse $M = 140\,kg$ (●) est levée de z_M = 0 à z_M = 37 cm en un temps plus long T_L = 0,85 s. Dans ce cas, l'allure de la courbe de vitesse est différente avec deux maxima plus faibles et la vitesse maximale atteinte est plus faible $\dot{z}_{max}$ = 75 cm/s. Les expériences de levée à vitesse maximale montrent que la vitesse maximale atteinte ($\dot{z}_{max}$) par la barre diminue lorsque la charge augmente et par conséquent que le temps T_L pour parcourir la distance L augmente.

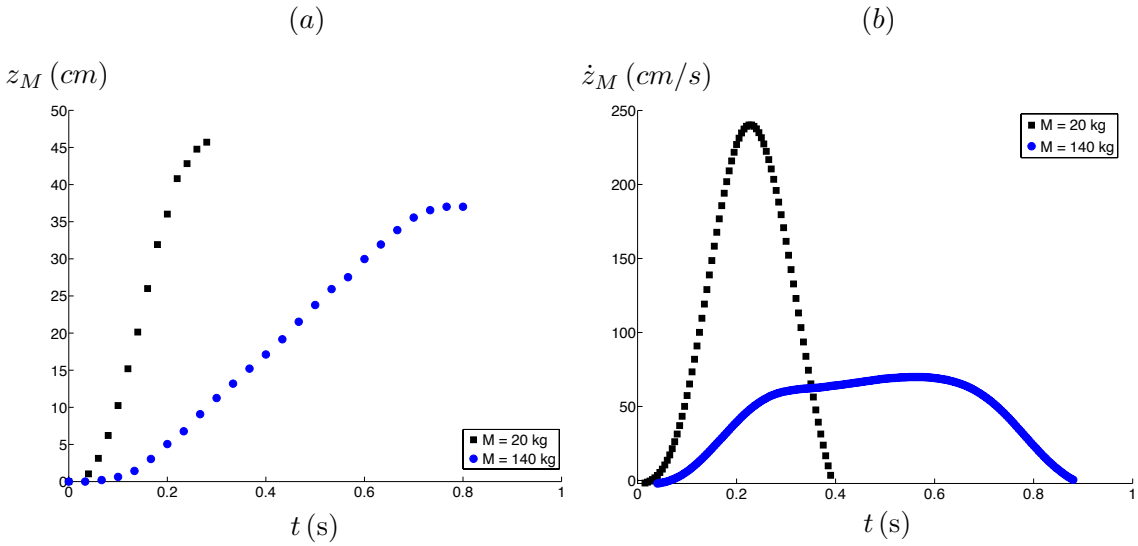


FIGURE 2.6 – Dynamique de l'haltère lors d'une levée : variations temporelles de la position de la barre $z_M(t)$ (a) et de la vitesse de la barre $\dot{z}_M(t)$ (b) pour une barre de masse $M = 20\,kg$ (■) ou $M = 140\,kg$ (●).

Résultats quantitatifs

L'expérience est réalisée par Gregory pour différentes masses M de 20 à 140 kg en commençant par les barres les plus légères et en ajoutant des masses de 20 kg à chaque fois. Un temps de pause conséquent est observé entre chaque essai pour que l'athlète ne se fatigue pas. Un autre athlète de morphologie très différente (Michael $M_0 = 71$ kg, $M^* = 95$ kg), se prête au même exercice avec des barres de masses M allant de 2 à 80 kg, par pas de 10 kg.

La figure 2.7 présente l'évolution temporelle de l'altitude de la barre $z_M(t)$ (a) et de sa vitesse $\dot{z}_M(t)$ (b), pour les différentes barres soulevées par Michael (1) et Gregory (2). Lorsque la charge augmente, la vitesse maximale $\dot{z}_{max}$ diminue et le temps de levée T_L augmente. On observe sur les courbes de position que la hauteur atteinte par la barre est un peu plus faible lorsque la charge augmente. Cet effet est dû à la position des mains sur la barre. Plus la masse à soulever est grande, et plus l'athlète écarte les mains, et donc plus la hauteur finale atteinte est faible. L'effet marquant lorsque la masse de la barre augmente est la déformation des signaux de vitesse. Pour les masses faibles, le signal est assez symétrique autour du maximum. Pour les grandes masses, un second maximum apparaît et détruit la symétrie du signal. L'évolution générale des signaux est la même pour les deux athlètes, mais une analyse plus attentive des courbes révèle quelques différences dans la forme des signaux de vitesse : les signaux de Gregory sont plus rectangulaires que ceux de Michael, qui présentent un deuxième pic très marqué aux fortes masses.

Une autre caractéristique intéressante des courbes apparaît aux temps courts. La figure 2.8 présente l'évolution temporelle de la position verticale de la barre en échelle logarithmique pour les différentes masses soulevées par Michael (a) et Gregory (b). Dans tous les cas, on observe que l'altitude de la barre varie avec le temps au cube : $z_M \sim t^3$.

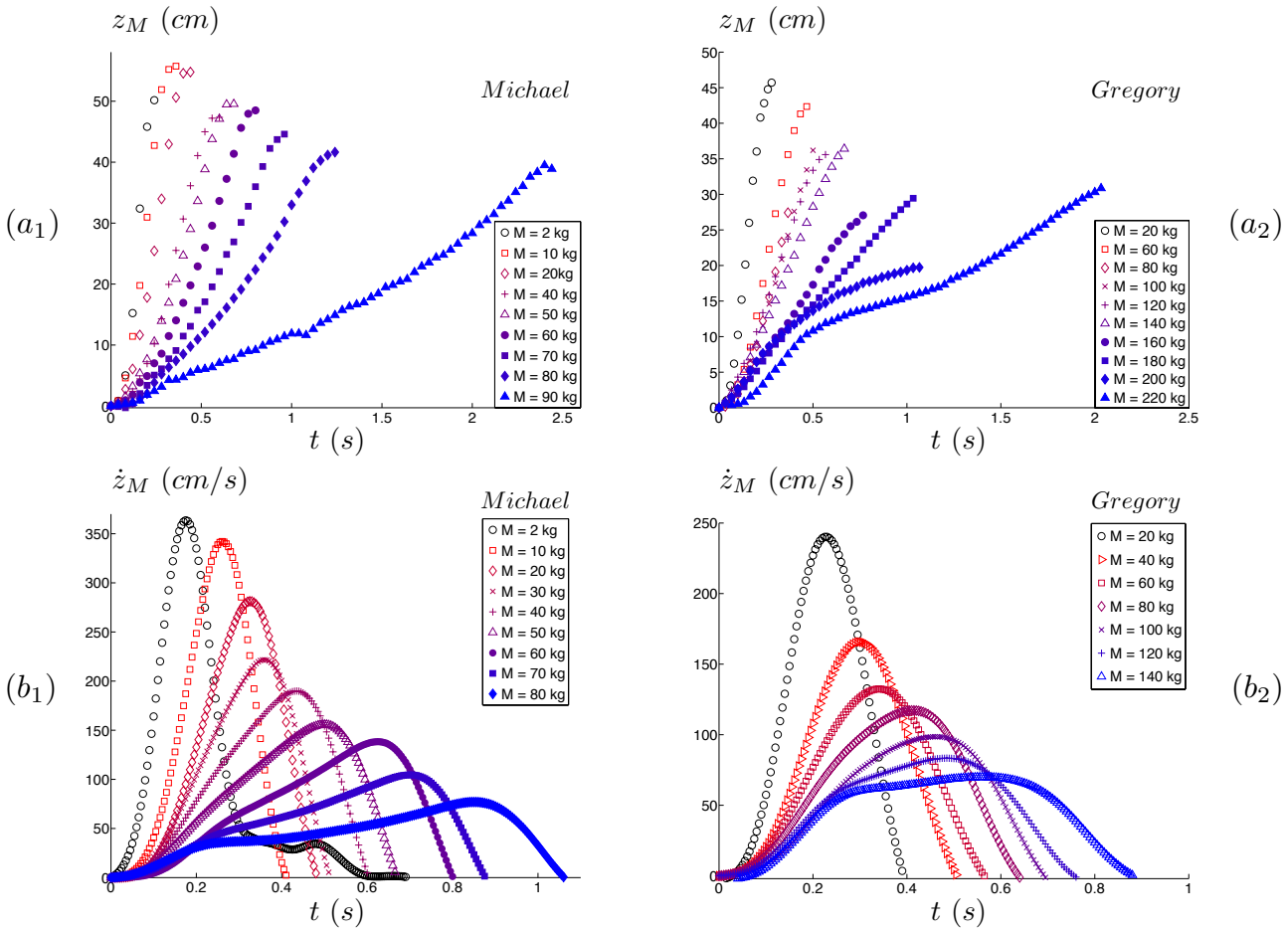


FIGURE 2.7 – Evolutions temporelles de l'altitude $z_M(t)$ (a) et de la vitesse $\dot{z}_M(t)$ (b) de la barre pour différentes charges M pour deux athlètes : Michael (1) et Gregory (2).

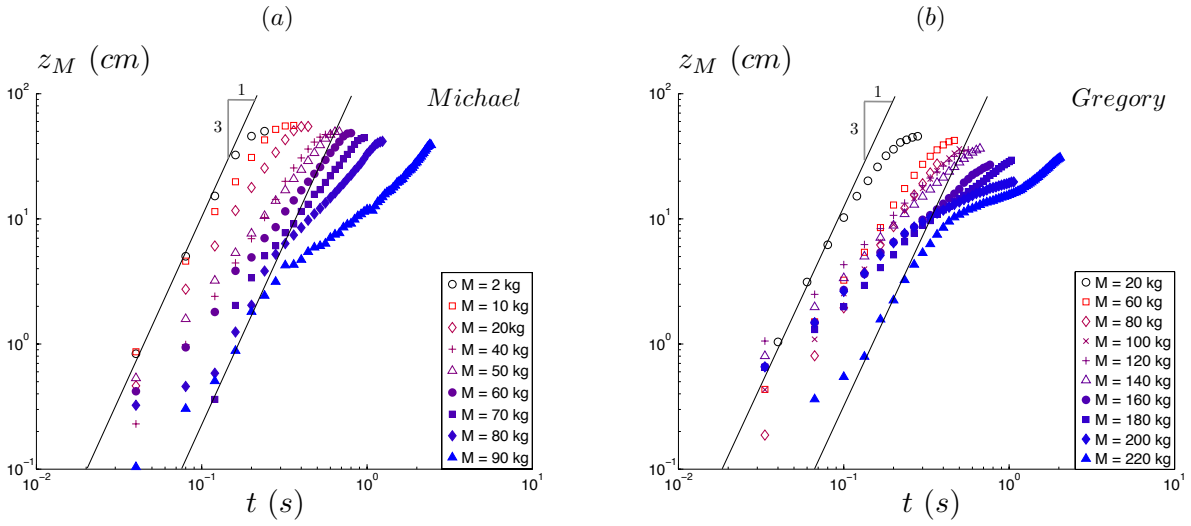


FIGURE 2.8 – Evolutions temporelles de l'altitude la barre $z_M(t)$ aux temps courts, pour différentes masses M, pour Michael (a) et Gregory (b).

2.2 Modèle de l'haltérophile articulé

2.2.1 Modélisation de l'articulation

L'haltérophile à une articulation est présenté sur la figure 2.9 : ses bras sont constitués de deux os de masses nulles et de longueur L, reliés par l'articulation du coude, de rayon r et de masse M_a. L'épaule est fixe et définit l'origine en $z = 0$. Lors d'une levée, l'haltérophile déplie les bras en contractant ses muscles ($-$). La barre de masse M passe de la position $z_M = 0$, les bras pliés faisant un angle $\psi = \pi/2$ avec la verticale, à la positon $z_M = 2L$ une fois les bras tendus ($\psi = 0$). Au cours du mouvement, la barre est dans les mains de l'haltérophile à l'altitude $z_M = 2L\cos\psi$. Les muscles du bras, de longueur $x = x_m + r\theta$ se contractent à la vitesse $v = -\dot{x} = -r\dot{\theta}$ pour produire la force F et générer le mouvement. L'articulation fixe la géométrie et le muscle impose la dynamique du lever.

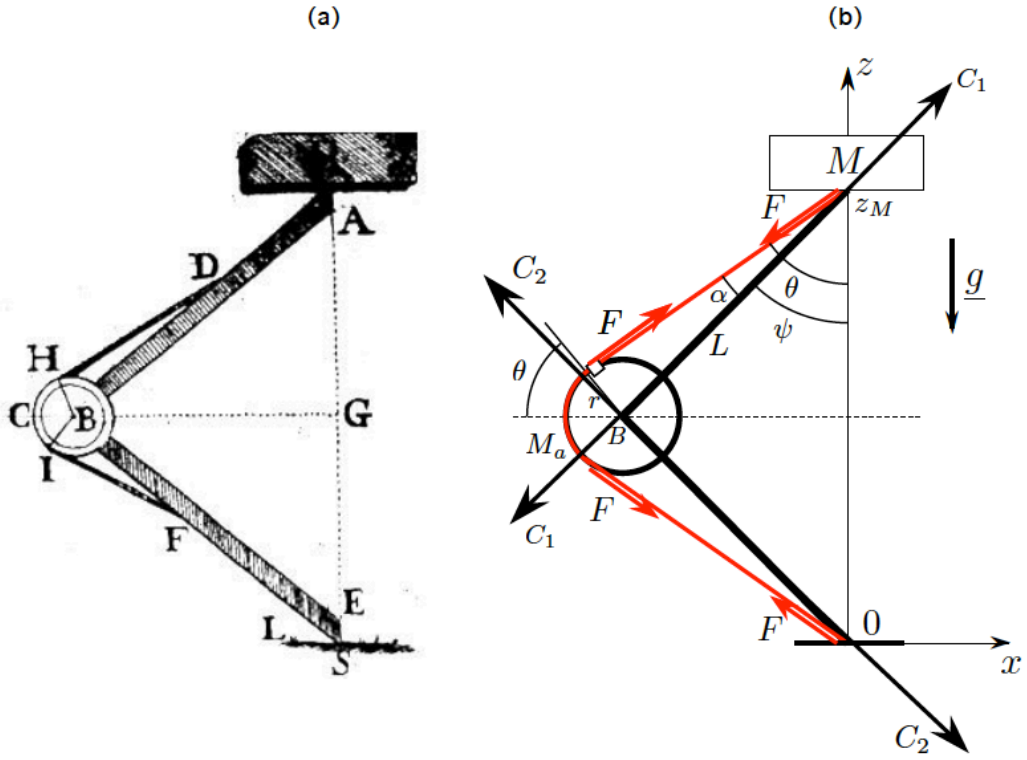


FIGURE 2.9 – (a) Dessin de l'articulation du bras de Borelli [104]. (b) Schéma de l'haltérophile articulé : les os du bras, chacun de longueur L sont reliés par l'articulation du coude, de rayon r, et font un angle ψ avec la verticale. Le muscle, dessiné en rouge permet d'étendre le bras et soulever la barre de masse M.

Pour comprendre la dynamique de la barre, on applique la deuxième loi de Newton à la barre de masse M, puis au coude. L'équation du mouvement de la barre projetée sur la verticale z s'écrit : $M\ddot{z}_M = C_1\cos\psi - F\cos\theta - Mg$. Cette équation fournit une expression de C_1, la force exercée par l'os de l'avant-bras sur la barre :

$$C_1\cos\psi = M(\ddot{z}_M + g) + F\cos\theta \tag{2.1}$$

L'équation du mouvement du coude B, projetée sur la direction horizontale x prend la forme : $M_a\ddot{x}_B = 2F\sin\theta - C_2\sin\psi - C_1\sin\psi$. On en déduit l'expression de la force exercée

par l'os du bras sur le coude :

$$C_2 \sin\psi = -C_1 \sin\psi + 2F \sin\theta - M_a \ddot{x}_B \tag{2.2}$$

Enfin, l'équation du mouvement du coude B, projetée sur la direction verticale z s'écrit : $M_a \ddot{z}_B = (C_2 - C_1)\cos\psi - M_a g$. En utilisant les équations (2.1) et (2.2) pour exprimer C_1 et C_2 et en exprimant $\ddot{x}_B = -L\cos\psi\ddot{\psi} + L\sin\psi\dot{\psi}^2$, $\ddot{z}_B = -L\sin\psi\ddot{\psi} - L\cos\psi\dot{\psi}^2$ et $\ddot{z}_M = -2L\sin\psi\ddot{\psi} - 2L\cos\psi\dot{\psi}^2$, on obtient l'équation du mouvement en ψ :

$$\left(M_a + 4M\sin^2\psi\right) L\ddot{\psi} + 4ML\sin\psi\cos\psi\,\dot{\psi}^2 = (M_a + 2M)\, g\sin\psi - 2F\sin\alpha \tag{2.3}$$

En utilisant $T = \sqrt{L/g}$ pour adimensionner le problème, l'équation 2.3 se réécrit :

$$\left(1 + 4\frac{M}{M_a}\sin^2\psi\right)\overline{\ddot{\psi}} + 4\frac{M}{M_a}\sin\psi\cos\psi\,\overline{\dot{\psi}}^2 = \left(1 + 2\frac{M}{M_a}\right)\sin\psi - \frac{2F\sin\alpha}{M_a g} \tag{2.4}$$

Cette équation doit être résolue avec les conditions initiales : $\overline{\psi}(0) = \pi/2$ et $\overline{\dot{\psi}}(0) = 0$. Pour que la barre monte, la force doit être suffisante pour que $\ddot{\psi} < 0$. Si F_0 est la force maximale que peut développer l'athlète (à vitesse nulle $\dot{\psi} < 0$), la relation (2.4) impose que la masse maximale qu'il peut soulever est :

$$M^* = \frac{F_0}{g}\frac{r}{L} - \frac{M_a}{2} \tag{2.5}$$

Pour des athlètes de force maximale F_0 et de masse des bras M_a fixées, la masse maximale soulevée M^* sera maximisée pour celui qui a des segments plus courts et des articulations plus larges. Les corps fins et élancés sont désavantagés en haltérophilie.

Pour intégrer l'équation (2.4), nous avons besoin de connaître l'expression de la force développée par le muscle au cours du mouvement. Dans la partie suivante nous tentons de déterminer cette relation de fermeture. On peut réexprimer le terme inconnu en adimensionnant la force par la force maximale :

$$\frac{2F\sin\alpha}{M_a g} = \frac{F}{F_0}\left(1 + 2\frac{M^*}{M_a}\right) = \overline{F}\left(1 + 2\frac{M^*}{M_a}\right) \tag{2.6}$$

2.2.2 L'haltérophile à force constante : $\overline{F} = 1$

La première hypothèse consiste à considérer le muscle comme un générateur de force idéal, qui produit la force maximale $F = F_0$, quelles que soient la charge et la vitesse de contraction. On peut intégrer numériquement l'équation (2.4) et obtenir la dynamique de la barre.

La figure 2.10 présente l'évolution de la position (a) et de la vitesse (b) adimensionnées de la barre pour $M^*/M_a = 15$ et pour différentes masses de barre prises entre $M/M^* = 0{,}1$ et $M/M^* = 0{,}9$. Même si l'on observe que le temps de levée augmente et que la vitesse maximale diminue lorsque la charge augmente, cette hypothèse de force constante ne permet pas de reproduire la dépendance de l'altitude de la barre en t^3 aux temps courts. La vitesse est linéaire aux temps courts et l'altitude varie en t^2. De plus on n'obtient jamais de maximum secondaire, contrairement à ce que l'on observe expérimentalement aux grandes masses. Et les signaux obtenus au faibles masses ne sont pas symétriques. Les résultats expérimentaux ne peuvent manifestement pas être retrouvés avec une force constante. Une meilleure compréhension du fonctionnement du muscle est nécessaire.

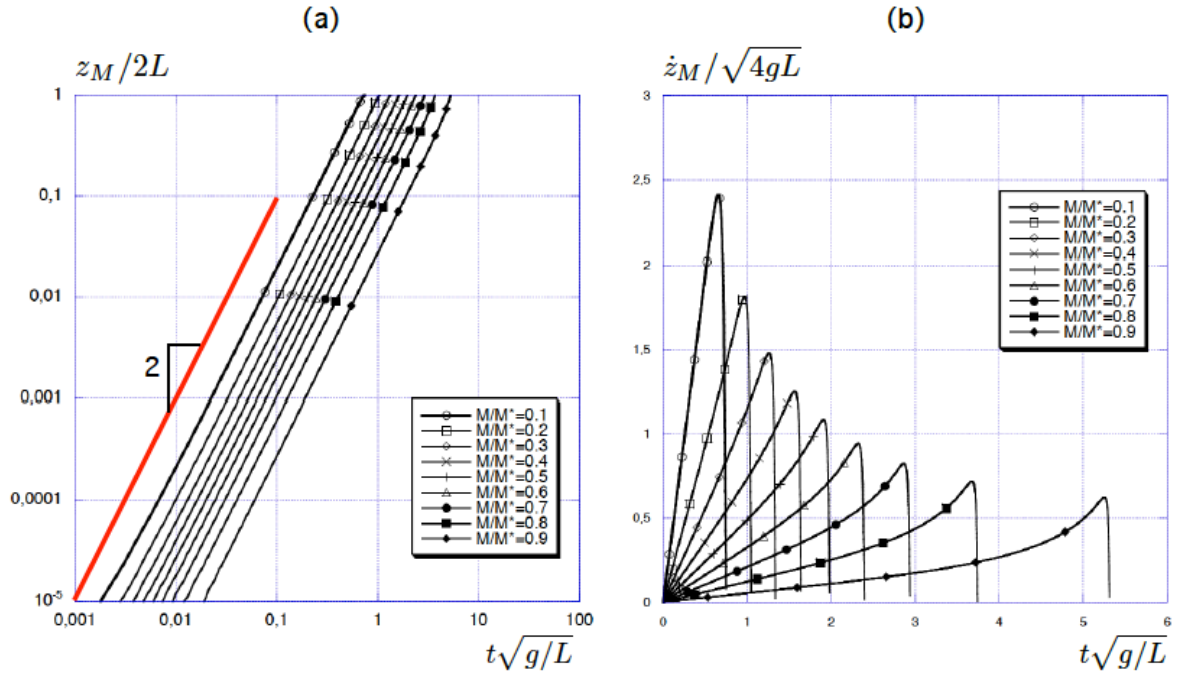


FIGURE 2.10 – Evolutions de l'altitude adimensionnée de la barre $z_M/2L$ (a) et de sa vitesse adimensionnée $\dot{z}_M/\sqrt{4gL}$ (b) avec le temps adimensionné $t\sqrt{g/L}$, obtenues par intégrations numériques de l'équation (2.4) pour différentes masses de la barre et avec les conditions initiales $\psi(0) = \pi/2$ et $\dot{\psi}(0) = 0$ et $M^*/M_a = 15$.

2.2.3 L'haltérophile de Hill

Une relation hyperbolique a été proposée empiriquement par Hill en 1938 [124] pour décrire la relation entre la force développée par le muscle et sa vitesse de contraction. On a vu à la section 1.3.2 qu'elle correspond à la limite stationnaire du modèle cinétique de Deshcherevskii. Comme la vitesse de contraction est reliée à l'angle que fait l'articulation avec la verticale : $v = -r\dot{\psi}$, l'équation (1.1) peut être réécrite :

$$\overline{F} = \frac{1 + G\overline{\dot{\psi}}}{1 - G\overline{\dot{\psi}}\,(1 + \tau_1/\tau_2)} \quad avec \quad G = \frac{r}{v_{max}}\sqrt{\frac{g}{L}} \tag{2.7}$$

Dans la limite $G \ll 1$, cette expression de la force se ramène à la limite de force constante $\overline{F} = 1$, discutée précédemment. La figure 2.11 présente les résultats des intégrations numériques des équations (2.4) et (2.7) pour $G = 0{,}3$ et $\tau_1/\tau_2 = 3$: l'évolution de la position adimensionnée de la barre (a) et sa vitesse (b) au cours du temps.

Même si les signaux semblent se rapprocher des résultats expérimentaux, la phase initiale est encore trop rapide : $\overline{z}_M \sim \overline{t}^2$. Cette description du muscle est encore insuffisante. On se tourne alors vers la limite instationnaire du modèle de Deshcherevskii.

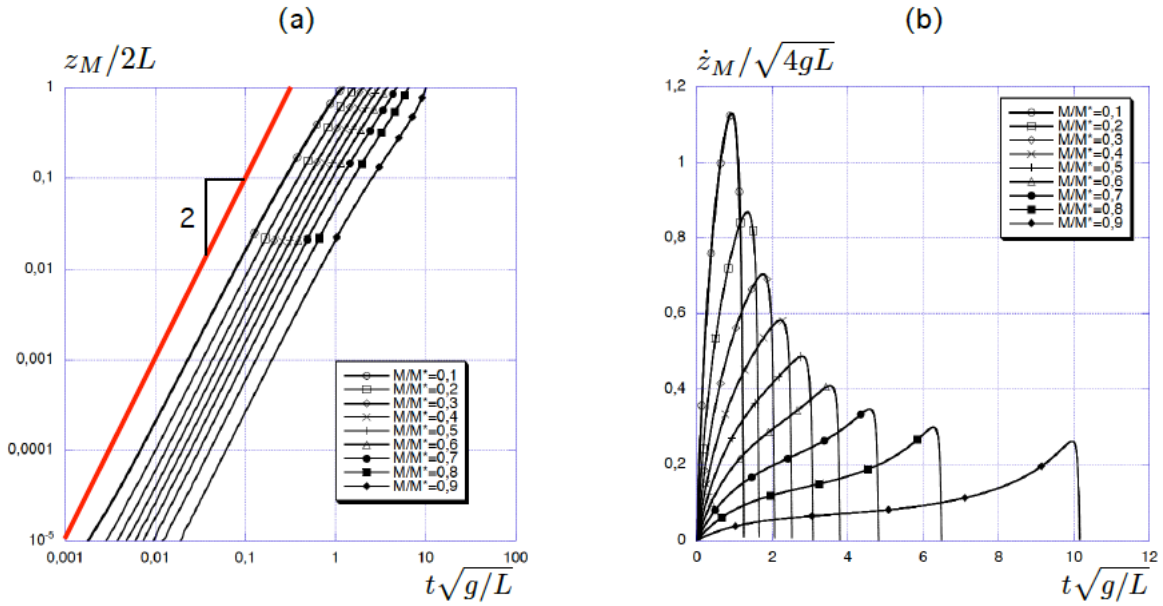


FIGURE 2.11 – Evolutions de l'altitude adimensionnée de la barre $z_M/2L$ (a) et de sa vitesse adimensionnée $\dot{z}_M/\sqrt{4gL}$ (b) avec le temps adimensionné $t\sqrt{g/L}$, obtenues par intégrations numériques des équations (2.4) et (2.7) pour différentes masses de la barre, avec les conditions initiales $\psi(0) = \pi/2$ et $\dot{\psi}(0) = 0$, et pour $G = 0{,}3$ et $\tau_1/\tau_2 = 3$ et $M^*/M_a = 15$.

2.2.4 L'haltérophile de Deshcherevskii

Expression de la force

Les équations (1.3), (1.4) et (1.5) du modèle cinétique de Deshcherevskii peuvent être réécrites sous forme adimensionnée :

$$\frac{d\overline{n}}{d\overline{t}} = \frac{1-\overline{m}-\overline{n}}{\overline{\tau}_1} - \frac{\tilde{v}\,\overline{n}}{\overline{\tau}_2} \tag{2.8}$$

$$\frac{d\overline{m}}{d\overline{t}} = \frac{\tilde{v}\,\overline{n}}{\overline{\tau}_2} - \frac{\overline{m}}{\overline{\tau}_2} \tag{2.9}$$

$$F = \overline{n} - \overline{m} \tag{2.10}$$

avec $\overline{t} = t\sqrt{g/L}$, $\overline{n} = n/\alpha_s$, $\overline{m} = m/\alpha_s$, $1/\overline{\tau}_1 = k_1\sqrt{L/g}$, $1/\overline{\tau}_2 = k_2\sqrt{L/g}$, $\tilde{v} = v/v_{max} = -G\dot{\overline{\psi}}$ et $\overline{F} = F/F_0$. On peut réexprimer $\overline{m}$ en fonction de $\overline{n}$ et $\dot{\overline{n}}$ grâce à l'équation (2.8) :

$$\overline{m} = 1 - \left(1 - \frac{\overline{\tau}_1}{\overline{\tau}_2}\,G\,\dot{\overline{\psi}}\right)\overline{n} - \overline{\tau}_1\dot{\overline{n}} \tag{2.11}$$

Cette équation peut être dérivée par rapport au temps et injectée dans l'équation (2.9) pour obtenir une équation différentielle de $\overline{n}$:

$$\overline{\tau}_1\,\overline{\tau}_2\,\ddot{\overline{n}} + \left(\overline{\tau}_1 + \overline{\tau}_2 - \overline{\tau}_1\,G\,\dot{\overline{\psi}}\right)\dot{\overline{n}} + \left[1 - \left(1 + \frac{\overline{\tau}_1}{\overline{\tau}_2}\right)G\,\dot{\overline{\psi}} - \overline{\tau}_1\,G\,\ddot{\overline{\psi}}\right]\overline{n} = 1 \tag{2.12}$$

Cette équation doit être résolue avec les conditions initiales que nous allons discuter. Une fois intégrée, on aura l'évolution de $\overline{n}$ au cours du temps et on pourra en déduire celle de $\overline{m}$, grâce à l'équation (2.11). On pourra calculer la force développée par le muscle au cours du mouvement : $\overline{F} = \overline{n} - \overline{m}$. La connaissance de cette force nous permettra d'intégrer numériquement l'équation (2.4), puisque $2F \sin\alpha / M_a g = \overline{F}\ (1 + 2M^*/M_a)$.

Dans la limite quasi-statique ($\overline{\tau}_1 \longrightarrow 0$, $\overline{\tau}_2 \longrightarrow 0$, $\overline{\tau}_1/\overline{\tau}_2$ fini), les équations (2.11) et (2.12) se réduisent à :

$$\overline{n} = \frac{1}{1 - \left(1 + \frac{\overline{\tau}_1}{\overline{\tau}_2}\right) G\,\overline{\dot{\psi}}} \quad et \quad \overline{m} = 1 - \left(1 - \frac{\overline{\tau}_1}{\overline{\tau}_2}\, G\,\overline{\dot{\psi}}\right)\overline{n} \tag{2.13}$$

En calculant $\overline{F} = \overline{n} - \overline{m}$, on vérifie bien que l'on retrouve la relation de Hill :

$$\overline{F} = \frac{1 + G\,\overline{\dot{\psi}}}{1 - (1 + \overline{\tau}_1/\overline{\tau}_2)\, G\,\overline{\dot{\psi}}} \tag{2.14}$$

Choix des conditions initiales

Pour intégrer le système d'équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12), il faut déterminer les conditions initiales : $\overline{\psi}(0)$, $\overline{\dot{\psi}}(0)$, $\overline{n}(0)$, $\overline{\dot{n}}(0)$ et $\overline{m}(0)$.

Initialement, la barre est immobile : $\overline{\dot{\psi}}(0) = 0$, entre les mains de l'athlète qui a les bras pliés : $\psi(0) = \pi/2$. Dans ces conditions, l'équation (2.4) impose que $\overline{F}(0) = (1 + 2M/M_a)\,/\,(1 + 2M^*/M_a)$ et $\overline{\ddot{\psi}}(0) = 0$.

D'après la modélisation de Deshcherevskii, l'équation (1.4) ressemble à la loi d'évolution de population du prédateur dans un système proie-prédateur. La population de m se nourrit de la population n qui a produit la force f pendant le temps l/v_s et disparaît sur un temps caractéristique τ_2. Initialement, la vitesse de contraction est nulle, on fait l'hypothèse que toutes les têtes de myosine liées à l'actine sont actives, et qu'aucune tête ne freine : $\overline{m}(0) = 0$, et d'après l'équation (2.10), on en déduit : $\overline{n}(0) = \overline{F}(0)$. Alors l'équation (2.11) impose : $\overline{\dot{n}}(0) = (1 - \overline{n}(0))\,/\overline{\tau}_1$. Ces deux dernières conditions initiales nous permettent d'intégrer l'équation (2.12).

La figure 2.12 présente un exemple d'intégrations du système formé par les équations (2.10), (2.11) et (2.12) en choisissant les paramètres $G = 0{,}3$ $\tau_2 = 0{,}25$ et $\tau_1 = 3\,\tau_2$ et pour différentes valeurs du rapport M/M^* prises entre 0,1 et 0,77. La proportion de têtes de myosine dans l'état actif $\overline{n}$ part d'une valeur positive, d'autant plus grande que la masse soulevée est grande, passe par un maximum en début de levée, puis diminue jusqu'à la fin du mouvement. Le maximum de la courbe est d'autant plus grand que la barre soulevée est lourde. L'évolution de la force du muscle $\overline{F}$ a la même allure. On vérifie bien que les valeurs de $\overline{n}$, $\overline{m}$ et $\overline{F}$ restent entre 0 et 1.

Comparaison

L'évaluation de la force générée par le muscle nous permet de fermer le problème et d'intégrer numériquement l'équation (2.4). La figure 2.13 présente la dynamique de la barre obtenue : l'évolution de l'altitude adimensionnée de la barre $z_M/2L$ (a) et sa vitesse adimensionnée $\dot{z}_M/\sqrt{4gL}$ (c) en fonction du temps adimensionné $t\sqrt{g/L}$. La figure 2.13-(a) montre une évolution de l'altitude de la barre aux temps courts en t^3, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux présentés sur la figure 2.8. Les signaux expérimentaux de

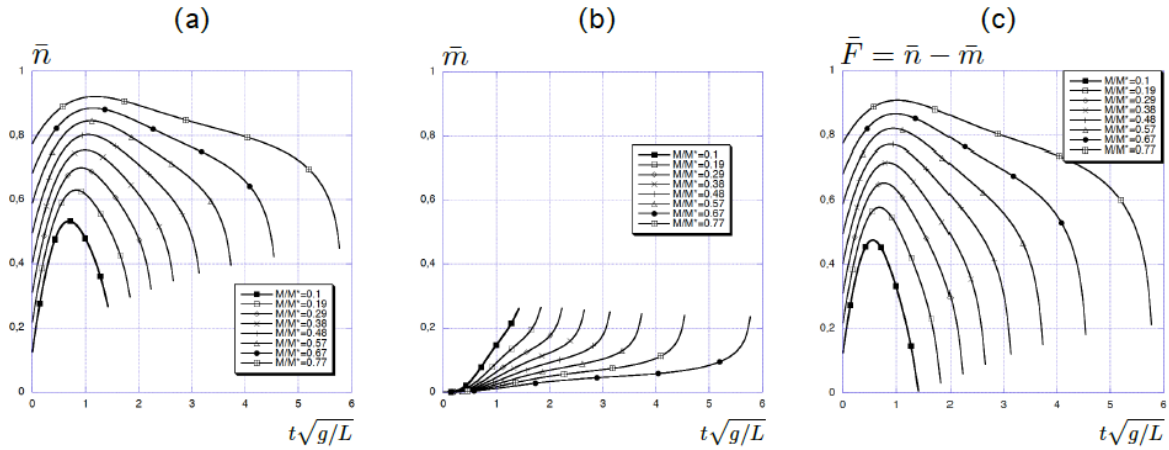


FIGURE 2.12 – Evolutions de la proportion de têtes de myosine dans l'état actif $\overline{n}$ (a), dans l'état passif $\overline{m}$ (b) et de la force générée par le muscle $\overline{F}$ (c) en fonction du temps adimensionné $t\sqrt{g/L}$, obtenues par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12) pour différentes masses de la barre, avec les conditions initiales $\psi(0) = \pi/2$ et $\dot{\psi}(0) = 0$, et pour $G = 0{,}3$ - $\tau_2 = 0{,}25$ - $\tau_1 = 3\,\tau_2$ et $M^*/M_a = 15$.

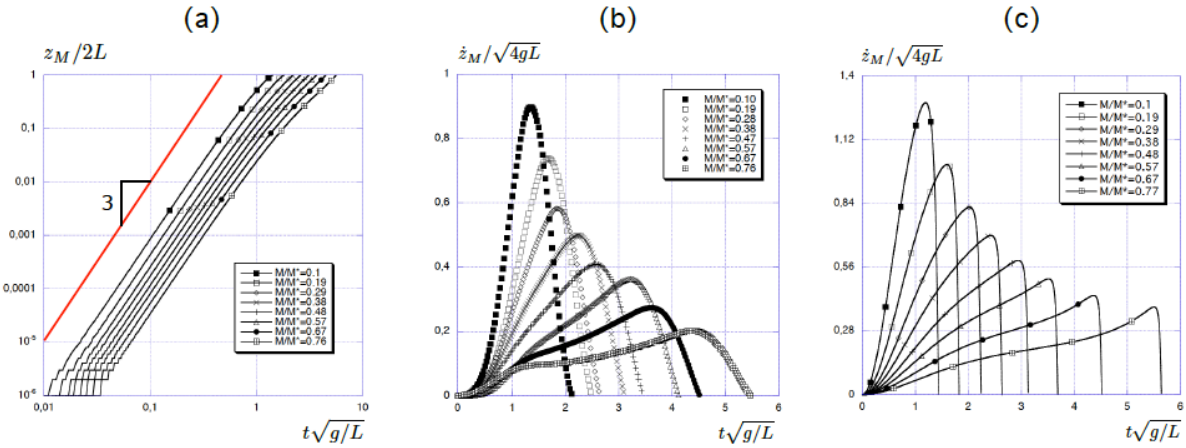


FIGURE 2.13 – Evolutions de l'altitude adimensionnée de la barre $z_M/2L$ (a) et de sa vitesse adimensionnée $\dot{z}_M/\sqrt{4gL}$ (c) avec le temps adimensionné $t\sqrt{g/L}$, obtenues par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12) pour différentes masses de la barre, avec les conditions initiales $\psi(0) = \pi/2$ et $\dot{\psi}(0) = 0$, et pour $G = 0{,}3$ - $\tau_2 = 0{,}25$ - $\tau_1 = 3\,\tau_2$ et $M^*/M_a = 15$. Les signaux expérimentaux de vitesse de Michael sont présentés pour la comparaison (b) .

vitesse obtenus pour Michael sont présentés sous forme adimensionnée sur la figure 2.13-(b) pour être comparés aux résultats de l'intégration (c). L'allure générale des signaux expérimentaux et numériques correspond, pour des barres soulevées de masses M/M^* prises entre 0,1 et 0,77. Les temps pour atteindre la vitesse maximale ainsi que les temps de levée sont bien reproduits. Les vitesses maximales atteintes suivent la même évolution avec la masse dans les deux cas, mais les valeurs issues des intégrations semblent être 1,4 fois plus grandes que dans les expériences. La plus grande différence entre les signaux expérimentaux et numérique est la décroissance finale de la vitesse, qui est beaucoup plus rapide dans les résultats numériques. Cet effet peut être dû au fait que la position des épaules est fixée dans les intégrations, alors que cette articulation peut se déformer expérimentalement lorsque la barre arrive près du sommet. On observe sur les courbes expérimentales de position de la barre en fonction du temps une oscillation autour de la position $z_m = 2L$, qui peut venir de la déformation de l'épaule en bout de course de la barre. Ces oscillations existent pour toutes les barres et tous les athlètes, mais elles ont été volontairement coupées sur la figure 2.7-(a) pour plus de lisibilité. On présente les oscillations de la barre en fin de levée sur la figure 2.14 pour les expériences de Michael avec les barres de masses M = 20, 60, 80 et 90 kg.

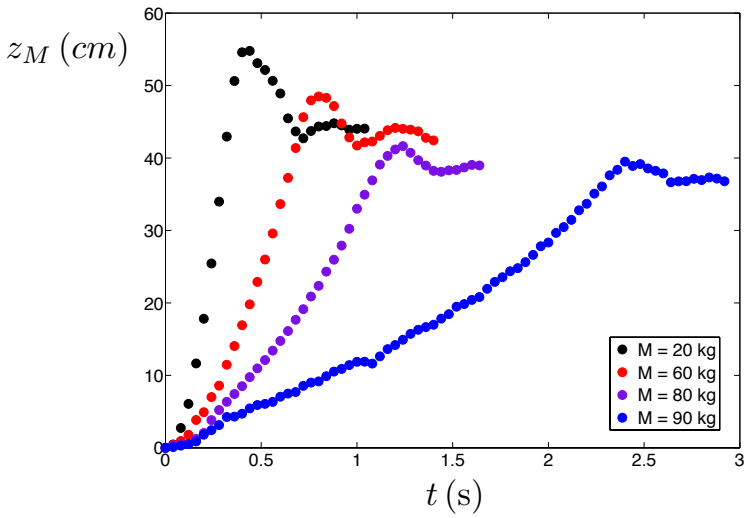


FIGURE 2.14 – Evolution temporelle de la position de la barre z_M au cours des essais réalisés par Michael avec des barres de masses M = 20, 60, 80 et 90 kg.

En utilisant les caractéristiques de Gregory (M^*/M_a = 20), et des valeurs similaires pour les propriétés du muscle (G = 0,5, τ_2 = 0,25 et $\tau_1 = 3\,\tau_2$), on obtient numériquement la dynamique de la barre présentée sur la figure 2.15. On observe à nouveau une dépendance initiale de la position de la barre avec le temps au cube (a). Les signaux de vitesses (c) évoluent vers les formes plus rectangulaires observées expérimentalement (b). La déformation de ces signaux par rapports à ceux de Michael est obtenue en augmentant la valeur du paramètre $G = \frac{r}{v_{max}}\sqrt{\frac{g}{L}}$. Les valeurs des temps pour atteindre la vitesse maximale ainsi que les temps de levée sont identiques dans les résultats expérimentaux et numériques, mais on observe toujours le facteur 1,4 sur la valeur des vitesses maximales.

Enfin on peut revenir sur la forme de la force développée par le muscle au cours du mouvement, observée sur la figure 2.12-(c) et la comparer la force ressentie par la barre F_M. L'idée est de voir comment la géométrie de l'articulation filtre la force générée par le muscle. On a vu au paragraphe 2.2.1 que cette force peut s'écrire : $F_M = M(\ddot{z}_M + g) = C_1 \cos\psi -$

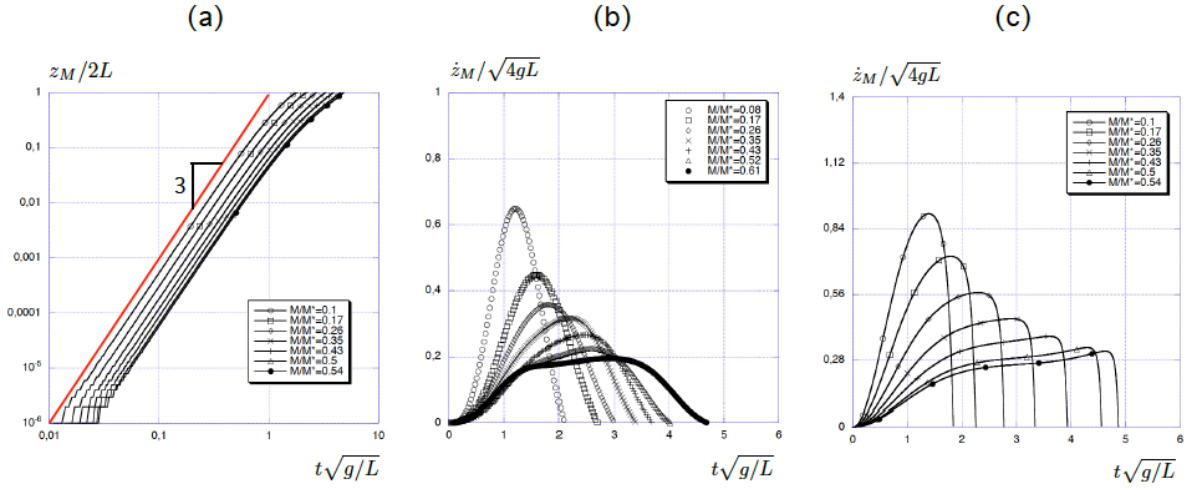


FIGURE 2.15 – Evolutions de l'altitude adimensionnée de la barre $z_M/2L$ (a) et de sa vitesse adimensionnée $\dot{z}_M/\sqrt{4gL}$ (c) avec le temps adimensionné $t\sqrt{g/L}$, obtenues par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12) pour différentes masses de la barre, avec les conditions initiales $\psi(0) = \pi/2$ et $\dot{\psi}(0) = 0$, et pour $G = 0{,}5$ - $\tau_2 = 0{,}25$ - $\tau_1 = 3\,\tau_2$ et $M^*/M_a = 20$. Les signaux expérimentaux de vitesses de Gregory sont présentés pour la comparaison (b) .

$F\cos\theta$. La figure 2.16 présente son évolution temporelle, mesurée par l'accéléromètre, pour différentes masses de barres, pour les expériences de Michael (a) et Gregory (b). Les courbes ont des formes globalement semblables : la force sert initialement à compenser le poids de la barre : $F_M(0) = Mg$, puis augmente jusqu'à atteindre un maximum 0,1 à 0,2 s plus tard, et rediminue. La force maximale atteinte augmente avec la masse de la barre soulevée. Les signaux sont dans les deux cas symétriques aux faibles masses, et perdent cette symétrie lorsque la charge augmente. Malgré cela, il y a quelques différences entre F et F_M : aux temps courts, la variation de la force développée par le muscle est plus rapide que la variation de force ressentie par la barre. Le muscle est capable d'augmenter la force qu'il produit très rapidement, mais la transmission de cette force par l'articulation est plus difficile. En fin de levée, la force subie par la barre diminue plus doucement que la force générée par le muscle. Cet effet semble être dû à la déformation de l'articulation de l'épaule, observée lors des expériences. Enfin en milieu de levée, la force subie par les barres lourdes semble être constante (voire augmenter), alors que la force générée par le muscle diminue. Cet effet vient de l'inertie de la barre. Après le pic de force développé en début de levée, la barre est lancée vers le haut (sans quitter les mains) et la force nécessaire pour continuer à faire monter la barre est plus faible. Nous allons voir que cet effet est utilisé dans les épreuves d'haltérophilie.

2.2.5 Application à la caractérisation des muscles

Profil musculaire

Nous avons étudié le fonctionnement du muscle dans le cas où il est optimal, sur l'exemple des champions d'haltérophilie. Les enseignements que nous en tirons et en particulier le lien entre la dynamique macroscopique du geste et les caractéristiques microscopiques du muscle peuvent aussi nous aider à comprendre ses dysfonctionnements. Lors des

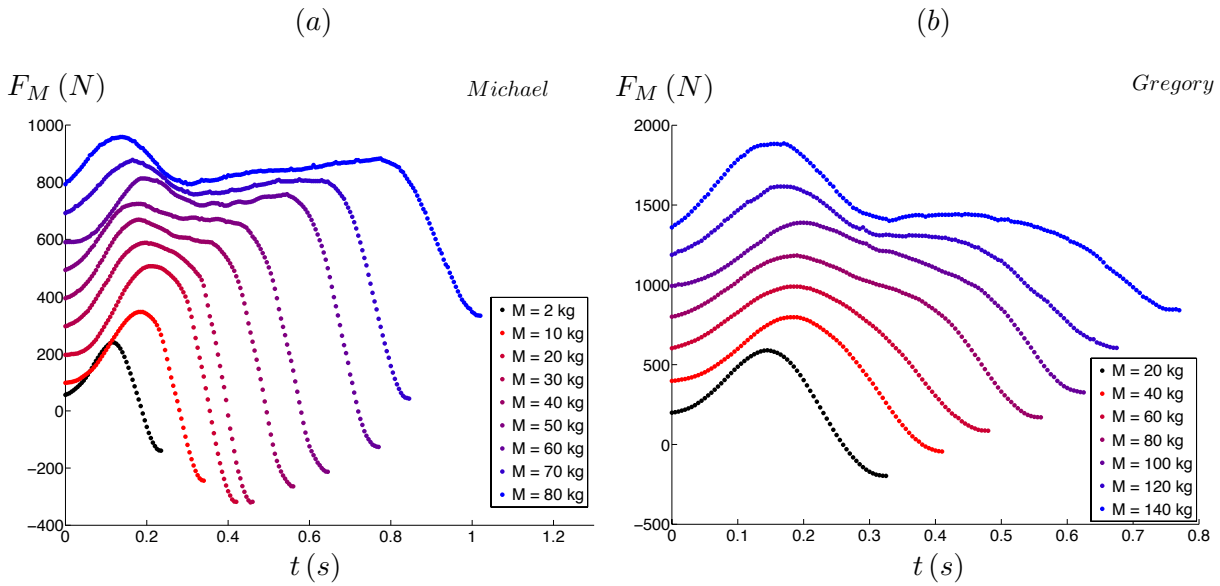


FIGURE 2.16 – Evolutions temporelle de la force subie par la barre F_M au cours des essais réalisés par Michael (a) et Gregory (b) avec des barres de différentes masses.

intégrations numériques, il faut choisir plusieurs paramètres : τ_1, τ_2 et $G = \frac{r}{v_{max}}\sqrt{\frac{g}{L}}$ ainsi que M^*/M_a. Certains paramètres sont mesurables comme le diamètre de l'articulation r, la longueur des segments L, la masse des bras M_a. La masse maximale que l'individu est capable de soulever peut être mesurée expérimentalement ou déterminée à partir de la section du muscle considéré. Les valeurs de τ_1, τ_2 et v_{max} sont des caractéristiques microscopiques individuelles et peuvent être ajustées pour retrouver la forme des signaux expérimentaux par intégrations des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12). Pour les athlètes qui se sont prêtés aux expériences, les signaux numériques et expérimentaux s'accordent pour $\tau_1 = 0{,}75$ $\tau_2 = 0{,}25$ et $G = 0{,}3$ pour Michael et $G = 0{,}5$ pour Gregory. Ces grandeurs que nous ajustons sont les caractéristiques du muscle d'un individu et peuvent nous servir à déterminer son profil musculaire.

Effets de τ_1

Le temps τ_1 est caractéristique du passage des têtes de myosine de l'état libre à l'état actif, où elles tirent les filaments d'actine.

La figure 2.17 présente l'évolution temporelle de la vitesse de la barre, obtenue par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12), pour deux masses de barre : (a) $M/M^* = 0{,}1$ et (b) $M/M^* = 0{,}7$ et en faisant varier le paramètre τ_1. On observe que lorsque τ_1 augmente, la dynamique de la contraction est plus lente : la vitesse augmente plus lentement, atteint un maximum plus faible au bout d'un temps plus grand et par conséquent le temps de levée est plus grand. Pour une barre légère (a) ou plus lourde (b), on n'observe pas de modification de la forme, mais plutôt un étalement des signaux, qui se décalent vers la droite.

Effets de τ_2

Le temps τ_2 est caractéristique du passage des têtes de myosine de l'état passif (où elles freinent l'avancée des filaments d'actine) à l'état libre. C'est le temps caractéristique de

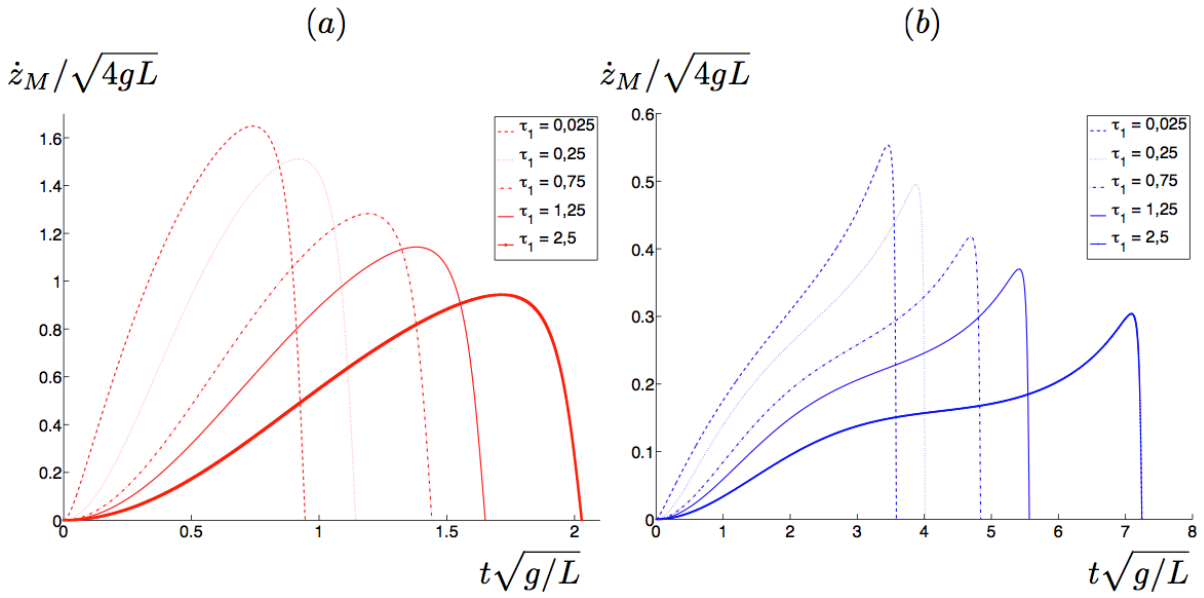


FIGURE 2.17 – Evolution de la vitesse adimensionnée de la barre en fonction du temps adimensionné, obtenue par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12), pour $M^*/M_a = 15$ - $G = 0{,}3$ - $\tau_2 = 0{,}25$ et pour différentes valeurs du paramètre τ_1, pour deux masses de barre : (a) $M/M^* = 0{,}1$ et (b) $M/M^* = 0{,}7$.

fixation et d'hydrolyse de l'ATP, donc de la consommation d'énergie.

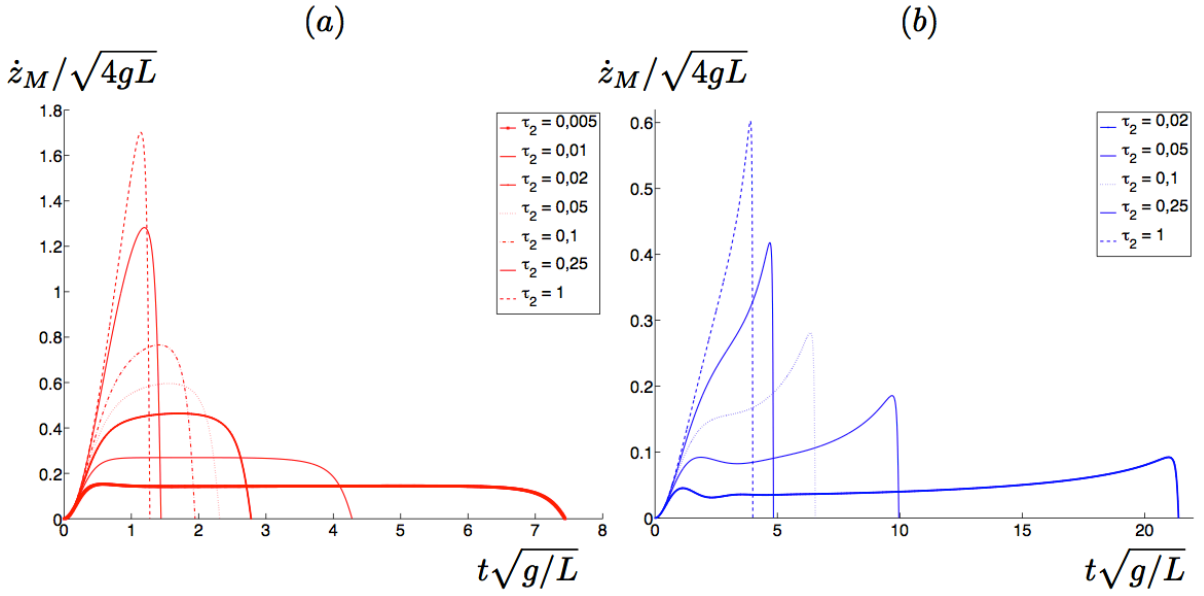


FIGURE 2.18 – Evolution de la vitesse adimensionnée de la barre en fonction du temps adimensionné, obtenue par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12), pour $M^*/M_a = 15$ - $G = 0{,}3$ - $\tau_1 = 0{,}75$ et pour différentes valeurs du paramètre τ_2, pour deux masses de barre : (a) $M/M^* = 0{,}1$ et (b) $M/M^* = 0{,}7$.

La figure 2.18 présente l'évolution temporelle de la vitesse de la barre, obtenue par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12), pour deux masses de barre : (a) $M/M^* = 0{,}1$ et (b) $M/M^* = 0{,}7$ et en faisant varier le paramètre τ_2. On observe

que lorsque τ_2 diminue, les signaux s'aplatissent. Pour les barres légères, les signaux sont symétriques et le restent quand τ_2 varie. Pour les barres plus lourdes, les signaux présentent deux pics de vitesse, le premier pic étant d'amplitude plus faible que le deuxième. Lorsque τ_2 diminue, les deux pics subsistent et le second pic reste le plus grand. En conséquence de l'aplatissement des signaux, on observe que les vitesses maximales atteintes diminuent et que les temps de levée augmentent. La dynamique initiale n'est pas modifiée lorsque τ_2 varie.

Effets de G

Le paramètre $G = \frac{r}{v_{max}}\sqrt{\frac{g}{L}}$ est lié à la forme de l'articulation $r/\sqrt{L}$ et est inversement proportionnel à la vitesse maximale de contraction v_{max}.

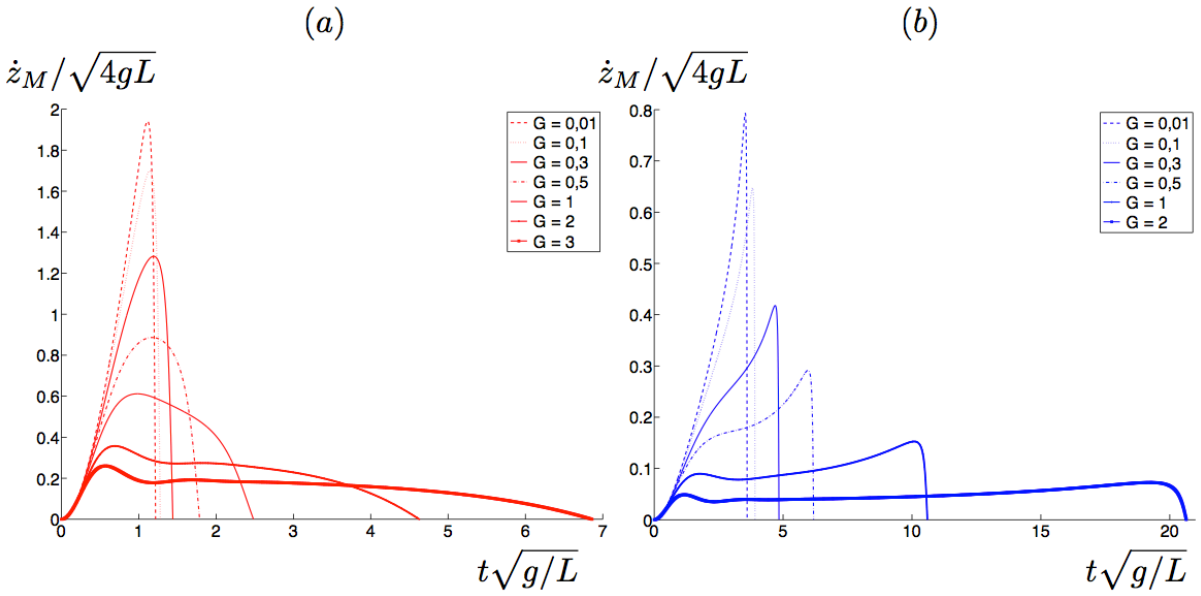


FIGURE 2.19 – Evolution de la vitesse adimensionnée de la barre en fonction du temps adimensionné, obtenue par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12), pour M^*/M_a = 15 - τ_2 = 0,25 - τ_1 = 0,75 et pour différentes valeurs du paramètre G, pour deux masses de barre : (a) M/M^* = 0,1 et (b) M/M^* = 0,7.

La figure 2.19 présente l'évolution temporelle de la vitesse de la barre, obtenue par intégrations numériques des équations (2.4), (2.10), (2.11) et (2.12), pour deux masses de barre : (a) M/M^* = 0,1 et (b) M/M^* = 0,7 et en faisant varier le paramètre G. On observe que lorsque G augmente, les signaux s'aplatissent et se déforment, les vitesse maximales atteintes diminuent et les temps de levées augmentent. Aux faibles G les signaux de vitesses sont symétriques. Lorsque G augmente, les signaux s'aplatissent et deux pics apparaissent. Plus G est grand et plus le premier pic est marqué. Lorsque G devient très grand, on observe même des oscillations autour du premier pic.

Fibres lentes et fibres rapides

La détermination du profil musculaire d'un individu peut nous servir à quantifier la nature et la répartition des fibres que contiennent ses muscles.

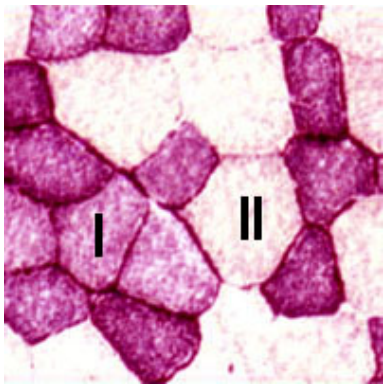


FIGURE 2.20 – Les fibres lentes (I) présentent une forte densité capillaire car elles sont adaptées aux efforts aérobies, elles sont rouges. Les fibres rapides (II) présentent une faible densité capillaire car elles sont adaptées aux efforts anaérobies, elles sont blanches et ont un plus gros diamètre.

Il existe deux types de fibres musculaires : les fibres lentes (de type I) et les fibres rapides (de type II). Les fibres lentes sont endurantes mais peu puissantes et les fibres rapides sont puissantes mais peu endurantes. Les fibres rapides se contractent jusqu'à dix fois plus vite que les fibres lentes et développent 20 % de force supplémentaire. La vitesse sollicite les fibres rapides, l'endurance sollicite les fibres lentes et la force sollicite l'ensemble des fibres. Les deux types de fibres sont mélangés dans le muscle et leur proportion dépend des caractéristiques génétiques de l'individu et de son entraînement [142]. Un entraînement spécifique permet de développer les fibres dans les justes proportions [143]. Par exemple, pour certains muscles de la jambe, la répartition est de 80% de fibres rapides pour 20% de fibres lentes chez un coureur de 100 m alors qu'à l'inverse, elle est de 20% de fibres rapides pour 80% de fibres lentes chez un coureur de marathon. Chez un adulte sédentaire, la répartition est en moyenne de 48% de fibres rapides pour 52% de fibres lentes [144] [1]. La différence entre les deux types de fibres vient de la nature des molécules de myosine. Les fibres lentes sont constituées de molécules de myosine qui ont une activité d'ATPase lente : le cycle des têtes de myosine est long et la vitesse de contraction est faible. L'énergie vient de l'oxydation des graisses et des hydrates de carbone. Les fibres rapides sont constituées de molécules de myosine qui ont une activité d'ATPase rapide : le cycle des têtes de myosine est court et la vitesse de contraction est grande. L'énergie vient de l'hydrolyse anaérobie de la créatine phosphate (15 s d'effort) et du glycogène (90 s d'effort). Comme la différence entre les deux types de fibres est la durée de la phase de décrochage de la tête de myosine du filament d'actine par l'ATPase et la vitesse de contraction, ce sont les paramètres τ_2 et v_{max} qui vont changer avec la proportion de fibres lentes ou rapides. Le temps caractéristique τ_2 et le paramètre $G = \frac{r}{v_{max}}\sqrt{\frac{g}{L}}$ seront plus grands pour un muscle qui contient beaucoup de fibres lentes.

Myopathies et vieillissement du muscle

Nous nous sommes intéressés au fonctionnement optimal du muscle, chez les champions. Mais les résultats que nous avons obtenus pourraient servir à détecter les dysfonctionnements du muscle chez les personnes âgées ou atteintes de pathologies musculaires.

1. Les poissons eux aussi possèdent les deux types de fibres : des fibres lentes pour nager à leur rythme de croisière, et des fibres rapides pour un départ rapide lorsqu'ils sont en danger.

Lorsque l'organisme vieillit, la masse musculaire diminue. Entre 20 et 60 ans on observe une diminution d'environ 40 % de la section transversale du muscle chez l'homme [145, 146]. La force et les performances sportives peuvent être affectées [147] de manière normale ou pathologique, comme dans le cas de la sarcopénie [148].

Ces transformations sont dues à l'évolution des caractéristiques microscopiques du muscle. Avec le temps, on s'attend à ce que l'organisme se dégrade, à ce que le nombre de sarcomères, la vitesse maximale de contraction et la force maximale diminuent, que les temps caractéristiques de changement d'état des têtes de myosine augmentent. Et en conséquence, la dynamique de gestes simples, comme celui que nous présentons dans ce chapitre, est modifiée. En interprétant la forme des signaux obtenus, on pourrait être capable de décrire l'évolution des caractéristiques microscopiques du muscle. On peut envisager ce protocole comme un outil de suivi du vieillissement du muscle, ou même comme un outil diagnostique. Dans le cas des maladies musculaires, de très nombreuses causes de dysfonctionnements sont possibles et les diagnostics sont difficiles [149]. Ce protocole pourrait nous permettre d'avoir accès aux caractéristiques microscopiques des muscles des malades, et nous donner des informations précieuses sur la nature de la maladie. L'intérêt de cette méthode est qu'elle est sans douleur et facile à mettre en oeuvre pour un suivi régulier. Les expérimentations sur les humains étant très contrôlées dans un souci éthique, il nous a été difficile d'organiser des essais avec des personnes atteintes de myopathies, mais une séance est prévue prochainement dans une maison de retraite.



FIGURE 2.21 – Les anciens de l'Athlétique Club Montmartois.

2.3 Expériences de temps de tenue

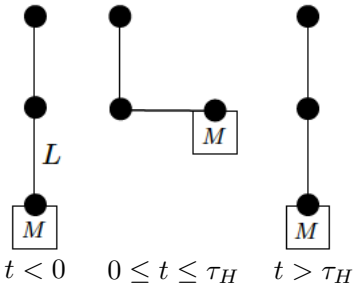
2.3.1 Dispositif expérimental

Pour comprendre la consommation d'énergie du muscle, nous avons réalisé une expérience de temps de tenue. Le principe de cette expérience est présenté sur la figure 2.22-(b) : l'athlète tient une masse M à un bras, tendu. A $t = 0$, il soulève la masse d'une distance L en pliant le bras à angle droit. Il tient la masse dans la même position (cf. figure 2.22-(a)) aussi longtemps que possible. Lorsqu'il n'a plus d'énergie à $t = \tau_H$, il relâche ses muscles et détend son bras. Nous étudions ce temps de tenue pour différents athlètes dont les caractéristiques morphologiques sont présentées dans le tableau de la figure 2.22-(c) : taille (H), masse (M), longueur (L_{bras}) et section (S_{bras}) du bras, ainsi que la masse maximale qu'ils sont capables de soulever à un bras (M_H).

(a)



(b)



(c)

Athlète	H (m)	M_0 (kg)	L_{bras} (cm)	S_{bras} (cm^2)	M_H (kg)
Guillaume L	1,85	84	30.5	40	34
Killian	1,450	35	24	25	13
Charles	1,76	98	29.2	39	28
Sandrine	1,63	55	27	26,5	12
Ludovic	1,72	83	28.5	43	35
Cyril	1,60	48	26.6	29,3	17,5
Nicolas	1,78	59	29.6	26,5	17,5
Gabin	1,83	71	30.4	33	17,5
Yann	1,87	65	31.1	30	17,5
Sebastien	1,78	62	29.5	29,5	17,5
Guillaume	1,82	71	30.2	33,5	27,5
Paul	1,80	70	29.9	33	22,5

FIGURE 2.22 – (a) Guillaume L. tenant la masse. (b) Principe de l'expérience de temps de tenue. (c) Caractéristiques morphologiques des athlètes.

2.3.2 Résultats experimentaux

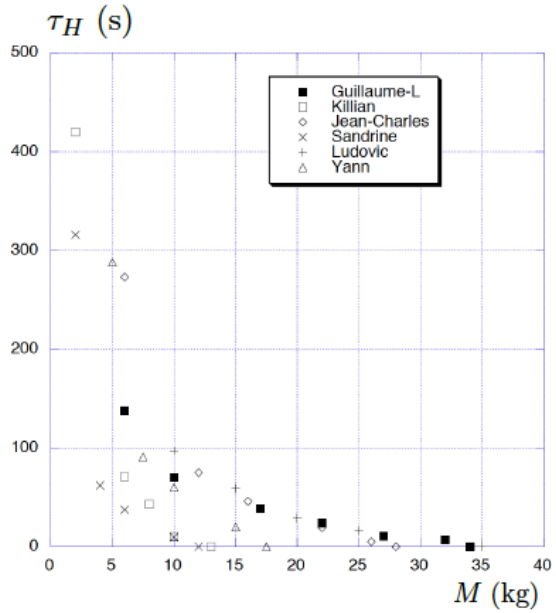


FIGURE 2.23 – Evolution du temps de tenue τ_H avec la masse M pour différents athlètes.

L'évolution du temps de tenue τ_H avec la masse M est presentée sur la figure 2.23 pour six athlètes. On observe que le temps de tenue τ_H diminue lorsque la masse M augmente. Le temps de tenue devient nul pour $M = M_H$. Cette variation n'est pas linéaire et le but de cette section est de comprendre pourquoi. De plus, on observe que les athlètes qui sont capables de soulever une grande masse maximale M_H, tiennent plus longtemps une masse donnée M.

2.3.3 Modèle

Comme pour la dynamique décrite dans la partie 2.2, pour comprendre les résultats des expériences de temps de tenue, il faut coupler une équation mécanique macroscopique à une équation cinétique qui décrit la consommation d'énergie dans le muscle (cf. figure 2.24).

Equilibre mécanique

L'équilibre mécanique durant la phase de tenue est représenté sur le schéma de la figure 2.24-(a). L'équilibre des moments s'écrit : $F = MgL/r$. Pour obtenir l'équilibre pour une masse donnée, la force produite par le muscle doit être constante. Pourtant, comme la force est générée par les cycles d'attachement-détachement des têtes de myosine sur les filaments d'actine (cf. figure 2.24-(b)), on pourrait s'attendre à observer des fluctuations de la force instantanée sur des échelles de temps de l'ordre de la durée du cycle τ_c. La durée d'un cycle est defini comme la somme des temps caractéristiques de transition d'un état à l'autre : $\tau_c = \tau_1 + \tau_{nm} + \tau_2$. Pour comprendre l'équilibre mécanique, on introduit le temps T, qui est grand devant la durée d'un cycle et petit devant le temps de tenue ($\tau_c \ll T \ll \tau_H$). On peut alors décomposer la force en une contribution moyenne et une fluctuation autour de cette valeur moyenne : $F(t) = \langle F \rangle + \tilde{F}$, où $\langle F \rangle (t) = 1/T \int_t^{t+T} f(t)dt$ et $\left\langle \tilde{F} \right\rangle = 0$. On peut alors réécrire l'équilibre mécanique :

$$\langle F \rangle = Mg\frac{L}{r} \tag{2.15}$$

Consommation d'énergie

La première étape de la contraction est la propagation d'un potentiel d'action jusqu'à la fibre musculaire, qui provoque la libération d'ions calcium et déclenche l'accrochage des $\alpha_D - m - n$ têtes de myosine libres aux filaments d'actine sur un temps caractéristique τ_1 (cf. figure 2.24-(b)). Une fois accrochée, la tête change de conformation et tire le filament d'actine avec une force $f \approx 3$ pN (B). Le filament d'actine glisse le long du filament de myosine sur une distance $l \approx 10$ nm, et sur un temps caractéristique τ_{nm}. A la fin de cette phase motrice, la tête de myosine doit fixer une molécule d'ATP pour se décrocher du filament d'actine (C). S'il n'y a pas d'ATP disponible, cette étape est impossible. La rigidité cadavérique s'explique par l'absence d'ATP : les têtes de myosine ne peuvent pas se décrocher et les muscles restent contractés. Lorsqu'une molécule d'ATP est absorbée, elle est hydrolysée et l'énergie libérée permet à la tête de myosine de passer de l'état (C) à l'état (A) sur un temps caractéristique τ_2.

Cette description du cycle des têtes de myosine nous permet de comprendre que l'énergie (sous forme d'ATP) est consommée lors de la phase de décrochage des têtes. L'énergie consommée par chaque tête de myosine pendant un cycle de durée τ_c est donc $e \approx fl$. On en déduit l'énergie consommée par un sarcomère par unité de temps : $dE_s/dt = -fl\,m/\tau_c$. Si $N_{pa}\,N_s$ est le nombre de têtes de myosine actives dans le sarcomère (N_s est le nombre de sarcomères en série dans la fibre et N_{pa} est le nombre de sarcomères en parallèle dans le muscle et qui sont sollicités pour la contraction), la consommation d'énergie du muscle s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = -N_s N_{pa}\frac{fl}{\tau_c}m \tag{2.16}$$

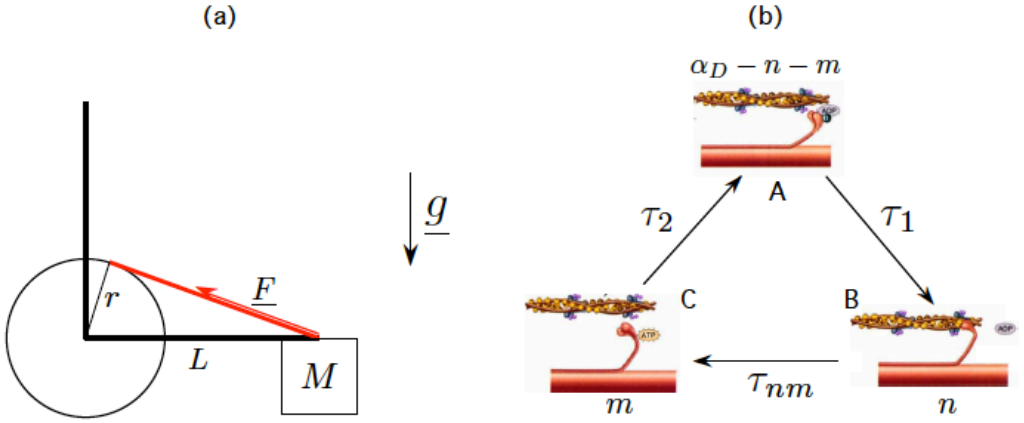


FIGURE 2.24 – (a) Schéma de l'équilibre mécanique réalisé pendant la phase de tenue, (b) Schéma du cycle des têtes de myosine avec consommation d'ATP.

Equations cinétiques moyennées

Il faut alors déterminer le nombre de têtes de myosine dans l'état (C). Pour cela, on reprend les équations cinétiques du modèle de Deshcherevskii (2.8), (2.9) en les moyennant. Dans une expérience statique, comme celle que nous réalisons (cf. figure 2.24), le nombre moyen de têtes de myosine dans chaque état A,B,C reste constant ($d\langle n\rangle/dt = 0$) et les équations (2.8) et (2.9) moyennées dans le temps s'écrivent :

$$\langle v_s n\rangle = \frac{\ell}{\tau_2}\langle m\rangle \tag{2.17}$$

$$\langle m\rangle = \frac{\tau_2}{\tau_1+\tau_2}(\alpha_D - \langle n\rangle) \tag{2.18}$$

Ces deux relations nous permettent d'écrire une équation pour $\langle n\rangle$:

$$\langle v_s n\rangle = \frac{\ell}{\tau_1+\tau_2}(\alpha_D - \langle n\rangle) \tag{2.19}$$

En régime stationnaire, la vitesse de glissement est nulle en moyenne et sa valeur maximale est l/τ_{nm}. Nous choisissons donc $v_s(t) = l/\tau_{nm}\cos(2\pi t/\tau_{nm})$ et en prenant $n(t) = \langle n\rangle[1+\epsilon\cos(2\pi t/\tau_{nm})]$, l'équation (2.19) devient :

$$\langle n\rangle = \alpha_D \frac{1}{1+\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_{nm}}\frac{\epsilon}{2}} \tag{2.20}$$

L'équation (2.18) permet d'en déduire l'expression de $\langle m\rangle$:

$$\langle m\rangle = \alpha_D \frac{\frac{\tau_2}{\tau_{nm}}\frac{\epsilon}{2}}{1+\frac{\tau_1+\tau_2}{\tau_{nm}}\frac{\epsilon}{2}} \tag{2.21}$$

On peut alors exprimer la force moyenne produite par le sarcomère : $\langle F_s\rangle = f(\langle n\rangle - \langle m\rangle)$. Comme la force moyenne du muscle $\langle F\rangle$ est reliée à la force du sarcomère par le nombre N_{pa} de fibres actives parallèles ($N_{pa} = N_p$ si toutes les fibres sont actives), on peut écrire : $\langle F\rangle = N_{pa}\langle F_s\rangle$ et on en déduit :

$$N_{pa} f(\langle n\rangle - \langle m\rangle) = Mg\frac{L}{r} \tag{2.22}$$

La force maximale est obtenue lorsque toutes les fibres sont actives : $N_p f\left(\langle n\rangle - \langle m\rangle\right) = M_H g L/r$. On peut alors relier la fraction de fibres parallèles actives dans le muscle N_{pa}/N_p et la masse maximale soulevable M_H :

$$\frac{N_{pa}}{N_p} = \frac{M}{M_H} \tag{2.23}$$

Temps de tenue

Finalement, on peut réécrire l'équation (2.16), qui régit la consommation d'énergie dans le muscle sous la forme :

$$\frac{d\langle E\rangle}{dt} = -\frac{M}{M_H} \,.\, \mathcal{H}\left(N_p, N_s, \tau_1, \tau_2, \tau_c, \alpha_D, f, l, \epsilon\right) \tag{2.24}$$

$$avec \quad \mathcal{H}\left(N_p, N_s, \tau_1, \tau_2, \tau_c, \alpha_D, f, l, \epsilon\right) = N_p N_s \alpha_D f l \tau_c \frac{\epsilon^{\frac{\tau_2}{2\tau_c}}}{1+\epsilon^{\frac{\tau_1+\tau_2}{2\tau_c}}} \tag{2.25}$$

Le taux de consommation d'énergie augmente linéairement avec la masse tenue M. Comme le membre de droite de l'équation (2.24) ne dépend pas du temps, on peut l'intégrer pour obtenir l'énergie moyenne en fonction du temps : $\langle E\rangle(t) = E_0 - M/M_H.\mathcal{H}.t$. Dans cette expression, E_0 est l'énergie initiale, et vaut $M_H g L$. Le temps de tenue τ_H est défini comme le temps caractéristique au bout duquel l'athlète n'a plus assez d'énergie pour tenir la masse M à la hauteur L. On en déduit la relation :

$$MgL = M_H g L - \frac{M}{M_H} \,.\, \mathcal{H} \,.\, \tau_H \tag{2.26}$$

qui nous permet d'exprimer $\mathcal{H}$, et d'en déduire le temps de tenue τ_H :

$$\tau_H = \tau_c.\left(\frac{M_H}{M} - 1\right).\frac{r}{L}.\frac{L_s}{l}.\frac{1-\epsilon\tau_2/2\tau_c}{\epsilon\tau_2/2\tau_c} \tag{2.27}$$

Cette expression prévoit une relation linéaire entre le temps de tenue et le terme $(M_H/M - 1)$. La figure 2.25 présente l'évolution des temps de tenue expérimentaux pour différents athlètes (■ □ ◊ × + △) en fonction du terme $(M_H/M - 1)$ et la prédiction linéaire de l'équation (2.27) en ligne continue (–). On vérifie que la prédiction de l'équation (2.27) décrit bien l'évolution du temps de tenue. La mesure du préfacteur de l'expression (2.27) : $\tau_H \approx 38\,(M_H/M - 1)$ pour Guillaume et Ludovic et $\tau_H \approx 79\,(M_H/M - 1)$ pour Yann, nous fournit une information supplémentaire sur les caractéristiques microscopiques des athlètes.

On peut évaluer la valeur de ce préfacteur avec les caractéristiques constitutives du muscle : $L_s/l \approx 200$ et $r/L \approx 0{,}2$ et avec les données obtenues au développé-couché : $\tau_c \approx 5\tau_2$. Pour $\tau_2 \approx 0{,}04$ s, on obtient $\tau_H \approx 68\,(M_H/M - 1)$, en prenant $\epsilon = 1$. Les ordres de grandeurs sont compatibles, même si le temps τ_2 est un peu plus faible que celui que l'on a déterminé avec les expériences dynamiques, avec des athlètes différents.

2.3.4 Expériences d'endurance au développé-couché

Une perspective de ce travail consiste à revenir sur les expériences de développé-couché avec une expérience d'endurance. On demande aux athlètes d'effectuer un nombre maximal de levées N de la barre de masse M sans s'arrêter et jusqu'à épuisement, en ayant la liberté de choisir la vitesse d'exécution du geste. On s'attend à ce que le sportif règle sa cadence de

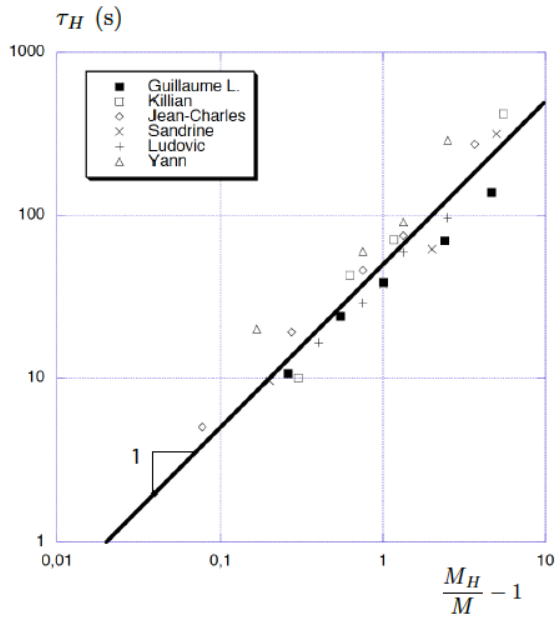


FIGURE 2.25 – Evolution du temps de tenue τ_H avec le terme $(M_H/M - 1)$. La ligne continue de pente 1 présente la relation linéaire prévue par l'équation (2.27).

manière à optimiser le nombre de répétitions. L'expérience est réalisée pour une gamme de masses comprises entre 2 kg et la M^*, la masse maximale qu'ils sont capables de soulever une fois : $N(M^*) = 1$. Les séries à faible masse étant les plus pénibles, les sportifs commencent par les barres les plus lourdes et observent un temps de récupération après chaque essai.

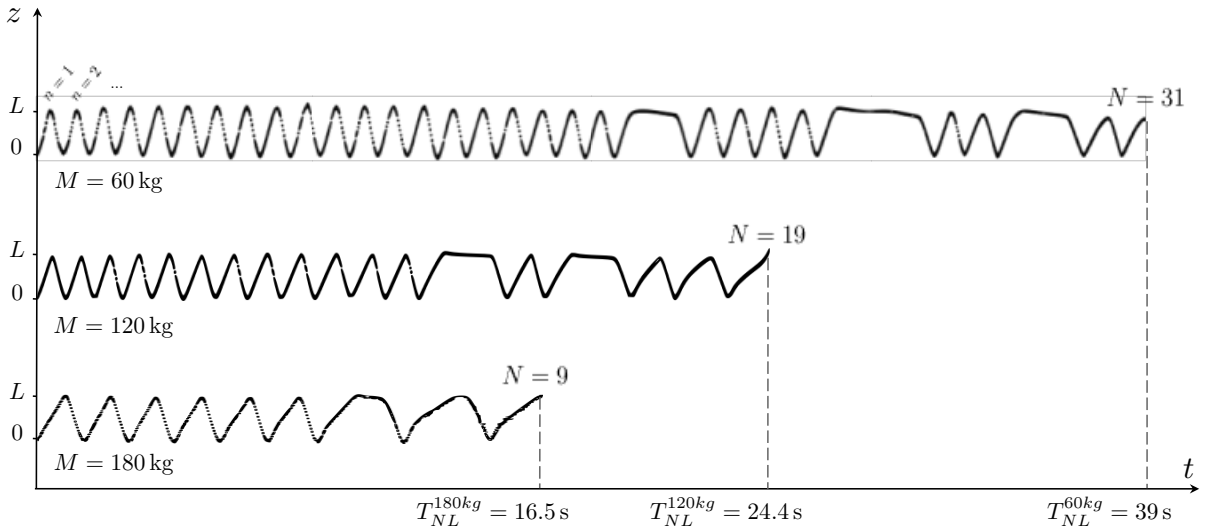


FIGURE 2.26 – Evolution temporelle de la position verticale de la barre au cours de l'exercice d'endurance de Gregory ($M^* = 230\,\text{kg}$), pour des charges de $M = 60$, 120 and 180 kg.

La figure 2.26 présente des relevés typiques de la position verticale de la barre en fonction du temps $z(t)$, obtenue à partir de l'analyse de vidéos enregistrées à 30 images par seconde. Une période de $z(t)$ correspond à une répétition (montée et descente). Gregory ($M_0 = 114\,\text{kg}$, $M^* = 230\,\text{kg}$) soulève $N = 31$ fois une barre de masse $M = 60\,\text{kg}$ avant épuisement, 19 fois une barre deux fois plus lourde, et seulement 9 fois une barre trois

fois plus lourde. Pour chaque masse, on observe que la période et donc la cadence sont constantes. Ce résultat se compare aux prédictions de Keller pour la course : pour minimiser le temps T pour parcourir une distance D (ou de manière équivalente, pour maximiser la distance D parcourue pendant le temps T), l'athlète doit courir à vitesse constante. Dans notre cas, pour maximiser le nombre de répétitions N, les athlètes semblent garder une cadence constante. Cette cadence est plus faible lorsque la barre est plus lourde. En fin d'exercice, lorsque l'athlète commence à fatiguer, il fait des pauses (qui correspondent aux paliers horizontaux) lorsque la barre est à son apogée et qu'il a les bras tendus. Cet effet est peut-être révélateur d'une mauvaise gestion de l'énergie.

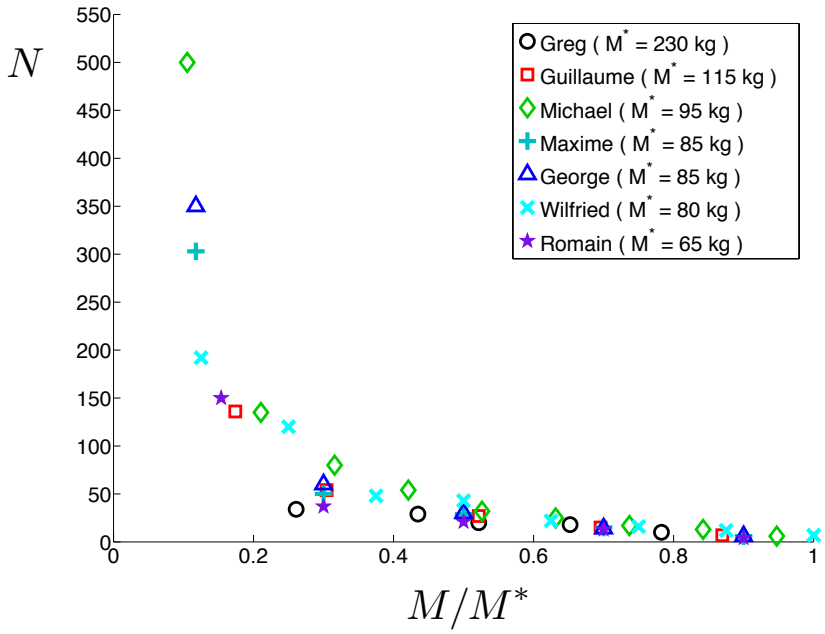


FIGURE 2.27 – Nombre maximal de répétitions (N) réalisé par différents sportifs en fonction du rapport (M/M^*) de la masse de la barre sur la masse maximale que le sportif est capable de soulever.

La figure 2.27 présente le nombre maximal de répétitions réalisés par différents sportifs listés dans le tableau de la figure 2.4-(b), en fonction du rapport de masse M/M^*. Toutes les données se rassemblent autour d'une courbe qui tend vers l'infini quand M/M^* s'annule, et décroît jusqu'à $N = 1$ pour $M/M^* = 1$. Le travail qui reste à faire est de comprendre l'évolution du nombre de répétitions et la cadence choisie en fonction de la masse de la barre soulevée.

2.4 Expériences d'arraché et d'épaulé-jeté

Dans cette partie, nous essayons d'appliquer ce que nous avons compris de la dynamique du développé-couché à des mouvements plus compliquées, mettant en jeu plusieurs articulations et plusieurs muscles. L'arraché (A) et l'épaulé-jeté (EJ) sont des disciplines olympiques. Nous allons voir quelle est la stratégie des haltérophiles pour soulever des masses toujours plus grandes.

2.4.1 L'arraché

Le mouvement d'arraché est présenté sur la figure 2.2-(a). L'athlète part accroupi, le dos droit et faisant un angle d'environ 45° avec l'horizontale et les bras tendus. Il doit soulever la barre et arriver debout, les bras tendu avec la barre au dessus de la tête.

Athlète	H (m)	M_0 (kg)	L_{bras} (cm)	S_{bras} (cm^2)	L_{cuisse} (cm)	S_{cuisse} (cm^2)	M_A^* (kg)	M_{EJ}^* (kg)
Antoine	1,73	69	34	77	45	215	39	55
Nouredine	1,73	70	36	87	42	232	95	120

TABLE 2.1 – Tableau rassemblant les caractéristiques morphologiques et les performances des athlètes qui ont réalisé les essais d'arraché et d'épaulé-jeté : taille (H), masse de corps (M_0), longueur de bras (L_{bras}), section de bras (S_{bras}), longueur de cuisse (L_{cuisse}), section de cuisse (S_{cuisse}) et masses maximales qu'ils sont capables de soulever à l'arraché (M_A^*) et à l'épaulé-jeté (M_{EJ}^*).

Deux athlètes, dont les caractéristiques morphologiques et les performances sont détaillées dans le tableau 2.1 ont réalisé des essais d'arraché et d'épaulé-jeté pour différentes masses de barre. La dynamique de ces mouvements a été enregistrée à la caméra rapide à une fréquence de 250 fps.

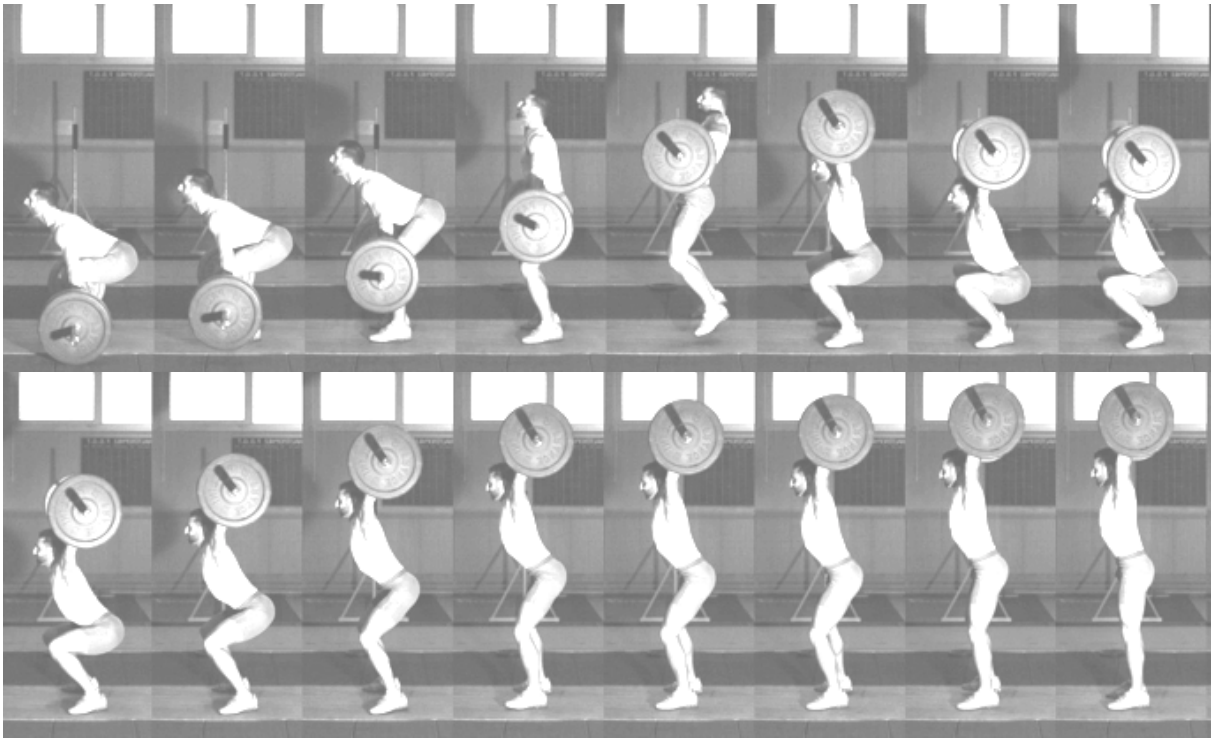


FIGURE 2.28 – Séquence d'images de l'arraché réalisé par Nouredine pour une barre de masse $M = 80$ kg. Le temps augmente de gauche à droite puis de haut en bas avec un pas entre deux images de $dt = 0{,}4$ s.

La figure 2.28 présente la chronophotographie d'une levée de barre de masse $M = 80$ kg effectuée par Nouredine à l'arraché. La figure 2.29 montre l'évolution temporelle de l'altitude de la barre (○), de l'épaule (□) et de la limite short-maillot (×). Ces données nous

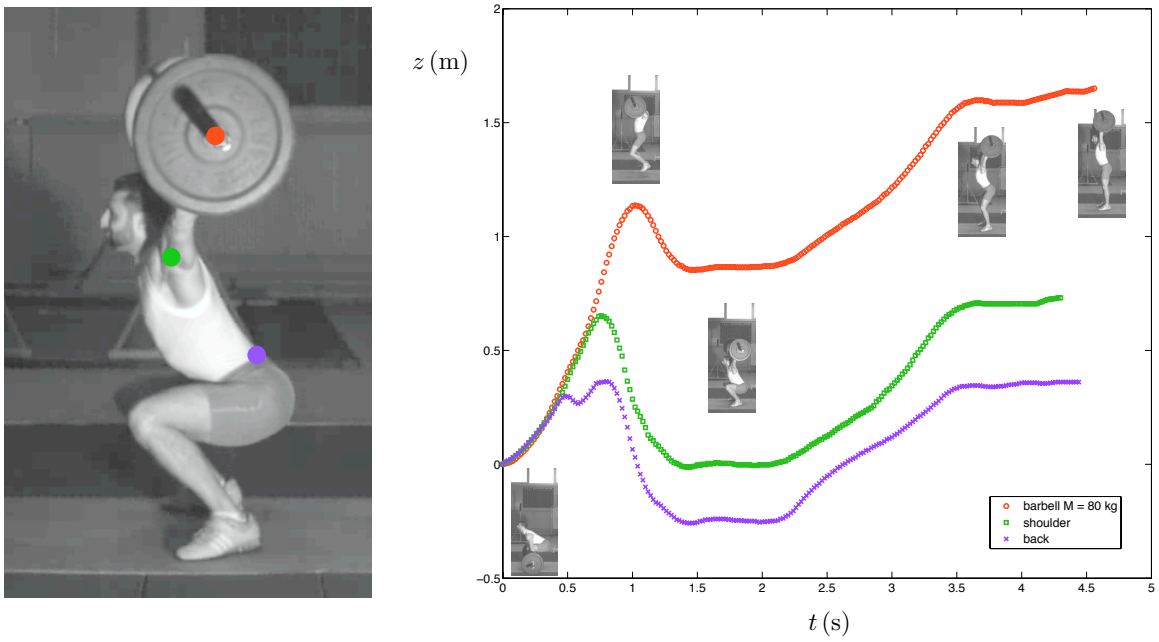


FIGURE 2.29 – Variation de l'altitude de la barre (○), de l'épaule (□) et de la limite short-maillot (×) au cours du temps.

permettent de comprendre la stratégie de l'haltérophile pour soulever la barre. L'haltérophile part accroupi, les bras tendus au dessus de la barre. Il pousse sur ses jambes pour se relever et mettre la barre en mouvement. La distance entre les marqueurs de la figure 2.29 (○, □ et ×) reste constante, le corps se déplie sans se déformer. Lorsqu'il est debout et que la barre est lancée vers le haut, l'haltérophile fait chuter violemment son corps vers le bas (□ et ×), et profite de l'inertie de la barre qui continue à monter (○) pour passer sous la barre et placer ses bras tendus au dessus de lui. Lorsque la barre commence à retomber, il est en position accroupie bras tendus vers le haut, et peut encaisser la chute de la barre. Il verrouille alors son corps et la distance entre les marqueurs (○, □ et ×) est à nouveau fixée. Il effectue une seconde poussée des jambes pour se mettre debout, le corps se déplie sans se déformer. Ainsi, puisque les muscles des cuisses sont plus gros que les muscles des bras, ils permettent de soulever une plus grande masse. Si l'haltérophile utilisait les muscles de ses bras, la masse maximale qu'il pourrait soulever serait plus faible, limitée par la section de ses bras. La stratégie pour battre les records à l'arraché est de se servir uniquement des muscles des jambes deux fois et jamais des muscles des bras. Les bras servent d'articulations pour décomposer le mouvement, et pas de générateur de force. Contrairement au développé-couché qui requiert plus de force physique que de technique, le mouvement d'arraché est très complexe et s'apprend étape par étape dans les écoles d'haltérophilie. L'étape clé est celle de la chute de corps pour passer les bras sous la barre.

La figure 2.30 présente l'évolution temporelle de l'altitude de la barre soulevée à l'arraché par Nouredine, pour différentes masses de barres : M = 40, 50, 60, 70 et 80 kg. On observe dans tous les cas, les différentes phases du geste : première poussée des jambes, chute du corps, réception de la barre, deuxième poussée des jambes. Le dernier changement de pente de la courbe correspond au moment où l'haltérophile qui avait jusque là les jambes écartées, les resserre pour être complètement debout. On observe que lorsque la masse de

la barre augmente, l'altitude maximale atteinte par la barre après la première poussée devient plus faible. Et le temps pour atteindre ce maximum est plus long. On observe que la dynamique de la deuxième phase de poussée est plus lente pour les barres les plus lourdes et particulièrement pour la barre de masse $M = 80\,\text{kg}$.

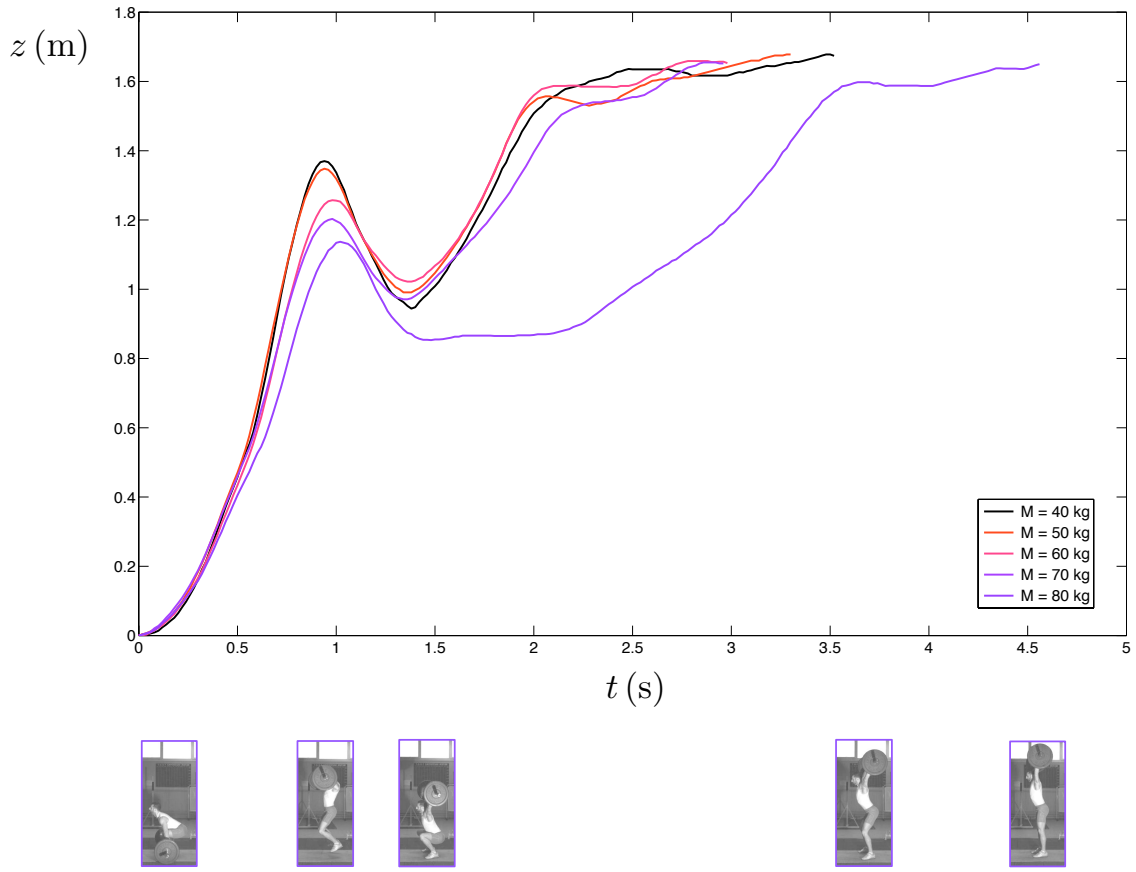


FIGURE 2.30 – Dynamique de la barre pour les mouvements d'arraché réalisés par Nouredine pour des barres de masses $M = 40$, 50, 60, 70 et 80 kg : position verticale $z(t)$.

2.4.2 L'épaulé-jeté

A l'épaulé-jeté, illustré sur la figure 2.2-(b), l'haltérophile part dans la même position qu'à l'arraché : accroupi, barre au sol, et arrive dans la même position : debout, barre au dessus de la tête bras tendus. Entre les deux, il a le droit de faire une pause, debout la barre sur la poitrine bras pliés, et peut donc décomposer les mouvement en deux : l'épaulé et le jeté.

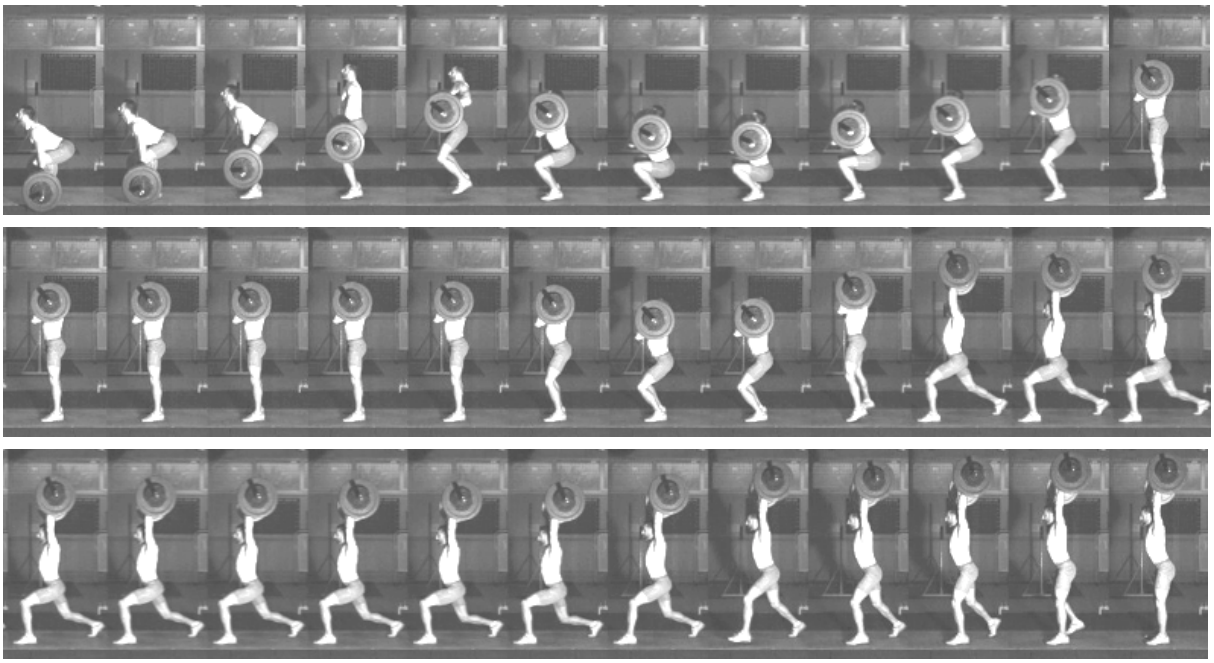


FIGURE 2.31 – Séquence d'images de l'épaulé-jeté réalisé par Nouredine pour une barre de masse $M = 80\,\text{kg}$. Le temps s'écoule de gauche à droite avec un pas entre deux images de 0,4 s.

La figure 2.31 présente la chronophotographie d'une levée de barre de masse $M = 80\,\text{kg}$ effectuée par Nouredine à l'épaulé-jeté. L'haltérophile pousse sur ses jambes, bras tendus au dessus de la barre, pour la mettre en mouvement. Une fois la barre lancée, il fait chuter son corps vers le bas et profite de l'inertie de la barre qui continue à monter pour passer dessous, bras pliés, avec la barre au niveau des épaules. Lorsque la barre commence à retomber, il est accroupi, et peut encaisser la chute de la barre. Il effectue une seconde poussée des jambes pour se mettre debout, la barre sur les épaules. (Nouredine effectue ensuite un petit sursaut pour changer la position de ses mains, mais cela n'est pas général.) La phase d'épaulé est terminée, et après quelques secondes de pause, le jeté commence. Pour jeter, l'haltérophile plie les jambes pour effectuer une poussée vers le haut et lancer la barre. Profitant à nouveau de l'inertie de la barre qui continue à monter, il fait à nouveau chuter son corps et plie les jambes en fente, pour passer ses bras tendus sous la barre. Dans cette position de fente, il encaisse la chute de la barre avec les bras tendus. Puis il pousse à nouveau sur les jambes et tend une jambe après l'autre pour se mettre debout. Lors de l'épaulé-jeté, l'haltérophile ne se sert toujours pas des muscles des bras mais effectue quatre poussées avec les jambes. La hauteur intermédiaire atteinte lors de l'épaulé est plus faible que lors de l'arraché, c'est pourquoi un même haltérophile arrive à soulever des barres plus lourdes à l'épaulé jeté qu'à l'arraché. Les différentes phases du geste d'épaulé-jeté apparaissent sur la figure 2.32 qui présente l'évolution temporelle de l'altitude de la barre

soulevée par Nouredine, pour différentes masses de barres : M = 60, 70, 80, 90 et 100 kg. On observe toujours une dynamique plus lente et une hauteur intermédiaire atteinte plus faible pour les barres plus lourdes.

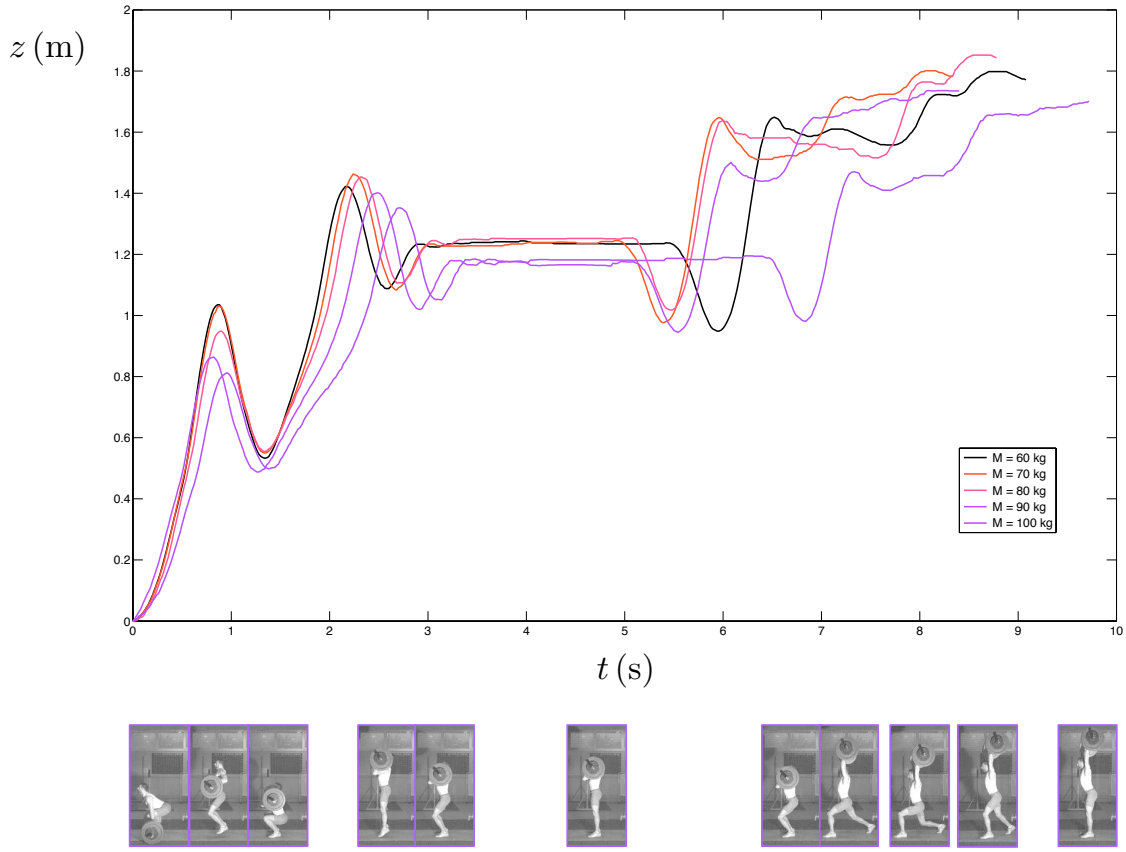


FIGURE 2.32 – Dynamique de la barre pour les mouvements d'épaulé-jeté réalisés par Nouredine pour des barres de masses $M = 60, 70, 80, 90, 100$ kg : position verticale $z(t)$

Conclusion

Nous nous sommes intéressés à un geste de force athlétique : le développé-couché. La dynamique observée est riche, la forme des signaux évolue avec la masse soulevée et montrent une certaine variabilité d'un individu à l'autre. Pour comprendre cette dynamique, nous avons vu qu'une description mécanique macroscopique était insuffisante. Nous avons exploré les mécanismes de la contraction musculaire et découvert le modèle cinétique de Deshcherevskii. Le couplage de cette description miscoscopique du muscle et de la mécanique du geste nous a permis de retrouver les signaux expérimentaux. Comme dans le cas de Keller pour la course, l'ajustement des prédictions du modèle avec les signaux expérimentaux nous renseigne sur le fonctionnement du muscle. Nous envisageons donc d'utiliser cette méthode pour caractériser le profil musculaire d'un individu ou détecter des anomalies.

Chapitre 3

Le muscle capillaire

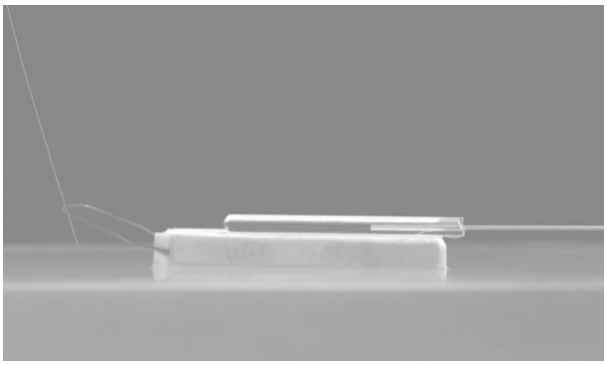


FIGURE 3.1 – Le muscle capillaire.

Sommaire

3.1 Résultats expérimentaux 58
3.1.1 Dispositif expérimental 58
3.1.2 Résultats expérimentaux 59
3.2 Modèle 62
3.2.1 Force élastique : F 62
3.2.2 Force visqueuse : F_η 63
3.2.3 Relation force-vitesse 63
3.3 La théorie des filaments coulissants et son analogue capillaire . 63
3.3.1 Théorie des filaments coulissants 63
3.3.2 Analogie capillaire 64
3.3.3 Interprétation microscopique de la relation de Hill 65

Ce travail a été réalisé avec Timothée Mouterde.

Introduction

Le système présenté dans cette section est un analogue capillaire du muscle. Nous avons vu au chapitre précédent que les caractéristiques microscopiques du muscle s'expriment dans la relation entre la force générée par le muscle et sa vitesse de contraction. Lorsqu'un muscle se contracte, la force produite est d'autant plus grande que la vitesse de contraction est faible. A force nulle, la vitesse est maximale, et à vitesse nulle le muscle produit sa force maximale.

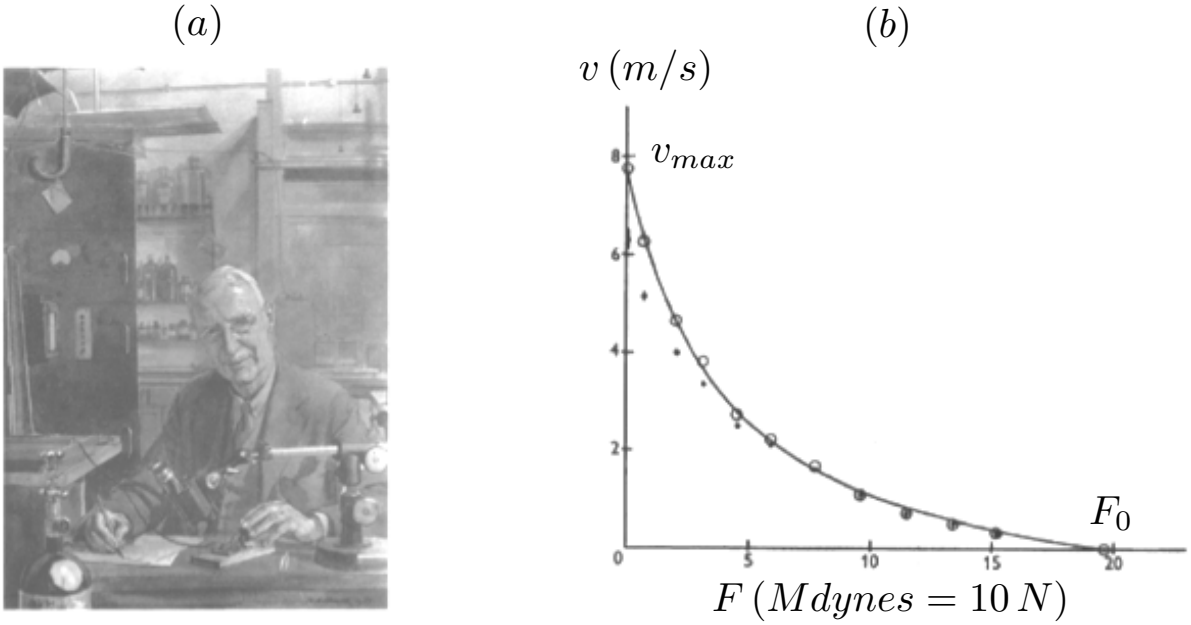


FIGURE 3.2 – (a) A.V. Hill. (b) Relation de Hill entre la force produite par le muscle F et la vitesse de contraction v.

La loi empirique de Hill, que nous avons présentée au paragraphe 1.2.3, décrit cette relation. Nous rappelons sa forme sur la figure 3.2 ainsi que son expression :

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1 - v/v_{max}}{1 + F_0/a.v/v_{max}} \tag{3.1}$$

où F_0 est la force isométrique (obtenue à vitesse nulle) et $v_{max} = b.F_0/a$ la vitesse maximale (atteinte à charge nulle).

Dans ce chapitre, nous envisageons un système capillaire qui permet de retrouver analytiquement la relation de Hill. Cette analogie peut nous permettre de mieux comprendre le lien entre les mécanismes microscopiques de la contraction musculaire et la relation de Hill.

3.1 Résultats expérimentaux

3.1.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 3.3. Un tube de verre (de diamètre intérieur $2R = 5\,\text{mm}$ et de longueur $L = 10\,\text{cm}$) est rempli d'huile silicone (de viscosité dynamique η fixée entre 0,1 et 1 Pa.s, de tension de surface $\gamma = 22\,\text{mN/m}$ et de densité

ρ = 950 kg/m^3). Le tube est fixé sur un support en polystyrène qui flotte à la surface d'un bain d'eau, pour éviter les frottements. Lorsqu'on approche une tige en acier rigide (de diamètre $2r$ = 1.8 mm), au contact avec l'huile, le tube est mis en mouvement pour permettre à l'huile, mouillante, de recouvrir la tige. Après avoir parcouru une distance x_0, l'embarcation, qui est équipée d'un crochet, commence à défléchir une fibre de verre verticale. La fibre (de diamètre $2r_f$ = 240 μm, de longueur L = 21 cm et de rigidité k) exerce alors une force de rappel F sur l'embarcation. Le contact entre le crochet et la fibre de verre définit l'origine de l'expérience (t = 0, x = 0). La distance initiale entre le crochet et la fibre est x_0 et la déflexion de la fibre de verre par rapport à sa position initiale est notée x.

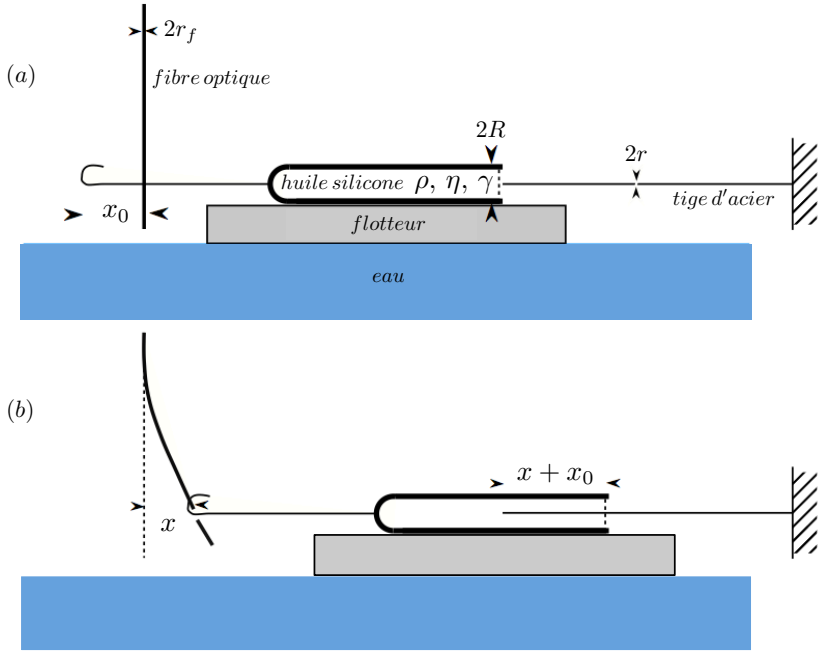


FIGURE 3.3 – Muscle capillaire : dispositif expérimental. Position au moment du contact entre la tige métallique et le tube rempli d'huile $t < 0$ (a) et position à $t > 0$ (b).

3.1.2 Résultats expérimentaux

Un exemple de contraction du muscle capillaire est présenté sur la figure 3.4-(a). Le tube est rempli d'huile silicone $V1000$. Lorsqu'on met en contact la tige métallique avec l'huile silicone mouillante contenue dans le tube (première image t = −11 s), une force capillaire $F_0 \approx 120\,\mu$N attire la tube, et l'embarcation se met en mouvement vers la droite. Le muscle capillaire se contracte et génère une force à partir du moment où le crochet touche la fibre de verre verticale, lorsqu'il a parcouru la distance x_0 = 7,6 mm (deuxième image t = 0 s). Cet instant définit l'origine du temps t = 0 et de la position x = 0. Le système atteint l'origine avec une longueur initiale mouillée x_0 et une vitesse que nous noterons v_{max}. Le temps indiqué sur chaque image montre que l'avancée du tube n'est pas linéaire. La figure 3.4-(b) présente la position du crochet en fonction du temps $x(t)$ dans deux cas : x_0 = 7,6 mm (□) qui correspond à la séquence d'images 3.4-(a) et x_0 = 36 mm (○). Les deux contractions conduisent à la même distance d'équilibre $x_{max} \simeq$ 38 mm, mais pour une distance x_0 plus

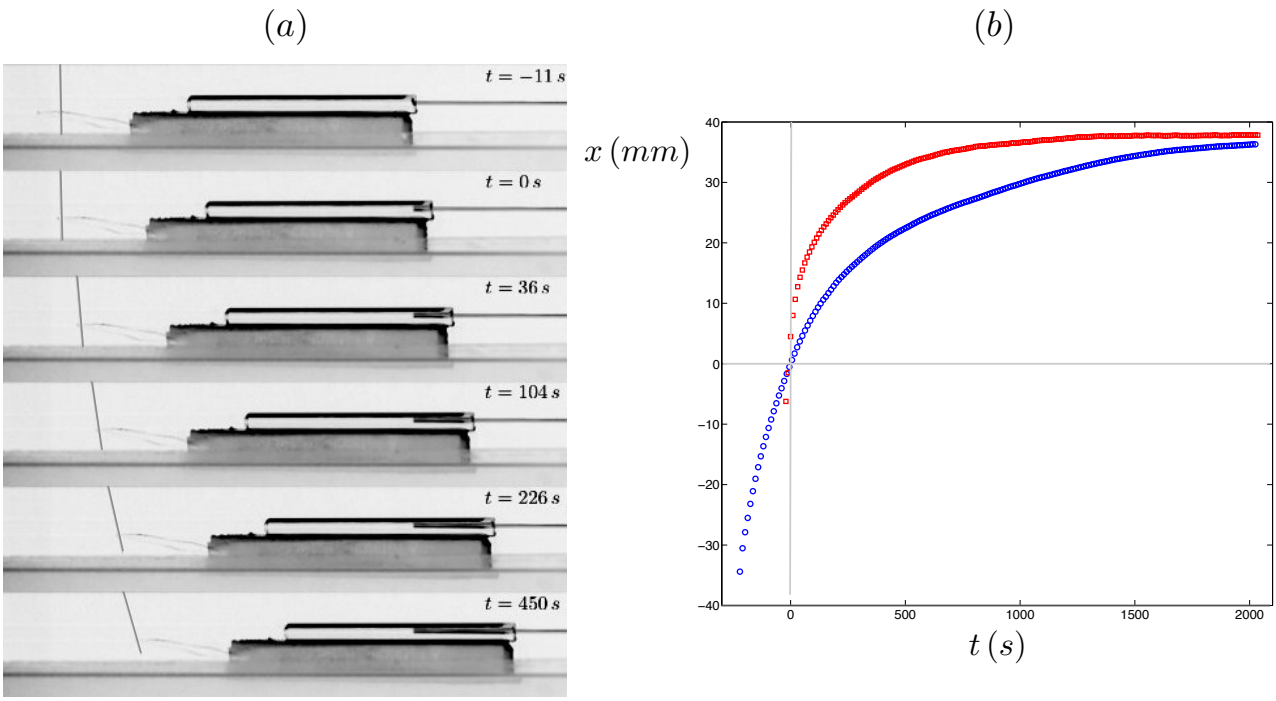


FIGURE 3.4 – (a) Séquence d'images de la contraction du muscle capillaire obtenu avec $2r = 1{,}8\,\text{mm}$, $2R = 5\,\text{mm}$, $\eta = 1\,\text{Pa.s}$, $\gamma = 22\,\text{mN/m}$, $k = 3{,}3\,\mu\text{N/m}$ et $x_0 = 7{,}6\,\text{mm}$. (b) Evolution temporelle de la position du crochet $x(t)$ pour deux valeurs de x_0 : $x_0 = 7{,}6\,\text{mm}$ (□) et $x_0 = 36\,\text{mm}$ (○).

grande, la vitesse à l'origine v_{max} est plus faible et la dynamique de la contraction est plus lente.

La relation force-vitesse du muscle capillaire peut ensuite être déduite de la dynamique de la contraction. La force générée $F(t)$ est proportionnelle à la déflexion de la fibre de verre $x(t)$ par rapport à la position d'équilibre, verticale : $F(t) = kx(t)$, où k est la raideur élastique de la fibre (déterminée au paragraphe 3.2.1). Et la vitesse est obtenue en dérivant la déflexion $x(t)$: $v(t) = dx/dt$. La relation entre la force produite adimensionnée par la force maximale F/F_0 et la vitesse de contraction adimensionnée par la vitesse à l'instant initial v/v_{max} est ainsi présentée sur la figure 3.5 pour les deux expériences de la figure 3.4. On observe que la force F diminue lorsque la vitesse v augmente, et la relation force-vitesse ressemble beaucoup à la loi observée dans le muscle.

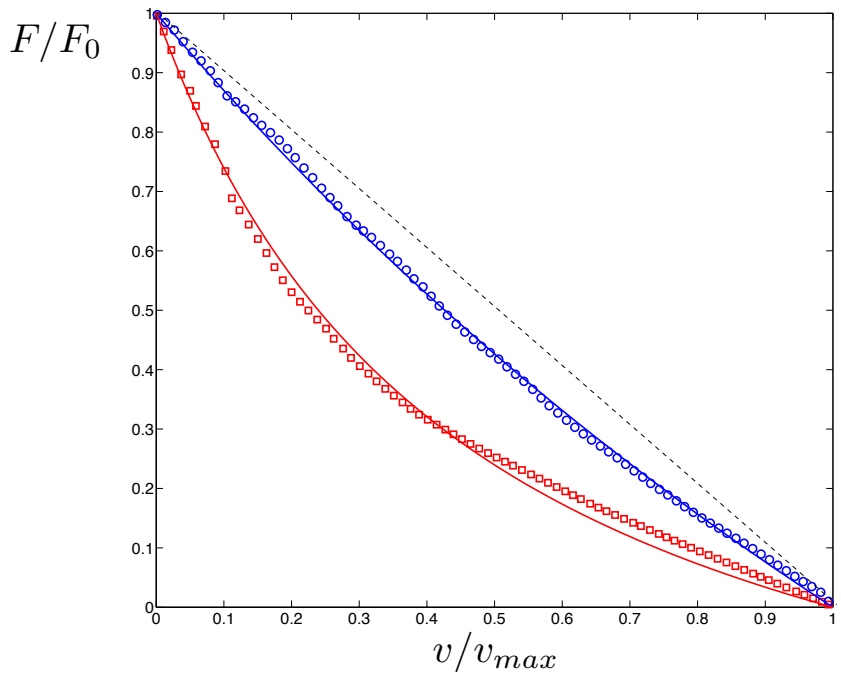


FIGURE 3.5 – Evolutions de la force adimensionnée F/F_0 avec la vitesse adimensionnée v/v_{max} obtenues pour les expériences de la figure 3.4 avec une huile $V1000$ et x_0 = 7,6 mm (□) et x_0 = 36 mm (○). Les lignes continues représentent l'ajustement des points expérimentaux par la relation hyperbolique de l'équation (3.9) avec F_0/a = 2,2 (–) et F_0/a = 0.3 (–).

3.2 Modèle

Dans cette expérience, la force motrice est la force capillaire $F_0 = 2\pi\gamma r$ et les forces résistantes sont la force élastique F, la force visqueuse dans le tube F_η et l'inertie du bateau F_i. En utilisant les valeurs des expériences présentées sur la figure 3.4, on a $F_0 \approx 120\,\text{mN}$. De plus la masse du bateau est $M = 15\,\text{g}$, l'accélération typique qu'il subit est $G \approx 10^{-5}\,m/s^2$, le terme inertiel $F_i = MG \approx 0{,}1\mu N$ peut être négligé devant le terme capillaire. L'équation du mouvement du tube s'écrit donc $F_0 = F + F_\eta$.

3.2.1 Force élastique : F

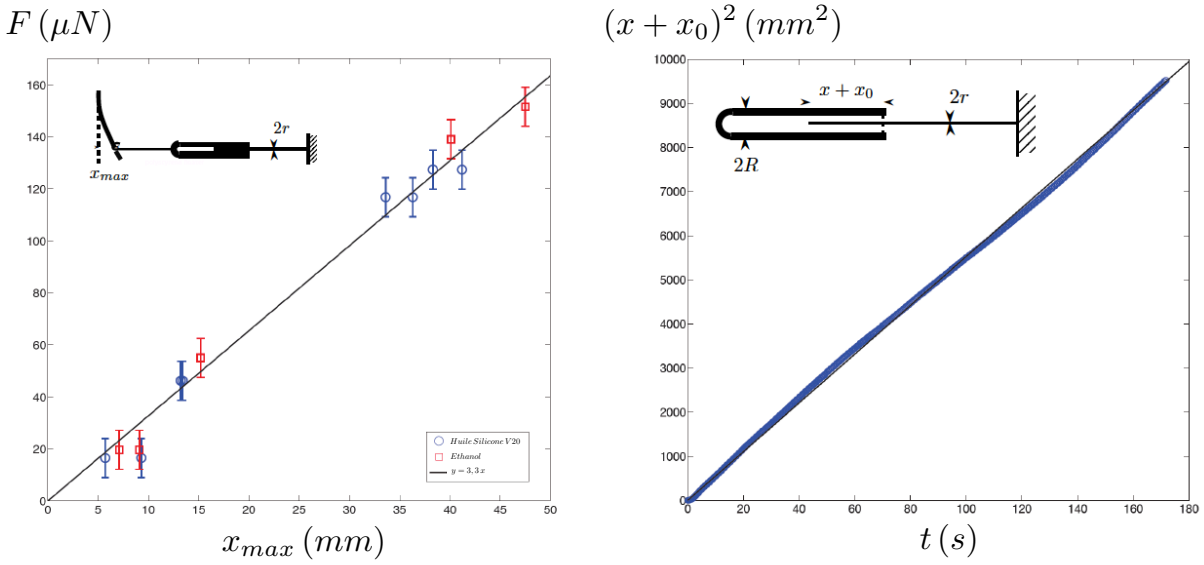


FIGURE 3.6 – (a) Etalonnage de la fibre optique. Evolution de la déflexion maximale x_{max} avec la force motrice $F = 2\pi r\gamma$. La raideur de la fibre déterminée est $k = 3{,}3\,\mu\text{N/mm}$. (b) Evolution temporelle du carré de la longueur de tige mouillée, dans une expérience sans force élastique, avec $2r = 1{,}8\,\text{mm}$, $2R = 5\,\text{mm}$ et pour un tube rempli d'huile silicone $V1000$ ($\eta = 1\,\text{Pa.s}$, $\gamma = 22\,\text{mN/m}$).

La déflexion d'une fibre cylindrique fine (de diamètre $2r_f$, et de longueur L_f) sous l'action d'une force localisée est un problème classique que l'on peut résoudre grâce à l'Elastica d'Euler [150]. La déflexion x_{max} est proportionnelle à la force appliquée F :

$$F = k\,x_{max} \quad avec \quad k = \frac{3EI}{L_f^3} \tag{3.2}$$

où E est le module d'Young de la fibre et I son moment d'inertie. Pour la fibre optique cylindrique, on a $E = 64\,\text{GPa}$ et $I = \pi r_f^4/4$. Nous avons vérifié la linéarité de cette relation dans notre système avec des liquides de viscosité plus faible (pour réduire le temps pour atteindre l'équilibre). La force capillaire $F = 2\pi r\gamma$ dépend à la fois de la tension de surface γ et du rayon de la tige métallique r. Nous avons donc fait varier ces deux paramètres. Pour chaque expérience, une fois que le contact entre la tige métallique et le liquide mouillant est établi, nous attendons que le système soit à l'équilibre et nous mesurons la déflexion finale de la fibre x_{max}. La figure 3.6-(a) présente la relation $F(x_{max})$ mesurée expérimentalement pour une huile silicone $V20$ (○) et pour l'éthanol (□). On observe que la relation $F(x_{max})$

est linéaire et nous mesurons la raideur de la fibre, donnée par la pente, $k = 3{,}3\,\mu$N/mm. En calculant la raideur à partir de la géométrie de la fibre ($r_f = 120\,\mu$m et $L = 21\,$cm), on trouve une valeur de $k = 3{,}4\,\mu$N/mm, qui est en bon accord avec la valeur mesurée.

3.2.2 Force visqueuse : F_η

La figure 3.6-(b) présente la dynamique du tube mis en contact avec la tige métallique, en l'absence de fibre optique pour retenir le tube. On observe un mouvement de type diffusif : $(x + x_0)^2 \sim t$, à partir du moment où le contact entre la tige et le tube est établi [151, 152]. Nous utilisons toujours la notation $x + x_0$ même en l'absence de fibre, pour être cohérent avec les conventions définies sur la figure 3.3. Cette grandeur représente la longueur de tige mouillée par le liquide. Ce comportement diffusif découle de l'équilibre entre la force motrice capillaire $F_0 = 2\pi r\gamma$ et de la force résistive visqueuse $F_\eta = \eta\, 2\pi r(x+x_0)\,\alpha v/R$. Dans cette expression, $v = d\,(x + x_0)\,/dt$ est la vitesse de glissement du tube en verre le long de la tige métallique et α est un coefficient qui rend compte de la structure exacte du profil de vitesse dans le tube autour de la tige. Cet équilibre permet de prédire l'évolution de la longueur mouillée en fonction du temps :

$$(x + x_0)^2 = \frac{2\gamma R}{\alpha\eta}\, t \tag{3.3}$$

Avec les données du rayon du tube $R = 2{,}5\,$mm, de la tension de surface $\gamma = 22\,mN/m$ et de la viscosité dynamique $\eta = 1\,Pa.s$ du liquide, la pente de la courbe de la figure 3.6-(b) permet d'évaluer $\alpha \approx 2$.

3.2.3 Relation force-vitesse

L'équilibre des forces s'écrit : $F_0 = F + 2\pi\alpha\eta v r(F/k + x_0)/R$ et peut être réécrit :

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1 - v/v_{max}}{1 + (F_0/a)\, v/v_{max}} \quad avec \quad F_0 = 2\pi r\gamma \quad , \quad \frac{F_0}{a} = \frac{2\pi r\gamma}{k x_0} \quad et \quad v_{max} = \frac{\gamma R}{\alpha\eta x_0}. \tag{3.4}$$

Cette équation, établie de manière exacte, est identique à la relation de Hill (3.1). Les lignes continues tracées sur la figure 3.5 représentent l'ajustement hyperbolique des points expérimentaux par l'équation (3.4) avec $F_0/a = 2{,}2$ (–) et $F_0/a = 0{,}3$ (–). Comme $F_0 = 2\pi r\gamma$ et k restent constants, $F_0/a = F_0/k\,x_0$ varie en $1/x_0$, ce que l'on vérifie puisque $2{,}2/0{,}3 \simeq 36/7{,}6$. Plus x_0 est grand, plus F_0/a est faible et plus on s'approche de la limite linéaire $F/F_0 = 1 - v/v_{max}$ (en ligne pointillée, obtenue lorsque $F_0/a = 0$).

3.3 La théorie des filaments coulissants et son analogue capillaire

3.3.1 Théorie des filaments coulissants

Nous avons vu au chapitre 1 que la contraction musculaire peut être interprétée microscopiquement grâce à la théorie des filaments coulissants de Huxley [111]. Nous en rappelons les points clés. La brique élémentaire du muscle est le sarcomère. Dans le muscle, les sarcomères sont associés en série pour former une fibre musculaire, et les fibres sont associées en parallèle pour former les faisceaux du muscle. Un sarcomère est constitué de filaments

épais de myosine (tous reliés au centre du sarcomère par la ligne M) et de filaments fins d'actine parallèles, reliés à l'un des bord du sarcomère (disque Z). Lorsqu'on décide de contracter un muscle, un potentiel d'action déclenche la libération d'ions calcium dans les sarcomères. Les sites de liaisons des têtes des molécules de myosine (qui constituent le filament épais) sont démasqués sur les filaments d'actine. Les têtes s'accrochent et tirent les filaments fins, qui coulissent alors le long des filaments épais. Le sarcomère se contracte. Lorsque le potentiel d'action s'arrête, les ions calcium sont évacués du sarcomère, et le sarcomère se relâche. L'énergie pour détacher les têtes de myosine des filaments d'actine est fournie par l'hydrolyse d'une molécule d'ATP par tête et à chaque cycle.

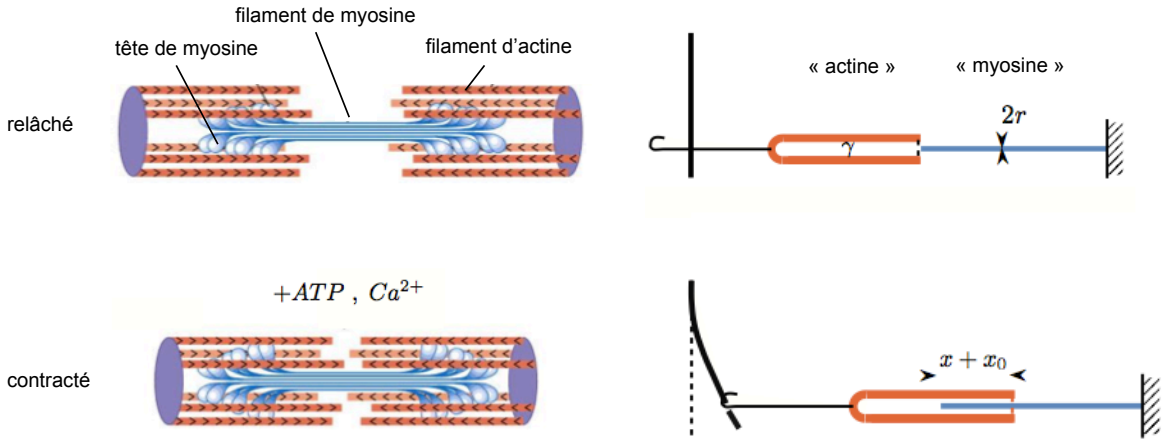


FIGURE 3.7 – (a) Schéma de l'interaction entre un filament de myosine et le réseau des filaments d'actine environnant, dans l'état relâché (en haut) ou contracté (en bas). (b) Analogue capillaire dans l'état relâché (en haut) ou contracté (en bas).

3.3.2 Analogie capillaire

Le but de l'analogie capillaire est de mieux comprendre les interactions entre les filaments d'actine et de myosine. Cette analogie permet de retrouver une expression exacte de la loi hyperbolique de Hill et pourrait nous aider à comprendre comment les caractéristiques microscopiques du muscle influent sur son fonctionnement.

Le moteur de la contraction musculaire est l'interaction entre les têtes de myosine et les sites spécifiques sur les filaments d'actine. Ces interactions peuvent être décrites par une énergie de surface. L'idée est de considérer la différence d'énergie entre l'état ouvert et l'état fermé des ponts actine-myosine : $-\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_{ferme} - \mathcal{E}_{ouvert}$. Cette énergie est positive en l'absence d'ions calcium, et négative en présence des ions calcium : les ponts se ferment alors pour abaisser l'énergie du système. L'énergie totale du filament épais s'écrit :

$$\mathcal{E}_{myosine} = -\frac{\Delta\mathcal{E}}{S_0} S \tag{3.5}$$

où S_0 est la surface d'une tête de myosine et S la surface de myosine entourée d'actine. La tension de surface équivalente est alors $\gamma_{eq} = \Delta\mathcal{E}/S_0$. Comme $\Delta\mathcal{E}$ est de l'ordre de l'énergie libérée par hydrolyse des molécules d'ATP (30 kJ/mol soit environ 5.10^{-20} J par molécule) et les têtes de myosine mesurent environ 10 nm, la tension de surface équivalente vaut $\gamma_{eq} \simeq 0{,}5\,\mathrm{mN/m}$.

La figure 3.7 détaille l'analogie capillaire de l'interaction actine-myosine : le brin de myosine est remplacé par une tige métallique rigide de diamètre $2r = 1{,}8\,\text{mm}$ et le réseau d'actine entourant le brin de myosine est remplacé par un tube de diamètre intérieur $2R = 5\,\text{mm}$ rempli d'un liquide mouillant, de tension de surface γ. Lorsque le tube recouvre la tige sur une longueur $x + x_0$, la variation d'énergie de la tige par rapport à l'état non mouillé s'écrit : $\Delta\mathcal{E} = 2\pi r(x + x_0)(\gamma_{sl} - \gamma_{sv})$, avec γ_{sl} et γ_{sv} respectivement les tensions de surface solide-liquide et solide-vapeur. En utilisant la relation de Young, on peut réécrire la variation d'énergie de la tige : $\Delta\mathcal{E} = -\gamma \cos\theta_c\, 2\pi r(x + x_0)$, avec θ_c l'angle de contact et γ la tension de surface liquide-vapeur. La limite mouillante ($\cos\theta_c > 0$) permet à la tige de rentrer dans le tube (contraction) et correspond à la présence d'ions calcium et la limite non mouillante ($\cos\theta_c < 0$) correspond au relâchement, en cas d'absence d'ions calcium. Dans la limite de mouillage total ($\theta_c = 0$), on a :

$$\mathcal{E}_{myosine} = -\gamma.S \tag{3.6}$$

avec $S = 2\pi r\,(x + x_0)$ la surface mouillée de la tige métallique. L'analogie permet donc de voir la force motrice de la contraction (les interactions entre les têtes de myosine et les filaments d'actine) comme une force surfacique, et de définir une tension de surface équivalente. La dissipation, qui représente la consommation d'énergie dans le muscle, est due à la viscosité du fluide dans notre système.

3.3.3 Interprétation microscopique de la relation de Hill

Un filament de myosine compte de très nombreuses têtes qui peuvent s'accrocher aux brins d'actine et les tirer, provoquant le glissement des filaments les uns sur les autres, et la contraction du sarcomère. Le modèle cinétique de Deshcherevskii, que nous avons présenté au paragraphe 1.3.2 décrit le mécanisme de contraction musculaire. Nous rappelons les éléments essentiels de ce modèle. Les ponts actine-myosine peuvent être dans trois états possibles : (A) le pont est ouvert, la tête de myosine est libre, (B) le pont est fermé et la tête de myosine développe une force active, elle tire le brin d'actine, et (C) le pont est fermé mais il ne tire plus et doit se détacher en absorbant une molécule d'ATP. Chaque tête passe d'un état à l'autre lors d'un cycle en suivant l'enchaînement A-B-C-A. Soient n et m le nombre de têtes de myosine respectivement dans l'état (B) ou (C), et α le nombre total de têtes dans un demi-sarcomère, Deshcherevskii décrit la variation des populations dans chaque état par les équations suivantes :

$$\frac{dn}{dt} = k_1\left[\alpha_s - n - m)\right] - \frac{v_s}{l}\,n \tag{3.7}$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{v_s}{l}\,n - k_2\,n \tag{3.8}$$

avec k_1 est la constante de vitesse de la transition de l'état (A) vers l'état (B) et k_2 la constante de vitesse de la transition de l'état (C) vers l'état (A), v_s la vitesse relative des brins d'actine et de myosine et l la longueur moyenne de basculement de la tête de myosine, c'est-à-dire la distance sur laquelle la tête de myosine tire le filament d'actine ($l \simeq 10\,\text{nm}$). Le rapport l/v_s correspond au temps au bout duquel une tête de myosine active passe dans l'état résistif. En régime stationnaire, n, m et α_s restent constants en moyenne et on a : $v_s\,n/l = k_1\left[\alpha_s - n - m\right]$ et $v_s\,n/l = k_2\,m$. En supposant que les forces motrice et resistive développées par une tête de myosine sont identiques et égales à f ($f \simeq 3\,\text{pN}$), la force

développée par un sarcomère s'écrit : $F = f\,(n-m)$. En utilisant les équations précédentes pour n et m, on retrouve la relation de Hill :

$$\frac{F}{F_0} = \frac{1 - v_s/v_{max}}{1 + (F_0/a)\,v_s/v_{max}} \quad avec \quad F_0 = \alpha_s\, f \quad , \quad \frac{F_0}{a} = 1 + \frac{k_2}{k_1} \quad et \quad v_{max} = k_2\, l \tag{3.9}$$

L'identification de cette expression avec la relation (3.1) nous fournit quelques éléments de compréhension de l'analogie entre le modèle des filaments coulissants et le muscle capillaire. La force maximale $F_0 = 2\pi r\gamma$ correspond à la force développée par toutes les têtes de myosine $\alpha_s f$. Le rapport $F_0/a = 2\pi r\gamma/kx_0$ est une fonction du rapport des constantes de vitesse $1 + k_2/k_1$. Modifier la longueur initiale mouillée x_0 revient à faire varier le rapport des constantes de vitesse entre les transitions A-B et C-A. Enfin, la vitesse maximale $v_{max} = \gamma R/\alpha\eta x_0$ est atteinte lorsque le crochet entre en contact avec la fibre verticale, c'est-à-dire lorsque $F = 0$ et $F_0 = 2\pi\alpha\eta v_{max} r x_0/R$. Ici, v_{max} est atteinte lorsque $n = m$, c'est-à-dire quand le taux d'inactivité v_{max}/l est égal à k_2, la constante de vitesse de la transition de détachement C-A. La viscosité nous permet donc de régler cette constante de réaction k_2.

Conclusion

Le système capillaire que nous avons présenté est un générateur de force minimaliste, qui vérifie la relation de Hill entre la force et la vitesse de contraction. Ce modèle repose sur quatre points communs entre le muscle et son analogue capillaire :

- l'inertie du système peut être négligée, le muscle se contracte de manière quasi-statique
- la force motrice est constante, et dérive d'une énergie de surface
  (Lorsque les espèces interagissent, elles se recouvrent pour minimiser la surface et le système se contracte.)
- la force générée est une force élastique
- le mécanisme de contraction dissipe de l'énergie

Pour retrouver la relation de Hill, un modèle viscoélastique, comme celui décrit dans la section 1.2 nécessite une dissipation visqueuse non Newtonienne [125]. Nous montrons ici qu'il est possible de retrouver la relation de Hill avec un fluide Newtonien, à condition de considérer une structure de filaments coulissants qui conduit à une terme de dissipation avec une contribution non linéaire ($\propto x\,v$). Ce système nous permet donc de développer une intuition physique du muscle, à une échelle macroscopique.

La relation force-vitesse de Hill peut être étendue au cas de l'extension du muscle. Cette relation, présentée sur la figure 3.8, montre que la force augmente avec la vitesse d'extension du muscle, contrairement au régime de contraction. On peut envisager de réaliser l'expérience avec le muscle capillaire. En partant d'un état où la tige métallique est recouverte de liquide mouillant, on tire la tige à vitesse constante v_e. On observe que le bateau est entraîné par la tige, mais il se déplace à vitesse inférieure à v_e, car il subit une force élastique croissante de la fibre. La zone de recouvrement $x+x_0$ diminue. Le mouvement relatif de la tige et du tube induit une force visqueuse dans la même direction que le déplacement de la tige. L'équilibre des forces dans le régime de contraction : $F_0 = F + F_\eta$ devient $F_0 + F_\eta = F$ dans le régime d'extension. On s'attend à voir la force croître dans le régime d'extension du muscle capillaire, comme sur la figure 3.8.

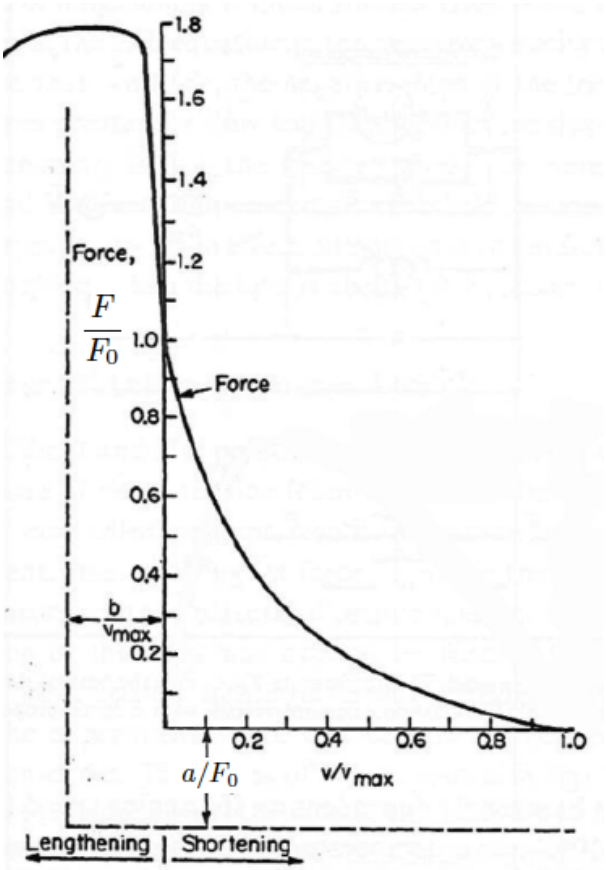


FIGURE 3.8 – Relation de Hill entre la force générée par le muscle, adimensionnée par la force maximale F/F_0 et la vitesse relative des filaments d'actine et de myosine, adimensionnée par la vitesse maximale v/v_{max}, dans le régime de contraction $v/v_{max} > 0$ et d'extension $v/v_{max} < 0$.

Deuxième partie

Les Sports de Balles : Aérodynamique et Trajectoires

Introduction

Dans cette partie, nous nous intéressons aux sports de balle : football, volleyball, tennis, badminton, baseball, golf... Ce sont peut-être les sports les plus populaires, les plus spectaculaires. Les trajectoires suivies par les balles dans les airs nous surprennent et nous éblouissent. Les balles se déplacent à toute vitesse et sont très sensibles aux effets de l'air qui les entoure. Cet air invisible peut freiner la balle, la dévier, la faire zigzaguer... et créer l'imprévisible.

Dans cette partie nous prenons l'exemple du dégagé de fond de court au badminton. Le volant décrit une trajectoire triangulaire, très disymétrique et très différente d'une parabole. Au badminton, le joueur a la sensation qu'il ne peut pas envoyer le volant très loin même en frappant très fort. Nous essayons de comprendre cet effet en analysant la trajectoire des projectiles soumis à la gravité et aux effets aérodynamiques. Ces trajectoires sont très générales et on les retrouve à de nombreuses occasions autour de nous. Nous résolvons les équations de la dynamique de ces projectiles au chapitre 4. Nous donnons une expression analytique de la portée des projectiles, de la hauteur maximale qu'ils atteignent et de l'angle qui maximise la portée. Puis nous détaillons quelques applications de ces trajectoires au chapitre 5.

Chapitre 4

Le Mur aérodynamique



FIGURE 4.1 – Oeuvre de Banksy sur un mur de Londres.

Sommaire

4.1 Éléments de balistique extérieure 76
4.2 Résultats expérimentaux 78
4.2.1 Vitesses terminales des balles de sport 78
4.2.2 Les trajectoires du badminton 80
4.3 Analyse théorique de la trajectoire 83
4.3.1 Solutions exactes pour le tir vertical 83
4.3.2 Origine du mur aérodynamique 83
4.3.3 Les deux régimes 84
4.3.4 Position du mur 85
4.3.5 Expression analytique de la portée 87
4.3.6 Expression de la hauteur maximale 90
4.3.7 Angle optimal de tir 90

Ce travail a été réalisé avec Baptiste Darbois Texier et Guillaume Dupeux.

« Towards the beginning of the third year, which was in August, ninety-nine, my uncle Toby found it necessary to understand a little of projectiles :—and having judged it best to draw his knowledge from the fountain-head, he began with N. Tartaglia, who it seems was the first man who detected the imposition of a cannon-ball's doing all that mischief under the notion of a right line—This N. Tartaglia proved to my uncle Toby to be an impossible thing.
—Endless is the search of Truth. »
Laurence Sterne, The life and opinions of Tristram Shandy, gentleman. (Chapter 1.XXVIII)

Introduction

Dans cette partie, nous nous intéressons aux projectiles qui se déplacent dans l'air à grande vitesse. Il décrivent une courbe qui présente une forte dissymétrie par rapport au maximum. La figure 4.2 présente quatre exemples de cette trajectoire, décrite par les particules incandescentes de meulage (a) et des feux d'artifices (c), ou par les jets d'arrosage des champs (b) et des lances à incendie des pompiers (d).

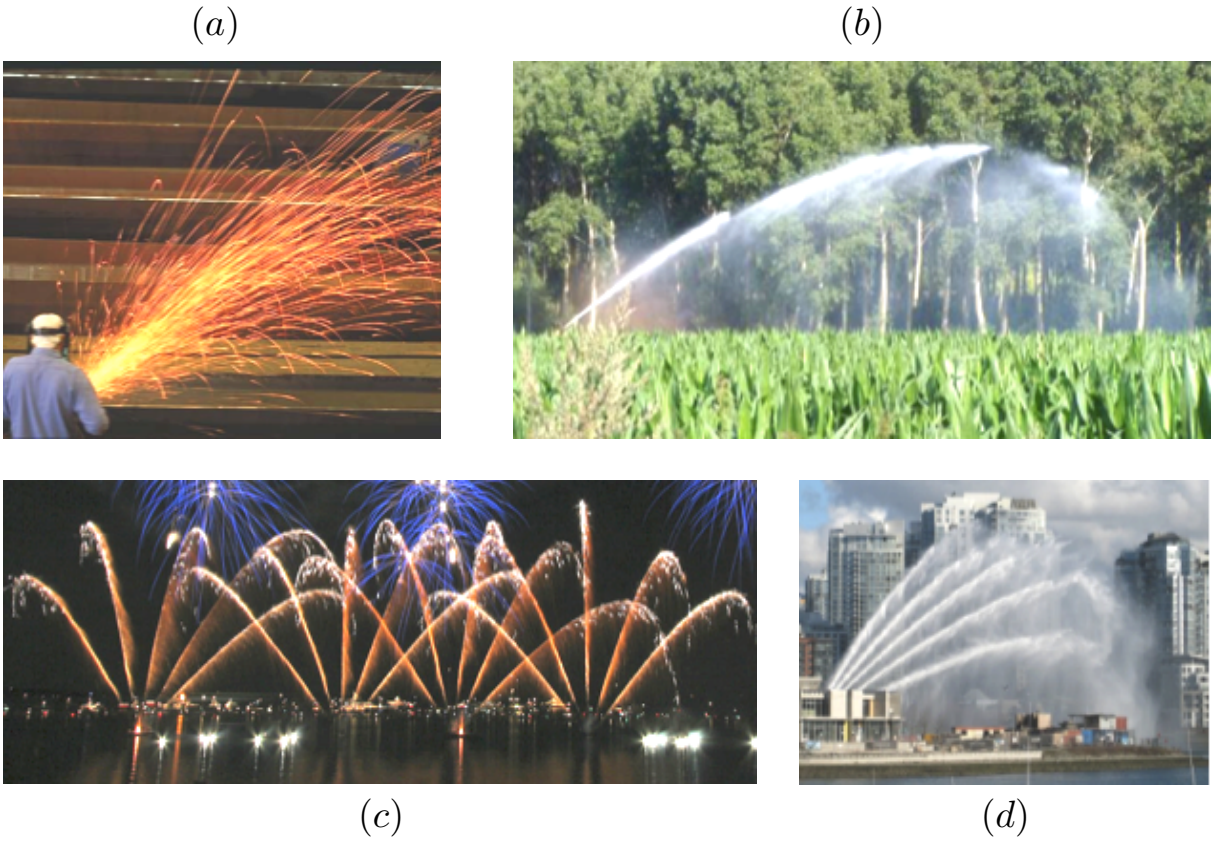


FIGURE 4.2 – Exemples de trajectoires « triangulaires » décrites par les particules incandescentes de meulage (a), des feux d'artifices (c) ou par les jets d'arrosage des champs (b) et des lances à incendie des pompiers (d).

La première trace de ces courbes triangulaires remonte à Niccolo Fontana Tartaglia qui observait les trajectoires des boulets de canon [153, 154]. Il décrit deux phases : en sortie de canon le projectile part tout droit avec une grande vitesse (segment AB sur la figure 4.3-(a)) et son mouvement s'achève par une chute verticale, qualifiée de « naturelle » (segment DF). Ces deux limites sont connectées par un arc de cercle BC sur les dessins de Tartaglia. Ces mêmes courbes sont observées lors des dégagés de fond de court au badminton. Nous nous intéressons à la dynamique du volant et mesurons les caractéristiques de la trajectoire en fonction de l'angle initial et de la vitesse initiale de tir. Nous décrivons les trajectoires de projectiles soumis aux effets de l'air grâce au paradigme du volant de badminton au chapitre 4. Nous comparons leur forme avec la parabole Galiléenne (cf. figure 4.3-(b)) et discutons des cas où on les rencontre. Nous donnons une expression analytique de la portée et de la hauteur maximale de ces trajectoires, qui saturent avec la vitesse, ainsi que de l'angle qui maximise la portée. Enfin, nous présentons quelques applications de ces développements analytiques au chapitre 5. Nous discutons de la taille des terrains de sports, de la portée

(a) (b)

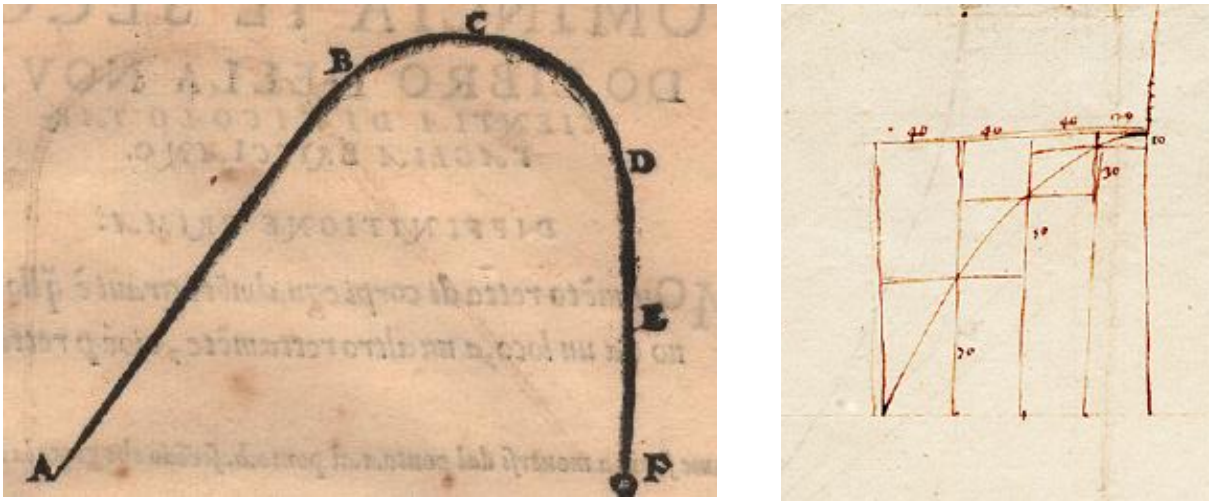


FIGURE 4.3 – (a) Trajectoire d'un boulet de canon, dessinée par Tartaglia dans *La Nova Scientia* en 1537 [153]. (b) Construction de la parabole Galiléenne [155].

des engins d'artillerie, de la portée des lances à incendie, de la profondeur de pénétration dans l'eau d'un plongeur, et de la modification de la portée d'un projectile qui tourne sur lui-même.

4.1 Éléments de balistique extérieure

Aux XV^e et XVI^e siècles, pour les besoins de l'artillerie, un effort prodigieux est mené et conduit au développement des sciences balistiques. La balistique intérieure se concentre sur ce qui se passe à l'intérieur du canon alors que la balistique extérieure vise à déterminer la trajectoire d'un projectile qui se déplace dans l'air [156, 157]. Pour une particule de masse M et de vitesse $\mathbf{U}$, le problème consiste à résoudre l'équation de la dynamique :

$$M\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{F_G} + \mathbf{F_A} \tag{4.1}$$

où $\mathbf{F_G} = M\mathbf{g}$ est le poids et $\mathbf{F_A}$ est la force aérodynamique. L'équation 4.1 doit être intégrée avec la condition initiale $\mathbf{U}(t=0) = \mathbf{U_0}$. Dans la limite des faibles forces latérales, ce problème peut être considéré dans le plan vertical $(\mathbf{U_0}, \mathbf{g})$, avec les notations présentées sur la figure 4.4. Le but de cette étude est de trouver la forme de la trajectoire $y(x)$, ainsi que la portée x_0, la hauteur maximale h atteinte par le projectile et l'angle θ^* qui maximise la portée.

Dans le vide $(\mathbf{F_A} = \mathbf{0})$, la solution est la parabole Galiléenne [155], pour laquelle $\theta^* = \pi/4$, $h = (U_0 \sin\theta_0)^2/2g$ et $x_0 = (U_0^2 \sin 2\theta_0)/g$, avec U_0 la vitesse initiale et θ_0 l'angle initial. Dans l'air, la force aérodynamique dépend de la vitesse $\mathbf{F_A}(\mathbf{U})$, ce qui complique le problème. Pour illustrer la diversité des problèmes de balistiques, nous discutons de quelques relations $\mathbf{F_A}(\mathbf{U})$ pour les sphères. La force aérodynamique peut être décomposée en une composante de traînée $\mathbf{F_D}$, colinéaire à la vitesse et une composante de portance $\mathbf{F_L}$, perpendiculaire à la vitesse : $\mathbf{F_A} = \mathbf{F_D} + \mathbf{F_L}$. Pour un fluide Newtonien incompressible (de densité ρ et de viscosité dynamique η), la dynamique d'une sphère (de rayon R et de vitesse $\mathbf{U}$) dans un domaine infini est un sujet classique [158].

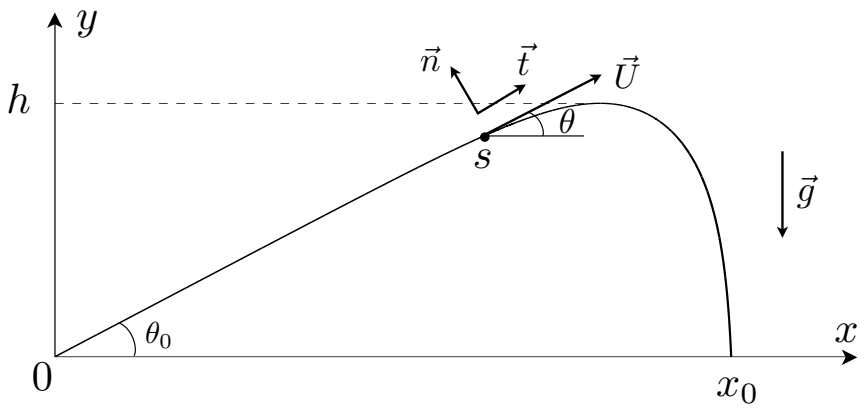


FIGURE 4.4 – Conventions utilisées pour décrire la trajectoire dans le plan (x,y) : s est l'abscisse curviligne du projectile et θ est l'angle que fait le vecteur vitesse $\mathbf{U}$ avec l'horizontale. Le projectile a une portée x_0 et atteint une hauteur maximale h.

Dans la limite des faibles nombres de Reynolds [1] ($Re = 2RU/\nu \ll 1$ où $U = \|\mathbf{U}\|$ est la norme de la vitesse et ν la viscosité cinématique du fluide), Stokes a montré théoriquement que la force subie par la sphère s'écrit : $\mathbf{F_D} = -6\pi\eta R\mathbf{U}$ [159]. Ce résultat est vérifié expérimentalement par plusieurs auteurs pour $Re \leq 1$ [160, 161].

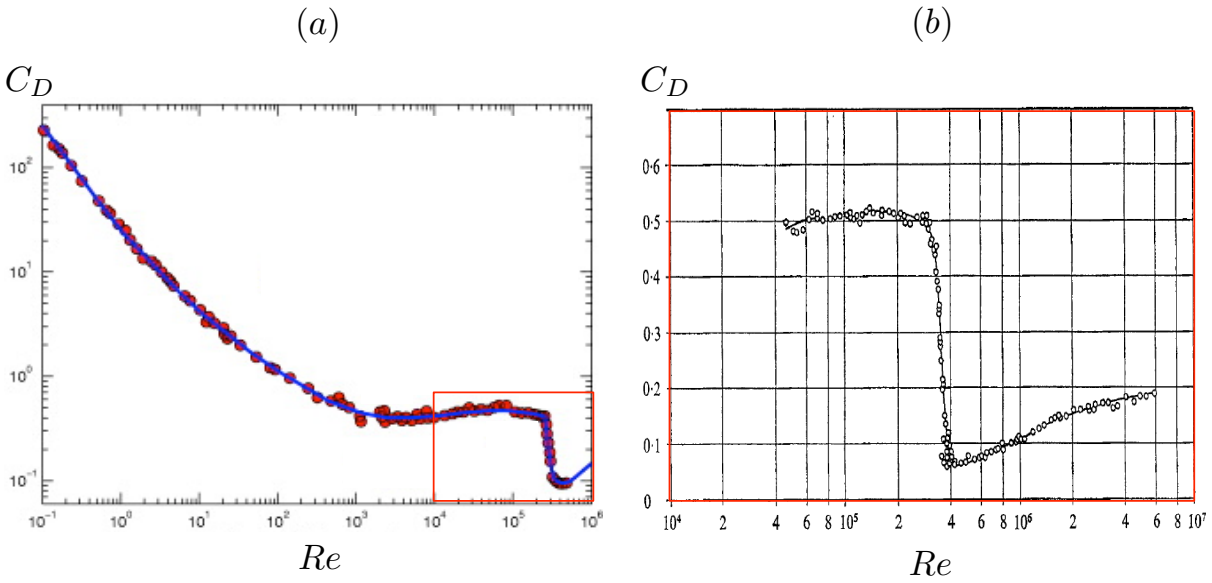


FIGURE 4.5 – Evolution du coefficient de traînée d'une sphère avec le nombre de Reynolds : (a) pour $10^{-1} \leq Re \leq 10^6$, extrait de [162] et (b) pour $10^4 \leq Re \leq 10^7$: agrandissement sur la crise de traînée, extrait de [163].

Dans la limite des grands nombres de Reynolds, Newton est le premier à proposer une expression heuristique de la traînée : $\mathbf{F_D} = -(1/2)\,\rho\, C_D\, \pi R^2\, U\, \mathbf{U}$ [164]. Les expériences menées par Eiffel conduisent à un $C_D \approx 0{,}4 - 0{,}5$. Cette valeur a depuis été confirmée par plusieurs auteurs dans la gamme $10^3 < Re < 2.10^5$. La figure 4.5 présente l'évolution du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds [162]. Pour des nombres de Reynolds

1. Le nombre de Reynolds est un nombre sans dimension utilisé en mécanique des fluides. Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.

intermédiaires, la méthode de développement asymptotique proposée par Oseen [165] a mené à de nombreux développements théoriques [166]. De même, la crise de traînée (visible sur la figure 4.5-(b) autour de $Re \approx 3.10^5$) subie par la sphère lorsque la couche limite devient turbulente a suscité de nombreuses études [167, 168, 163].

Robins [169], puis Magnus [170] se sont intéressés à la force subie par une sphère en rotation dans un fluide. Au delà des études académiques, le sport a apporté un souffle nouveau sur cet effet [171], en particulier au baseball [172] et au golf [173]. La sphère subit une force latérale : $\mathbf{F_L} = 1/2\,\rho\, C_R\, \pi R^3\, \boldsymbol{\omega_0} \wedge \mathbf{U}$, où $\boldsymbol{\omega_0}$ est le vecteur vitesse de rotation et C_R un coefficient qui dépend du nombre de Reynolds, du nombre de spin ($Sp = R\omega_0/U$) et de la rugosité de la surface [174]. Pour les balles de sport, la dépendance de C_R avec Re et Sp est faible [175]. Au baseball, Nathan a montré que C_R reste constant et égal à $0{,}5 \pm 0{,}1$ pour des Reynolds compris entre $1{,}1.10^5$ et $2{,}4.10^5$ et pour un nombre de spin compris entre 0,1 et 0,6 [172]. On retiendra de cette discussion que l'expression de la force aérodynamique $\mathbf{F_A}(\mathbf{U})$ dépend à la fois du nombre de Reynolds et du nombre de spin. Dans cette étude, on se place aux grands nombres de Reynolds et dans la limite où la force aérodynamique se réduit à la force de traînée. L'équation de la dynamique d'une particule dense qui se déplace dans un fluide prend la forme :

$$M\frac{d\mathbf{U}}{dt} = M\mathbf{g} - \frac{1}{2}\rho\, C_D\, \pi R^2\, U\mathbf{U}. \tag{4.2}$$

Dans le régime stationnaire ($d\mathbf{U}/dt = 0$), la vitesse est égale à la vitesse terminale $\mathbf{U} = -U_\infty \mathbf{e_y}$, avec $U_\infty = (2Mg/\rho\,\pi R^2\, C_D)^{1/2}$.

4.2 Résultats expérimentaux

4.2.1 Vitesses terminales des balles de sport

Les projectiles que nous étudions sont les ballons de sport. Nous avons mesuré leur vitesse terminale dans la soufflerie verticale SV4 de l'ONERA [2] à Lille. L'air est soufflé dans une veine cylindrique verticale à des vitesses pouvant atteindre 50 m/s [176]. Pour chaque balle, l'expérience consiste à introduire le ballon au centre de la veine en fonctionnement, en augmentant la vitesse U pas à pas jusqu'à obtenir la lévitation (lorsque la force de traînée F_D compense le poids du ballon $M\,g$). A chaque fois, nous laissons le flux se stabiliser dans la veine avant d'introduire le ballon. S'il chute, nous augmentons la vitesse et recommençons le protocole jusqu'à ce qu'il lévite. Nous mesurons alors la vitesse du flux à l'aide d'un anémomètre à hélice (VT 200 Kimo) et d'un tube de Pitot. Deux exemples de lévitation sont présentés sur la figure 4.6 : le ballon de football Jabulani lévite à $U_\infty = 30$ m/s (b) et le volant de badminton (MAVIS 370) lévite à $U_\infty = 6{,}7$ m/s (c). Tous les résultats sont présentés dans la table 4.1. Pour chaque projectile, nous avons mesuré son diamètre ($2R$), sa masse (M), sa vitesse terminale (U_∞) et calculé le nombre de Reynolds $Re_\infty = 2RU_\infty/\nu$ ainsi que le coefficient de traînée correspondants ($C_D = 2Mg/\rho U_\infty^2 \pi R^2$) avec des valeurs de densité et de viscosité prises à 20°C : $\rho = 1{,}2$ kg/m^3 et $\nu = \eta/\rho = 1{,}5.10^{-5}$ m^2/s.

On observe dans le tableau 4.1 que le nombre de Reynolds au seuil de lévitation est de l'ordre de 10^5 et que le coefficient de traînée est compris entre 0,1 et 0,6. Plus précisément, le coefficient de traînée pour les balles sphérique est autour de 0,45 pour $Re < 10^5$ et chute à

2. Merci à Eric Brunel, Cécile Fatien, Olivier Renier, Pierre Olivier et Dominique Farcy pour nous avoir permis s'accéder à cette soufflerie.

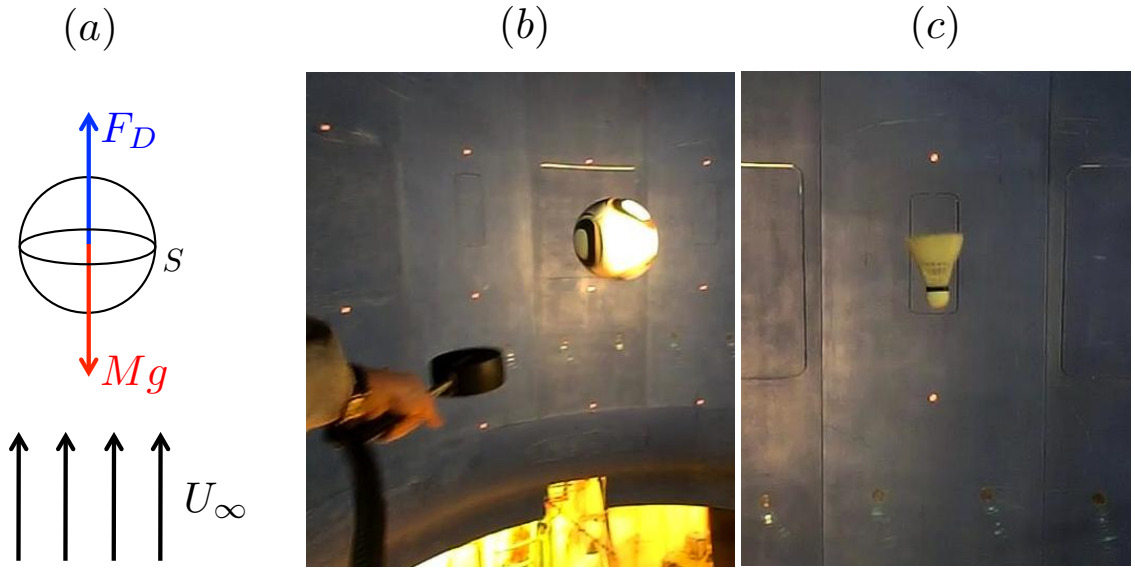


FIGURE 4.6 – (a) Schéma des forces subies par le ballon dans un flux d'air vertical de vitesse U : le ballon est soumis à son poids ($M\,g$) et à la traînée aérodynamique ($F_D = 1/2\rho S C_D U^2$). Lévitation d'un ballon de foot (b) et d'un volant de badminton (c) dans la soufflerie verticale de l'ONERA, obtenue lorsque la force de traînée équilibre le poids de la balle. La vitesse de flux d'air est mesurée grâce à l'anémomètre à hélice visible sur (a). Pour le ballon de foot, $U_\infty = 30\,\mathrm{m/s}$ (b) et pour le volant de badminton $U_\infty = 6{,}7\,\mathrm{m/s}$ (c).

sport	$2R$ (cm)	M (g)	U_∞ (m/s)	Re_∞ $\times 10^5$	C_D	U_{max} (m/s)	U_{max}/U_∞
Badminton	6,0	5	6,7	0,27	0,64	137	20,4
Tennis de table	4,0	2,5	9,5	0,25	0,36	32	3,4
Tennis	6,5	55	22	0,95	0,55	73	3,3
Golf	4,2	45	48	1,34	0,26	91	1,9
Baseball	7,0	145	40	1,86	0,38	55	1,4
Football	21	480	30	4,2	0,25	51	1,7
Volleyball	21	210	20	4,5	0,25	36	1,1
Handball	19	450	36	4,6	0,2	28	0,75
Basketball	24	650	31	4,96	0,24	22	0,7

TABLE 4.1 – Caractéristiques des balles de sport : diamètre ($2R$), masse (M), vitesse terminale (U_∞), nombre de Reynolds correspondant ($Re_\infty = 2RU_\infty/\nu$) et coefficient de traînée ($C_D = 2Mg/(\rho U_\infty^2 \pi R^2)$). Les deux dernières colonnes montrent la vitesse maximale du projectile enregistrée en jeu (U_{max}) et son rapport avec la vitesse terminale (U_{max}/U_∞).

0,2 si le nombre de Reynolds est plus grand. Ce comportement est cohérent avec les mesures de coefficient de traînée autour de la crise de traînée [171, 177]. Les deux dernières colonnes du tableau présentent la vitesse maximale de la balle (U_{max}) enregistrée dans le sport [178] et le rapport entre cette vitesse et la vitesse terminale de la balle. Pour déterminer si un sport est sensible aux effets aérodynamiques, on calcule le rapport entre la traînée subie par le ballon et son poids : $F_A/Mg \approx (U_0/U_\infty)^2$. Le rapport des vitesses maximale et terminale est un indicateur du caractère aérodynamique du sport. On observe que ce rapport est supérieur à un pour tous les sports, à l'exception du handball et du basketball. Les ballons de sports sont donc en général très sensibles aux effets aérodynamiques. Le badminton est un sport extrêmement aérodynamique car $U_{max}/U_\infty \approx 20$.

4.2.2 Les trajectoires du badminton

Observations qualitatives

La figure 4.7 présente deux trajectoires typiques des sports de balles : (a) la parabole du ballon de basket obtenue pour $U_0/U_\infty = 0{,}23$ et (b) la trajectoire décrite par un volant de badminton pour $U_0/U_\infty = 8{,}7$. La trajectoire du ballon de basket est symétrique et la vitesse évolue en permanence : elle diminue dans la phase ascendante, puis augmente dans la phase descendante. Pour le volant de badminton, la symétrie est brisée et la trajectoire est « triangulaire » : le volant part tout droit et sa vitesse diminue violemment dans la première phase, puis il retombe verticalement sous l'effet de la gravité dans la phase finale et sa vitesse atteint une valeur constante (égale à la vitesse terminale U_∞). Le ballon de basket lancé à $U_0 = 7\,\mathrm{m/s}$ et $\theta_0 = 75°$ retombe à $x_0 = 2{,}5\,\mathrm{m}$, qui est bien la valeur de la portée gravitaire pour ces conditions initiales. La portée du volant de badminton, lancé à $U_0 = 58\,\mathrm{m/s}$ et $\theta_0 = 52°$, est $x_0 = 9\,\mathrm{m}$ alors que la portée parabolique correspondante vaudrait 333 m. La portée s'effondre à cause des frottements de l'air.

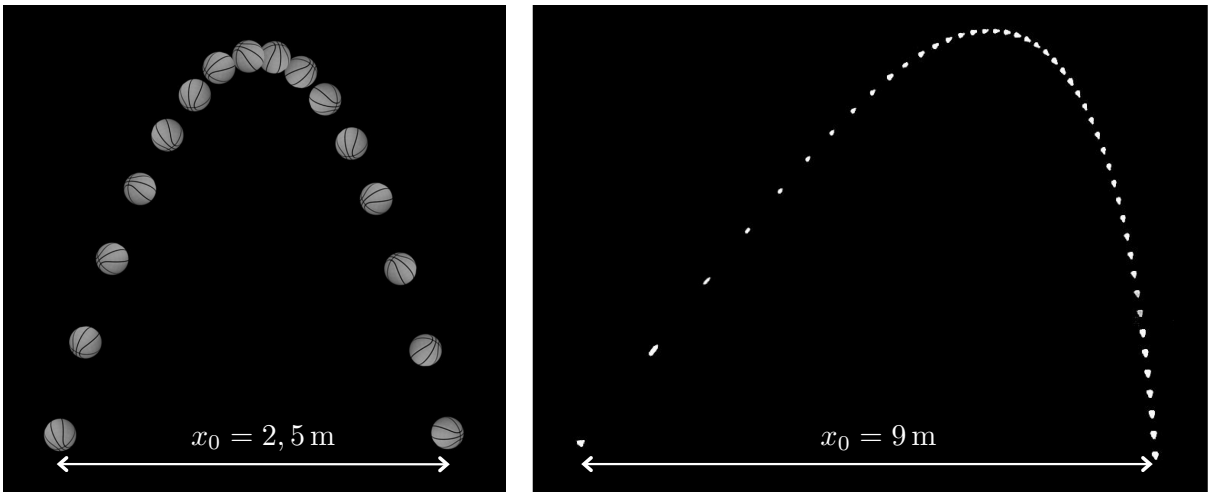


FIGURE 4.7 – Chronophotographies de deux trajectoires de balles de sport : (a) la parabole décrite par un ballon de basket ($2R = 24\,\mathrm{cm}$, $M = 650\,\mathrm{g}$) lancé avec une vitesse initiale $U_0 = 7\,\mathrm{m/s}$, un angle initial $\theta_0 = 75°$ ($U_0/U_\infty = 0{,}23$) et (b) la Tartaglia décrite par un volant de badminton ($2R = 6\,\mathrm{cm}$, $M = 5\,\mathrm{g}$) lancé avec une vitesse initiale $U_0 = 58\,\mathrm{m/s}$, un angle initial $\theta_0 = 52°$ ($U_0/U_\infty = 8{,}7$). Le ballon de basket retombe à $x_0 = 2{,}5\,\mathrm{m}$ et le volant de badminton à $x_0 = 9\,\mathrm{m}$. Le pas de temps est de 100 ms sur la chronophotographie du basket et 50 ms sur la chronophotographie du badminton.

Le sport se joue à grand nombre de Reynolds et le badminton est le paradigme des sports aérodynamiques : la vitesse terminale du volant est très faible (U_∞ = 6,7) et les vitesses de jeu peuvent être jusqu'à 20 fois plus grandes. Nous utilisons le badminton pour étudier les trajectoires des projectiles soumis à la gravité et à la traînée aérodynamique et voir comment le rapport de la vitesse initiale sur la vitesse terminale affecte la forme de la trajectoire et sa portée.

Le volant de badminton

Le volant utilisé pour les expériences est présenté sur la figure 4.8-(a). Il s'agit d'un volant MAVIS 370, de masse M = 5,3 g, composé d'un bouchon en liège (C) et d'une jupe en plastique (S), de longueur L = 6 cm et de rayon R = 3,4 cm. Nous avons mesuré le coefficient de traînée du volant dans une soufflerie Deltalab EA600 au FAST à Orsay [3], en laissant le volant libre de tourner autour de son axe de symétrie. L'évolution du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds est présentée sur la figure 4.8-(b). On observe qu'il est constant et égal à 0,65±7% pour des nombres de Reynolds variant entre 4.10^4 et $1{,}5.10^5$. Cette valeur est en accord avec la valeur mesurée dans la soufflerie verticale pour $Re_\infty = 2{,}7.10^4$ et les valeurs trouvées dans la littérature [179, 180, 181, 182]. En plus d'avoir un coefficient de traînée qui ne dépend pas du nombre de Reynolds, les volants de badminton ont l'avantage de tourner uniquement autour de leur axe de symétrie (qui est colinéaire au vecteur vitesse **U** la plupart du temps, grâce à la répartition de la masse du volant) et donc de ne jamais subir de force de Magnus ($\underline{\omega} \wedge \mathbf{U} = 0$).

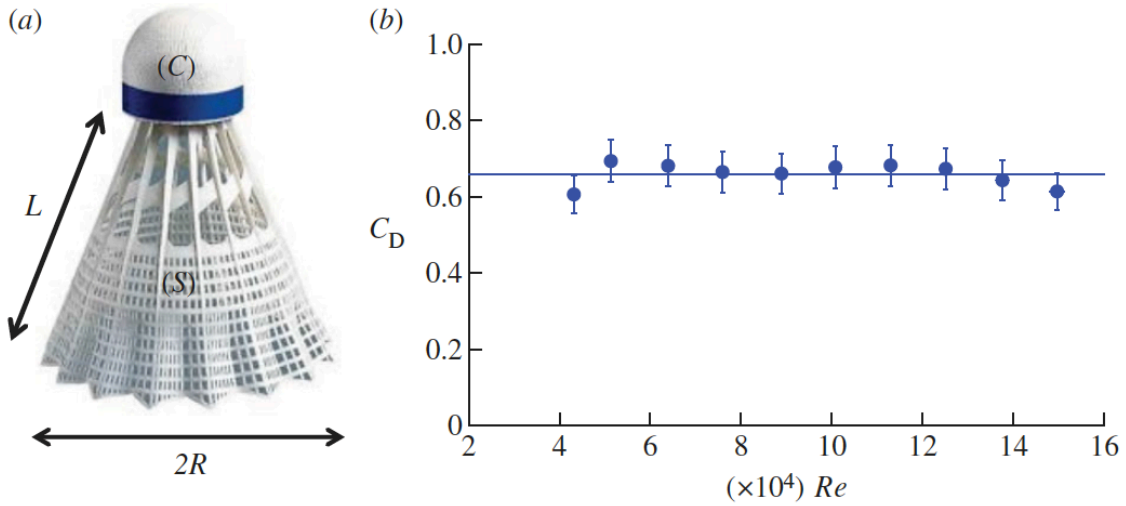


FIGURE 4.8 – (a) Volant de badminton (modèle MAVIS 370) de longueur L = 60 mm, de rayon $2R$ = 6,8 cm et de masse m = 5,3 g. (b) Evolution du coefficient de traînée du volant ($C_D = 2F_D/\rho\pi R^2U^2$), mesuré en soufflerie en fonction du nombre de Reynolds ($Re = 2RU/\nu$).

3. Merci à Marc Rabaud, Frédéric Moisy et Thierry Faure d'avoir mis à notre disposition cette soufflerie.

Le dégagé au badminton

La trajectoire de la figure 4.7-(b) est un dégagé de fond de court. Plusieurs dégagés ont été filmés à la caméra rapide (à 250 fps) et les trajectoires obtenues pour différents angles (θ_0) et vitesses (U_0) initiaux sont représentées sur la figure 4.9 ($\circ$). L'intervalle de temps entre deux points est de 100 ms. On observe que la dissymétrie augmente à la fois avec la vitesse initiale et avec l'angle initial. On superpose aux points expérimentaux, les trajectoires obtenues par intégrations numériques de l'équation (4.2) avec les conditions initiales correspondantes (–).

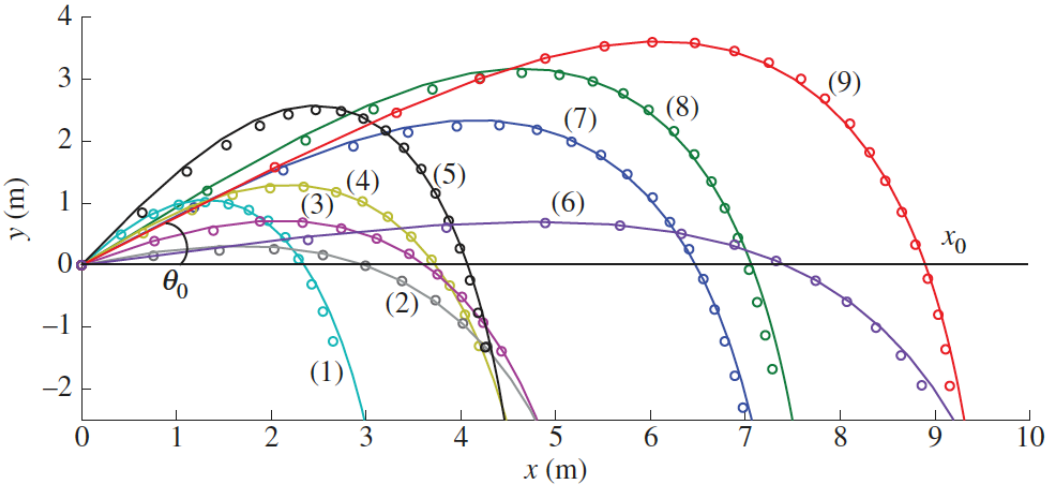


FIGURE 4.9 – Comparaison entre les trajectoires expérimentales ($\circ$) et la résolution de l'équation (4.6) (–) pour différentes conditions initiales : (1, $\circ$) : $U_0 = 6{,}8$ m/s, $\theta_0 = 55°$, (2, $\circ$) : $U_0 = 9{,}6$ m/s, $\theta_0 = 18°$, (3, $\circ$) : $U_0 = 9{,}7$ m/s, $\theta_0 = 44°$, (4, $\circ$) : $U_0 = 9{,}7$ m/s, $\theta_0 = 44°$, (5, $\circ$) : $U_0 = 13{,}4$ m/s, $\theta_0 = 58°$, (6, $\circ$) : $U_0 = 32{,}3$ m/s, $\theta_0 = 12°$, (7, $\circ$) : $U_0 = 19{,}8$ m/s, $\theta_0 = 39°$, (8, $\circ$) : $U_0 = 24{,}7$ m/s, $\theta_0 = 44°$, (9, $\circ$) : $U_0 = 37{,}6$ m/s, $\theta_0 = 38°$. L'intervalle de temps entre chaque point expérimental est de 100 ms.

Saturation de la portée

La portée x_0 est définie comme la position sur l'axe horizontal à laquelle le projectile retourne à sa hauteur initiale : $y(x_0) = y(0) = 0$. On observe sur la figure 4.9 que la portée varie avec la vitesse initiale et l'angle initial. La figure 4.10 rassemble les portées mesurées dans les expériences précédentes sous forme adimensionnée $x_0/\mathcal{L}\cos\theta_0$ en fonction de la vitesse adimensionnée $(U_0/U_\infty)^2\sin\theta_0$ ($\bullet$). La longueur caractéristique $\mathcal{L}$, que nous appellerons longueur aérodynamique, est liée à la vitesse terminale par la relation : $\mathcal{L} = U_\infty^2/g$. Dans la limite parabolique, on s'attend à une relation linéaire car $x_0/\mathcal{L}\cos\theta_0 = (U_0/U_\infty)^2\sin\theta_0$. Cette dépendance linéaire est représentée en pointillés sur la figure 4.10-(a). Elle ne coïncide avec les portées mesurées que dans le cas des très petites vitesses : $(U_0/U_\infty)^2\sin\theta_0 \leq 1$. Pour les grandes vitesses, la portée est systématiquement plus faible que dans la limite gravitaire et semble même saturer : on mesure $x_0/\mathcal{L}\cos\theta_0 = 3$ au lieu de 60 pour $(U_0/U_\infty)^2\sin\theta_0 = 30$. Pour mieux apprécier cette saturation, on présente sur la figure 4.10-(b) les mêmes résultats dans un diagramme semi-logarithmique. Cette présentation révèle une saturation logarithmique de la portée : $x_0 \sim \mathcal{L}\cos\theta_0 \ln[(U_0/U_\infty)^2\sin\theta_0]$.

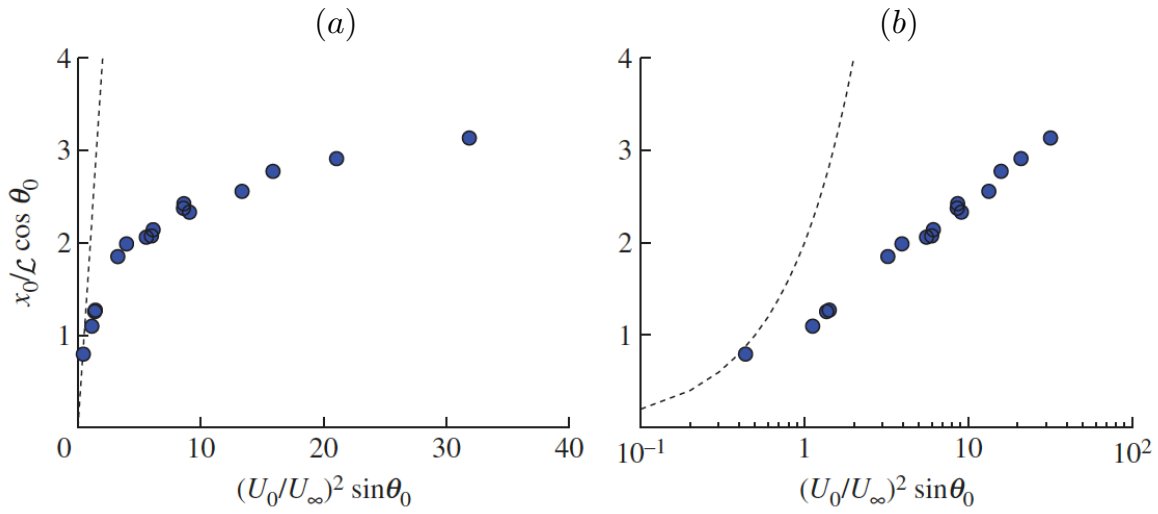


FIGURE 4.10 – Evolution de la portée adimensionnée $x_0/\mathcal{L}\cos\theta_0$ avec le carré de la vitesse initiale adimensionnée $U_0^2\sin\theta_0/g\,\mathcal{L}$. Chaque point bleu (•) représente un tir expérimental et la ligne noire pointillée correspond à la portée dans la limite gravitaire.

4.3 Analyse théorique de la trajectoire

4.3.1 Solutions exactes pour le tir vertical

Dans le cas où la vitesse initiale est alignée avec la verticale ($\mathbf{U}_0 \wedge \mathbf{g} = \mathbf{0}$), il existe une solution analytique exacte de la trajectoire. Si la vitesse initiale $\mathbf{U}_0$ est orientée vers le bas ($\mathbf{U}_0 = -U_0\,\mathbf{e}_y$ et $\theta_0 = -\pi/2$ sur la figure 4.4), l'équation (4.2) conduit à $(U/U_\infty)^2 = 1 + \left[(U_0/U_\infty)^2 - 1\right] e^{2y/\mathcal{L}}$. La vitesse relaxe exponentiellement de sa valeur initiale U_0 à sa valeur finale U_∞ sur une longueur caractéristique $\mathcal{L}$. Si la vitesse initiale est orientée vers le haut ($\mathbf{U}_0 = U_0\,\mathbf{e}_y$ et $\theta_0 = \pi/2$), l'équation (4.2) se réécrit $(U/U_\infty)^2 = -1 + \left[(U_0/U_\infty)^2 + 1\right] e^{-2y/\mathcal{L}}$. Dans cette limite, la particule décélère jusqu'à s'arrêter à une hauteur maximale h. Puis, la particule retombe, et sa chute est décrite par la solution précédente pour $U_0 = 0$ et $\theta_0 = -\pi/2$. La hauteur maximale que le projectile peut atteindre s'écrit :

$$h = \frac{\mathcal{L}}{2}\ln\left[1 + \left(\frac{U_0}{U_\infty}\right)^2\right] \tag{4.3}$$

Dans la limite des faibles vitesses ($U_0/U_\infty \ll 1$), cette équation se ramène au résultat galiléen : $h = U_0^2/2g$, qui montre une dépendance de la hauteur maximale au carré de la vitesse initiale. Au contraire, dans la limite des grandes vitesses ($U_0/U_\infty \gg 1$), la hauteur maximale dépend surtout de la longueur aérodynamique $\mathcal{L}$ et très faiblement de la vitesse initiale U_0 avec une dépendance logarithmique.

4.3.2 Origine du mur aérodynamique

Dans le cas général ($\mathbf{U}_0 \wedge \mathbf{g} \neq \mathbf{0}$), l'équation (4.2) permet de discuter l'origine du mur aérodynamique. En l'absence de traînée ($C_D = 0$), l'équation (4.2) montre que le projectile n'atteint jamais de régime stationnaire, sa vitesse varie en permanence à cause de la gravité. Lorsqu'on prend en compte la traînée ($C_D \neq 0$), un régime stationnaire apparaît, pour lequel la vitesse du projectile est $\mathbf{U}_\infty$ telle que $U_\infty \mathbf{U}_\infty = \mathcal{L} g$. La vitesse terminale est alignée avec

l'accélération de la pesanteur $\mathbf{g}$, et sa norme est constante $U_\infty = (\mathcal{L}\mathbf{g})^{1/2}$. Dès lors que la traînée est prise en compte, la trajectoire possède une asymptote verticale. L'équation de la dynamique peut alors se réécrire :

$$U\,\frac{d\mathbf{U}}{ds} = -\frac{1}{\mathcal{L}}\,(U_\infty \mathbf{U}_\infty - U\mathbf{U}) \tag{4.4}$$

où s est l'abscisse curviligne du projectile. En projetant cette équation sur l'axe horizontal (de direction $\mathbf{e_x}$), on obtient $dU_x/ds = -U_x/\mathcal{L}$, avec U_x la composante horizontale de la vitesse. Cette relation peut être intégrée avec la condition initiale $U_x(s=0) = U_{0x} = U_0\cos\theta_0$ et conduit à :

$$U_x(s) = U_{0x}\exp(-s/\mathcal{L}). \tag{4.5}$$

On en déduit que la composante horizontale de la vitesse décroît exponentiellement sur une longueur caractéristique $\mathcal{L}$. Au delà de cette distance, $\mathbf{U}$ et $\mathbf{U}_\infty$ sont alignés. On s'attend donc à ce que cette longueur $\mathcal{L}$ caractérise la position du mur aérodynamique.

4.3.3 Les deux régimes

Pour comprendre quels sont les paramètres qui régissent la forme de la trajectoire, nous réécrivons l'équation (4.4) en variables adimensionnées : $\overline{U} = U/U_0$ et $\overline{s} = s/\mathcal{L}$:

$$\overline{U}\,\frac{d\overline{\mathbf{U}}}{d\overline{s}} = -\left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2 \mathbf{e}_y - \overline{U}\,\overline{\mathbf{U}}, \tag{4.6}$$

ainsi que la condition initiale $\overline{\mathbf{U}}(\overline{s}=0) = \mathbf{t_0}$, où $\mathbf{t_0}$ est le vecteur unitaire tangent à la trajectoire à l'origine. Le système est gouverné par deux paramètres seulement : l'angle initial θ_0 et le rapport des vitesses (initiale et terminale) U_0/U_∞. Le dernier terme de l'équation (4.6) est initialement égal à un, ce qui autorise à définir deux régimes : $U_0/U_\infty \ll 1$ et $U_0/U_\infty \gg 1$.

Régime parabolique ($U_0/U_\infty \ll 1$)

Dans le régimes des faibles vitesses initiales ($U_0 \ll U_\infty$), le deuxième terme de l'équation (4.6) est initialement beaucoup plus grand que le troisième et l'équation du mouvement se réduit à l'équation classique de la parabole :

$$\overline{U}\,\frac{d\overline{\mathbf{U}}}{d\overline{s}} = -\left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2 \mathbf{e}_y \tag{4.7}$$

Dans ce régime, la vitesse augmente de sa valeur initiale U_0 à sa valeur finale U_∞.

Pour la trajectoire du basket représentée sur la figure 4.7-(a), on vérifie que la vitesse initiale du ballon ($U_0 = 7\,\mathrm{m/s}$) est faible devant sa vitesse terminale ($U_\infty = 31\,\mathrm{m/s}$), on est bien dans le régime parabolique.

Régime Tartaglia ($U_0/U_\infty \gg 1$)

Dans le régime des grandes vitesses initiales ($U_0 \gg U_\infty$), le deuxième terme de l'équation (4.6) est initialement beaucoup plus faible que le troisième, et l'équation du mouvement se réduit à :

$$\overline{U}\,\frac{d\overline{\mathbf{U}}}{d\overline{s}} = -\overline{U}\,\overline{\mathbf{U}}. \tag{4.8}$$

Après intégration, on obtient : $\overline{\mathbf{U}}(\bar{s}) = \mathbf{t_0} e^{-\bar{s}}$. La phase initiale de la trajectoire est alors rectiligne et le projectile décélère sur une longueur caractéristique $\mathcal{L}$. La phase finale est aussi rectiligne, et verticale : c'est l'état stationnaire, pour lequel les deuxième et troisième termes de l'équation (4.6) se compensent : $\mathbf{U} = \mathbf{U}_\infty$. Entre les deux, tous les termes de l'équation (4.6) sont à prendre en compte pour connecter les deux phases. A aucun moment dans ce régime, on n'a une parabole, l'équation (4.6) ne se réduit jamais aux deux premiers termes. Les caractéristiques décrites sont très proches des dessins de Tartaglia, représentés sur la figure 4.3-(a). Pour le dégagé du badminton représenté sur la figure 4.7-(b), la vitesse initiale du volant ($U_0 = 50\,\text{m/s}$) est grande devant sa vitesse terminale ($U_\infty = 6{,}7\,\text{m/s}$), on est bien dans le régime Tartaglia.

La figure 4.11 illustre les trajectoires obtenues dans les deux régimes : (a) $U_0/U_\infty = 0{,}31$ et (b) $U_0/U_\infty = 100$.

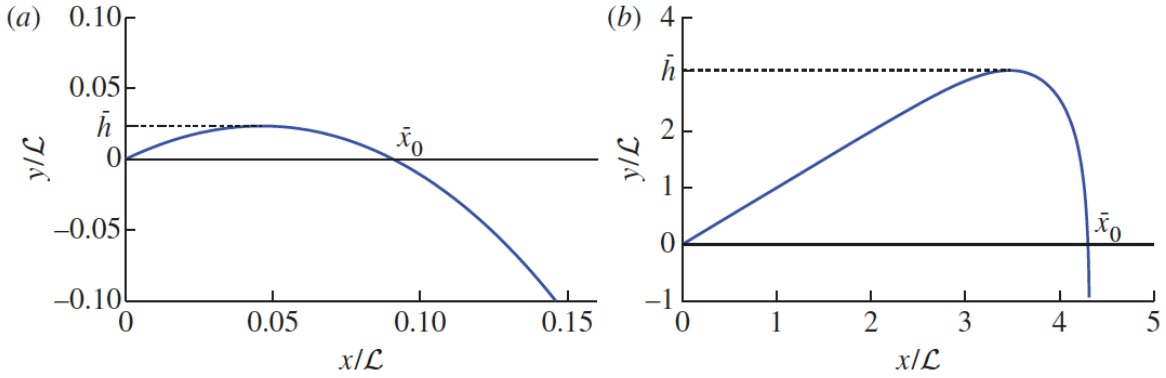


FIGURE 4.11 – Trajectoires obtenues par intégration de l'équation 4.6 avec $\theta_0 = 45°$: (a) dans le régime parabolique $U_0/U_\infty = 0{,}31$ et (b) dans le régime Tartaglia $U_0/U_\infty = 100$.

4.3.4 Position du mur

L'asymptote verticale n'est pas visible sur la figure 4.11-(a), alors qu'elle est évidente pour la Tartaglia (b). Pourtant le mur aérodynamique existe dans les deux régimes, on peut observer l'asymptote verticale si on suit plus longtemps le projectile. La figure 4.12 présente les mêmes trajectoires que sur la figure 4.11, mais en dézoomant la figure (a). On observe que la portée $\overline{x}_0$ est plus petite que la distance du mur aérodynamique $\overline{x}_w$ dans la limite des faibles vitesses, alors qu'elles sont quasiment égales dans le régime des grandes vitesses.

On cherche une expression analytique de la portée et de la position du mur en variables dimensionnées. Comme $\cos\theta = dx/ds$, la position du mur est définie par : $x_w = \int_0^\infty \cos\theta\, ds$. Et puisque $\cos\theta = U_x/U$, avec $U_x = (U_0 \cos\theta_0)\, e^{-s/\mathcal{L}}$, on en déduit :

$$x_w = U_0 \cos\theta_0 \int_0^\infty \frac{e^{-s/\mathcal{L}}}{U(s)} ds \tag{4.9}$$

On évalue $U(s)$ séparément dans les deux régimes.

Régime parabolique ($U_0/U_\infty \ll 1$)

Dans le régime des faibles vitesses initiales ($U_0 \ll U_\infty$), la vitesse horizontale est majorée par sa valeur initiale $U_0 \cos\theta_0$ qui est petite devant U_∞. Le projectile est accéléré vers

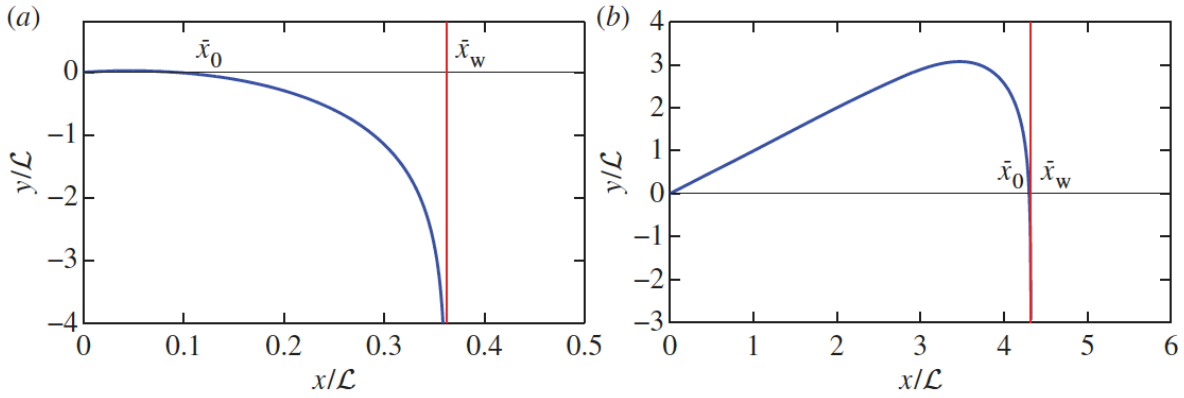


FIGURE 4.12 – Position horizontale $\overline{x}_w$ du mur aérodynamique pour deux tirs réalisés avec le même angle initial $\theta_0 = 45°$ mais à des vitesses différentes : (a) $U_0/U_\infty = 0{,}31$ et (b) $U_0/U_\infty = 100$.

le bas par la gravité : la vitesse verticale U_y augmente jusqu'à la vitesse terminale U_∞. L'essentiel de la trajectoire avant le mur étant dans la phase accélérée (cf. figure 4.12-(a)), on peut supposer que $U^2 \approx U_y^2$. L'équation du mouvement (4.6) devient scalaire : $d\overline{U}^2/d\bar{s} = 2(U_\infty/U_0)^2$. Cette relation permet d'exprimer la loi d'évolution de la vitesse le long de la trajectoire : $U(s) = \sqrt{2gs}$. L'abscisse du mur s'écrit alors : $x_w = U_0 \cos\theta_0 \sqrt{2\mathcal{L}/g} \int_0^\infty e^{-\zeta^2} d\zeta$ avec $\zeta = \sqrt{s/\mathcal{L}}$. Le calcul de cette intégrale donne :

$$\frac{x_w}{\mathcal{L}\cos\theta_0} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{U_0}{U_\infty} \tag{4.10}$$

La position du mur x_w augmente linéairement avec la vitesse de tir U_0 dans le régime des faibles vitesses. La figure 4.13 présente la position du mur adimensionnée $x_w/\mathcal{L}\cos\theta_0$ en fonction du rapport des vitesses initiale et terminale U_0/U_∞. Les points sont les résultats des intégrations numériques effectuées pour différents angles de tir et vitesses initiales, et la ligne pointillée correspond à la variation linéaire prédite par la relation 4.10. On observe que la prédiction théorique est en accord avec les résultats de l'intégration numérique de l'équation (4.6) pour $U_0/U_\infty \leq 1$.

Régime Tartaglia ($U_0/U_\infty \gg 1$)

Dans le régime des grandes vitesses initiales ($U_0 \gg U_\infty$), l'équation du mouvement (4.6) s'écrit initialement $d\mathbf{U}/ds = -\mathbf{U}/\mathcal{L}$. La vitesse décroît exponentiellement le long de la trajectoire, avec une longueur caractéristique $\mathcal{L}$: $U(s) = U_0\, e^{-s/\mathcal{L}}$. Cette expression reste valable jusqu'à l'abscisse $s^\star$, pour laquelle la vitesse vaut U_∞ : $U(s^\star) = U_\infty$. On en déduit l'abscisse $s^\star = \mathcal{L} \ln U_0/U_\infty$. Au delà de cette abscisse, la vitesse du projectile est constante et égale à U_∞. Finalement la position horizontale du mur s'écrit : $x_w = \cos\theta_0 \int_0^{s^\star} ds + U_0/U_\infty \cos\theta_0 \int_{s^\star}^\infty e^{-s/\mathcal{L}}\, ds$ et l'on obtient :

$$\frac{x_w}{\mathcal{L}\cos\theta_0} = 1 + \ln\left(\frac{U_0}{U_\infty}\right) \tag{4.11}$$

Ce résultat est confronté aux points issus de l'intégration numérique de l'équation (4.6) sur la figure 4.13 (–). On vérifie l'accord entre la prédiction théorique et les intégrations

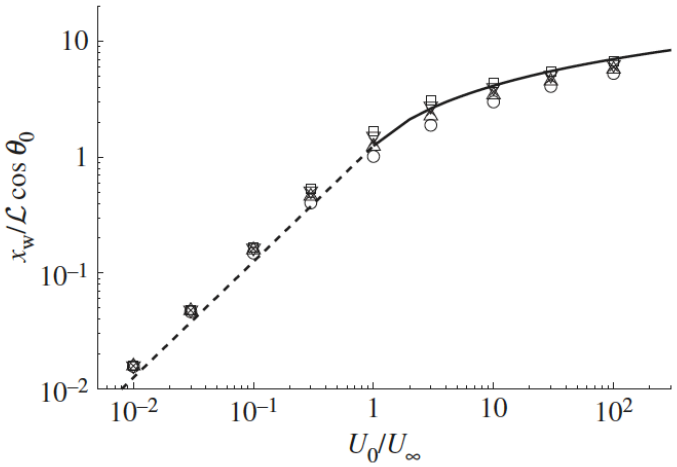


FIGURE 4.13 – Évolution de la position adimensionnée du mur, $x_w/\mathcal{L}\cos\theta_0$, en fonction du rapport U_0/U_∞. Les points sont obtenus par intégration numérique de l'équation (4.6). Chaque symbole est associé à un angle de tir : $\triangle$ $\theta_0 = 20°$, $\times$ $\theta_0 = 40°$, $\triangledown$ $\theta_0 = 60°$, $\square$ $\theta_0 = 80°$, $\circ$ $\theta_0 = -60°$. La ligne pointillée (...) représente la solution analytique obtenue dans le régime des faibles vitesses (cf. équation (4.10)) et la ligne continue (–) représente la solution obtenue dans le régime des grandes vitesses (cf. équation (4.11)).

numériques pour $U_0/U_\infty \geq 1$. Le logarithme assure une faible dépendance de la position du mur avec la vitesse initiale. Ainsi $x_w/\mathcal{L}\cos\theta_0 = 3{,}3$ pour $U_0/U_\infty = 10$ et $x_w/\mathcal{L}\cos\theta_0 = 5{,}6$ pour $U_0/U_\infty = 100$. Dans le régime des grandes vitesses initiales, x_w est assez bien approché par $\mathcal{L}\cos\theta_0$.

4.3.5 Expression analytique de la portée

En sport, l'observable pertinente est l'endroit où le ballon retombe, on s'intéresse donc à la portée x_0 du projectile, définie comme l'abscisse pour laquelle il repasse à l'altitude initiale : $y(x_0) = y(0) = 0$ (cf. figure 4.4). On cherche une expression analytique approchée de la portée d'un projectile soumis à son poids et à la traînée aérodynamique. On projette l'équation du mouvement (4.6) sur la direction $\mathbf{n}$: $U^2 d\theta/ds = -g\cos\theta$. En combinant la relation géométrique $U^2 = U_x^2/\cos^2\theta$ et l'expression de la vitesse horizontale $U_x = U_{0x}\, e^{-s/\mathcal{L}}$, on obtient :

$$-\frac{1}{\cos^3\theta}\frac{d\theta}{ds} = \frac{g}{{U_{0x}}^2} e^{2s/\mathcal{L}} \tag{4.12}$$

L'intégration de cette relation permet de déduire la trajectoire du projectile en coordonnées curvilignes $\theta(s)$. La figure 4.14 reporte le résultat de cette intégration réalisée numériquement pour un angle initial $\theta_0 = \pi/4$ et deux valeurs extrêmes du rapport U_0/U_∞ : dans la régime Tartaglia $(U_0/U_\infty)^2 = 10^5$, la trajectoire est presque triangulaire (a) et dans le régime gravitaire $(U_0/U_\infty)^2 = 0{,}1$ la trajectoire est une parabole (b).

L'équation (4.12) peut également être intégrée analytiquement et on obtient :

$$\left[\ln\left(\frac{1+\sin u}{\cos u}\right) + \frac{\sin u}{\cos^2 u}\right]_\theta^{\theta_0} = \left(\frac{U_\infty}{U_0\cos\theta_0}\right)^2 \left(e^{2s/\mathcal{L}} - 1\right) \tag{4.13}$$

La fonction $F(u) = \ln\left(\frac{1+\sin u}{\cos u}\right) + \frac{\sin u}{\cos^2 u}$ peut être approchée par $G(u) = 2\sin u/\cos^2 u$. (On vérifie la validité de cette approximation en traçant les fonction $F(u)$ et $G(u)$ sur la figure

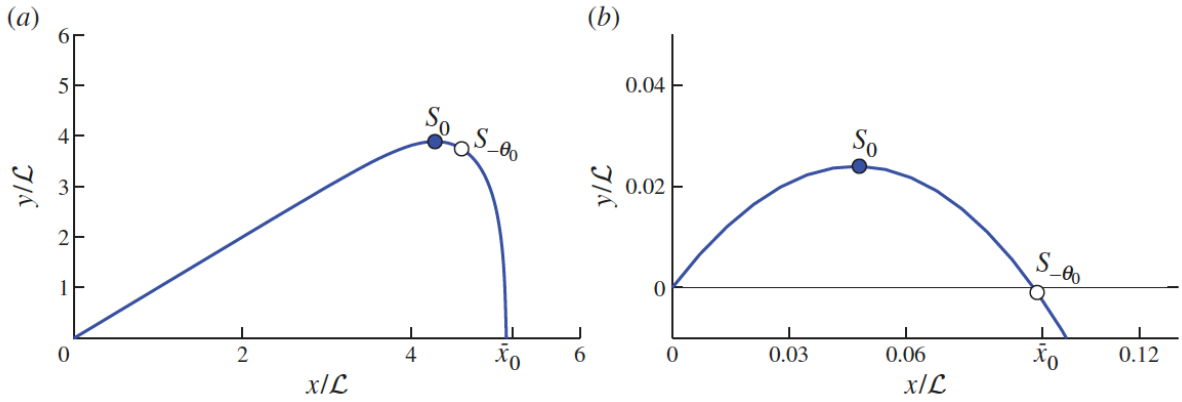


FIGURE 4.14 – Trajectoires obtenues avec l'intégration de la relation (4.12) avec $\theta_0 = \pi/4$ et différentes vitesses initiales : (a) $(U_0/U_\infty)^2 = 10^5$ et (b) $(U_0/U_\infty)^2 = 0{,}1$. Les points bleus (●) indiquent la position du maximum de la trajectoire ($\theta(s_0) = 0$) alors que les points blancs (○) montrent l'abscisse $s_{-\theta_0}$ pour laquelle $\theta(s_{-\theta_0}) = -\theta_0$.

4.15 : on observe que $G \sim F$ pour $-\pi/2 \leq u \leq \pi/2$). L'abscisse curviligne s_0 du maximum de la trajectoire (obtenu pour $\theta = 0$) s'écrit : $s_0 = \mathcal{L}/2 \ln\left[1 + 2(U_0/U_\infty)^2 \sin\theta_0\right]$. Ce point de coordonnées (s_0, θ_0) est représenté sur la figure 4.14 par un point bleu (●).

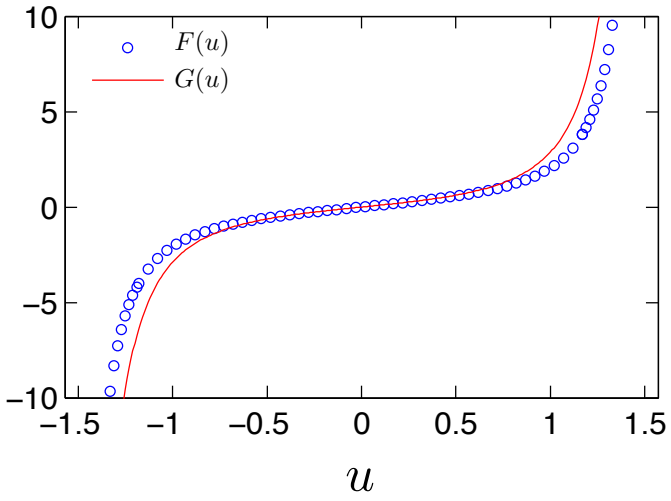


FIGURE 4.15 – Fonction $F(u)$ (○) et $G(u)$ (–).

Dans la limite triangulaire, on peut utiliser l'approximation $x_0 \approx s_0 \cos\theta_0$. Mais dans la limite parabolique, cette expression est fausse : la portée galiléenne est deux fois plus grande. Pour la parabole, symétrique par rapport au maximum, la portée est donnée par l'expression : $x_0 \approx s_{-\theta_0} \cos\theta_0$ où $s_{-\theta_0}$ est l'abscisse pour laquelle $\theta = -\theta_0$. On représente le point de coordonnées $(s_{-\theta_0}, -\theta_0)$ par un point blanc (○) sur la figure 4.14. On observe que $s_{-\theta_0}$ est une assez bonne approximation de la portée dans les deux cas. On obtient une expression analytique de la portée du projectile :

$$x_{0\,th} \approx \frac{\mathcal{L}\cos\theta_0}{2} \ln\left[1 + 4\left(\frac{U_0}{U_\infty}\right)^2 \sin\theta_0\right] \tag{4.14}$$

D'après l'expression (4.14), la portée d'un projectile dépend des conditions initiales de tir, U_0 et θ_0, ainsi que de la longueur aérodynamique $\mathcal{L}$. Aux faibles vitesses, ($U_0 \ll$

U_∞), le développement du logarithme conduit à l'expression de la portée gravitaire : $x_0 = {U_0}^2 \sin(2\theta_0)/g$. La portée ne dépend pas de la longueur aérodynamique $\mathcal{L}$, mais elle est très sensible à la vitesse initiale ($x_0 \propto {U_0}^2$). La dépendance de la portée avec la vitesse initiale est encore plus forte que celle de la position du mur ($x_w \propto U_0$). Cette dépendance disparaît aux les grandes vitesses ($U_0 \gg U_\infty$), la portée dépend très peu de la vitesse initiale à cause du terme logarithmique. Dans ce régime, la portée est fixée par $\mathcal{L}\cos\theta_0$, qui ne dépend que des caractéristiques du projectile, et le terme logarithmique ne représente qu'une correction secondaire. La situation où $x_0 = \mathcal{L}\cos\theta_0$ correspond au cas limite d'une trajectoire triangulaire pour laquelle le projectile ralentit en ligne droite sur une distance $\mathcal{L}$ jusqu'à sa vitesse terminale puis tombe verticalement. On remarque que dans la limite des grandes vitesses, les expressions de la portée x_0 (4.14) et de la position du mur x_w (4.11) coïncident, comme on peut l'observer aussi sur la figure 4.14-(b).

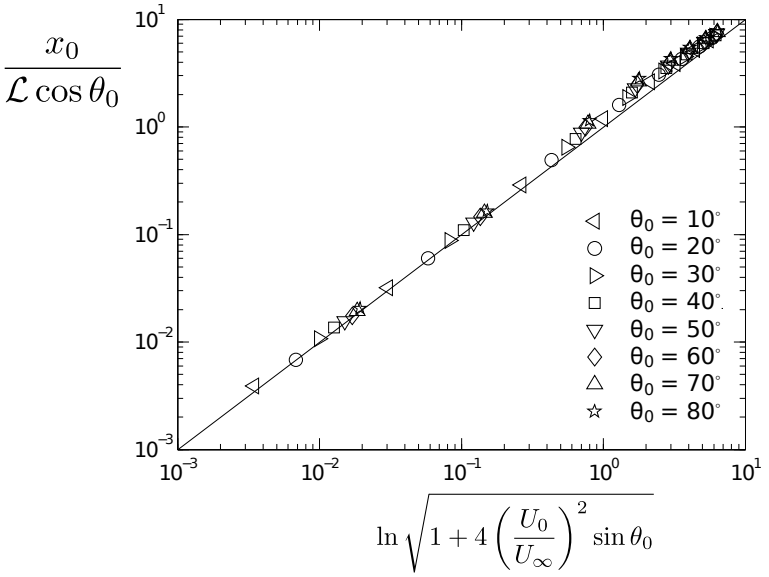


FIGURE 4.16 – Portée adimensionnée $x_0/\mathcal{L}\cos\theta_0$ en fonction de l'expression analytique (4.14). Les points correspondent aux résultats de l'intégration numérique de l'équation (4.12) pour différentes vitesses et angles initiaux : $\triangleleft$ $\theta_0 = 10°$, $\circ$ $\theta_0 = 20°$, $\triangleright$ $\theta_0 = 30°$, $\square$ $\theta_0 = 40°$, $\triangledown$ $\theta_0 = 50°$, $\Diamond$ $\theta_0 = 60°$, $\triangle$ $\theta_0 = 70°$, $\star$ $\theta_0 = 80°$. La ligne continue représente la relation (4.14).

La figure 4.16 compare les résultats de l'intégration numérique de l'équation (4.12), pour différentes conditions initiales, avec l'expression analytique de la portée (4.14), représentée en ligne continue. On en déduit que la portée est bien décrite par l'expression analytique que nous avons établie, quelles que soient les conditions initiales.

On peut comparer ce résultat avec les travaux effectués précédemment. Lamb a proposé une expression approchée de la trajectoire $y(x)$ [157] et Chudinov a donné une expression approchée de la portée x_0 [183, 184]. La figure 4.17 superpose les prédictions de Lamb (○) et Chudinov (○) pour la portée avec la relation (4.14) que nous avons obtenue (●), pour différentes conditions initiales : des angles θ_0 variant entre 10° et 80° et des rapports de vitesses U_0/U_∞ compris entre 0,1 et 10.

Aux faibles vitesses, les trois modèles sont équivalents. Aux grandes vitesses, notre description semble être plus fidèle aux résultats des intégrations numériques que les modèles de Lamb et Chudinov, quelles que soient les conditions initiales.

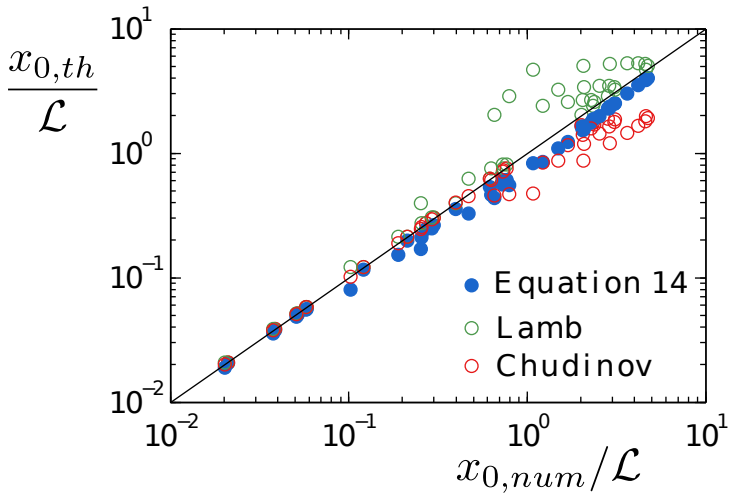


FIGURE 4.17 – Comparaison des portées prédites $x_{0,th}/\mathcal{L}$ et de la portée déduite de l'intégration de l'équation du mouvement $x_{0,num}/\mathcal{L}$: pour les travaux de Lamb (○), de Chudinov (○) et d'après la relation (4.14) (●). L'angle initial θ_0 varie entre 10° et 80° et le rapport U_0/U_∞ entre 0,1 et 10. La ligne continue représente l'égalité entre ces deux quantités.

4.3.6 Expression de la hauteur maximale

Pour obtenir l'expression analytique de la hauteur maximale h atteinte par le projectile au cours de sa trajectoire, on suit la même démarche que pour la portée. L'équation (4.13) fournit une relation exacte entre l'abscisse curviligne s et l'angle local θ. Si on choisit la position s_0 du maximum $\theta = 0$ pour exprimer la hauteur maximale $h \approx s_0 \sin\theta_0$ on obtient : $h \approx (\mathcal{L}/2)\sin\theta_0 \ln\left[1 + 2(U_0/U_\infty)^2 \sin\theta_0\right]$ Dans la limite des faibles vitesses de tir ($U_0 \ll U_\infty$), le développement du logarithme conduit à l'expression $h = (U_0 \sin\theta_0)^2/g$, qui est deux fois plus grande que la hauteur maximale de la parabole. On choisit alors un angle θ_1, entre θ_0 et 0, telle que $\sin\theta_1/\cos^2\theta_1 = \sin\theta_0/\cos^2\theta_0$ et on obtient une expression de la hauteur maximale, valable dans les deux limites :

$$h_{th} \approx \frac{\mathcal{L}\sin\theta_0}{2} \ln\left[1 + \left(\frac{U_0}{U_\infty}\right)^2 \sin\theta_0\right] \tag{4.15}$$

Lorsque $\sin\theta_0 = 1$, on retrouve la solution exacte (4.3) calculée au paragraphe 4.3.1 pour un tir vertical. Comme la portée, dans le régime des grandes vitesses de lancer, la hauteur maximale de la trajectoire dépend faiblement de la vitesse initiale U_0 (à cause du terme logarithmique) et peut se réduire, au premier ordre, à $h \approx \mathcal{L}\sin\theta_0$, où $\mathcal{L}$ ne dépend que des caractéristiques du projectile. La figure 4.18 montre un bon accord entre l'expression analytique de la hauteur maximale (4.15) et les résultats des intégrations numériques de l'équation (4.6), pour plusieurs conditions initiales.

4.3.7 Angle optimal de tir

Etant donnée la vitesse initiale de tir, l'angle initial $\theta^\star$ est celui qui maximise la portée. Comme la portée s'annule pour $\theta = 0°$ et $\theta = 90°$, cet angle optimal existe. Dans la limite des faibles vitesses, la portée de la parabole est maximale pour $\theta^\star = 45°$. Cet optimum, observé par Tartaglia, est illustré sur la figure 4.19 [185]. On peut se demander si l'angle

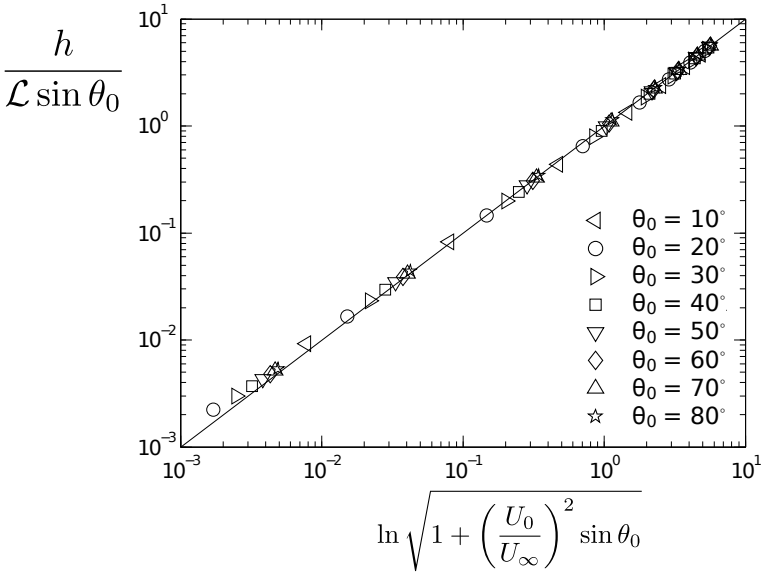


FIGURE 4.18 – Hauteur maximale adimensionnée $h/\mathcal{L}\sin\theta_0$ en fonction de l'expression analytique (4.15). Les points correspondent aux résultats de l'intégration numérique de l'équation (4.12) pour différentes vitesses et angles initiaux : $\triangleleft$ $\theta_0 = 10°$, $\circ$ $\theta_0 = 20°$, $\triangleright$ $\theta_0 = 30°$, $\square$ $\theta_0 = 40°$, $\triangledown$ $\theta_0 = 50°$, $\Diamond$ $\theta_0 = 60°$, $\triangle$ $\theta_0 = 70°$, $\star$ $\theta_0 = 80°$. La ligne continue représente l'équation (4.15).

optimal $\theta^\star$ est modifié dans le cas d'une trajectoire de type Tartaglia. Cette question a déjà été envisagée numériquement par Chudinov [184] et mathématiquement par Groetsch [186]. La figure 4.19-(b) présente les angles optimaux de tir ($\circ$), obtenus par intégration numérique de l'équation (4.12), en fonction du rapport $(U_0/U_\infty)^2$. On vérifie que ${\theta_0}^\star = 45°$ dans la limite des faibles vitesses ($U_0 < U_\infty$), et on observe que l'angle optimal diminue lentement pour des vitesses plus grandes : ${\theta_0}^\star = 30°$ pour $(U_0/U_\infty)^2 = 14$, et ${\theta_0}^\star = 20°$ pour $(U_0/U_\infty)^2 = 1700$.

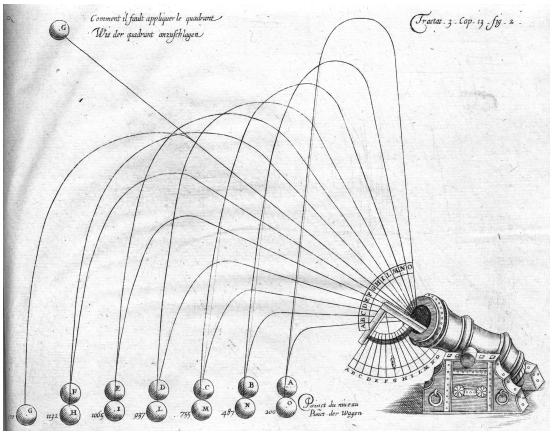
L'expression analytique (4.14) de la portée nous permet d'exprimer l'angle optimal de tir. L'angle optimal est défini comme l'angle initial qui maximise la portée, ou encore celui pour lequel la dérivée de la portée par rapport à l'angle de tir θ_0 est nulle (à vitesse initiale fixée) : $[\partial x_0/\partial\theta_0]_{U_0}(\theta^\star) = 0$. On en déduit $\theta^\star = \arctan\sqrt{X/[(1+X)\ln(1+X)]}$, où $X = 4\,(U_0/U_\infty)^2\sin\theta^\star$. En supposant que l'angle $\theta^\star$ s'écarte peu de la valeur de 45°, attendue dans la limite gravitaire, on peut faire l'approximation : $X \approx (U_0/U_\infty)^2$ et en déduire l'expression de $\theta^\star$:

$$\theta^\star \approx \arctan\sqrt{\frac{(U_0/U_\infty)^2}{\left[1+(U_0/U_\infty)^2\right]\ln\left[1+(U_0/U_\infty)^2\right]}} \tag{4.16}$$

Dans la limite des faibles vitesses ($U_0 \ll U_\infty$), on retrouve bien $\theta^\star = 45°$, en accord avec le résultat attendu dans le cas d'une trajectoire parabolique. Dans la limite opposée ($U_0 \gg U_\infty$), l'expression 4.16 de l'angle optimal se ramène à $\theta^\star \approx \arctan\left[1/\sqrt{2\ln(U_0/U_\infty)}\right]$. L'angle optimal de tir décroît lentement avec la vitesse initiale : cette variation est représentée par la ligne continue sur la figure 4.19-(b) et coïncide avec les résultats des intégrations numériques pour différentes conditions initiales.

La diminution de l'angle optimal dans le régime des grandes vitesses initiales est décrite dans le traité de balistique expérimentale de Hélié [187]. Plusieurs campagnes de tirs de

(a) (b)



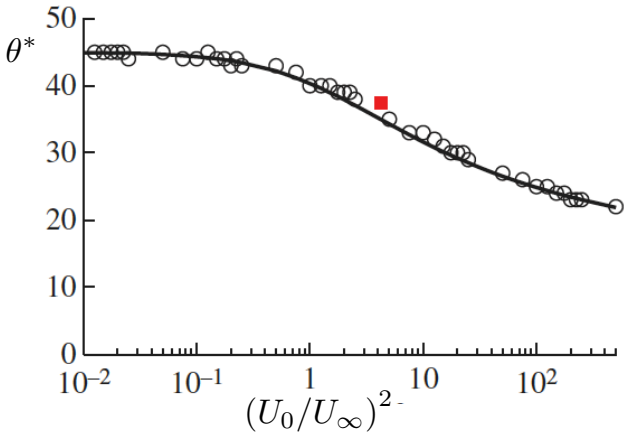


FIGURE 4.19 – (a) Schéma extrait du traité d'artillerie de Diego Ufano [185]. (b) Angle optimal de tir d'un projectile en fonction du carré adimensionné de sa vitesse. La ligne noire (−) correspond à l'expression (4.16) et les ronds (∘) aux résultats de l'intégration numérique. Le carré rouge (■) est un point expérimental issu du traité de balistique expérimentale de Hélié [187].

boulets de canons, menées à Gâvres entre 1830 et 1864, lui ont permis de dresser des abaques de trajectoires. Il commente : « Lorsque l'angle de départ, d'abord très petit, vient à croître, toutes les autres circonstances du tir demeurant les mêmes, la portée croît d'abord ; elle finit ensuite par décroître et devient nulle quand l'angle est égal à 90°. Il y a donc un angle qui donne la plus grande portée. L'expérience montre que cet angle est toujours inférieur à 45° ». On relève que pour des boulets de canons massifs (de rayon $2R = 8\,\text{cm}$ et de masse $M = 15{,}1\,\text{kg}$), lancés à une vitesse initiale $U_0 = 485\,\text{m/s}$, on est dans le régime des grandes vitesses initiales $U_0/U_\infty = 2{,}05$. La portée est alors maximale et égale à 5690 m pour un angle de tir $\theta_0^\star = 37{,}5°$. Cette donnée, représentée par un carré rouge (■) sur la figure 4.19-(b), s'accorde bien avec l'expression (4.16) et avec les résultats des intégrations numériques.

Conclusion

Nous avons étudié la Tartaglia sur l'exemple du volant de badminton, mais cette trajectoire est très répandue autour de nous comme le montrent les images de la figure 4.2. Dans notre environnement, on observe une Tartaglia dès qu'un projectile, soumis à la gravité et à la traînée aérodynamique (dépendant du carré de la vitesse à grand nombre de Reynolds), est lancé à une vitesse grande devant sa vitesse terminale de chute. Le critère pour voir une Tartaglia est : $U_0 > U_\infty$.

La figure 4.20 présente la trajectoire décrite par une bulle de savon [4], de diamètre $2R$ = 4 mm, éjectée d'une buse à la vitesse U_0 = 2,52 m/s et avec un angle θ_0 = 51° par rapport à l'horizontale. On mesure une vitesse terminale de chute de la bulle égale à U_∞ = 0,67 m/s. Le rapport des vitesses $U_0/U_\infty \approx 3{,}8$ étant supérieur à un, on s'attend à ce que la bulle décrive une Tartaglia. C'est bien ce que l'on observe sur la figure 4.20. On mesure la portée de la bulle x_0 = 53,4 cm en bon accord avec la valeur calculée grâce à la relation (4.14) $x_{0\,th}$ = 54,2 cm.

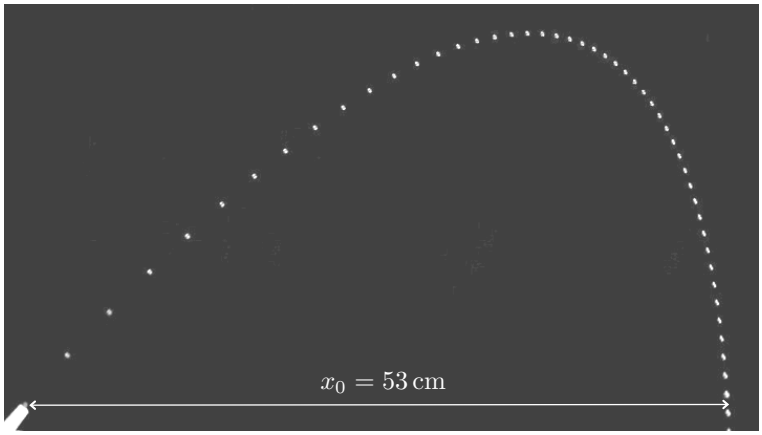


FIGURE 4.20 – Canon à bulle : une bulle de savon ($2R$ = 4 mm, U_∞ = 67 cm/s) propulsée à une vitesse initiale U_0 = 2,52 m/s et un angle initial θ_0 = 51° décrit une Tartaglia ($U_0/U_\infty \approx 3{,}8$) et a une portée x_0 = 53,4 cm. On calcule $x_{0\,th}$ = 54,2 cm avec l'équation (4.14). L'intervalle temporel entre deux images est de 0,2 s.

Afin de vérifier la généralité de l'expression analytique de la portée donnée par la relation (4.14), nous avons mesuré expérimentalement la portée de différents projectiles aérodynamiques (balle de ping-pong, ballon de baudruche) dans l'air, ou dans l'eau (bille en plastique). La vitesse terminale de ces projectiles U_∞ a été déterminée dans une expérience de chute pour s'assurer d'être dans le régime des grandes vitesses ($U_0 \gg U_\infty$). Les projectiles ont ensuite été lancé pour différentes conditions initiales et leurs trajectoires ont été filmées et les portées mesurées.

La figure 4.21 compare la portée mesurée lors des expériences $x_{0\,exp}$ et la portée calculée $x_{0\,th}$ à partir de la relation théorique (4.14) et des conditions initiales déterminées expérimentalement pour le volant de badminton (♦), la balle de ping pong (■), le ballon de baudruche (▼) lancés dans l'air, et la bille en plastique lancée dans l'eau (●). La ligne noire représente l'identité entre les portées mesurées expérimentalement et les valeurs calculées. Les points s'alignent sur la droite sur plus de deux ordres de grandeurs. On représente les

4. Merci à Thomas Barois pour cette expérience réalisée au LEGI à Grenoble.

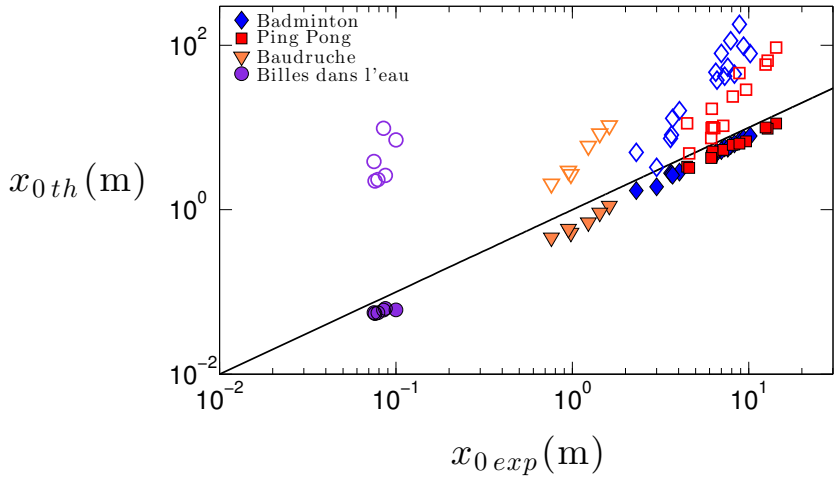


FIGURE 4.21 – Portée expérimentale $x_{0\,th}$ en fonction de celle théorique $x_{0\,exp}$ estimée à l'aide de la relation (4.14). Les conditions de tirs U_0 et θ_0 utilisées dans cette relation sont celles déterminées expérimentalement pour chaque tir. Les symboles pleins représentent les portées expérimentales pour le volant de badminton (♦), la balle de ping-pong (■), les le ballon de baudruche (▼) et la bille en plastique dans l'eau (●). Les symboles vides correspondent à la portée gravitaire attendue pour un tir réalisé avec les mêmes conditions initiales. La ligne continue (–) correspond à $x_{0\,th} = x_{0\,exp}$.

portées gravitaires correspondant aux expériences dans le cas où la traînée s'annule (symboles vides). Les portées mesurées expérimentalement sont systématiquement plus faibles que les portées gravitaires : les projectiles sont bien lancés dans le régime aérodynamique ($U_0 > U_\infty$).

On observe une Tartaglia à chaque fois qu'un projectile, soumis à la gravité et à la traînée aérodynamique ($\propto U^2$), est lancé avec une vitesse initiale grande devant sa vitesse terminale. Nous détaillons quelques exemples de Tartaglia et les applications possibles dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Applications du mur



FIGURE 5.1 – Terrain de badminton à Singapour. Photographie de Bilal Zaheer

Sommaire

5.1 Taille des terrains de sport 96
5.1.1 Portée maximale et taille des terrains de sport 96
5.1.2 Classification des sports de balles 96
5.2 L'artillerie et les champs de bataille 100
5.2.1 Artillerie névrobalistique et trajectoires paraboliques 100
5.2.2 Artillerie à poudre et Tartaglia 102
5.2.3 Taille des champs de bataille 102
5.3 Portée des lances à incendie 106
5.4 Profondeur de plongeon 109
5.5 Modification de la trajectoire avec la rotation 114
5.5.1 Dégagement du gardien de football 114
5.5.2 Equations de la trajectoire 116
5.5.3 Modification de la portée 117
5.5.4 Critère pour négliger le spin 118

Ce travail a été réalisé avec Baptiste Darbois Texier et Guillaume Dupeux.

5.1 Taille des terrains de sport

5.1.1 Portée maximale et taille des terrains de sport

A priori la taille d'un terrain de sport peut dépendre du nombre de joueurs, des règles du jeu, de la forme de la balle ou de la manière de la lancer [188]. D'après le tableau 4.1, la plupart des sports se pratiquent dans le régime où les effets aérodynamiques sont dominants ($U_0 \gg U_\infty$). Les trajectoires décrites par les ballons de sport sont des Tartaglia, dont la portée est de l'ordre de la longueur aérodynamique du projectile $\mathcal{L} = 2M/\rho S C_D$. Nous avons établi l'expression analytique de la portée et montré qu'elle sature avec la vitesse initiale : au badminton, on a beau frapper de plus en plus fort, le volant ne retombe pas beaucoup plus loin. Si on imagine deux joueurs s'échangeant le volant de part et d'autre d'un filet sur un terrain long de 100 m, le jeu va se concentrer près du filet sur une longueur qui est de l'ordre de la portée. Ainsi la taille de terrain utile est du même ordre que la portée. Il paraît naturel de comparer la taille des terrains de sport à la portée maximale atteinte par le ballon de jeu. La portée maximale x_{max} de chaque sport peut être déduite de l'expression (4.14). On choisit comme vitesse initiale la vitesse maximale enregistrée dans le sport U_{max} [178] et comme angle initial celui qui maximise la portée à cette vitesse $\theta_{max} = \theta^*(U_{max})$, calculé d'après l'expression (4.16). On en déduit l'expression de la portée maximale :

$$x_{max} \approx \frac{\mathcal{L}\cos\theta_{max}}{2} \ln\left[1 + 4\left(\frac{U_{max}}{U_\infty}\right)^2 \sin\theta_{max}\right] \tag{5.1}$$

Pour calculer la portée maximale d'un sport x_{max}, il suffit de connaître la longueur aérodynamique $\mathcal{L}$ du projectile (ou sa vitesse terminale $U_\infty = \sqrt{\mathcal{L}g}$) et le rapport des vitesses U_{max}/U_∞. Le tableau 5.1 rassemble les caractéristiques de treize sports de balle : diamètre ($2R$), masse (M), taille du terrain ($L_{terrain}$), vitesse maximale (U_{max}), vitesse terminale (U_∞), nombre de Reynolds ($Re_\infty = 2RU_\infty/\nu$), coefficient de traînée ($C_D = 2Mg/\rho U_\infty^2 \pi R^2$), rapport des vitesses (U_{max}/U_∞), longueur aérodynamique ($\mathcal{L}$), angle optimal de tir (θ_{max}) et portée maximale (x_{max}) calculée à la partir de la relation (5.1).

La figure 5.2 compare pour tous ces sports, la taille du terrain $L_{terrain}$ et la portée maximale x_{max} du projectile avec lequel on joue (■). La ligne continue noire (–) marque l'égalité entre ces deux grandeurs : $L_{terrain} = x_{max}$. Les sports s'alignent sur cette droite de pente un, depuis la table de tennis de table de 2,7 m au terrain de golf de plus de 200 m : on observe une forte corrélation entre la dimension du terrain et la portée maximale. Ainsi, une fois que le ballon de jeu est choisi, on est capable de calculer sa vitesse terminale U_∞, et connaissant la vitesse maximale U_{max} (suivant la manière de lancer), l'équation (5.1) permet de prédire les dimensions utiles du terrain de sport.

Malgré la forte corrélation observée entre portée maximale et taille du terrain, on observe sur la figure 5.2 quelques déviations, que nous essayons de comprendre dans la section suivante.

5.1.2 Classification des sports de balles

La plus forte déviation à la relation linéaire entre taille du terrain et portée maximale est marquée par les deux carrés rouges (■) très en dessous de la droite, qui correspondent au squash et à la pelote basque. Comme le terrain est beaucoup plus petit que la portée maximale, ces deux sports se pratiquent avec des murs sur les côtés pour garder la balle en jeu. Ce sont les deux seuls sports « emmurés » de la liste de la table 5.1. Tous les autres

sport	$2R$ (cm)	M (g)	$L_{terrain}$ (m)	U_{max} (m/s)	U_∞ (m/s)	Re_∞ $\times 10^5$	C_D	U_{max}/U_∞	$\mathcal{L}$ (m)	θ_{max} (°)	x_{max} (m)
Badminton	6,0	5	13,4	137	6,7	0,3	0,64	20,4	4,6	22,1	14
Tennis	6,5	55	24	73	22	1	0,56	3,32	49,3	31,3	67
Ping pong	4,0	2,5	2,7	32	10	0,3	0,36	3,20	9,2	31,5	12
Squash	4,0	24	9,75	78	34	0,9	0,30	2,31	106	34,0	113
Pelote	6,5	120	54	83	41	2	0,38	2,01	159	35,1	152
Golf	4,2	45	225	91	48	1	0,23	1,90	235	35,6	214
Volleyball	21	210	18	37	20	3	0,25	1,85	40,4	35,8	36
Football	21	450	100	51	30	4	0,24	1,70	90,2	36,5	75
Softball	9,7	190	76	47	33	2	0,38	1,42	113	37,9	80
Baseball	7,0	145	110	54	40	2	0,38	1,35	165	38,3	111
Lacrosse	6,3	143	100	50	48	2	0,35	1,04	215	40,1	110
Handball	19	450	40	27	36	5	0,20	0,75	132	41,9	45
Basketball	24	650	28	16	31	5	0,24	0,52	99,8	43,3	20

TABLE 5.1 – Caractéristiques des balles de sport : diamètre ($2R$), masse (M), taille du terrain ($L_{terrain}$), vitesse maximale (U_{max}), vitesse terminale (U_∞), nombre de Reynolds ($Re_\infty = 2RU_\infty/\nu$) et coefficient de traînée ($C_D = 2Mg/\rho U_\infty^2 \pi R^2$), rapport des vitesses (U_{max}/U_∞), longueur aérodynamique ($\mathcal{L}$), angle optimal (θ_{max}) et portée maximale (x_{max}).

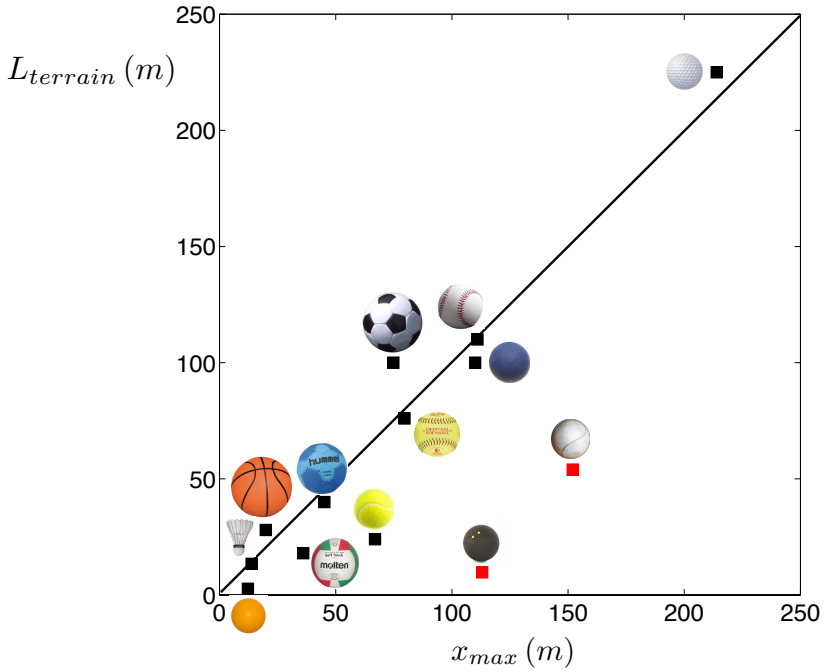


FIGURE 5.2 – Taille du terrains de sport en fonction de la portée maximale mesurée pour le ballon associé. Chaque carré représente un sport (■) et la ligne continue (–) représente l'égalité entre les deux grandeurs.

sports se pratiquent sur un terrain ouvert, sans murs. En plus de modifier la direction de la balle lors du rebond, les murs permettent de diminuer le temps entre deux coups. Ces deux sports sont caractérisés par de fortes accélérations et nécessitent de bons réflexes. Pour compléter la discussion sur les longueurs, on définit le temps caractéristique d'un sport $\tau_{sport} = L_{terrain}/U_{max}$, qui est le temps nécessaire à la balle pour parcourir la longueur du terrain à la vitesse maximale. Si τ_{sport} est plus court que le temps de réaction du joueur, il s'agit d'un sport de réflexes, qui nécessite une prise de décision rapide. Le temps de réaction τ est typiquement le temps nécessaire pour que le joueur se déplace sur une distance égale à sa taille. D'après les travaux de Keller [8, 9], ce temps de réaction est de l'ordre de la seconde ($\tau \approx 1\,s$).

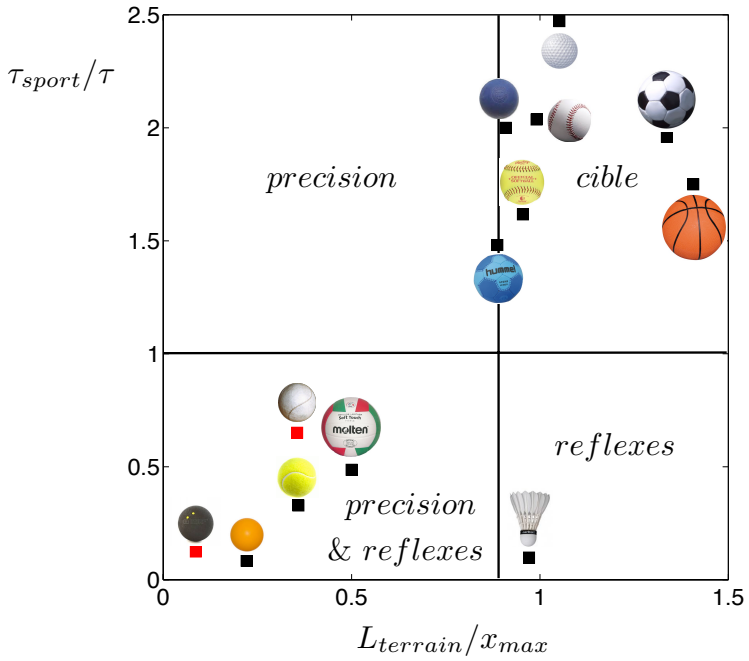


FIGURE 5.3 – Rapport du temps caractéristique du sport et du temps de réaction du joueur en fonction du rapport de la taille du terrain et de la portée maximale.

La figure 5.3 présente le rapport des temps $\tau_{sport}/\tau = L_{terrain}/U_{max}\tau$ en fonction du rapport des longueurs $L_{terrain}/x_{max}$ pour tous les sports de la table 5.1. On identifie deux groupes sur ce graphique : un en bas à gauche et un en haut à droite. Le premier groupe comprend le squash, le tennis de table, le volley et la pelote basque. Ces sports sont caractérisés par un terrain petit par rapport à la portée maximale et un temps court par rapport au temps de réaction. Les qualités requises pour pratiquer ces sports sont les réflexes et la précision. De plus pour les sports qui se pratiquent sans mur, la propriété $L_{terrain} < x_{max}$ rend difficile de garder la balle dans les limites du terrain. Cette difficulté est concrétisée par un point marqué à chaque fois que la balle tombe à l'extérieur des limites. Dans ces sports, les joueurs utilisent la rotation de la balle (topspin) pour frapper fort en réduisant la portée de leur balle grâce à l'effet Magnus. (On pense au service enroulé au volley ou aux balles liftées au tennis.) Comme il suffit d'une frappe pour traverser le terrain, un obstacle est posté entre les deux camps, pour empêcher de marquer trop vite : dans tous ces sports, il y a un filet sur le chemin du projectile. De plus le fait que le temps de réaction soit plus grand que le temps caractéristique de ces sports ($\tau > \tau_{sport}$) implique qu'un joueur au repos ne pourra pas renvoyer une balle trop éloignée de lui. On rencontre

cette situation statique au service et c'est pourquoi on observe des aces ou des services gagnants.

Le deuxième groupe de sports sur la figure 5.3 comprend le handball, le baseball, le softball, le lacrosse, le golf, le football et le basketball. Pour ces sports, le terrain est plus grand que la portée maximale. Garder le ballon à l'intérieur du terrain n'est plus une difficulté, et aucun point n'est perdu si le ballon sort. Pour les plus grandes valeurs de $L_{terrain}/x_{max}$ (foot, basket), il faut plusieurs coups pour traverser le terrain : les passes sont nécessaires et le jeu devient collectif. De plus le temps caractéristique du sport est supérieur au temps de réaction : les joueurs ont le temps d'atteindre le ballon. Tous les sports de ce groupe ont une chose en commun : une cible (une cage au foot et au hand, un panier au basket, un trou au golf). Pour ces sports, le défi n'est plus d'avoir de bons réflexes, mais d'utiliser les stratégies collectives et les qualités individuelles pour atteindre la cible.

En marge de ces deux groupes, le badminton se retrouve seul en bas à droite, sur la figure 5.3. Cette position signifie que la difficulté n'est pas de garder le volant à l'intérieur du terrain ($L_{terrain} \approx x_{max}$) mais de réagir sur un temps très court ($\tau_{sport} < \tau$). C'est pourquoi on peut décrire le badminton comme un sport de réflexes purs. Pour finir on observe que le coin en haut à gauche est vide. Pour ces jeux qui ont un terrain limité ($L_{terrain} \approx x_{max}$) et aussi un temps caractéristique long ($\tau_{sport} \approx \tau$), la précision est le seul enjeu. On s'attend à trouver des activités comme le billard, qui dépasse le cadre de cette étude.

En conclusion, même si les terrains de sports ont été dessinés de manière empirique, leur taille $L_{terrain}$ semble être fixée par la portée maximale des balles utilisées pour jouer x_{max}. Nous avons montré la corrélation entre ces grandeurs, puis nous avons construit un diagramme de phases des sports de balles : en représentant le rapport des temps caractéristiques du sport et du joueur τ_{sport}/τ en fonction du rapport des longueurs $L_{terrain}/x_{max}$, on identifie deux familles de sports : les sports de précision et de réflexes et les sports de cible. Dans cette étude, nous nous sommes intéressés aux sports où la traînée aérodynamique domine. Il existe des sports où la portance joue un rôle important comme l'ultimate, le rugby ou le football américain. Une étude similaire pour ces sports reste à faire.

Le sport peut être vu comme une métaphore de l'activité humaine et cette classification peut se généraliser. En sciences par exemple, on oppose l'intuition (et ses raccourcis) à la déduction (et une approche méthodique). Dans ce contexte, Peierls classait les chercheurs entre les joueurs de tennis, qui courent au filet pour smasher la balle, et tirent parti de l'affrontement avec un adversaire et les golfeurs, qui poussent patiemment la balle vers le trou, autant de fois que nécessaire pour atteindre la cible. Tennis et golf sont deux sports opposés dans notre classification. De Gennes aimait utiliser l'analogie de Peierls et ne cessait de répéter que les deux styles sont nécessaires.

5.2 L'artillerie et les champs de bataille

La motivation historique du développement de la science balistique est l'artillerie. Nous discutons de deux exemples : le trébuchet utilisé au Moyen-Age et le canon de 1848 de calibre 30.

5.2.1 Artillerie névrobalistique et trajectoires paraboliques

Le trébuchet [1] est une arme de siège apparue en Chine autour de 500 avant J.C. et introduite en Europe plus d'un siècle plus tard. Il remplace les autres engins d'artillerie comme la catapulte et est utilisé jusqu'à l'invention des canons à poudre. Très puissant et d'une grande précision, le trébuchet est capable d'envoyer des boulets de pierre de 140 kg à 200 m alors que la catapulte, moins puissante, sert à lancer des projectiles plus légers (13 à 18 kg). Contrairement à la catapulte qui utilise l'énergie élastique de nerfs entortillés, le trébuchet utilise l'énergie potentielle d'un contrepoids. Les artilleurs remontent le contrepoids de 10 tonnes en tournant la roue de carrier. Ils bloquent le mât avec une goupille et placent le boulet dans la poche. Lorsqu'ils enlèvent la goupille, le contrepoids retombe et le mât bascule propulsant le boulet avec une grande puissance.

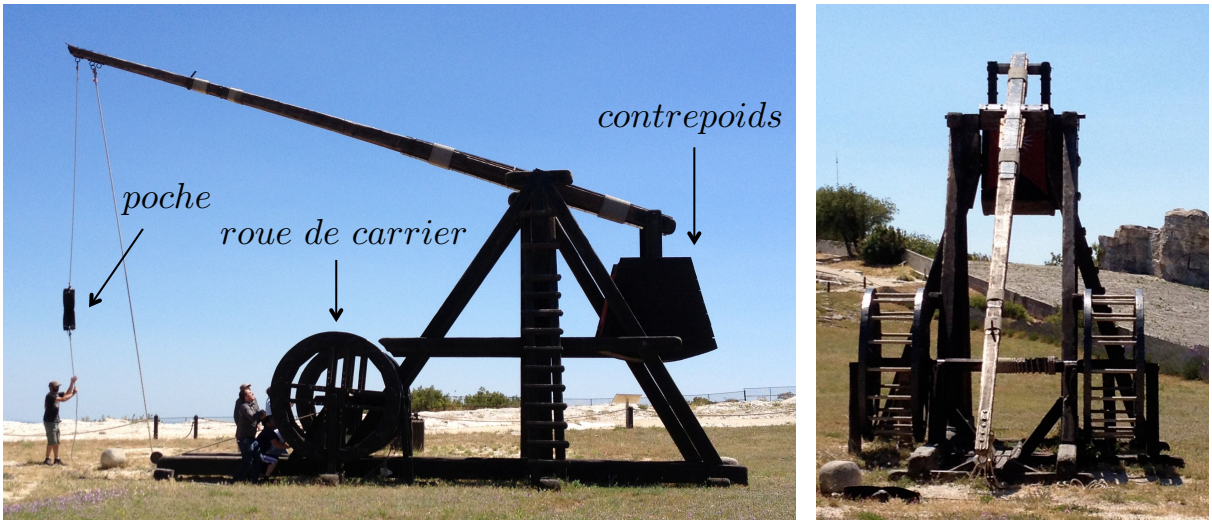


FIGURE 5.4 – Trébuchet de Villard du château des Baux de Provence, construit par Renaud Beffeyte. Lorsque le mât est droit, le trébuchet mesure 16 m de haut.

Nous avons effectué des tirs au trébuchet au parc médiéval des Baux de Provence. Renaud Beffeyte [2], compagnon charpentier a su déchiffrer et interpréter les croquis codés de Villard de Honnecourt, architecte et « ensgenior » du XIIIe siècle, pour fabriquer un trébuchet de Villard de 16 m de haut (cf. figure 5.4). Nous avons filmé de côté les tirs de ballons remplis d'eau (R = 12 cm, M = 10 kg), de près à la caméra rapide (à 500 fps) pour connaître les conditions initiales de tir (U_0, θ_0), et de loin pour observer la forme de la trajectoire et mesurer la portée. La figure 5.5 présente un exemple de tir. Le ballon d'eau, de vitesse terminale $U_\infty \approx 34$ m/s, est propulsé à la vitesse $U_0 \approx 30{,}2$ m/s et avec une angle $\theta_0 = 47°$. Il repasse à l'altitude de lancer environ 92 m plus loin. On observe une

1. Le mot trébuchet vient de l'occitan *trebuca*, qui signifie « qui apporte des ennuis ». La même éthymologie a donné le mot « trébucher » : tomber, faire tomber.

2. Merci à Renaud Beffeyte et à toute son équipe de nous avoir permis de réaliser ces tirs.

trajectoire parabolique matérialisée par la chronophotographie de la figure 5.5-(b), qui est justifiée dans le régime gravitaire puisque $U_0/U_\infty \approx 0{,}9$. La portée gravitaire prédite pour ces conditions initiales $x_0 = 92{,}8\,\text{m}$ correspond bien à ce qu'on mesure.

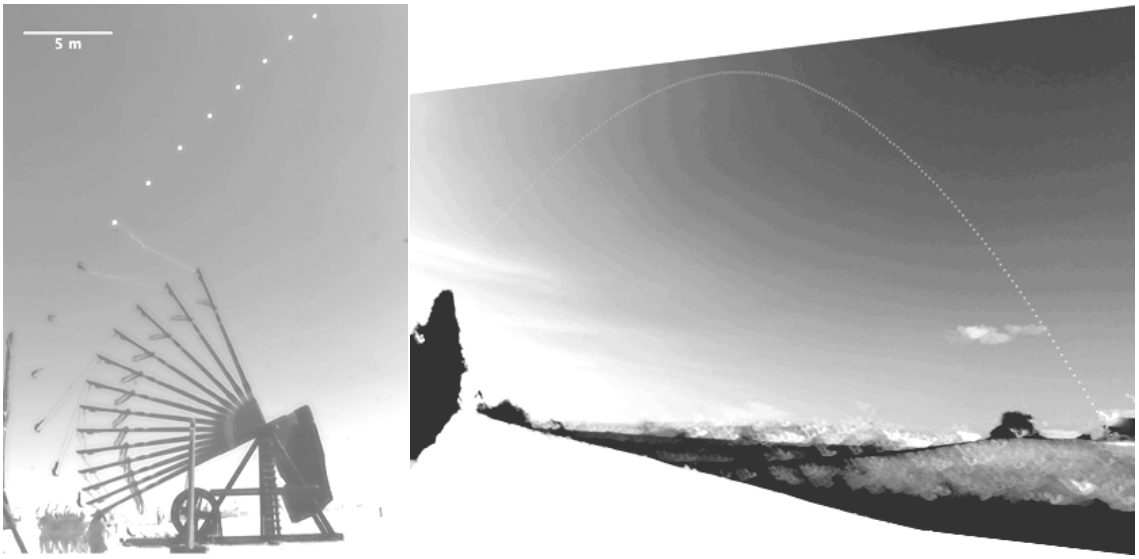


FIGURE 5.5 – (a) Chronophotographie du lancer du ballon d'eau avec le trébuchet : on mesure $U_0 \approx 30{,}2\,\text{m/s}$ et $\theta_0 = 47°$. Le pas de temps est 0,1 s. (b) Chronophotographie de la trajectoire vue de côté, et corrigée de l'angle d'observation.

Nous n'avons pas réalisé de tir avec un véritable boulet en pierre pour des raisons de sécurité. On peut toutefois prédire que pour un boulet de rayon $R = 23\,\text{cm}$ et de masse $M = 140\,\text{kg}$, la vitesse terminale est $U_\infty \approx 250\,\text{m/s}$. Compte tenu des performances du trébuchet, on sera donc toujours dans le régime gravitaire ($U_0/U_\infty \ll 1$). En utilisant un contrepoids plus lourd, on peut imaginer atteindre les mêmes vitesses $U_0 \approx 30\,\text{m/s}$ pour le boulet plus lourd. Le rapport des vitesses $U_0/U_\infty \approx 0{,}12$ montre qu'on reste dans le régime gravitaire et la portée est $x_0 \approx 92\,\text{m}$. On atteint une portée de 200 m pour une vitesse initiale $U_0 = 44\,\text{m/s}$ et un angle $\theta_0 = 45°$, optimal. Le tableau 5.2 énumère les engins

Engin d'artillerie	M (kg)	x_0 (m)	cadence (tir/h)
Catapulte	13-18	~ 100	
Pierrière	3-12	40-80	60
Bricole	10-30	80	60
Mangonneau	100	160	2
Couillard	30-80	180	10
Trébuchet	80-140	200	1-2

TABLE 5.2 – Caractéristiques des engins d'artillerie au Moyen-Age (Xe-XVe siècles) : masse (M) et portée (x_0) des projectiles utilisés, et cadence de tir de l'engin [189, 190].

d'artillerie médiévaux, la masse des projectiles utilisés ainsi que la portée atteinte [189, 190]. Le trébuchet, qui est l'engin le plus puissant du Moyen-Age, a longtemps été décisif lors des sièges.

5.2.2 Artillerie à poudre et Tartaglia

L'artillerie névrobalistique est caractérisée par la parabole Galiléenne car les boulets très massifs sont projetés à des vitesses inférieures à leur vitesse terminale : l'artilleur se moque alors de la vitesse du vent. A partir de l'invention de la poudre, les canons ont permis de propulser les boulets beaucoup plus vite et donc plus loin. D'après le dessin de Tartaglia de la figure 4.3-(a), les boulets de canon sont très affectés par la traînée aérodynamique et les trajectoires qu'ils décrivent ne sont plus des paraboles. Le critère pour observer une Tartaglia est $U_0 > U_\infty$.

Pour vérifier que les boulets de canons sont tirés dans le régime Tartaglia, nous utilisons le *Traité de balistique expérimentale* [187] qui rassemble les mesures balistiques, effectuées par Félix Hélié à Gâvres de 1830 à 1864, pour déterminer U_0 et U_∞. La figure 5.6-(a) présente l'exemple d'un canon de 30, pour lequel plusieurs tirs ont été réalisés pour diverses conditions initiales (angle de tir et quantité de poudre), avec des boulets de canon $2R \approx 16\,\text{cm}$, $M \approx 14\,\text{kg}$. On estime la longueur aérodynamique des projectiles utilisés à $\mathcal{L} \approx 3.10^3\,\text{m}$ et leur vitesse terminale $U_\infty \approx 180\,\text{m/s}$. La mesure de la vitesse initiale des boulets était réalisée à l'aide d'un pendule balistique (cf. figure 5.6-(b)) pour les différentes quantités de poudre. Hélié mesurait des vitesses variant entre 372 et 415 m/s bien supérieures à leur vitesse terminale ($U_0/U_\infty \approx 2{,}2$). D'après notre étude, les trajectoires des boulets de canon sont donc bien des Tartaglia. Plus quantitativement, les expériences de Félix Hélié peuvent être comparées à notre prédiction de la portée. La figure 5.6-(c) présente les portées des boulets $x_0/\mathcal{L}\cos\theta_0$ mesurées par Hélié (•) en fonction de la vitesse adimensionnée $\left(U_0/U_\infty\right)^2 \sin\theta_0$. On observe que la portée sature avec la vitesse initiale et que les points expérimentaux sont en accord avec les prédictions de la relation (4.14) (–) avec les conditions initiales déterminées expérimentalement. Chaque point de cette courbe correspond au tir d'un boulet avec un canon de 30 (cf. figure 5.6-(a)).

Les points expérimentaux s'alignent sur une droite de pente proche de l'unité : l'expression de la portée que nous avons établie permet de prédire la portée des boulets de canon.

5.2.3 Taille des champs de bataille

De la même manière que la taille d'un terrain de sport est fortement corrélée à la portée maximale du ballon, on se doute que la taille des champs de bataille sera liée à la portée maximale de l'arme utilisée. En effet, lors d'un siège, les engins d'artillerie sont placés à portée de tir de la cible, lors d'une bataille rangée, les deux lignes ennemies se tiennent à portée de canon. On se propose dans cette partie d'explorer le développement de l'artillerie depuis le Moyen-Age et jusqu'à aujourd'hui, pour comprendre l'évolution de la portée des projectiles et de la taille des zones de conflits armés. Pour cela, nous nous sommes rendus au Musée de l'Artillerie à Draguignan, où le Lieutenant-Colonel Philippe Guyot nous a accueilli.

Avant l'invention de la poudre, les trébuchets, très utilisés pour les sièges, avaient une portée maximale de 200 m. Ils étaient placés à 200 m de la cible. On observe des gravures des sièges de Saragosse (789), de Saint-Jean-d'Acre (1191) et de Caffa (1346) sur la figure 5.7, pour lesquels l'utilisation du trébuchet ou du mangonneau avait été décisive. Plus tard, en 1313 avec l'utilisation de la poudre dans les canons, les boulets furent projetés de plus en plus loin. Les premières bouches à feu et couleuvrines avaient une portée de 500 m environ. Au XVe siècle, les frères Bureau réorganisèrent l'artillerie de campagne, en

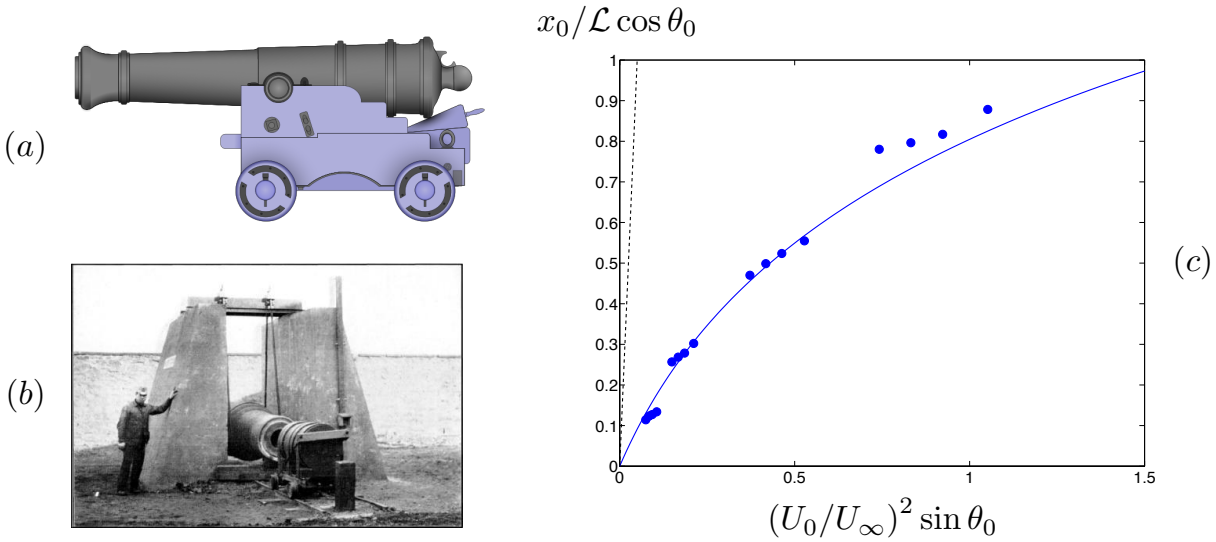


FIGURE 5.6 – (a) Schéma d'un canon de calibre 30. (b) Photographie d'un pendule balistique : le mouvement du pendule après l'impact inélastique d'un boulet permet de déterminer sa vitesse. (c) Portée expérimentale adimensionnée $x_0/\mathcal{L}\cos\theta_0$ des boulets de canon, déterminée par Félix Hélié en fonction de la vitesse initiale adimensionnée $(U_0/U_\infty)^2\sin\theta_0$ (•). La ligne continue (–) correspond à l'expression (4.14) calculée avec les mêmes conditions initiales et la ligne pointillée (...) correspond à la portée gravitaire. La longueur aérodynamique des boulets utilisés est $\mathcal{L} = 3.10^3$ m, les vitesses initiales varient entre 372 et 415 m/s et les angles de tir entre 1° et 10°.



FIGURE 5.7 – Siège de Saragosse, 789 (à gauche). Siège de Saint-Jean-d'Acre, 1191 (au centre). Siège de Caffa, 1346 (à droite).

développant l'utilisation du canon. Ils fabriquèrent des canons plus petits, plus facilement transportables. Ils utilisèrent des boulets en métal plutôt qu'en pierre, projetés plus loin et faisant plus de dégâts. En 1732 le colonel Vallière fixa, à l'aide de tables de construction, les calibres et dimensions de toutes les bouches à feu. L'art de la fonderie était suffisamment abouti pour que ces dimensions soient respectées, et l'uniformité dans la construction des canons date de cette époque. Après la guerre de succession d'Autriche (1741), Gribeauval incita à une vaste réforme, adoptée en 1765. Il fit de nouvelles tables de constructions où toutes les dimensions des matériels étaient fixées, et obligea les arsenaux à les suivre scrupuleusement. Les canons coulés pleins étaient désormais forés pour l'intérieur et tournés pour l'extérieur. Il sépara clairement les matériels de campagnes, de siège, de place, de côte, et leur apporta de nombreux perfectionnements. Les matériels de campagnes furent fortement allégés. En 1825, le système Valée permit d'améliorer la mobilité du matériel de campagne, en le faisant tracter par des chevaux. En 1858, le système La Hitte avec un canon rayé et un obus oblong est adopté. La précision et la portée du tir sont accrues. En 1900, le canon de 75 est expérimenté pendant la campagne de Chine. Il est muni d'un frein hydraulique qui absorbe le recul du canon pendant le tir : le tube coulisse d'un mètre vingt vers l'arrière et reprend sa place. Ce frein permet d'avoir un canon relativement léger (1 tonne) qui peut être tiré par six chevaux, avec une portée de 6 km. Au début du XXe siècle, la traction automobile permet d'emmener des canons plus lourds sur les lieux d'affrontements. L'évolution ultime du canon est le CAESAR (Camion Equipé d'un Système d'ARtillerie), un canon 155 fixé sur un camion qui peut se déplacer à 100 km/h sur route (ou 50 km/h en tout-terrain) et qui a une portée de 42 km. Pour résumer, les progrès de l'artillerie au cours du temps ont été faits sur deux plans : technologique et stratégique. Sur le plan technologique, les matériaux et les procédés de fabrication des canons et des boulets ont été améliorés. Plusieurs innovations ont été faites sur la forme des obus, sur les rayures des canons. Sur le plan stratégique, des efforts ont été faits pour uniformiser les calibres des canons, les tailles de boulets, les dosages et la qualité de la poudre. Sous l'impulsion de Louis Napoléon Bonaparte, l'artillerie est devenue plus légère et plus mobile, d'abord tractée par des chevaux, puis motorisée.

Le tableau 5.3 présente quelques engins d'artillerie, leur portée, une bataille célèbre lors de laquelle il a servi, et une estimation de la distance entre les lignes ennemies, faite à partir de cartes militaires de chaque bataille, dont deux exemples sont montrés sur la figure 5.8 pour la bataille de Fontenoy, en 1745 et la bataille de Valmy, en 1792. On observe que la portée des armes a augmenté au cours du temps : de 200 m pour l'artillerie névrobalistique à 42 km pour le CAESAR. On observe aussi que la taille des champs de bataille a augmenté avec la portée des armes et qu'elle est du même ordre de grandeur. Même si la guerre est loin d'être un jeu, on retrouve le même résultat que sur les terrains de sport.

Engin d'artillerie	Portée (m)	Bataille	Date	Distance (m)
Mangonneau	160	Siège de Saragosse	789	
Trébuchet	200	Siège de Saint-Jean-d'Acre	1191	
Trébuchet	200	Siège de Bagdad	1258	
Trébuchet	200	Siège de Caffa	1346	
Couleuvrine	450	Bataille de Castillon	1453	500
Canons de 24 *de batterie*		Siège de Besançon	1674	1000
Canons de 24 *Vallière*	3200	Bataille de Fontenoy	1745	3200
Canons de 24 *Gribeauval de siège*	3200	Siège de Yorktown	1781	3600
Canons de 12 *Gribeauval de campagne*	1800	Bataille de Valmy	1792	2000
Canons de 30 *La Hitte*	3200	Bataille de Solferino	1859	3000
Canons de 75	6000	Campagne de Chine	1900	4000
105 HM2	11000	Guerre d'Indochine	1945	
105 L36	16000	Guerre d'Indochine	1945	
155	32000	Guerre du Golfe	1991	
Caesar	42000	Afghanistan	2009	
		Mali	2013	

TABLE 5.3 – Engins d'artillerie du Moyen-Age à nos jours, portée associée, nom et date de la bataille ou du siège célèbre au cours duquel l'engin a servi, et taille du champ de bataille associé.

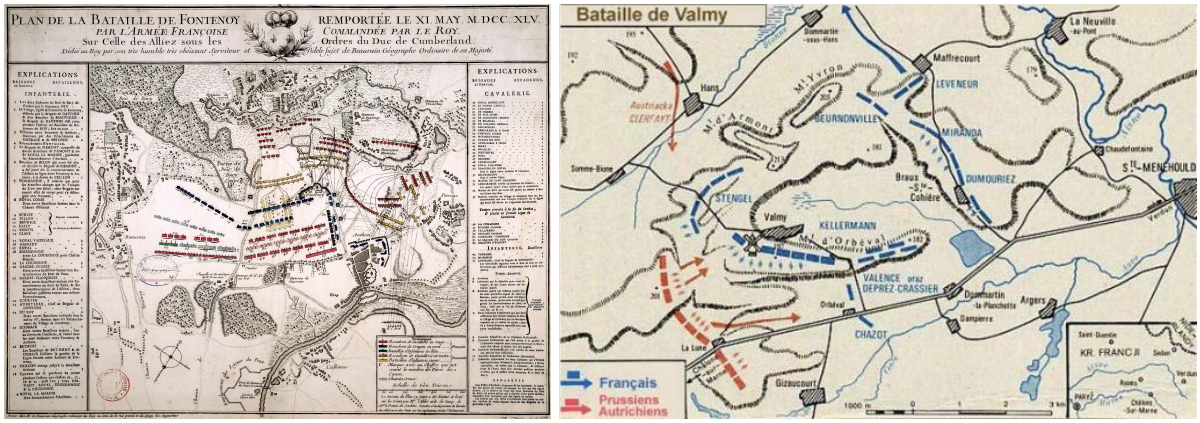


FIGURE 5.8 – Carte de la bataille de Fontenoy, 1745 (à gauche) et de la bataille de Valmy, 1792 (à droite).

5.3 Portée des lances à incendie



FIGURE 5.9 – Exemples de trajectoires des jets d'eau issus d'une lance à incendie.

Les lances à incendie des pompiers et les systèmes d'arrosage des champs produisent des jets dont la forme nous rappelle la trajectoire disymétrique du badminton (cf. figure 5.9). Les gouttes d'eau qui constituent le jet sont éjectées à grande vitesse par la buse et soumises à la gravité et aux frottements de l'air : on observe là encore une Tartaglia. Pour les pompiers, il est important de connaître la portée des lances à incendie pour savoir à quelle distance se placer du feu. Pour les constructeurs de matériel de lutte contre les incendies, le but est d'augmenter la portée des lances. Il existe des abaques (cf. figure 5.10) détaillant les portées des buses en fonction de l'angle de tir et du débit d'eau ou de la pression du réservoir. De manière étonnante, la portée ne semble pas saturer lorsque la pression du réservoir augmente. Mais nous ne sommes pas certains de la manière dont ces abaques ont été déterminées. Les calculs que nous avons menés pourraient permettre de vérifier ces abaques et de prédire sur quels paramètres jouer pour faire varier la portée des lances. En particulier on observe sur la figure 5.10 que la portée augmente avec la taille de la buse.

Plus quantitativement, nous avons étudié l'évolution de la portée du jet d'eau en fonction de la vitesse d'éjection de l'eau. Les expériences ont été menées dans le centre d'essais de l'entreprise POK S.A., qui construit du matériel de lutte anti-feu. Nous avons utilisé une buse convergente présentée sur la figure 5.11-(b). L'angle de tir était maintenu constant et égal à $\theta_0 = 30°$, et nous avons réalisé les essais pour deux diamètres de buse ($D = 6$ et 12 mm) en faisant varier le débit. S'il est aisé de déterminer la longueur aérodynamique d'un projectile solide, c'est plus compliqué pour un jet qui se fragmente en gouttes de tailles diverses. C'est pourquoi les données expérimentales sont adimensionnées par le diamètre de la buse D et non par $\mathcal{L}$. La figure 5.11-(c) présente l'évolution de la portée adimensionnée $2x_0/D\cos\theta_0$ avec le carré de la vitesse réduite $U_0^2\sin\theta_0/gD$ pour un diamètre de buse $D = 6$ mm (•) et $D = 12$ mm (•). Les deux séries de points se superposent, semblant justifier le choix d'adimensionnement de la portée. De plus, on observe une saturation de la portée des jets avec la vitesse initiale, caractéristique des trajectoires Tartaglia. L'expression analytique de la portée $x_{0\,th} = \mathcal{L}/2\,\cos\theta_0 \ln\left[1 + (4U_0^2/g\mathcal{L})\sin\theta_0\right]$ est utilisée pour ajuster les données. L'angle initial est fixé $\theta_0 = 30°$, et la vitesse initiale U_0 est donnée par la mesure du débit pour chaque essai. Le seul paramètre d'ajustement est la longueur aérodynamique du jet $\mathcal{L}$. Les meilleurs ajustements sont présentés pour $D = 6$ mm avec $\mathcal{L} = 20{,}3$ m (–) et $D = 12$ mm avec $\mathcal{L} = 40{,}3$ m (–). Pour comprendre l'ordre de grandeur de

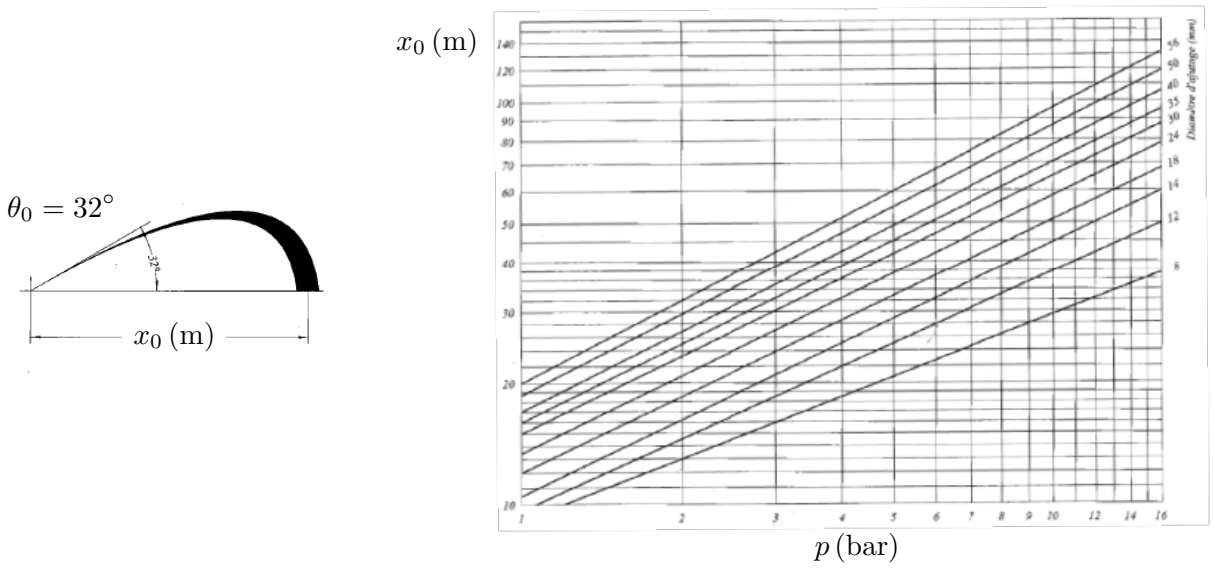


FIGURE 5.10 – Exemple d'abaques de la portée du jet x_0 en fonction de la pression du réservoir d'eau p, pour différents diamètres du buses de 8 à 56 mm.

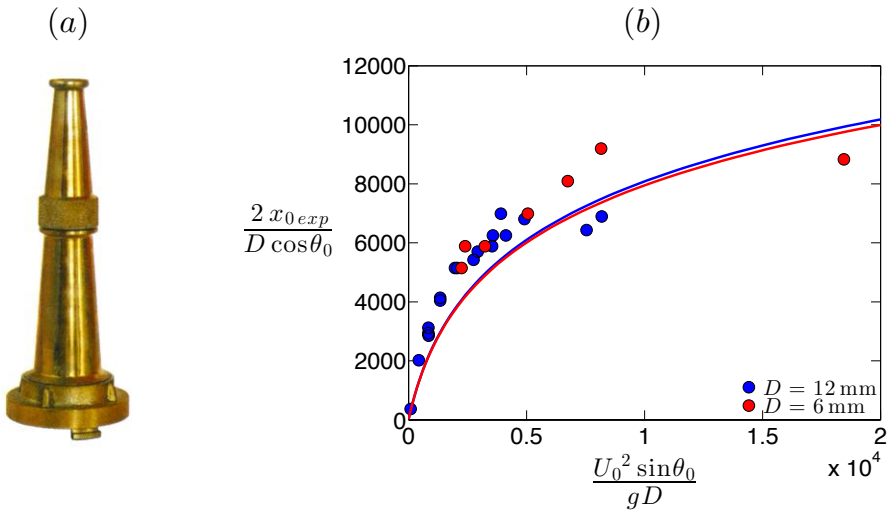


FIGURE 5.11 – (a) Buse de lance à incendie convergente. (b) Portée expérimentale adimensionnée d'un jet d'eau en fonction du carré adimensionné de sa vitesse en sortie de buse. Les points bleus correspondent à la buse de diamètre D = 6 mm et les points rouges à celle de diamètre D = 12 mm. Les lignes continues représentent l'ajustement de chaque série de données avec l'expression (4.14) où $\mathcal{L}$ est considéré comme un paramètre ajustable.

cette longueur caractéristique, on peut considérer que la buse éjecte des paquets d'eau de la taille de la buse D. On exprime alors la longueur $\mathcal{L} = 2M/\rho S C_D = 4\rho_{eau} D/\rho\, C_D$, avec ρ_{eau} la masse volumique de l'eau éjectée. D'après les mesures de vitesses terminales de gouttes d'eau [191], on peut estimer le coefficient de traînée associé à ces particules : $C_D = 0{,}44$. On obtient alors des valeurs de $\mathcal{L} = 23\,\mathrm{m}$ pour la buse de diamètre $D = 6\,\mathrm{mm}$ et $\mathcal{L} = 45\,\mathrm{m}$ pour la buse de diamètre $D = 12\,\mathrm{mm}$. D'après ce travail, même si le jet se brise, sa portée peut être prédite par l'expression analytique (4.14) que nous avons établie.

Un pompier qui veut augmenter la portée du jet, pense d'abord à augmenter le débit d'eau. Mais on a vu que la portée dépend du logarithme de la vitesse : à partir d'une certaine valeur du débit $\mathcal{D}_\infty = \pi(D/2)^2 U_\infty$, augmenter le débit n'aura qu'une faible influence sur la portée. En revanche, on peut jouer sur la valeur de ce débit ($\mathcal{D}_\infty = 120\,\mathrm{L/min}$ pour la buse de diamètre $D = 12\,\mathrm{mm}$ et $\mathcal{D}_\infty = 24\,\mathrm{L/min}$ pour la buse de diamètre $D = 12\,\mathrm{mm}$), on a intérêt à choisir un plus gros diamètre de buse pour retarder la saturation de la portée. On peut aussi jouer sur le paramètre $\mathcal{L} = 2M/\rho S C_D$ puisque la portée est proportionnelle à $\mathcal{L}$. En particulier, il faut maximiser le rapport masse sur section M/S. C'est pourquoi un jet bâton a une plus grande portée qu'un jet diffusé. Dans le jet bâton, l'eau reste en paquet cylindrique (cf.figure 5.12-(a_1) et (b)) alors que le jet est brisé en fines gouttelettes dans un jet diffusé (cf.figure 5.12-(a_2) et (c)). Le jet bâton permet d'atteindre le foyer de l'incendie et l'éteindre à distance, alors que le jet diffusé sert plutôt à refroidir une zone et former un écran protecteur pour contenir le feu.

(a_1)

(a_2)



(b)

(c)

FIGURE 5.12 – Jet bâton (a_1) et (b). Jet diffusé (a_2) et (c)

5.4 Profondeur de plongeon

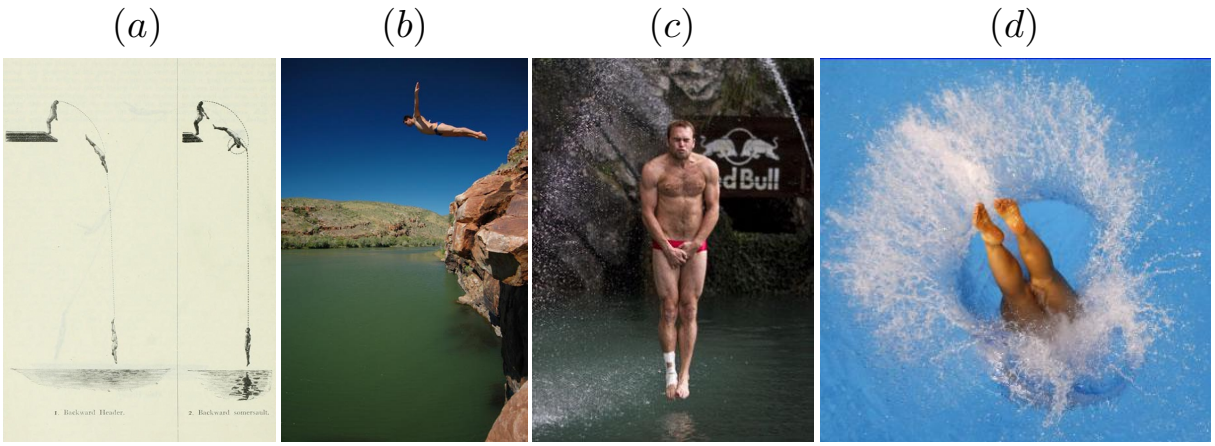


FIGURE 5.13 – (a) Plongeon de 10 m. Compte-rendu des Jeux Olympiques de Sydney 1912. (b) et (c) Plongeon extrême : les plongeurs sautent de 26 m de haut dans 5 m d'eau. Ils atteignent 90 km/h. (c) et (d) Entrée dans l'eau.

Une autre application de ce travail est la distance de freinage dans l'eau lors d'un plongeon. Lors des épreuves de plongeon aux Jeux Olympiques, les plongeurs s'élancent de 3 ou 10 m de haut, effectuent des figures et entrent dans l'eau verticalement la tête la première. Selon le règlement, la profondeur de la piscine doit être au moins égale à 5 m pour la sécurité des participants. Lors des championnats de plongeon de haut vol en milieu naturel, les plongeurs s'élancent de 26 m de haut, réalisent des figures et entrent les pieds en avant dans un fond naturel. Conscients des dangers, les organisateurs limitent la hauteur de saut à 28 m au maximum et mesurent une distance de freinage dans l'eau d'environ 4 m. Nous allons voir comment les calculs de hauteur maximale d'un projectile peuvent nous aider à comprendre le freinage du plongeur dans l'eau.

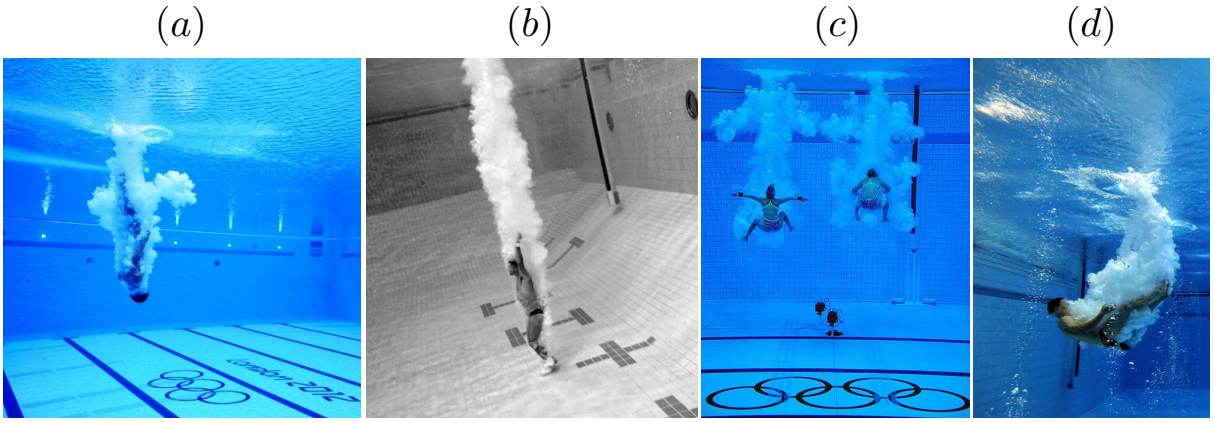


FIGURE 5.14 – Décélération du plongeur dans l'eau.

Quand le plongeur pénètre dans l'eau avec une vitesse grande devant sa vitesse terminale, il est soumis à son poids, à la poussée d'Archimède, à la traînée hydrodynamique et aux effets de masse ajoutée [192, 193]. Comme on flotte au repos ($\rho_{corps}/\rho_{eau} \approx 0.9$), la poussée d'Archimède est supérieure au poids et la résultante de toutes les forces sera dirigée vers le haut. Le plongeon (avec une vitesse initiale vers le bas et une résultante des forces

vers le haut) est l'analogue du tir vertical (avec une vitesse initiale vers le haut et le poids vers le bas). Lors du plongeon dans l'eau on atteint une profondeur maximale, comme le projectile lancé verticalement dans l'air atteint une hauteur maximale. Pour cette limite verticale, il existe une solution analytique exacte, comme nous l'avons vu au paragraphe 4.3.1. On cherche à exprimer la profondeur maximale atteinte en fonction de la hauteur de saut. Pour cela, on décompose le saut en trois phases (cf. figure 5.15) : la chute libre dans l'air (a), l'entrée dans l'eau et l'impact à la surface (b) et la décélération dans l'eau (c). On considère le cas le plus simple du saut « bouteille » : le sauteur maintient son corps vertical et les pieds en bas pendant tout le saut. Le sauteur expose donc toujours la même section $S \approx 0{,}13\,\mathrm{m}^2$ (qui correspond à la section d'un disque de diamètre $D \approx 40\,\mathrm{cm}$).

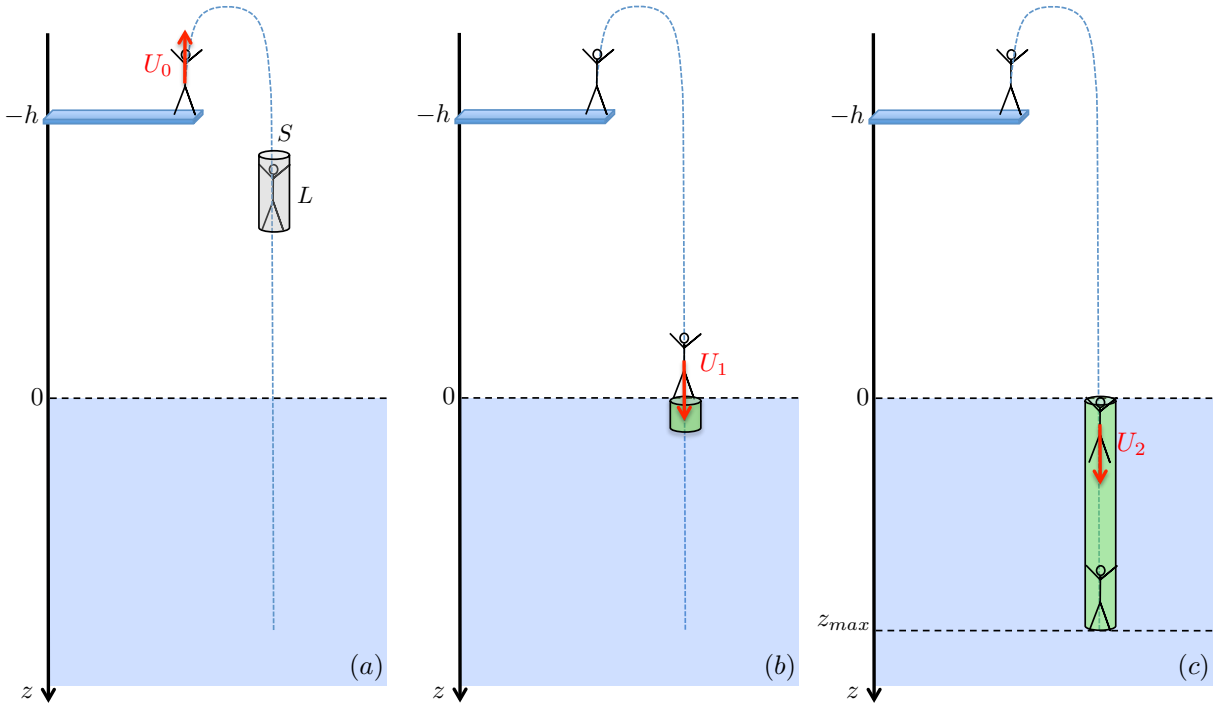


FIGURE 5.15 – Schéma du plongeon : (a) Chute libre dans l'air : le plongeur part de la position $z = -h$ avec une vitesse initiale verticale U_0, dirigée vers le haut, et retombe sous l'effet de la gravité. (b) Entrée dans l'eau : les pieds du plongeur arrivent en $z = 0$ avec une vitesse U_1 et le sauteur subit l'impact de la surface. Après l'impact (en $z \approx D = \sqrt{S/\pi}$), sa vitesse est $U_2 < U_1$. (c) Décélération jusqu'à l'arrêt : l'eau freine le plongeur jusqu'à l'arrêt à une profondeur z_{max}.

Chute libre dans l'air

La position des pieds du sauteur est repérée par la profondeur z (l'axe vertical $\mathbf{e}_z$ est orienté vers le bas et son origine est prise à la surface de l'eau, comme schématisé sur la figure 5.15) et sa vitesse est notée $\mathbf{U(z)} = U(z)\,\mathbf{e_z}$. Le sauteur s'élance du plongeoir (en $z = -h$), avec une vitesse initiale $U_0 = U(-h) \approx 5\,\mathrm{m/s}$, vers le haut ($\mathbf{U}_0 = -U_0\,\mathbf{e}_z$). Dans cette phase de chute dans l'air, on peut négliger la traînée : $1/2\rho S C_D U^2 \approx 0{,}05\,U^2$ (où $\rho = 1{,}2\,\mathrm{kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air et $C_D \approx 0{,}4$ son coefficient de traînée) devant le poids $Mg \approx 800\,\mathrm{N}$ pour des vitesses $U \ll 126\,\mathrm{m/s}$. Le sauteur fait une chute libre et arrive à la surface de l'eau ($z = 0$) avec une vitesse $U_1 = (2gh + U_0^2)^{1/2}$. La figure 5.16-(a)

montre l'évolution de la vitesse d'entrée dans l'eau U_1 en fonction de la hauteur de chute h dans le cas de la chute libre (–, $C_D = 0$). On superpose à cette courbe, les variations de $U_1(h)$ lorsqu'on prend en compte la traînée aérodynamique (...). La vitesse atteinte au bout d'une distance h augmente avec la racine de h. On observe que l'effet de la traînée est très faible et n'intervient que pour les très grandes hauteurs. Le plongeur le plus fou a établi le record de plonger de 54 m de haut. On relève quelques valeurs : pour une hauteur de $h = 10$, et 26, 54 et 100 m, le sauteur arrive les pieds dans l'eau avec une vitesse $U_1 = 15$ et 23, 33 et 45 m/s. A ces vitesses, l'impact avec la surface de l'eau peut être très violent, le plongeur doit arriver très vertical pour minimiser la surface d'impact et éviter de faire un plat.

Entrée dans l'eau

Lorsqu'il arrive à la surface ($z = 0$), le sauteur subit un impact inélastique avec l'eau. Les molécules d'eau sur son chemin sont accélérées radialement lorsque le sauteur s'enfonce. On peut exprimer cet effet de masse ajoutée en faisant un bilan de quantité de mouvement. Une partie de la quantité de mouvement du sauteur est communiquée au fluide : $M(U_1 - U_2) = M_a U_2$, où M est la masse du sauteur, M_a sa masse ajoutée, U_1 la vitesse du sauteur juste avant l'impact et U_2 la vitesse du sauteur après l'impact. La masse ajoutée d'un disque de diamètre D qui entre dans l'eau est décrite par [194] : $M_a = \rho_e D^3/6$. Elle correspond à une sphère de fluide de diamètre égal au diamètre de la section exposée par le sauteur. On en déduit la vitesse du sauteur après l'impact avec la surface de l'eau $U_2 = U(z = D)$:

$$U_2 = \frac{U_1}{\alpha} \quad avec \quad \alpha = 1 + \frac{M_a}{M} \tag{5.2}$$

Pour un sauteur de masse $M = 80$ kg, en position bouteille ($S \approx 0{,}13\,\mathrm{m}^2$), on évalue la masse ajoutée $M_a \approx 11$ kg soit 14% de sa masse. Après l'impact, la vitesse du sauteur a diminué de 14%. La figure 5.16-(a) montre l'évolution de la vitesse du sauteur après l'impact à la surface de l'eau U_1 en fonction de la hauteur de chute h en ligne pointillée (...).

Décélération dans l'eau

Lorsque le sauteur est sous l'eau, il est soumis à plusieurs forces :
- son poids $M\mathbf{g}$,
- à la traînée hydrodynamique $-1/2\rho_e S C_D U \mathbf{U}$ (environ 1000 fois supérieure à la traînée aérodynamique à cause du rapport des densités de l'eau et de l'air),
- à la poussée d'Archimède $\mathbf{\Pi} = -\rho_e V_d \mathbf{g}$ (où $V_d \approx SL$ est le volume d'eau déplacé),
- aux effets de masse ajoutée, que l'on peut écrire $-M_a\, dU/dt$. On peut considérer ce terme comme une correction de masse dans le terme d'inertie. Comme le sauteur est en train de décélérer ($dU/dt < 0$), les effets de masse ajoutée ont tendance à l'attirer vers le fond à cause de l'inertie du fluide entraîné. On considère que la masse d'eau entraînée est toujours $M_a = \rho_e D^3/6 = 4/3\rho_e\,(S/\pi)^{3/2}$.

L'équation du mouvement du projectile (de masse M et de section S) projeté sur l'axe vertical z s'écrit :

$$M\,\frac{dU}{dt} = Mg - \rho_e\, S\, L\, g - \frac{1}{2}\,\rho_e\, S\, C_D\, U^2 - M_a\,\frac{dU}{dt} \tag{5.3}$$

On peut définir la longueur hydrodynamique du sauteur $\mathcal{L}_e = 2M/\rho_e S C_D \approx 2{,}7$ m et sa vitesse terminale dans l'eau $U_\infty^e = (\mathcal{L}_e g)^{1/2} \approx 5{,}1$ m/s et réécrire cette équation en variables

adimensionnées avec $\overline{U} = U/U_\infty^e$ et $\overline{z} = z/L$ (où L est la taille du sauteur) :

$$\frac{\alpha\mathcal{L}_e}{2L}\frac{d\overline{U}^2}{d\overline{z}} + \overline{U}^2 = 1 - \frac{2L}{C_D\mathcal{L}_e} \tag{5.4}$$

On peut l'intégrer l'équation (5.4) avec la condition $U(z = D) = U_2$, déterminée précédemment. On en déduit que la vitesse du sauteur sous l'eau est donnée par :

$$\overline{U}^2 = \left[\overline{U}_2{}^2 + \frac{2L}{C_D\mathcal{L}_e} - 1\right] e^{2(D-z)/\alpha\mathcal{L}_e} + 1 - \frac{2L}{C_D\mathcal{L}_e} \tag{5.5}$$

On en déduit que la profondeur z_{max}, pour laquelle la vitesse du sauteur s'annule $U(z_{max}) = 0$ s'écrit :

$$\overline{z} = \frac{z_{max}}{L} = \frac{D}{L} + \frac{\alpha\mathcal{L}_e}{2L}\ln\left[1 + \frac{\overline{U}_2{}^2}{2L/C_D\mathcal{L}_e - 1}\right] \tag{5.6}$$

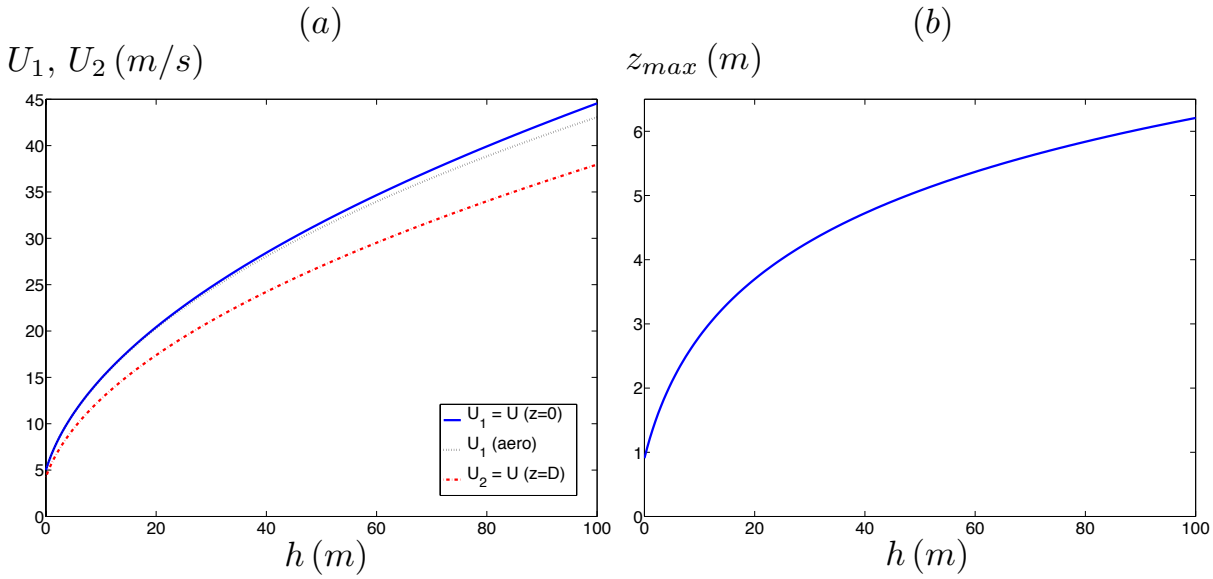


FIGURE 5.16 – (a) Vitesse d'entrée dans l'eau U_1 ($C_D = 0$ –, $C_D = 0{,}4$ ...), et vitesse après l'impact à la surface de l'eau U_2 (...) en fonction de la hauteur de saut h . (b) Profondeur de pénétration dans l'eau du sauteur z_{max} en fonction de la hauteur de saut h.

La figure 5.16-(b) montre l'évolution de la profondeur maximale atteinte z_{max} en fonction de la hauteur de chute h (–). La profondeur sature avec la vitesse U_2 et donc avec la hauteur de saut h. On observe une dépendance faible de la profondeur de pénétration avec la vitesse d'entrée dans l'eau, comme c'était le cas pour la hauteur maximale d'un projectile. Pour un saut (irréaliste) de 100 m de haut, la profondeur de pénétration dans l'eau est environ trois fois la taille du sauteur : $3L \approx 6\,m$. Un plongeur ne s'enfoncera jamais plus de trois fois sa taille. Ce résultat est obtenu pour un sauteur qui reste vertical au cours du mouvement, comme sur les figures 5.14-(a) et (b). Dans l'eau, il peut se déformer pour augmenter sa section : en se mettant en boule (cf. figure 5.14-(c)) ou complètement à plat (cf. figure 5.14-(d)). Si la section du corps est plus grande ($S_{boule} \approx 0{,}4\,\mathrm{m}^2$ et $S_{plat} \approx 0{,}77\,\mathrm{m}^2$), la longueur hydrodynamique est plus faible ($\mathcal{L}_e = 2M/\rho_e S C_D \approx 88\,\mathrm{cm}$ pour un sauteur en boule et 46 cm pour un sauteur à plat), donc la distance sur laquelle le sauteur décélère

	h (m)	U_1 (m/s)	U_2 (m/s)	z_{max} (m)	z'_{max} (m)	z''_{max} (m)
Plongeon Olympique	10	15	12,7	2,8	1,7	1,3
Plongeon de haut vol	26	23	19,7	4,1	2,2	1,5
Record	54	32	28	5,2	2,6	1,7
Objectif fou	100	43,1	38	6,2	2,9	1,9

TABLE 5.4 – Données obtenues : hauteur de saut (h), vitesse atteinte à la surface de l'eau (U_1), vitesse atteinte lorsque le corps est entièrement immergé (U_2), profondeur maximale atteinte pour un saut bouteille (z_{max}) et lorsque le plongeur se met en boule (z'_{max}) ou à l'horizontale sous l'eau (z''_{max}) pour quelques plongeons particuliers : le plongeon olympique à 10 m, le plongeon de haut vol, le plus haut plongeon réalisé et un plongeon imaginaire de 100 m.

est plus courte. La figure 5.17-(a) montre l'évolution de la profondeur maximale atteinte adimensionnée par la taille du sauteur z_{max}/L avec la hauteur de saut h dans le cas où le sauteur se met en boule (...) ou à plat (...) après être entré dans l'eau. On observe que la profondeur maximale sature alors à $1{,}7\,L \approx 3{,}1$ m pour le sauteur en boule et $1{,}2\,L \approx 2$ m pour le sauteur à plat.

Le tableau 5.4 rassemble les résultats obtenus pour les quelques plongeons discutés : la hauteur de saut h, la vitesse du sauteur lorsque ses pieds touchent la surface de l'eau U_1, sa vitesse une fois que le corps est totalement immergé U_2, et la profondeur de pénétration si le sauteur reste en « bouteille » z_{max}, ou s'il se met en boule z'_{max}, ou encore à plat z''_{max} une fois entré dans l'eau. On observe que la vitesse diminue de 14% après l'impact à la surface. Pour le plongeon olympique, la profondeur de pénétration est de l'ordre de 3 m : si la piscine est profonde de 5 m, les plongeurs ne courent aucun risque. Pour le plongeon de haut vol de 26 m, la profondeur atteinte est 4 m, qui correspond aux observations des organisateurs.

Au premier ordre, la distance de freinage dépend surtout du coefficient $\alpha\mathcal{L}_e/2L = (M + M_a)/\rho_e SLC_D$. En particulier plus le rapport de la masse du sauteur sur la section exposée M/S est grand, et plus il parcourt une grande distance avant de s'arrêter. La figure 5.17-(b) montre l'évolution de la profondeur maximale atteinte adimensionnée par la taille du sauteur z_{max}/L avec la hauteur de saut h lorsque la longueur hydrodynamique $\mathcal{L}_e$ varie. (On fait par exemple varier la masse du sauteur : M = 60, 80 ou 100 kg, en gardant les autres paramètres constants, ce qui correspond à des longueurs hydrodynamiques $\mathcal{L}_e$ = 2, 2,7 et 3,4 m). On observe que plus cette longueur est grande , et plus le sauteur s'enfonce dans l'eau. Ainsi des individus qui sont plus denses (par exemple constitués de plus de muscles) atteignent une profondeur plus grande. A masse égale, plus la section exposée est grande et plus le sauteur est freiné sur une courte distance. C'est pourquoi le fou qui saute de 11 m de haut à plat dans une piscine remplie de 30 cm d'eau ne se tue pas. Il décélère suffisamment pour que l'impact au fond de la piscine ne soit pas trop violent. Mais si le danger de toucher le fond à grande vitesse est écarté, l'impact à la surface peu faire mal. Pour les crashs auto, on considère que les dégâts à l'impact sont proportionnels à la décélération à la puissance 2/5. Une décélération trop violente, comme un plat de 11 m peut être douloureux.

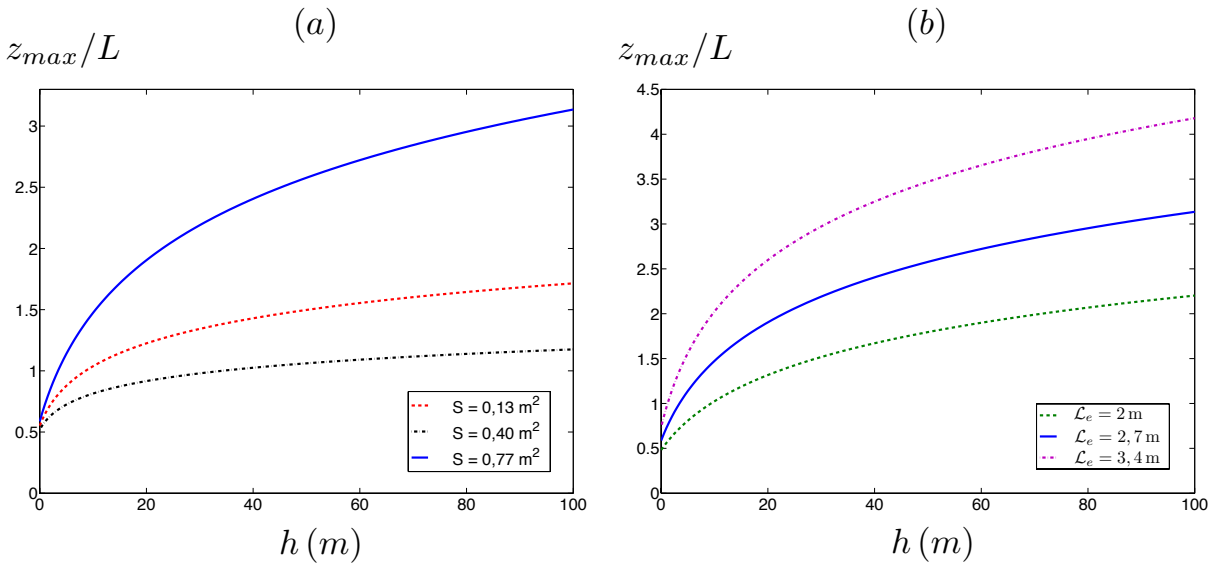


FIGURE 5.17 – Profondeur de pénétration dans l'eau z_{max}/L (pour un sauteur de taille L = 1,80 m) en fonction de la hauteur de saut h pour différents paramètres : (a) pour $\mathcal{L}_e$ = 2,7 m et pour différentes sections de corps et (b) pour un saut bouteille S = 0,13 m² et pour différents $\mathcal{L}_e$.

5.5 Modification de la trajectoire avec la rotation

5.5.1 Dégagement du gardien de football

Dans l'étude que nous avons menée, nous nous sommes placés dans le cas où le projectile est soumis à la gravité et à la force aérodynamique qui se réduit à la traînée. Lorsque la sphère tourne, elle subit une force latérale due à l'effet Magnus. Pour comprendre l'effet de la rotation sur les trajectoires Tartaglia et sur leur portée, on s'intéresse aux dégagements des gardiens de football.

Les gardiens frappent le ballon par dessous et mettent toujours beaucoup de rotation (backspin) dans leurs dégagements. Nous avons filmé à la caméra rapide des dégagements effectués par les gardiens de foot entraînés par Christian Puxel à Juvisy et Lonjumeau (Audrey Mallet, Sébastien et Vincent). Le ballon utilisé est caractérisé par sa longueur aérodynamique : $\mathcal{L} \approx 86$ m.

La figure 5.18 montre la chronophotographie d'un long dégagement, vu de côté depuis les tribunes (a). La forme de la trajectoire rappelle une Tartaglia. L'agrandissement (b) nous permet de mesurer précisément l'angle, la vitesse et la vitesse de rotation au départ du ballon : U_0 = 29 m/s, ω_0 = 5 tr/s et θ_0 = 22°. La figure 5.18-(c) compare la trajectoire expérimentale (∘) avec le résultat de l'intégration numérique de l'équation (4.2) avec les conditions initiales mesurées (...) et $\mathcal{L} \approx 86$ m. La différence entre la trajectoire expérimentale et le résultat de l'intégration est très grande (environ 30%). La portée expérimentale est de 59 m alors qu'on prédit une portée de 42 m pour la Tartaglia avec les mêmes conditions initiales. La hauteur maximale expérimentale est quasiment deux fois plus grande que la hauteur prédite pour la Tartaglia. Pour comprendre ces différences, il faut prendre en compte la rotation du ballon dans les équations de la dynamique.

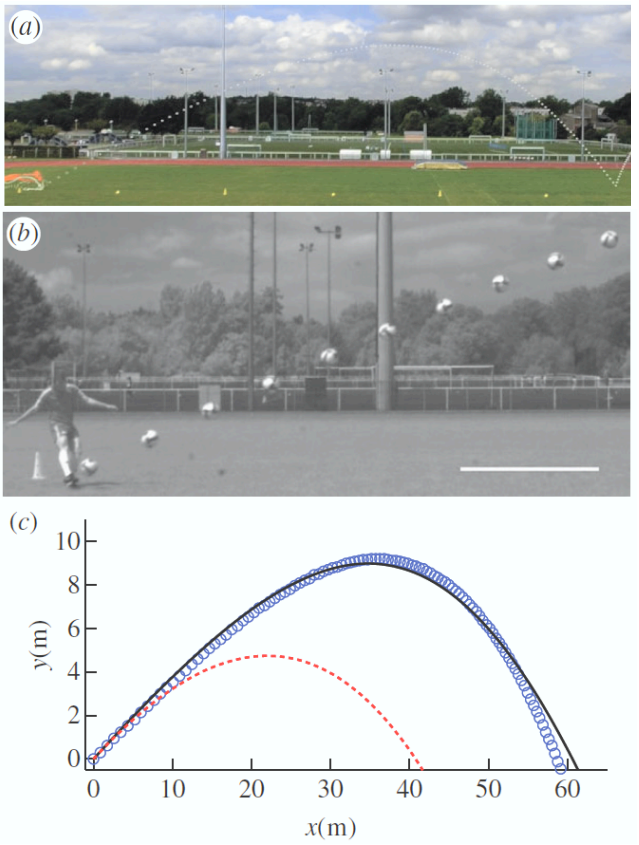


FIGURE 5.18 – Dégagement d'un ballon de football par un gardien de Juvisy : (a) Chronophotographie de la trajectoire. Le pas de temps est de 33 ms et la distance entre deux plots jaunes est égale à 10 m. (b) Agrandissement sur la zone de frappe. Le pas de temps est de 40 ms et la barre blanche mesure 2 m. Les conditions initiales sont : $U_0 = 29\,\text{m/s}$, $\omega_0 = 5\,\text{tr/s}$ et $\theta_0 = 22°$. (c) Comparaison de trajectoire expérimentale du dégagement (∘), de l'intégration numérique de l'équation (4.2) avec les conditions initiales mesurées et $\omega_0 = 0$ (...), et de l'intégration de l'équation (5.7) avec les conditions initiales mesurées (−).

5.5.2 Equations de la trajectoire

On considère que le ballon est en rotation à vitesse constante $\underline{\omega}_0$ autour de la direction z normale au plan de la trajectoire ($\underline{\omega}_0 = \omega_0 \mathbf{e}_z$). Alors la trajectoire reste dans le plan mais sa forme et sa portée sont modifiées. En tenant compte de la force latérale due à la rotation, explicitée au paragraphe 4.1, l'équation du mouvement devient :

$$M\frac{d\mathbf{U}}{dt} = M\mathbf{g} - \frac{1}{2}\rho C_D \pi R^2 U\mathbf{U} + \frac{1}{2}\rho C_R \pi R^3 \underline{\omega}_0 \wedge \mathbf{U}. \tag{5.7}$$

Cette équation peut être réécrite en projection sur les directions $\mathbf{t}$ et $\mathbf{n}$, définies sur la figure 4.4, et sous forme adimensionnée avec $\overline{s} = s/\mathcal{L}$, $\overline{U} = U/U_0$ et $\overline{t} = t/U_0\mathcal{L}$. On obtient les deux équations suivantes :

$$\frac{d\overline{U}}{d\overline{t}} = -\left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2 \sin\theta - \overline{U}^2 \tag{5.8}$$

$$\frac{d\theta}{d\overline{t}} = -\left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2 \frac{\cos\theta}{\overline{U}} + \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_R}\frac{R\omega_0}{U_0} \tag{5.9}$$

où $\mathcal{L}_R = 2M/\rho\pi R^2 C_R$ est la longueur caractéristique sur laquelle la trajectoire se courbe à cause de la rotation. Les deux paramètres sans dimension qui caractérisent l'effet de la rotation sur la trajectoire sont $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$ et $Sp_0 = R\omega_0/U_0$. Ce dernier paramètre que l'on nomme le nombre de spin compare les vitesses de rotation et de translation. Il rend compte des conditions initiales du lancer alors que $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$ dépend uniquement des caractéristiques de la balle et du fluide environnant. Les équations (5.8) et (5.9) ont été intégrées numériquement avec les conditions initiales du dégagement présenté sur la figure 5.18, en considérant $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$ comme un paramètre ajustable, et avec une longueur aérodynamique $\mathcal{L} \approx 86\,\mathrm{m}$ pour le ballon de foot. La trajectoire expérimentale de la figure 5.18-(c) est bien approchée par la solution pour $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2{,}3$ (−). Cet accord valide l'hypothèse d'une vitesse de rotation ω_0 constante. En fait, elle peut diminuer, mais sur un temps caractéristique beaucoup plus grand que la vitesse linéaire [195]. De plus on vérifie que le coefficient C_R est indépendant du nombre de spin Sp_0 et du nombre de Reynolds Re et on mesure $C_R = 0{,}52$, en accord avec les résultats de Nathan [172] pour les balles de baseball. Il mesure $C_R \approx 0{,}5 \pm 0{,}1$ dans des gammes de Sp_0 et Re caractéristiques du jeu.

Des exemples de solutions numériques des équations (5.8) et (5.9) sont présentés sur la figure 5.19 pour $U_0/U_\infty = 1{,}7$, $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2{,}3$, et pour différentes valeurs du nombre de spin : sans rotation $Sp_0 = 0$ (1) (−), avec une rotation vers l'avant (topspin) $Sp_0 = -0{,}1$ (2) (...) et avec une rotation vers l'arrière (backspin) $Sp_0 = +0{,}1$ (3) (...), et pour un angle initial $\theta_0 = 30°$ (a) ou $\theta_0 = 60°$ (b). Pour les angles faibles (a), on observe que le backspin augmente la portée et la hauteur maximale, alors que le topspin réduit ces deux grandeurs. Pour les angles plus grands (b), ce résultat est toujours vrai pour la hauteur maximale, mais pas pour la portée.

On peut discuter l'hypothèse de la vitesse de rotation ω constante sur toute la trajectoire. L'action de l'air s'oppose à la rotation de la balle. Il existe une couche limite visqueuse d'épaisseur $\delta \sim \sqrt{(}\eta/\rho\omega) \approx 0{,}5\,\mathrm{mm}$ autour du ballon qui tourne à $64\,\mathrm{rad/s}$ (avec $\eta \approx 10^{-3}\,\mathrm{Pa.s}$ la viscosité dynamique de l'air et $\rho = 1{,}2\,\mathrm{kg/m^3}$ sa masse volumique). La surface du ballon ($\propto R^2$) subit une contrainte visqueuse $\eta R\omega/\delta$ qui s'oppose à la rotation. L'équation du moment s'écrit $MR^2\dot{\omega} \sim -(\eta\rho)^{1/2}R^4\omega^{3/2}$ et s'intégre en : $\omega(t)/\omega_0 = 1/(1 + t/\tau_R)^2$, où $\tau_R = 2M/\beta R^2\sqrt{(}\rho\eta\omega_0)$, avec $\beta \approx 3{,}1$ d'après [195]. La rotation est affectée sur un temps caractéristique $\tau_R \approx 686\,\mathrm{s}$ qui est très grand devant le temps que met le ballon pour parcourir

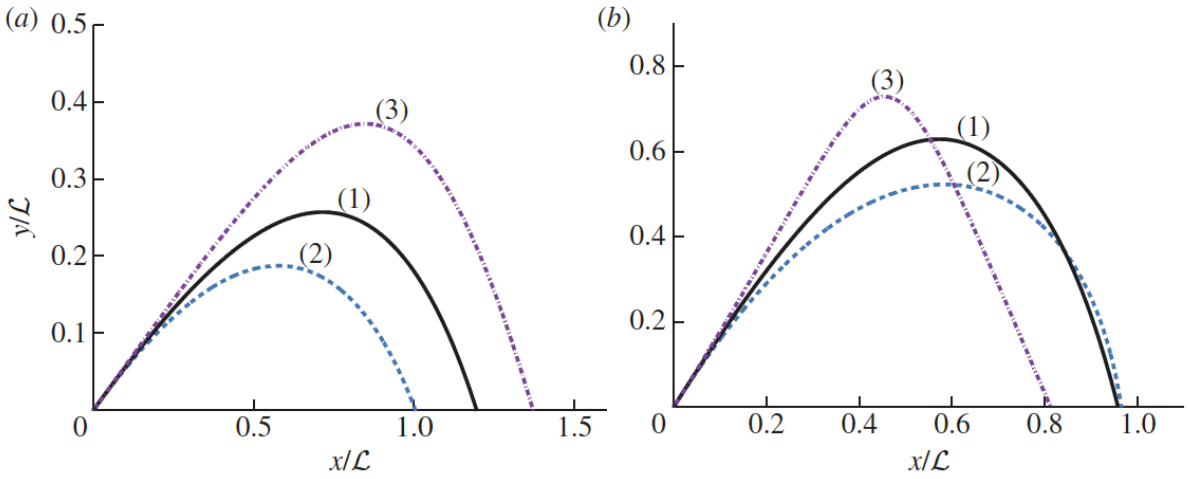


FIGURE 5.19 – Solutions numériques des équations (5.8) et (5.9) pour différentes valeurs du nombre de spin. On choisit $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2{,}3$ et différentes conditions initiales : (a) $\theta_0 = 30°$ et $U_0/U_\infty = 2{,}7$ et (b) $\theta_0 = 60°$ et $U_0/U_\infty = 3{,}2$. Cas sans rotation $Sp_0 = 0$ (1) (–), avec une rotation vers l'avant (topspin) $Sp_0 = -0{,}1$ (2) (...) et avec une rotation vers l'arrière (backspin) $Sp_0 = +0{,}1$ (3) (...).

la trajectoire $\tau \sim \mathcal{L}/U_0 \approx 3\,\text{s}$. Au bout de $\tau \approx 3\,\text{s}$, on a $\omega(\tau) \approx 0{,}99\,\omega_0$, la vitesse de rotation a diminué de 1% : on peut considérer qu'elle reste constante au cours de la trajectoire.

5.5.3 Modification de la portée

Les résolutions numériques permettent d'obtenir l'évolution de la portée en faisant varier les paramètres ainsi que les conditions initiales. La figure 5.20 présente les effets du nombre de spin Sp_0 (a) et de l'angle initial du tir θ_0 (b) sur la portée, en prenant $U_0/U_\infty = 1{,}7$ et $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2{,}3$, qui sont les valeurs des paramètres pour le ballon de football.

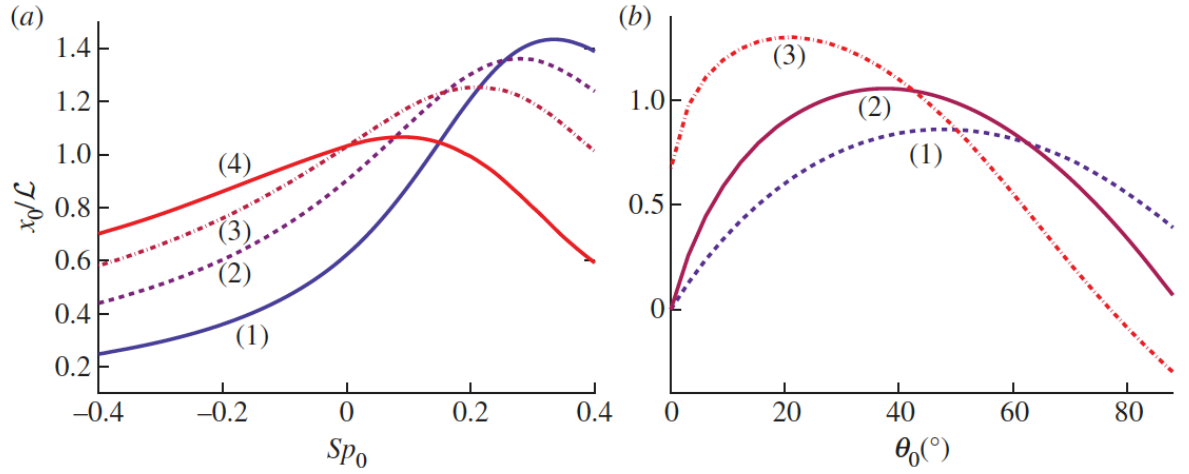


FIGURE 5.20 – Portée adimensionnée par $\mathcal{L}$ calculée par intégration numérique des équations (5.8) et (5.9) $U_0/U_\infty = 2{,}1$: (a) Evolution avec le nombre de spin pour différents angles initiaux $\theta_0 = 10°$ (1) (–), 20° (2) (...), 30° (3) (...) et 45° (4) (–).(b) Evolution avec l'angle initial pour différents nombres de spin $Sp_0 = -0{,}2$ (1) (...), 0 (2) (–) et +0,2 (3) (...).

Pour un angle initial θ_0 fixé, on observe que la portée passe par un maximum pour un nombre de spin donné Sp^*. Mais ce nombre de spin Sp^* et la portée associée dépendent de θ_0. Plus θ_0 est faible et plus le nombre de spin optimal et la portée sont grands. On observe dans tous les cas que le nombre de spin qui maximise la portée est toujours positif : en tirant le dégagement avec un angle faible et de la rotation arrière (backspin), on augmente la portée. Pour savoir s'il vaut mieux frapper très fort avec peu de spin ou un peu moins fort avec beaucoup de spin pour atteindre une plus grande portée, on peut considèrer l'énergie transférée au ballon. A l'impact l'énergie transmise est divisée entre une composante de translation et une composante de rotation $E = \frac{1}{2}MU_0^2 + \frac{1}{2}J\omega_0^2$, avec $J = \frac{2}{3}MR^2$ pour une sphère creuse. Le rapport des énergies cinétiques de rotation et de translation s'écrit : $E_{c,r}/E_{c,t} = \frac{2}{3}(Sp_0)^2$. Le nombre de spin quantifie donc la répartition de l'énergie entre le mouvement de translation et le mouvement de rotation du ballon. Le nombre de spin optimal Sp^* nous dicte comment il faut frapper. Pour un angle $\theta_0 = 20°$, la portée est maximale pour $Sp^* \approx 0{,}25$. Il faut donc répartir l'énergie à 17% en rotation et à 83% en translation.

Pour un nombre de spin fixé, on observe aussi l'existence d'un maximum de la portée pour un angle donné θ^*. L'angle optimal diminue et la portée maximale augmente quand le nombre de spin augmente. Au football, un long dégagement permet de mettre la défense à l'abri, ou de trouver un attaquant et lui donner une occasion de but. Il est donc important pour un gardien de maximiser la portée de ses dégagements. Au football, les valeurs maximales de vitesses sont $U_0 = 51\,\mathrm{m/s}$ et $\omega_0 = 16\,\mathrm{rad/s}$, ce qui correspond à un nombre de spin $Sp_0 = 0{,}2$. La portée maximale $x_0/\mathcal{L} \approx 1{,}3$ est obtenue pour un angle $\theta^* \approx 20°$. Dans ce cas, le gardien augmente la portée de son dégagement de 30% par rapport au cas sans rotation, en mettant du backspin et en tirant plus rasant.

5.5.4 Critère pour négliger le spin

Dans certains sports, les effets de la rotation de la balle sont très présents sur le terrain (comme au football, au tennis, au tennis de table...), dans d'autres sports, ils n'entrent pas en jeu (handball, squash...). Nous cherchons un critère pour savoir s'il faut tenir compte de la rotation pour décrire les trajectoires dans un sport donné. D'après l'équation (5.9), on peut négliger les effets de la rotation lorsque :

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_R}\frac{R\omega_0}{U_0} \ll \left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2 \frac{\cos\theta}{\overline{U}} \tag{5.10}$$

avec $\mathcal{L} = 2M/\rho\pi R^2 C_D$ et $\mathcal{L}_R = 2M/\rho\pi R^2 C_R$. De plus, pendant la première phase de la trajectoire, on peut considèrer que $\overline{U} \approx 1$ et $\cos\theta \approx \cos\theta_0$, le critère pour négliger la rotation s'écrit alors :

$$Sp_0 \ll \frac{C_D}{C_R}\left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2 \cos\theta_0 \tag{5.11}$$

Au football, $C_D/C_R \approx 0{,}14$, pour un dégagement tiré à $\theta_0 \approx 20°$ et $U_0/U_\infty \approx 1$, d'où $Sp^* \approx 0{,}13$

Plus précisément, la résolution numérique des équations (5.8) et (5.9) permet de déterminer le nombre de spin critique Sp_{0c} à partir duquel la portée de la trajectoire diffère de plus de 1% du cas sans rotation. La figure 5.21 résume les valeurs de Sp_{0c} en fonction de la vitesse initiale (a) et de l'angle de tir (b). On observe que l'effet de la rotation est plus important pour les balles lancées à grande vitesse $U_0/U_\infty > 1$ et avec un angle de tir $\theta_0 \approx 10 - 30°$. Dans le cas du football (où $U_0/U_\infty \approx 1$), pour négliger la rotation du ballon il faut que $Sp_0 < 0{,}02$ ce qui correspond à une vitesse de rotation très faible ($\omega_0 < 1\,\mathrm{tr/s}$). Au

football les vitesses de rotations vont jusqu'à $\omega_0 \approx 16\,\mathrm{tr/s}$, les effets de rotation dominent la plupart du temps.

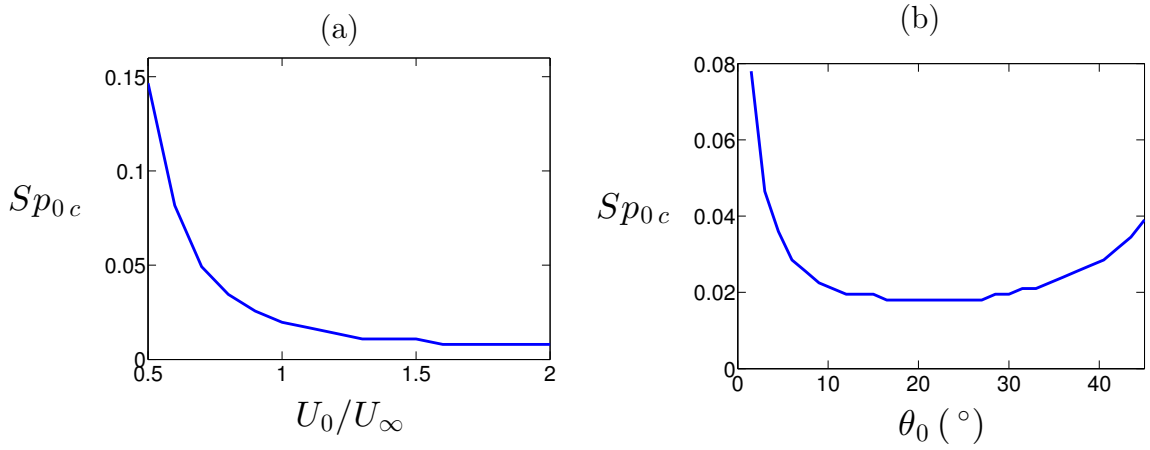


FIGURE 5.21 – Nombre de spin critique au delà duquel les effets de la rotation de la balle sont supérieurs à 1%. (a) Evolution avec le rapport U_0/U_∞ pour un angle de tir $\theta_0 = 30°$. (b) Evolution avec l'angle de tir pour $U_0/U_\infty = 1$. Toutes les intégrations sont réalisées avec $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2{,}3$.

L'étude précédente peut être étendue à tous les sports de balles. Pour estimer l'influence de la rotation sur les trajectoires des différentes balles, il faut connaître les paramètres qui interviennent dans les équations du mouvement (5.8) et (5.9) : U_0/U_∞, Sp_0 et $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$. Le tableau 5.5 regroupe les caractéristiques des balles de sport ainsi que les valeurs maximales des vitesses de translation U_{max} et de rotation ω_{max} observées sur le terrain [178], le nombre de spin correspondant $Sp_{max} = R\omega_{max}/U_{max}$, une estimation du nombre de spin critique $\frac{\mathcal{L}_R}{\mathcal{L}}\left(\frac{U_\infty}{U_{max}}\right)^2$ et la variation de la portée due à la rotation $\Delta x_{max}/\mathcal{L}$, adimensionnée par la longueur aérodynamique de la balle.

L'effet de la rotation est important pour tous les sports où le nombre de spin observé est supérieur à $\frac{\mathcal{L}_R}{\mathcal{L}}\left(\frac{U_\infty}{U_{max}}\right)^2$: le ping pong, le tennis, le football, le golf sont des sports où le spin influe beaucoup sur le jeu. Il s'agit des sports les plus aérodynamiques ($U_{max}/U_\infty \gg 1$). On observe que l'effet sur la portée $\Delta x_{max}/\mathcal{L}$ est très fort. Au ping pong, la portée de la balle peut être modifiée de la moitié de sa longueur aérodynamique. En revanche la rotation a un faible effet sur les sports moins aérodynamiques comme le handball et le basketball.

sport	$2R$ (cm)	$\mathcal{L}$ (m)	$\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$	ω_{max} (rad/s)	U_{max} (m/s)	U_{max}/U_∞	Sp_{max}	$\frac{\mathcal{L}_R}{\mathcal{L}}\left(\frac{U_\infty}{U_{max}}\right)^2$	$\Delta x_{max}/\mathcal{L}$
Ping pong	4	9,2	0,8	300	32	3,4	0,19	0,11	0,44
Tennis	6,5	49	1,4	350	73	3,3	0,16	0,07	0,24
Football	21	92	2,3	100	51	1,7	0,21	0,15	0,11
Golf	4,2	235	2,3	520	91	1,9	0,12	0,12	0,13
Volley	21	40	2,1	50	33	1,65	0,16	0,17	0,11
Softball	9,71	111	1,4	160	47	1,4	0,17	0,36	0,08
Baseball	7	163	1,4	220	55	1,3	0,14	0,42	0,06
Handball	19	132	2,6	30	20	0,6	0,14	1,07	0,01
Basketball	24	92	2,1	20	16	0,5	0,15	1,90	0,008

TABLE 5.5 – Caractéristiques des balles de sport et effet de la rotation : diamètre $2R$, longueur aérodynamique $\mathcal{L}$, rapport de la longueur aérodynamique sur la distance caractéristique de courbure de la trajectoire due à la rotation $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = C_R/C_D$ (calculé avec $C_R = 0{,}52$ et en utilisant les valeurs de C_D données dans le tableau 4.1), vitesse de rotation maximale enregistrée ω_{max}, vitesse de translation maximale enregistrée U_{max}, rapport des vitesses maximale et terminale U_{max}/U_∞, nombre de spin maximal $Sp_{max} = R\,\omega_{max}/U_{max}$, estimation du nombre de spin critique $\frac{\mathcal{L}_R}{\mathcal{L}}\left(\frac{U_\infty}{U_{max}}\right)^2$ et modification adimensionnée de la portée par rapport au cas sans rotation $\Delta x_{max}/\mathcal{L}$.

Conclusion

Nous avons étudié les trajectoires de projectiles qui se déplacent à grand nombre de Reynolds et sont soumis à la gravité et à la traînée aérodynamique (proportionnelle au carré de la vitesse). Les frottements de l'air brisent la symétrie de la parabole Galiléenne et rendent cette trajectoire dissymétrique par rapport à son maximum. Ils font apparaître dans les équations du mouvement un état stationnaire, pour lequel le poids compense la traînée. La vitesse est alors alignée avec l'accélération de la pesanteur $\mathbf{g}$ et la vitesse terminale est $U_\infty = (2Mg/\rho S C_D)^{1/2}$. Tartaglia fut le premier à dessiner ces courbes pour représenter les trajectoires des boulets de canons. Nous avons résolu les équations du mouvement du projectile et obtenu une expression analytique de sa portée (l'endroit où le projectile repasse par son altitude de départ), de la hauteur maximale atteinte et de l'angle qui maximise la portée. Nous observons que la portée ne dépend que très faiblement de la vitesse initiale et est du même ordre de grandeur qu'une longueur caractéristique que nous appelons la longueur aérodynamique $\mathcal{L} = 2M/\rho S C_D$. Nous vérifions expérimentalement ces résultats sur l'exemple du badminton, qui est le paradigme des sports aérodynamiques.

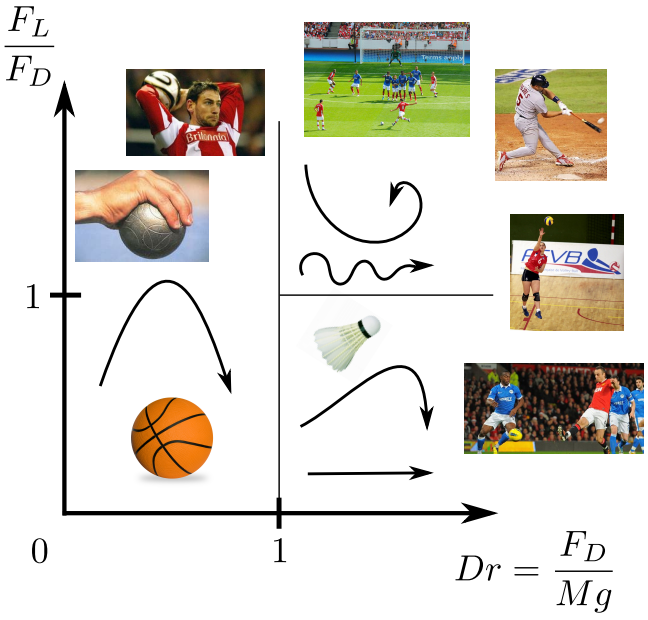


FIGURE 5.22 – Diagramme de phases des différentes trajectoires rencontrées en sport. Le nombre sans dimension Dr quantifie l'importance relative des effets aérodynamiques F_D et gravitaires Mg. Le rapport F_L/F_D quantifie l'importance relative de la composante latérale de la force aérodynamique et de la traînée.

Nous discutons ensuite de plusieurs applications de ces développements : la taille des terrains de sport et des champs de bataille, la portée des jets d'eau des lances à incendie

des pompiers, la profondeur de pénétration dans l'eau après un saut et la modification de la portée avec le spin.

En conclusion, lorsque les effets aérodynamiques sont négligeables devant la gravité ($Dr = F_D/Mg < 1$), on observe toujours une parabole Galiléenne. Quelques exemples sont les trajectoires des boules de pétanque, les lancers au basket ou les touches au football. Lorsque la traînée aérodynamique devient importante ($Dr = F_D/Mg > 1$), on observe une Tartaglia, comme dans le cas du dégagé au badminton. Si à la traînée F_D s'ajoute une composante latérale F_L de la force aérodynamique, on peut observer d'autres trajectoires. Dans le cas de l'effet Magnus, lorsqu'une balle est frappée avec beaucoup de spin, la force latérale est toujours dans la même direction (orthogonale aux vecteurs vitesses de translation et de rotation) : si $F_L/F_D > 1$ on observe une spirale, comme lors du coup-franc de Roberto Carlos contre l'équipe de France de football en 1997. Dans le cas d'une force oscillante, on peut observer des zig-zag comme c'est le cas pour un service flottant au volleyball, un coup-franc flottant de Cristiano Ronaldo ou une knuckleball au baseball. Dans ce cas, la balle est lancée ou frappée sans rotation et à une vitesse typique correspondant à la crise de traînée, et le ballon se met à zig-zaguer de manière incontrôlée le long de la trajectoire. Le diagramme de phases de la figure 5.22 présente les différentes trajectoires que l'on peut rencontrer en sport.

Troisième partie

Les Sports de Balles : Elasticité et Impact

Introduction

Dans la partie précédente, nous avons décrit les trajectoires suivies par le ballon dans les airs, nous nous concentrons maintenant sur la phase qui permet ces trajectoires : la frappe. Comment les joueurs arrivent-ils à envoyer la balle à l'autre bout du terrain, ou à la passer à leurs partenaires ? Suivant le sport, ils la lancent ou la frappent. Quelles sont les lois qui régissent les impacts ? Quelles sont les stratégies employées pour envoyer la balle plus loin ? Qu'il s'agisse d'un ballon gonflé comme au football [196] ou au volley, de sphères pleines comme au baseball [197], de coques élastiques comme au tennis [198] ou au tennis de table [199, 200], la frappe est l'objet de nombreuses études biomécaniques [201, 202, 203], numériques [58, 204] et expérimentales [205] pour améliorer le matériel et ses performances, ou pour être capable de reproduire artificiellement les frappes des joueurs [206, 207].

Nous verrons sur l'exemple du pointu (au chapitre 6) quel est l'intérêt de frapper et quels sont les paramètres qui jouent sur l'efficacité de la frappe. Nous étendrons ensuite la discussion à tous les sports de balles au chapitre 7, pour comprendre pourquoi dans tel ou tel cas la balle est frappée ou lancée (7.1). Puis nous aborderons quelques stratégies développées pour lancer ou frapper plus fort (7.2). Enfin nous discuterons de l'exemple du smash au badminton, au chapitre 8.

Chapitre 6

Le pointu au football



FIGURE 6.1 – *Schuh.* Günther Uecker.

Sommaire

6.1 Résultats expérimentaux 129
6.1.1 Dispositif expérimental 129
6.1.2 Résultats qualitatifs 129
6.1.3 Résultats quantitatifs 130
6.2 Modèle 133
6.2.1 Conservation de la quantité de mouvement 133
6.2.2 Expression de la force 134
6.2.3 Modèle dynamique 136
6.3 Frappe réelle 136
6.4 Discussion 139

Introduction

La figure 6.2 présente les différents coups de pieds possibles au football et la partie du pied impliquée : plat du pied (1), pointu (2), cou-du-pied (3), extérieur (4) et talonnade (5). Dans cette étude, nous souhaitons comparer l'efficacité du pointu et du plat du pied. Le pointu est banni des écoles de foot car il est peu précis, mais les joueurs le disent plus puissant qu'un plat du pied. Pour un attaquant expérimenté comme Ronaldinho ou Van Persie (cf. figure 6.3) il peut devenir une arme redoutable. Est-ce que le ballon part réellement plus vite lorsqu'il est frappé avec la pointe plutôt qu'avec le plat du pied ?

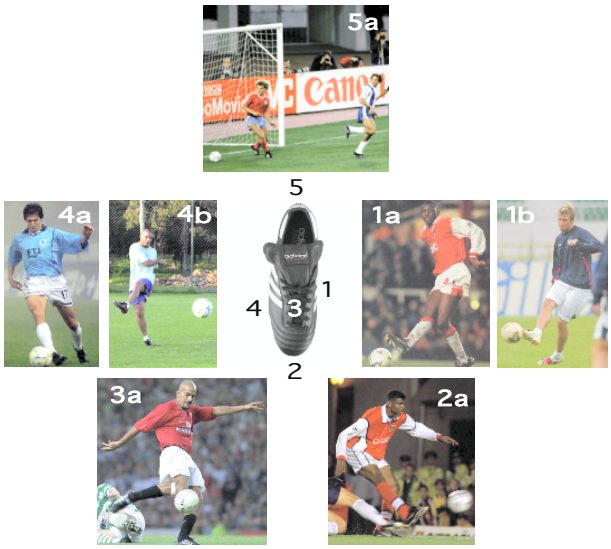


FIGURE 6.2 – Les différents coups de pied possibles au football : (1) plat ou intérieur du pied, (2) pointu, (3) cou-du-pied, (4) extérieur et (5) talonnade.

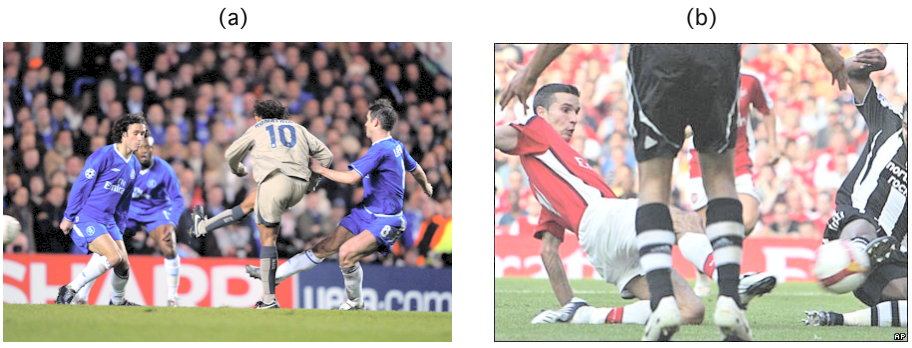


FIGURE 6.3 – Exemples célèbres de pointu : (a) Ronaldinho lors du match de Ligue des Champions Chelsea-Barcelone en 2009 et (b) Van Persie lors du match de Première Ligue anglaise Arsenal-Newcastle en 2008.

6.1 Résultats expérimentaux

6.1.1 Dispositif expérimental

Pour répondre à cette question, nous avons construit une machine à frapper le ballon (cf. figure 6.4) et mesuré les vitesses du ballon et de l'impacteur. Nous avons étudié le cas idéal d'un impact élastique avec un ballon en plastique (sans les coutures du ballon de foot). Ce ballon de diamètre à vide $2R_0 = 11{,}7\,\text{cm}$ et de masse $m_2 = 70\,\text{g}$ est constitué d'une coque élastique (d'épaisseur $h_0 = 1{,}5\,\text{mm}$ et de module d'Young $E = 5\,\text{MPa}$) tendue sous la pression de gonflage P_0+p, où P_0 est la pression ambiante et p la surpression de gonflage que l'on fait varier entre 0,1 et 0,24 bar. Dans cette gamme de pressions, le diamètre du ballon $2R$ varie de 12,6 à 13,8 cm. La machine à frapper est constituée d'une jambe (de longueur

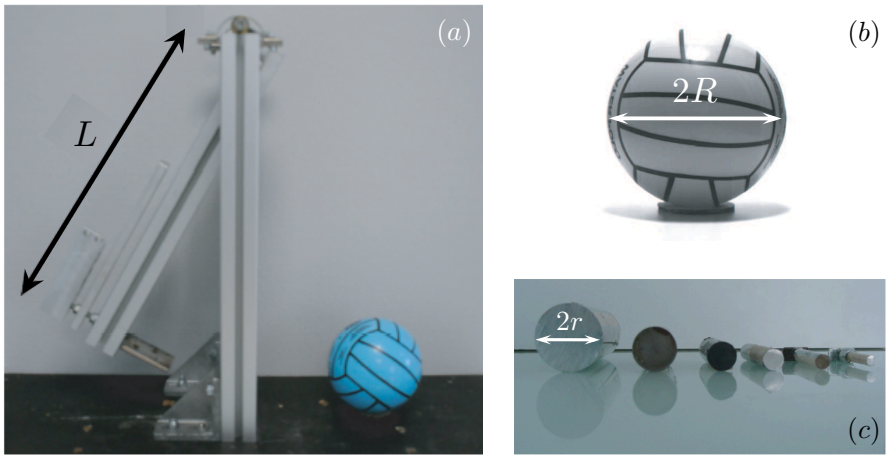


FIGURE 6.4 – Dispositif expérimental : la machine à frapper (a), munie d'une jambe de longueur $L = 46\,\text{cm}$, lestée ($m_1 = 1{,}4\,\text{kg}$), sur laquelle on fixe différents "pieds" (c) : des cylindres de diamètres $2r = 6, 9, 12, 16, 24, 38\,\text{mm}$ ou une plaque. Les ballons utilisés (b) sont des ballons en plastique ($2R = 12{,}6\,\text{cm}$, $m_2 = 70\,\text{g}$), gonflés à des surpressions p variant entre 0,10 et 0,24 bar.

$L = 46\,\text{cm}$) libre de tourner autour d'un axe, et suffisamment lestée pour ne pas ralentir lors de l'impact avec le ballon ($m_1 = 1{,}4\,\text{kg}$, $m_1 \gg m_2$). Différents impacteurs peuvent être fixés au bout de la jambe : l'effet pointu est recherché avec des cylindres de diamètres $2r = 6, 9, 12, 16, 24$ et $38\,\text{mm}$ et le plat du pied est obtenu avec une plaque plus grande que la surface de contact avec le ballon (on notera dans cette limite $2r = 2R$).

La jambe est lancée à différentes vitesses v_1 et le ballon est placé de manière à être frappé à l'équateur lorsque la jambe est verticale. L'impact est filmé de côté avec une caméra rapide à 2000 images par seconde, et la dynamique est extraite à partir des vidéos.

6.1.2 Résultats qualitatifs

Les séquences d'images de la figure 6.5 présentent la dynamique de l'impact pour trois impacteurs différents : les cylindres de diamètres $2r = 6$ et $24\,\text{mm}$ et la plaque ($2r = 2R$) percutent le ballon initialement immobile, avec une vitesse $v_1 = 3{,}3\,\text{m/s}$, à l'instant $t = 0$. Le temps court de haut en bas avec un pas $dt = 6\,\text{ms}$ entre deux images. Le ballon passe d'une vitesse nulle avant l'impact, à une vitesse supérieure à la vitesse de l'impacteur après un temps τ. Le temps τ est défini comme le temps de contact entre l'impacteur et le ballon

(au delà de τ, l'impacteur n'est plus en contact avec le ballon). On observe que le temps de contact est d'autant plus petit que la surface de contact est grande : $\tau_{2R} < \tau_{24} < \tau_6$. La vitesse du ballon après l'impact semble être indépendante de la forme de l'impacteur.

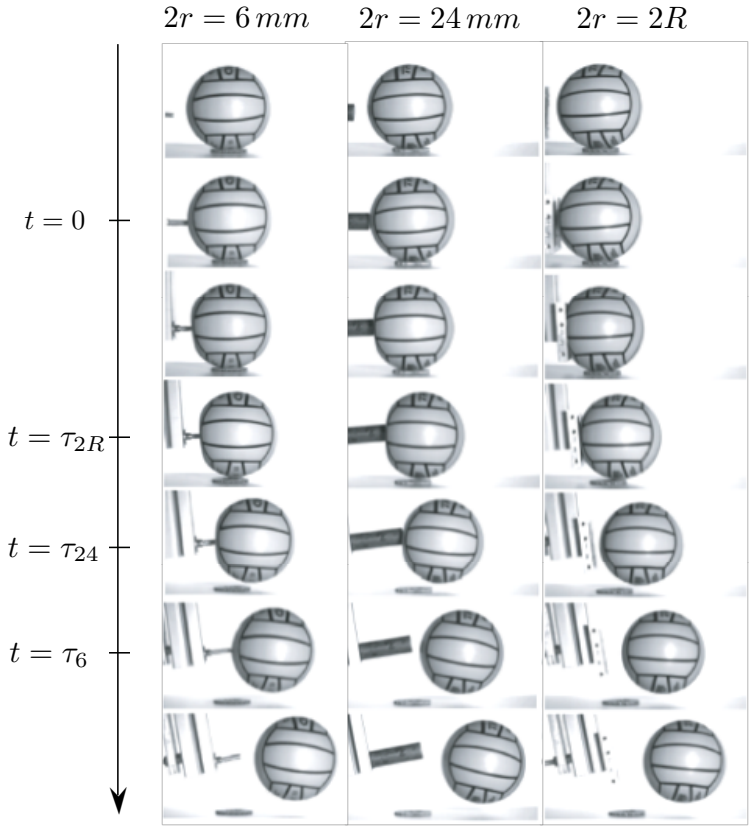


FIGURE 6.5 – Chronophotographie de l'impact du ballon avec le cylindre de diamètre $2r$ = 6 mm (à gauche), avec le cylindre de diamètre $2r$ = 24 mm (au centre) et avec la plaque (à droite), lancés à une vitesse v_1 = 3,3 m/s. Le temps défile de haut en bas avec un pas dt = 6 ms.

6.1.3 Résultats quantitatifs

La figure 6.6 présente la position de l'impacteur et du ballon au cours du temps, pour le cylindre de diamètre $2r$ = 6 mm (a) et pour la plaque (b). On suit l'impacteur et le ballon pendant environ 50 ms. Pendant ce temps, on peut considérer que le mouvement se déroule sur l'axe horizontal. La vitesse de l'impacteur v_1 est constante au cours du temps (dans la limite $m_1 \gg m_2$) et elle est déterminée en mesurant la pente de la de position du pied en fonction du temps $x_1(t)$ (■). Le ballon passe d'une vitesse nulle à une vitesse v_2' en un temps τ qui est le temps de contact avec le pied. La vitesse v_2' est obtenue en mesurant la pente de la courbe de position du ballon en fonction du temps $x_2(t)$ (●) après la fin du contact. Les figures 6.7 et 6.8 rassemblent les variations des vitesses du ballon v_2' et des temps de contact τ, mesurés en fonction de la vitesse de l'impacteur v_1, de sa forme r/R et de la surpression de gonflage du ballon p. On observe sur la figure 6.7-(a) que la vitesse du ballon est proportionnelle à la vitesse du pied pour un impacteur plan ou cylindrique et pour deux surpressions p. Le rapport des vitesses v_2'/v_1 est proche de 2 et semble ne pas dépendre de la forme de l'impacteur ou de la pression du ballon entre p = 0,10 et 0,24 bar,

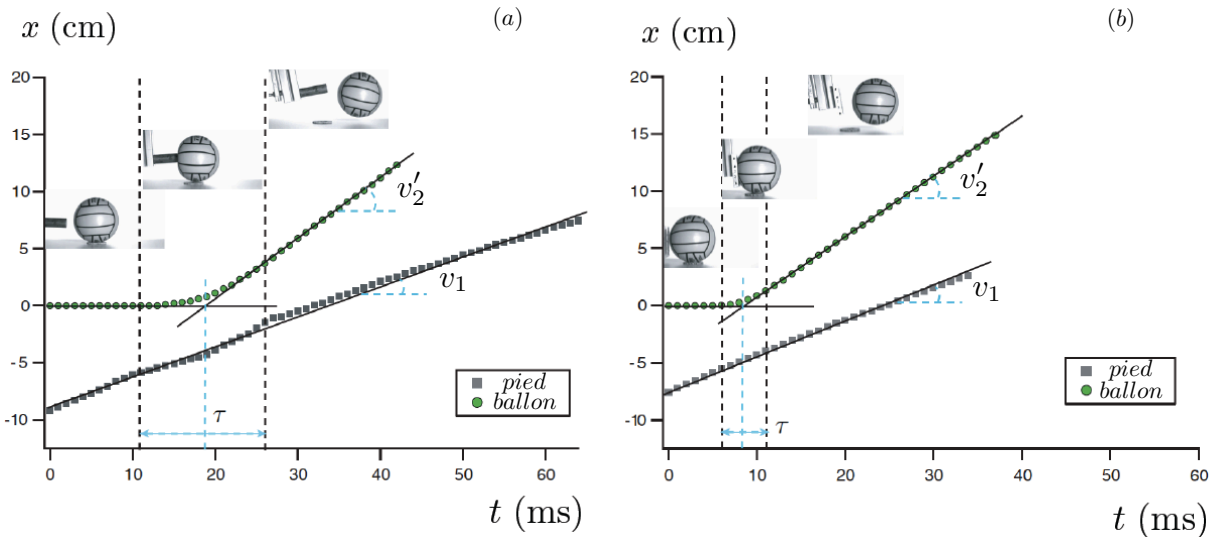


FIGURE 6.6 – Dynamique de l'impact : positions du pied $x_1(t)$ (■) et du ballon au cours du temps $x_2(t)$ (●) pour le cylindre de diamètre $2r = 6\,\text{mm}$ (a) et la plaque (b). Le pied et lancé à la vitesse v_1 et le ballon passe de vitesse nulle à v_2'.

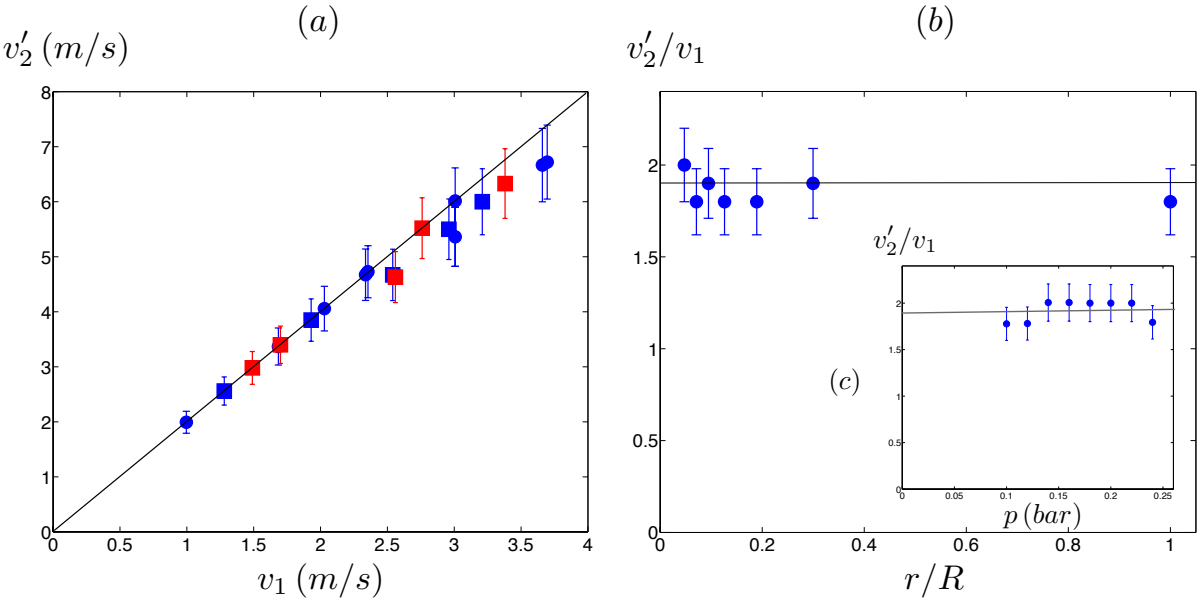


FIGURE 6.7 – (a) Vitesses de départ du ballon v_2' en fonction de la vitesse du pied v_1. Le ballon élastique est gonflé à $P_0 + p$, $p = 0{,}1\,\text{bar}$ pour l'impacteur plan (■), pour l'impacteur cylindrique de diamètre $2r = 12\,mm$ (●) et pour l'impacteur plan avec $p = 0{,}2\,\text{bar}$ (■). (b) Rapport des vitesses v_2'/v_1 en fonction du rapport des rayons de l'impacteur et du ballon r/R pour une surpression $p = 0{,}1\,\text{bar}$. (c) en insert, rapport des vitesses v_2'/v_1 en fonction de la surpression de gonflage p pour l'impacteur cylindrique de diamètre $2r = 12\,\text{mm}$.

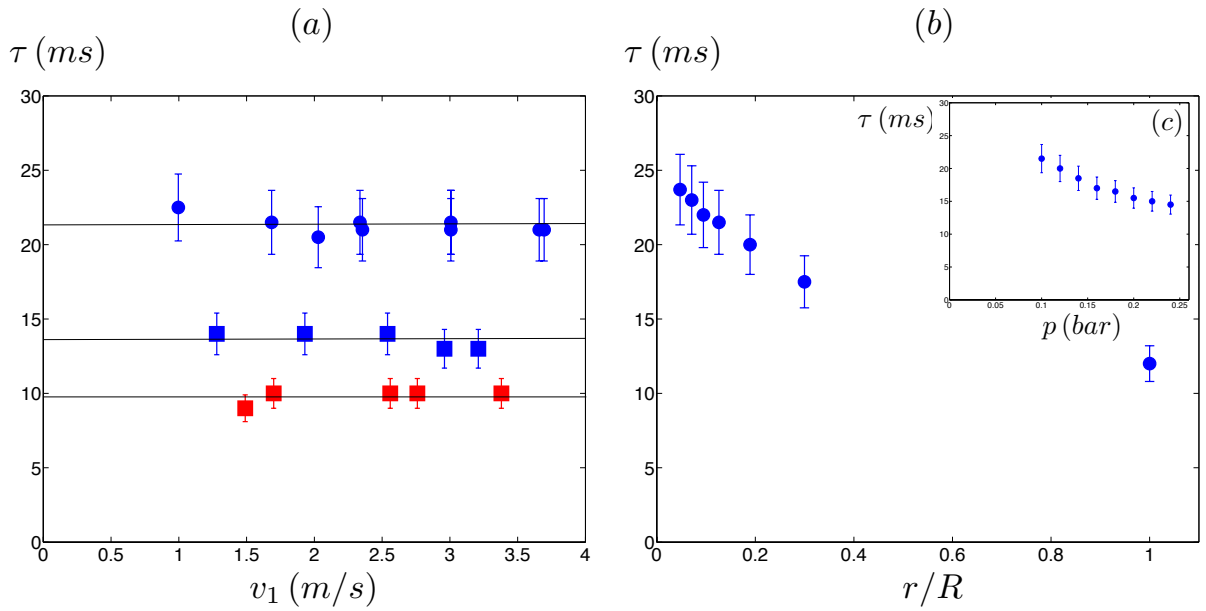


FIGURE 6.8 – Temps de contact entre le pied et le ballon τ : (a) en fonction de la vitesse du pied v_1, pour l'impacteur plan avec $p = 0{,}1$ bar (■), l'impacteur cylindrique de diamètre $2r = 12$ mm avec $p = 0{,}1$ bar (●) et l'impacteur plan avec $p = 0{,}2$ bar (■) ; (b) en fonction du rapport des rayons de l'impacteur et du ballon r/R pour une surpression $p = 0{,}1$ bar ; (c) en insert, en fonction de la surpression de gonflage p pour l'impacteur cylindrique de diamètre $2r = 12$ mm.

d'après les figures 6.7-(b) et (c). D'après la figure 6.8-(a), le temps de contact ne dépend pas de la vitesse de l'impacteur et vaut quelques dizaines de millisecondes. Les figures 6.8-(b) et (c) montrent que le temps de contact est plus faible lorsque la surface de contact est plus grande, et lorsque la pression du ballon est plus élevée.

6.2 Modèle

6.2.1 Conservation de la quantité de mouvement

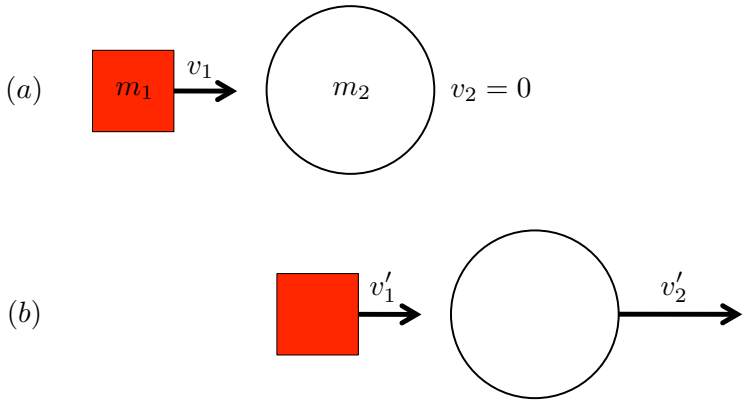


FIGURE 6.9 – Impact entre le pied de masse m_1 et le ballon de masse m_2 : définition des vitesses (a) avant et (b) après le choc.

Afin d'appréhender ces résultats, une approche globale consiste à faire un bilan de quantité de mouvement lors du choc. On définit v_1 et v_2, les vitesses respectives de l'impacteur et du ballon avant le choc et v_1' et v_2' leurs vitesses après le choc (cf. figure 6.9-(a) et (b)). Comme le choc est très bref ($\tau \approx 20\,ms$), on peut négliger l'action des forces extérieures sur le système {pied+ballon}, la quantité de mouvement est conservée ($d(mv) = F_{ext}dt \approx 0$) et on a la relation projetée sur l'axe horizontal :

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \tag{6.1}$$

Le coefficient de restitution e entre deux objets qui se percutent représente le rapport entre les vitesses relatives des objets après et avant l'impact :

$$e = -\frac{v_2' - v_1'}{v_2 - v_1} \tag{6.2}$$

Il est compris entre 0 et 1. Si $e = 0$ (limite du choc mou), la vitesse relative s'annule après la collision. Dans le cas d'un rebond (l'impacteur est fixe : $v_1 = v_1' = 0$) alors le ballon ne rebondit pas du tout. Si $e = 1$, il n'y a pas de dissipation d'énergie lors du choc, l'énergie cinétique est conservée et le choc est qualifié d'« élastique ». Dans le cas du rebond, le ballon repart avec la même vitesse qu'il avait en arrivant, mais dans le sens opposé ($v_2' = -v_2$). Pour $0 \leq e < 1$, le choc est « inélastique ».

Dans notre cas, le ballon est initialement au repos : $v_2 = 0$. Le paramètre d'intérêt dans notre étude est le rapport de la vitesse du ballon après l'impact et de la vitesse du pied, car il rend compte de l'efficacité de la frappe : on cherche à atteindre une vitesse de ballon v_2' aussi grande que possible avec la vitesse de jambe v_1 dont on est capable. On peut exprimer ce rapport à partir des équations (6.1) et (6.2) :

$$\frac{v_2'}{v_1} = \frac{1+e}{1+m_2/m_1} \tag{6.3}$$

Pour cette première série d'impacts, la masse du ballon est très faible devant la masse de l'impacteur ($m_2/m_1 = 0.05$), on en déduit que $v_2'/v_1 = 0.95(1+e)$. On mesure des rapports de

vitesse autour de 1.9 quelles que soient la forme de l'impacteur, sa vitesse et la surpression de gonflage du ballon. On en déduit que le coefficient de restitution $e \approx 1$ pour ces impacts, qui peuvent donc être qualifiés d'élastiques. On peut aussi exprimer le rapport des vitesses de l'impacteur après et avant la collision (v_1'/v_1) :

$$\frac{v_1'}{v_1} = \frac{1 - e\, m_2/m_1}{1 + m_2/m_1} \tag{6.4}$$

Dans notre cas, $v_1'/v_1 \approx 0.9$ ce qui signifie que la vitesse de l'impacteur diminue de 10% à l'impact. Ces 10% sont dans nos barres d'erreur.

Le facteur 2 semble évident si l'on songe à un rebond élastique. Pour voir l'impact comme un rebond, il suffit de se placer dans le référentiel du pied (à la vitesse v_1) : le ballon arrive à la vitesse $-v_1$ sur le pied et repart à la vitesse $+v_1$ (dans le cas d'un impact élastique) dans ce référentiel. La vitesse du ballon dans le référentiel du laboratoire est donc $2v_1$.

6.2.2 Expression de la force

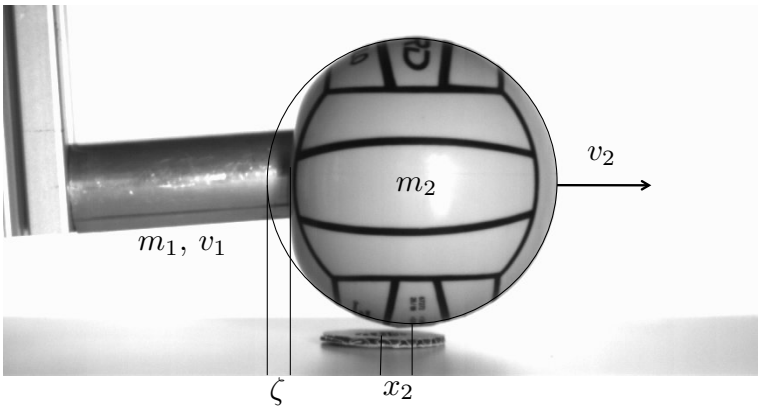


FIGURE 6.10 – Déformation du ballon à l'impact : définition de l'enfoncement ζ.

La vision globale de la conservation de la quantité de mouvement nous a permis de comprendre le facteur deux entre les vitesses du ballon et du pied. Pour comprendre les variations du temps de contact, il faut s'intéresser à la dynamique de l'impact. Pour cela, nous avons besoin de l'expression de la force $F(\zeta)$ exercée par le pied sur le ballon pendant l'impact. Cette force dépend de l'enfoncement relatif ζ entre le pied et le ballon. Une fois l'expression de la force connue, on pourra appliquer la deuxième loi de Newton au ballon :

$$m_2 \frac{dv_2}{dt} = F(\zeta) \tag{6.5}$$

Nous avons mesuré les variations de la force $F(\zeta)$ en statique. La vitesse des ondes élastiques sur la membrane tendue du ballon peut s'écrire $c \sim \sqrt{pR_0/\rho_b h_0} \approx 20\,\mathrm{m/s}$, où p est la surpression de gonflage, R_0 le rayon du ballon non gonflé, et h_0 et ρ_b l'épaisseur et la masse volumique de la membrane du ballon. Le système se met à l'équilibre en un temps caractéristique $\tau_{el} \sim R/c \approx 3\,\mathrm{ms} \ll \tau$, ce qui nous autorise à considérer la déformation quasi-statique et à mesurer la force en statique.

Les mesures de forces sont réalisées en enfonçant l'impacteur d'une longueur donnée ζ dans le ballon tenu à l'équateur. La figure 6.11-(a) présente les variations de $F(\zeta)$ pour

des surpressions du ballon p variant entre 0,10 et 0,22 bar pour un impacteur cylindrique ($2r$ = 12 mm). La figure 6.11-(b) présente l'évolution $F(\zeta)$ pour les différents impacteurs utilisés, à une surpression p = 0,10 bar. On observe une relation linéaire entre la force et

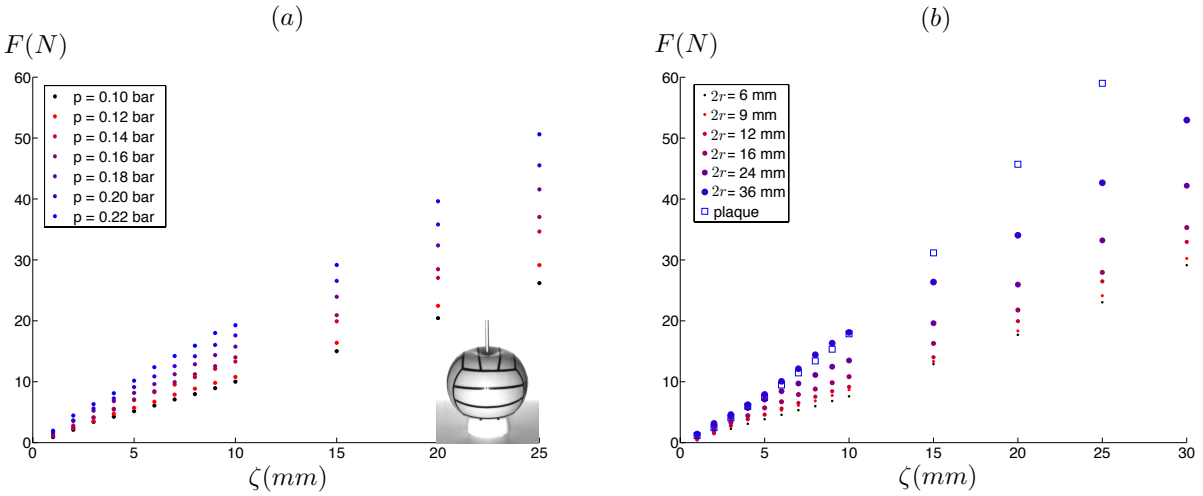


FIGURE 6.11 – Evolution de la force F exercée par l'impacteur sur le ballon avec l'enfoncement ζ : (a) avec un impacteur cylindrique de diamètre $2r$ = 12 mm, et une surpression qui varie entre p = 0,10 et 0,22 bar, (b) pour les impacteurs cylindriques de diamètres $2r$ = 6, 9, 12, 16, 24, 38, mm et la plaque, avec p = 0,10 bar.

l'enfoncement pour les faibles enfoncements ζ, dont la pente augmente avec la surpression du ballon et avec la taille de l'impacteur. On peut donc considérer le ballon comme un ressort de raideur $k(r,p)$, qui augmente avec la surpression p et avec la taille de l'impacteur r. La force exercée par l'impacteur sur le ballon s'écrit alors : $F(\zeta) \simeq k(r,p)\,\zeta$. Dans ces expériences statiques, la force exercée par l'impacteur est équilibrée par la réaction du ballon : $F = pS$, où S est la surface déformée. Dans le cas plan, la surface déformée est égale à $S_0 \simeq 2\pi R\zeta$ [200, 197]. Dans le cas de l'impacteur cylindrique, la surface déformée est d'autant plus faible que le cylindre est fin, on mesure sur les images de la figure 6.12 $S = \sqrt{r/R}\,S_0 \simeq 2\pi\sqrt{rR}\,\zeta$ [208]. On en déduit que la force est de la forme : $F = k(r,p)\,\zeta$ avec $k(r,p) = 2\pi\sqrt{rR}\,p$.

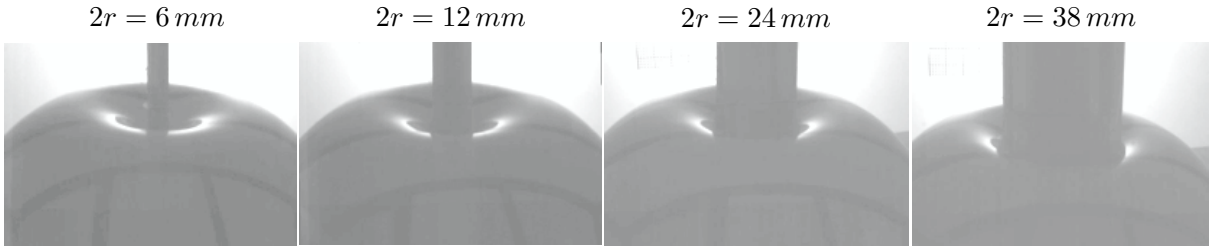


FIGURE 6.12 – Déformations statiques du ballon pour des impacteurs cylindriques de diamètres $2r$ = 6, 12, 24 et 38 mm, enfoncés de ζ = 22 mm.

6.2.3 Modèle dynamique

L'enfoncement ζ du ballon est tel que $\dot{\zeta}(t) = v_1(t) - v_2(t)$. Dans le cas où le pied se déplace à vitesse constante au cours de l'impact, on a $\zeta(t) = v_1 t - x_2(t)$, où $x_2(t)$ est la position du centre de masse du ballon au cours du temps et est nul avant l'impact : $x_2(t \leq 0) = 0$. En dérivant la deuxième loi de Newton (6.5) par rapport au temps, et en utilisant l'expression de la force $F(\zeta) \simeq k(r,p)\,\zeta$ et de ζ, on obtient :

$$\ddot{v}_2 + \omega_0^2\, v_2 = \omega_0^2\, v_1, \tag{6.6}$$

avec $\omega_0 = \sqrt{k(r,p)/m_2}$. Il s'agit de l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique avec un second membre constant, que l'on intègre en utilisant les conditions initiales : $v_2(0) = 0$ et $\dot{v}_2(0) = 0$. On obtient alors l'expression de la vitesse du ballon pendant l'impact : $v_2(t) = v_1\,(1 - \cos\omega_0 t)$ et de l'enfoncement $\zeta(t) = -v_1 \sin\omega_0 t$. L'impact débute à $t = 0$ lorsque $\zeta(0) = 0$ et prend fin lorsque l'enfoncement s'annule à nouveau $\zeta(\tau) = 0$. Le temps de contact vaut alors $\tau = \pi/\omega_0 = \pi\sqrt{(m_2/k)}$ et la vitesse du ballon après l'impact $v_2' = v_2(\tau) = 2\,v_1$: on retrouve le facteur 2 entre les vitesses du ballon après l'impact et du pied avant l'impact.

Le temps de contact lors d'un impact entre le pied et le ballon est de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes. Il ne dépend pas de la vitesse du pied, mais décroît avec la pression du ballon et avec la taille de l'impacteur. La raideur équivalente du ballon peut s'exprimer comme $k(r,p) = 2\pi p\sqrt{rR}$, le temps de contact s'écrit $\tau = \pi(m_2/k)^{1/2} = \sqrt{\pi m_2/2}\,p^{-1/2}\,(rR)^{-1/4}$. On vérifie que le temps de contact diminue lorsque la surpression ou la taille de l'impacteur augmente puisqu'il varie en $p^{-1/2}$ et $r^{-1/4}$ et la figure 6.13 semble confirmer ces dépendances.

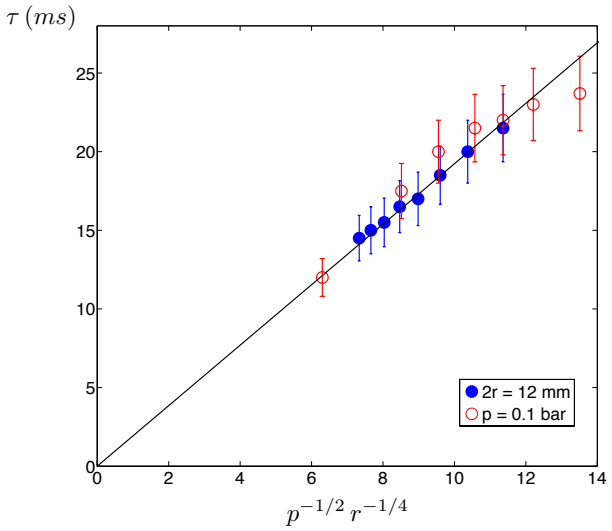


FIGURE 6.13 – Temps de contact τ en fonction de $p^{-1/2}\,r^{-1/4}$ pour les expériences réalisées avec le cylindre de diamètre $2r = 12\,\text{mm}$ en faisant varier la surpression p (●) et les expériences en faisant varier la taille de l'impacteur, à $p = 0{,}1\,\text{bar}$ (○).

6.3 Frappe réelle

Les expériences menées dans la limite élastique ($e = 1$) et avec une jambe lourde ($m_2/m_1 \ll 1$) nous ont permis de comprendre que la vitesse du ballon est directement

reliée à la vitesse du pied, mais indépendante de la forme de l'impacteur. Dans le cas réel du ballon de foot frappé par une jambe, le coefficient de restitution est inférieur à un. Un ballon homologué par la FIFA doit rebondir à une hauteur h_2 comprise entre 1,35 et 1,55 m lorsqu'il est lâché d'une hauteur $h_1 = 2$ m sur une plaque en acier indéformable. Cette règle fixe donc le coefficient de restitution des ballons e entre 0,82 et 0,88 : il y a de la dissipation d'énergie à l'impact ($e < 1$). De plus, la masse d'un ballon de foot est de 450 g alors que la masse d'un pied est environ 1,5% de la masse du corps soit 1,2 kg [201, 209, 210]. Cela fixe le rapport $m_2/m_1 = 0{,}37$. On s'attend donc à avoir un rapport de vitesse inférieur à 2 pour un vrai ballon : $v_2'/v_1 \approx 1{,}3$.

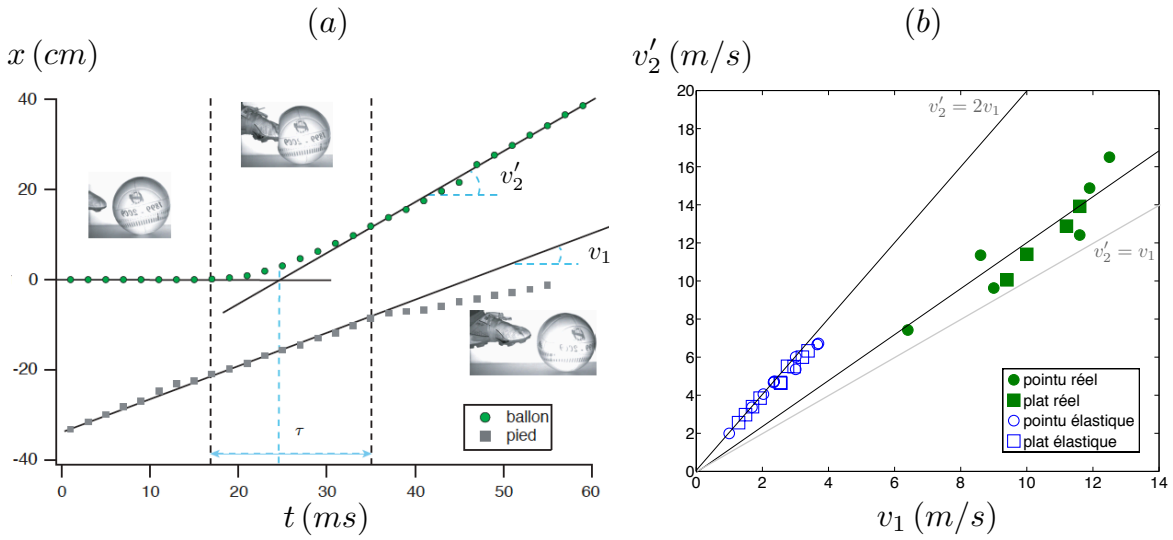


FIGURE 6.14 – (a) Evolution de la position du pied et du ballon lors d'une frappe du pointu. (b) Evolution de la vitesse du ballon obtenue en fonction de la vitesse de l'impacteur dans le cas d'un impact élastique (pointu : ○ et plat : □) ou d'une frappe réelle (pointu : ● et plat : ■).

La figure 6.14-(a) présente la position du pied et du ballon au cours du temps dans le cas d'un pointu réel. On observe que le pied décélère à l'impact et que le rapport de la vitesse du ballon sur la vitesse du pied est inférieur à deux, (mais toujours supérieur à un). La figure 6.14-(b) superpose les résultats obtenus pour des frappes réelles effectuées par un joueur de foot de niveau reconnu (pointu : ● et plat : ■) et les résultats obtenus avec la machine à frapper et le ballon en plastique (pointu : ○ et plat : □). On observe une plus grande dispersion dans le cas de frappes réelles, mais on a toujours une relation linéaire entre les vitesses du ballon et du pied. Le rapport des vitesses v_2'/v_1 est égal à 1,2 et semble ne pas dépendre de la manière dont le ballon est frappé. On trouve une valeur inférieure à ce qu'on attendait : cela signifie qu'on a oublié une source de dissipation d'énergie. En effet, un coefficient de restitution est défini pour une collision entre deux corps : ici e est le coefficient de restitution entre le ballon et une surface en acier indéformable. Dans le cas d'une frappe, la collision se produit entre le ballon et le pied : les déformations du pied peuvent être une autre source de dissipation d'énergie. On définit donc un coefficient de restitution e' entre le pied et le ballon. La mesure de $v_2'/v_1 = 1{,}2$ lors des impacts pied-ballon indiquent que $e' = 0{,}65 < e$. Ce coefficient de restitution peut varier d'un joueur à l'autre : plus il est grand, et plus la frappe sera efficace. Pour avoir un bon coefficient de restitution, il faut avoir une cheville très rigide à l'impact pour ne pas dissiper d'énergie.

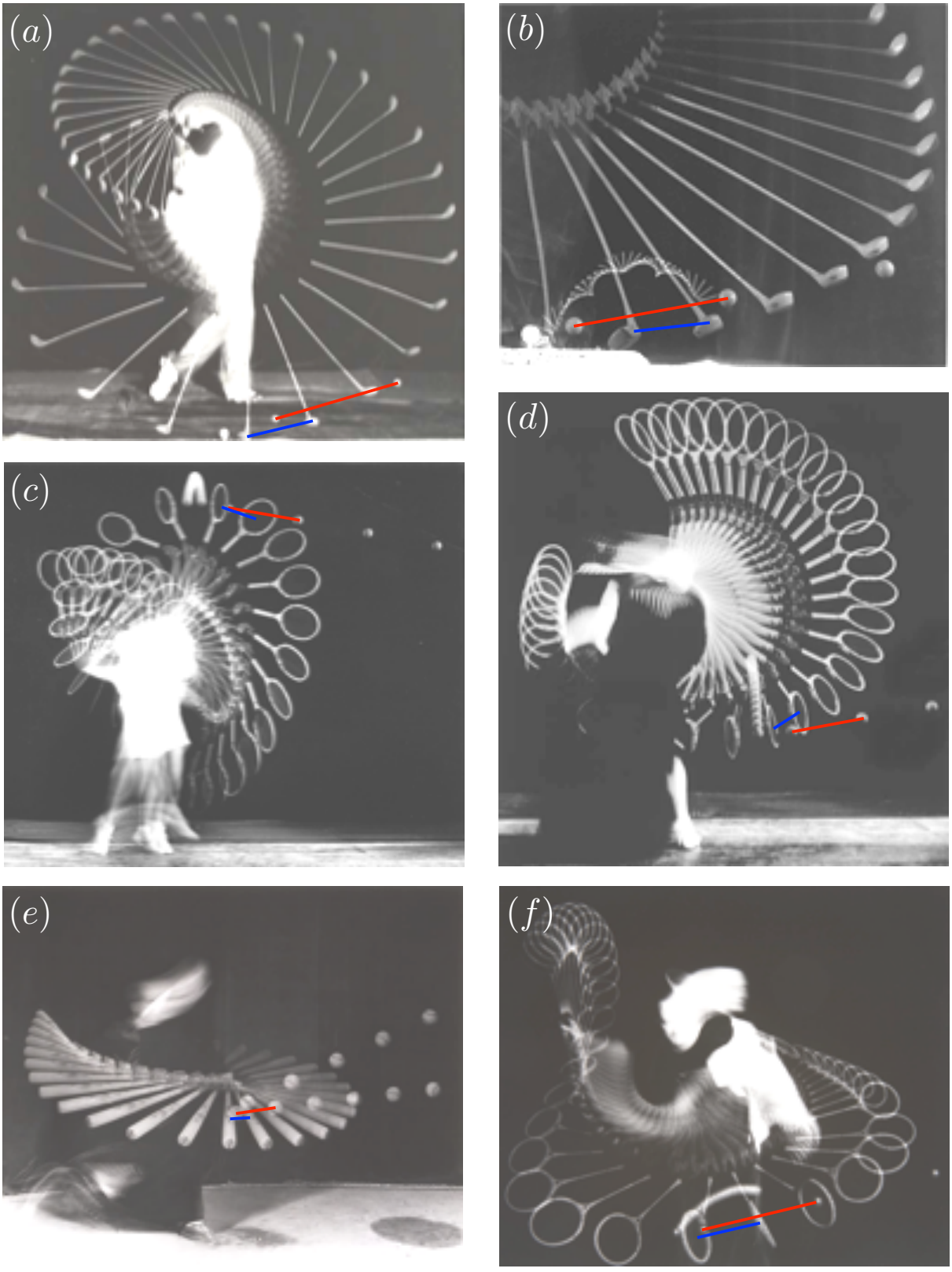


FIGURE 6.15 – Chronophotographies d'impacts réalisés par H.E. Edgerton à l'aide d'un stroboscope entre un club et une balle de golf (a) et (b), entre une raquette et une balle de tennis (c) et (d), entre une batte et une balle de baseball (e) et entre une raquette et une balle de squash (f). L'intervalle de temps dt est constant entre deux images. Le trait bleu correspond à la distance parcourue par l'impacteur entre deux flashs, le trait rouge correspond à la distance parcourue par la balle pendant dt. Le trait rouge est environ deux fois plus grand que le trait bleu dans tous les cas. La vitesse de la balle est donc égale au double de la vitesse de l'impacteur.

6.4 Discussion

Dans la limite où la masse du ballon est faible devant la masse de l'impacteur ($m_2 \ll m_1$) et que l'impact est élastique ($e = 1$) on a toujours un facteur 2 entre la vitesse du ballon et la vitesse de l'impacteur, quelle que soit la manière dont on frappe. Ce résultat s'applique à tous les impacts élastiques : on observe sur les chronophotographies de la figure 6.15, réalisées par H.E. Edgerton [1] grâce à un stroboscope, que la vitesse de la balle est égale à deux fois la vitesse l'impacteur, prise à l'endroit de l'impact, pour différents sports : le golf, le tennis, le baseball et le squash. La vitesse de la balle ne dépend que de la vitesse de l'objet qui la frappe. On comprend mieux les conseils des entraîneurs pour frapper fort, tout ce qui compte c'est la vitesse du pied, de la main, ou de la raquette...

Au football, il y a de la dissipation, on n'a plus un facteur 2 entre les vitesses, mais le seul paramètre qui influe sur la vitesse du ballon est la vitesse du pied : ces deux grandeurs sont proportionnelles et le coefficient ne dépend pas de la manière dont on frappe. Il n'y a donc pas d'« effet pointu ». Pourtant les joueurs ressentent une certaine efficacité du pointu. Une différence visible sur les chronophotographies des deux gestes (cf. figure 6.16) est la masse mise en mouvement : elle est plus faible pour un pointu (du genou au pied) que pour un plat du pied (de la hanche au pied). Ainsi en un temps donné, les vitesses atteintes sont plus grandes avec un pointu qu'un plat du pied. Ou autrement dit, pour atteindre une vitesse donnée, le temps d'exécution du pointu est plus faible.

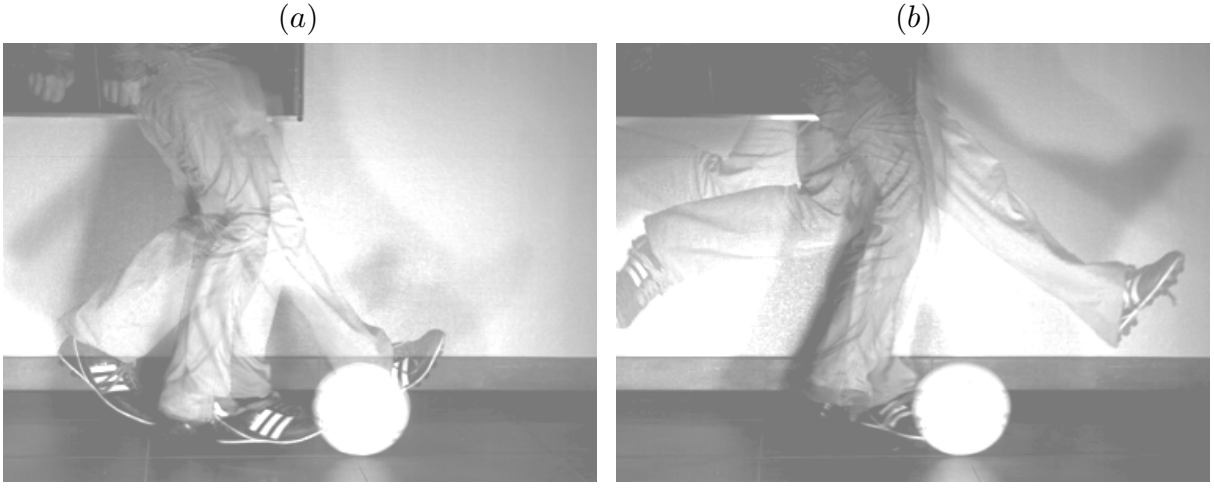


FIGURE 6.16 – Chronophotographies d'une frappe du pointu (a) et du plat du pied (b). La première image correspond à la position la plus reculée de la jambe et l'écart temporel entre deux images est 70 ms pour (a) 130 ms pour (b). Lors d'un pointu seule la partie de la jambe du genou au pied qui est mise en mouvement. Lors d'un plat du pied, toute la jambe se déplace.

1. Harold Eugene Edgerton (1903-1990) a révolutionné la photographie dans les années 1930 en introduisant les lumières stroboscopiques dans la profession, permettant alors de capturer des phénomènes d'une fraction de seconde et de voir ce qui était jusque là invisible. Deux autres pionniers de la photographie sont Etienne-Jules Marey (1830-1904), qui inventa la chronophotographie en 1882 (à l'aide d'un seul objectif et avec des sujets clairs sur fond noir, une plaque photographique étant exposée plusieurs fois par un obturateur rotatif) et Eadweard Muybridge (1830-1904), qui, pour régler une polémique sur le galop du cheval en 1878, disposa douze appareils photographiques le long d'une piste équestre blanchie à la chaux. Il déclencha les appareils à distance grâce à un fil tendu et réalisa des séquences d'images du galop. Il prouva ainsi que les jambes du cheval décollent du sol.

Les séquences d'images de la figure 6.17 décomposent les deux mouvements : (a) le pointu et (b) le plat du pied. Le joueur met 0,2 s pour atteindre une vitesse donnée en réalisant un pointu, alors qu'il lui faut le double avec un plat du pied. Le pointu est donc un coup de pied d'urgence qu'on utilise dans la surface lorsqu'on est pressé par les défenseurs. Quand il n'y a pas d'urgence (c'est le cas du penalty), on n'utilise jamais ce coup de pied. S'il y avait un effet sur la vitesse, on l'utiliserait pour le penalty, où l'on est prêt à prendre des risques, comme faire une Panenka [2] pour marquer.

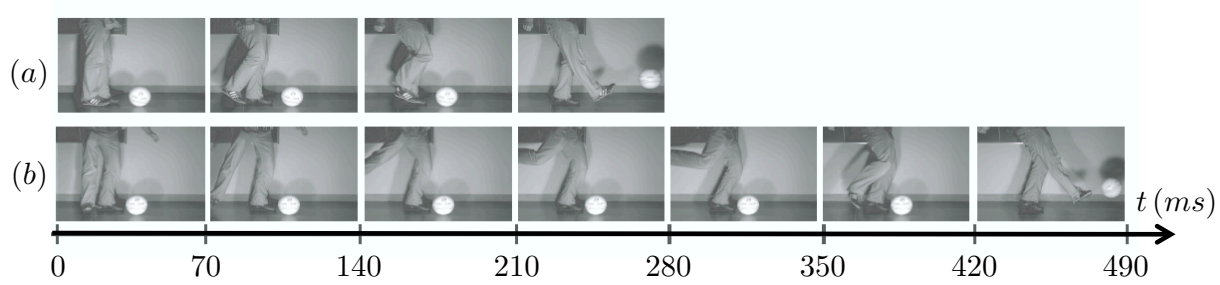


FIGURE 6.17 – Séquences d'images décomposant l'exécution d'un pointu (a) et d'un plat du pied (b). Le temps passe de gauche à droite avec un pas de 70 ms entre deux images.

On retiendra que pour frapper plus fort, il faut augmenter la vitesse du pied. Et c'est la vitesse du pied à l'endroit de l'impact qui compte, les orteils vont plus vite que le plat du pied grâce à l'articulation de la cheville. Nous verrons dans la section 7.2.1 quelles stratégies sont employées pour augmenter la vitesse de l'impacteur, et notamment le rôle des articulations. Une autre différence entre les deux gestes est la déformation du ballon : dans le cas du pointu, le ballon se déforme plus facilement et le temps de contact est plus long ($\tau_{pointu} \approx 20$ ms, $\tau_{plat} \approx 10$ ms). La force de réaction du ballon à l'enfoncement du pied est $F = pS$, où S est la surface déformée et p la surpression du ballon. Il est plus facile de déformer le ballon avec un pointu qu'avec un plat du pied car la surface déformée est plus petite. Les joueurs ressentent peut-être la déformation du ballon comme indicateur d'une frappe puissante. Si la surface de contact n'a pas d'influence sur la vitesse atteinte, elle en a une sur la précision du tir : le contrôle de balle est meilleur avec une surface plus grande (le plat du pied est plus précis que le pointu au foot, une frappe de la paume de la main est plus précise d'un poing au volley, un ballon plus gonflé est plus dur à contrôler car il se déforme moins...).

2. La Panenka est une technique pour tirer les penaltys, rendue célèbre par Antonin Panenka, international Tchécoslovaque, dernier tireur lors de la finale de la Coupe d'Europe des Nations de 1976 et qui offre la victoire à son équipe face à la RFA. Au lieu de frapper en force, il tire doucement du coup du pied, feintant le gardien qui a plongé trop vite.

Chapitre 7

La frappe et le lancer



FIGURE 7.1 – Fapper ou lancer ? Photographies de Lucy Nicholson.

Sommaire

7.1 Frapper ou lancer ? 142
7.1.1 Le lancer 142
7.1.2 La frappe 143
7.1.3 Discussion 144
7.2 Comment lancer ou frapper plus fort ? 146
7.2.1 Utilisation des articulations 146
7.2.2 Utilisation de l'énergie élastique 148

7.1 Frapper ou lancer ?

L'étude de la frappe au foot nous a permis de comprendre qu'on peut gagner jusqu'à un facteur 2 sur la vitesse du ballon en le frappant. On se demande alors pourquoi dans certains sports (basket, hand) on lance le ballon plutôt que de le frapper. Est-ce qu'un arrière de hand aurait intérêt à lancer le ballon en l'air pour le smasher comme un volleyeur ? Est-ce que son ballon partirait plus vite ? Cette partie vise à comparer l'efficacité de la frappe par rapport au lancer dans les différents sports de balle.

7.1.1 Le lancer

Les chronophotographies des figures 7.2 et 7.3 présentent deux exemples de lancers au baseball et au handball. Elles montrent dans les deux cas, que la vitesse de la balle est égale à la vitesse de la main juste avant que la balle ne la quitte : $v_2'/v_1 = 1$.

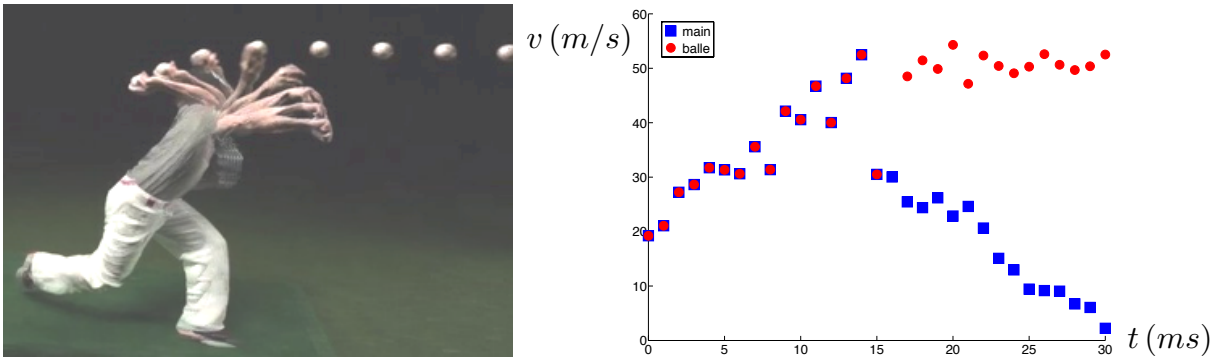


FIGURE 7.2 – (a) Chronophotographie d'un lancer au baseball. L'intervalle de temps entre deux images est de 5 ms. (b) Evolution de la vitesse de la main (■) et de la balle (●) au cours du temps. La balle part à la vitesse $v_2' \approx 50$ m/s qui correspond à la vitesse maximale atteinte par la main, au moment du lâcher.

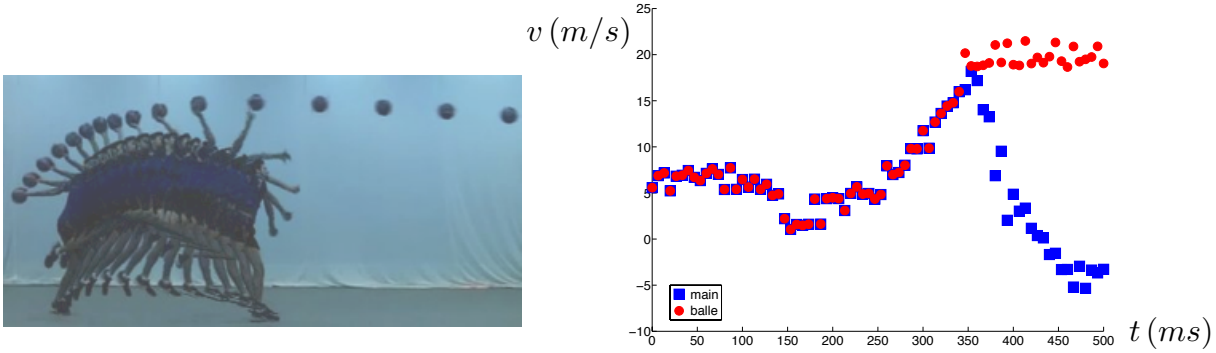


FIGURE 7.3 – (a) Chronophotographie d'un tir au handball : l'intervalle de temps entre deux images est de 33 ms. (b) Evolution de la vitesse de la main (■) et de la balle (●) au cours du temps. La balle part à la vitesse $v_2' \approx 20$ m/s qui correspond à la vitesse maximale atteinte par la main, au moment du lâcher.

7.1.2 La frappe

La conservation de la quantité de mouvement vue au paragraphe 6.2.1 prédit un rapport des vitesses de la balle et de l'impacteur de la forme :

$$\frac{v'_2}{v_1} = \frac{1+e}{1+m_2/m_1} \tag{7.1}$$

Ce rapport est un indicateur de l'efficacité de la frappe. Elle est d'autant plus efficace que le coefficient de restitution e est proche de 1 et que la masse de la balle m_2 est faible devant la masse de l'impacteur m_1. Le tableau 7.4 rassemble pour chaque sport, la taille de la balle ($2R$), sa masse (m_2), la nature de l'impacteur, sa masse (m_1), le rapport des masses (m_2/m_1), le coefficient de restitution de la balle sur une surface indéformable (e), l'efficacité de la frappe ($\frac{1+e}{1+m_2/m_1}$), le rapport des vitesses de l'impacteur après et avant l'impact ($\frac{1-em_2/m_1}{1+m_2/m_1}$) et la vitesse maximale de la balle enregistrée dans chaque sport ($v'_{2,max}$). Nous considérons comme impacteur le dernier segment rigide relié au reste du corps par une articulation et qui vient percuter la balle. Pour les sports où la balle est frappée avec la main, nous prenons la main comme impacteur. Sa masse vaut environ 0,6% de la masse du corps ($m_1 \approx 480\,\mathrm{g}$) [201, 209, 210]. Pour le foot, l'impacteur est le pied, de masse $m_1 \approx 1{,}2\,\mathrm{kg}$. Lorsque le sport se pratique avec une raquette, un club ou une batte, c'est cette masse que nous prenons.

Sport	$2R$ (cm)	m_2 (g)	lanceur	m_1 (g)	m_2/m_1	e	$\frac{1+e}{1+m_2/m_1}$	$\frac{1-em_2/m_1}{1+m_2/m_1}$	$v'_{2,max}$ (m/s)
Lancer du poids	12,5	7260	main	480	15,1	0,90	0,12	-0,82	15
Bowling	22	4080	main	480	8,50	0,67	0,18	-0,53	15
Pétanque	7,3	700	main	480	1,46	0,08	0,44	0,36	15
Basketball	24	650	main	480	1,35	0,86	0,79	-0,07	16
Handball	18,6	450	main	480	0,94	0,76	0,91	0,15	27
Squash	4,0	24	raquette	130	0,18	0,30	1,10	0,80	78
Volleyball	21	210	main	480	0,44	0,85	1,29	0,44	37
Football	21,8	450	pied	1160	0,39	0,84	1,33	0,48	51
Badminton	6,5	5	raquette	80	0,06	0,44	1,36	0,92	137
Baseball	7,4	145	batte	1000	0,15	0,58	1,38	0,80	54
Tennis	6,5	55	raquette	280	0,20	0,72	1,44	0,72	73
Golf	4,5	45	club	450	0,10	0,92	1,75	0,83	91
Tennis de table	4,0	2,5	raquette	150	0,02	0,86	1,83	0,97	32

FIGURE 7.4 – Caractéristiques de quelques sports de balles : taille ($2R$) et masse de la balle (m_2), nature et masse (m_1) de l'impacteur, le rapport des masses (m_2/m_1), coefficient de restitution de la balle sur une surface indéformable (e), prédiction du rapport des vitesses du ballon et de l'impacteur lors d'une frappe ($[1+e]\,/\,[1+m_2/m_1]$), prédiction du rapport des vitesses de l'impacteur après et avant l'impact ($[1-e\,m_2/m_1]\,/\,[1+m_2/m_1]$) et vitesse maximale de la balle enregistrée dans chaque sport ($v'_{2,max}$).

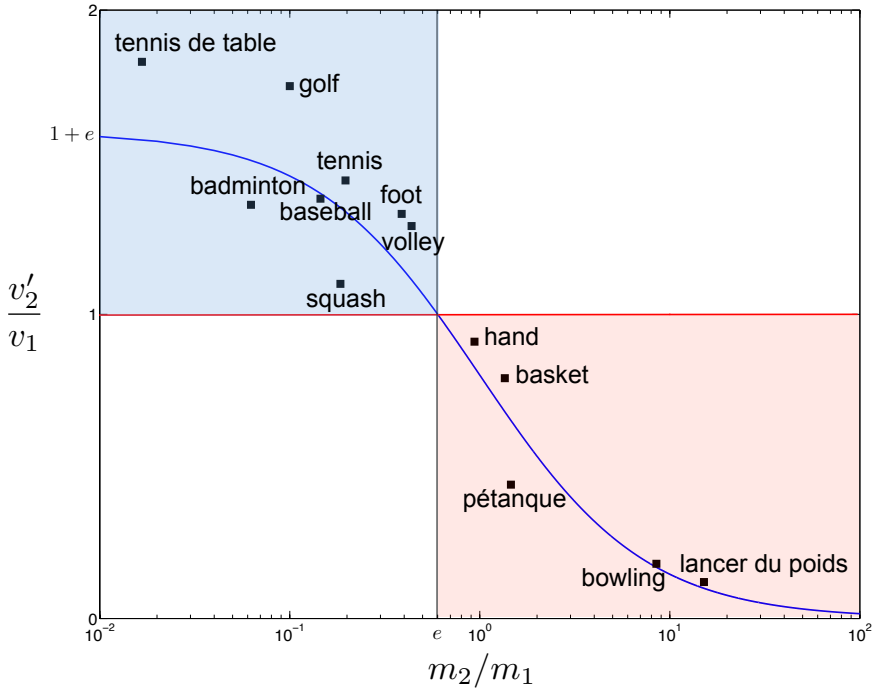


FIGURE 7.5 – Efficacité de la frappe : rapport des vitesses de la balle et de l'impacteur en fonction du rapport des masses obtenue à partir de l'équation (7.1) : (–), estimation pour chaque sport du tabeau de la figure 7.4 : (■). Le rapport des vitesses égal à un pour le lancer : (–).

7.1.3 Discussion

La figure 7.5 présente l'évolution du rapport des vitesses v_2'/v_1 lors d'une frappe, donnée par l'équation (7.1) en fonction du rapport des masses m_2/m_1 (——), ainsi que pour un lancer $v_2'/v_1 = 1$ (——). On observe que la frappe est plus efficace que le lancer lorsque la masse de la balle est faible devant la masse de l'impacteur. Mais lorsque la masse de la balle devient trop grande, la vitesse atteinte en frappant la balle est plus faible qu'en la lançant. La limite $v_2'/v_1 = 1$ est obtenue pour $m_2/m_1 = e$. Ainsi pour tous les sports où m_2/m_1 est inférieur au coefficient de restitution, on a intérêt à frapper la balle : le rapport des vitesses est supérieur à un. Mais pour les sports où $m_2/m_1 > e$, la frappe s'avère moins efficace que le lancer, puisque la vitesse communiquée à la balle est inférieure à la vitesse de l'impacteur. Le rapport des vitesses prédit par la relation (7.1) et le rapport des masses sont estimés pour tous les sports présentés dans le tableau de la figure 7.4 et portés sur la figure 7.5 (■). Les sports semblent se séparer en deux groupes : dans la zone bleue ($m_2/m_1 < e$ et $v_2'/v_1 > 1$) se trouvent les sports où la frappe est efficace (tennis de table, golf, tennis badminton, baseball, foot, volley, squash). Il s'agit des sports où l'on atteint les vitesses les plus grandes $v'_{2,max}$. La zone rouge ($m_2/m_1 > e$ et $v_2'/v_1 < 1$) regroupe les sports où la frappe est moins efficace que le lancer (handball, basketball, pétanque, bowling, lancer du poids). Il s'agit des sports où l'on n'utilise jamais la frappe. La conservation de la quantité de mouvement permet aussi d'exprimer la variation de vitesse de l'impacteur lors de la frappe :

$$\frac{v_1'}{v_1} = 1 - \frac{m_2}{m_1}\frac{v_2'}{v_1} = \frac{1 - e m_2/m_1}{1 + m_2/m_1} \tag{7.2}$$

Ainsi les sports de la zone rouge correspondent à une grande variation de la vitesse de l'impacteur si la balle est frappée ($v_1'/v_1 \ll 1$ pour le handball voire $v_1'/v_1 < 0$ pour le lancer du poids, le bowling ou le basket : la main recule à l'impact) et donc un impact violent, qui achève de dissuader le joueur de frapper. Une estimation de la force subie par l'impacteur lors de la collision serait $F \sim m_2(v_1 - v_1')/\tau$. Un handballeur n'a pas intérêt à smasher le ballon au but pour deux raisons : la frappe est moins efficace que lancer en terme de vitesse atteinte, et il risque de se blesser.

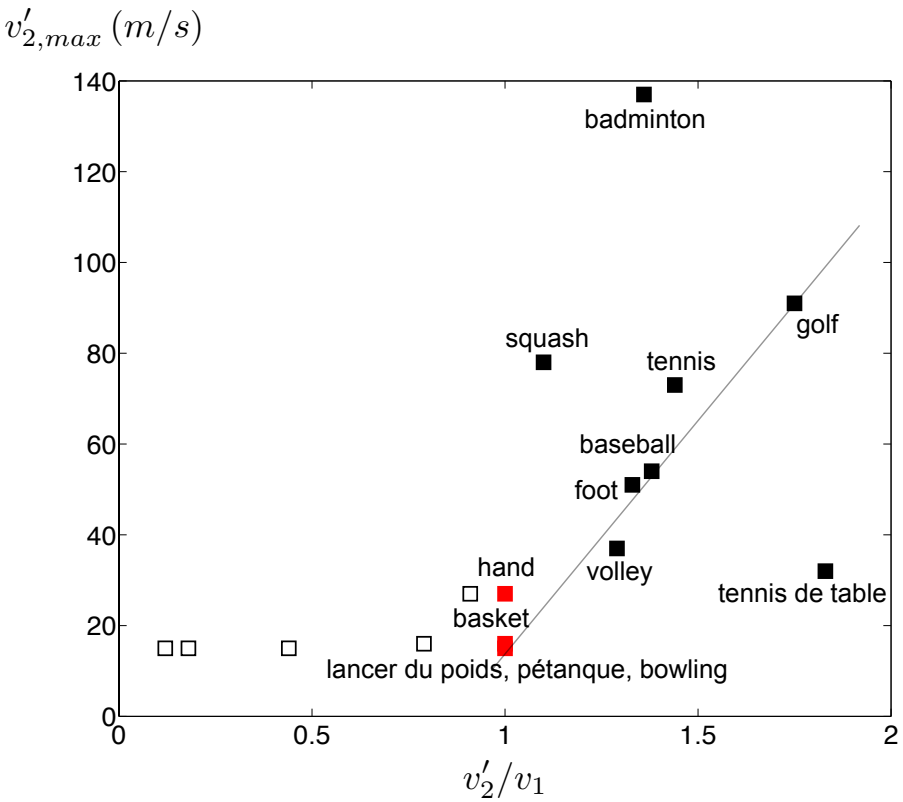


FIGURE 7.6 – Vitesses record de la balle en fonction de l'efficacité du tir pour des balles frappées (■) et lancées (■)

La figure 7.6 présente les vitesses maximales enregistrées dans chaque sport en fonction de l'efficacité de la frappe (v_2'/v_1) : (■). Pour les sports où le lancer est plus efficace que la frappe, on prend $v_2'/v_1 = 1$: (■). Pour ces sports où le projectile est lourd, les vitesses atteintes sont les plus faibles. Pour les projectiles frappés, la vitesse maximale atteinte augmente avec l'efficacité du tir v_2'/v_1. On observe trois anomalies sur cette courbe : le record de vitesse au tennis de table est très faible, et au contraire les records au squash et au badminton sont très élevés. Pour le tennis de table et le squash, l'explication pourrait venir du coefficient de restitution. Nous avons considéré le coefficient de restitution entre la balle et une surface en acier indéformable ($e = 0.86$ pour le tennis de table). La raquette de tennis de table est en bois, recouverte d'un revêtement en mousse, qui permet de frapper les balles avec beaucoup de spin. Ce revêtement amène une dissipation d'énergie supplémentaire à l'impact et le coefficient de restitution entre la balle et la raquette est plus faible. L'efficacité de la frappe est donc elle aussi plus faible ($v_2'/v_1 < 1{,}83$) et le point se décale vers la droite. (Pour $e = 0{,}5$ alors $v_2'/v_1 = 1{,}47$.) Pour le squash, le coefficient de restitution est très faible à 20°C ($e = 0{,}3$) mais la température de la balle est plus élevée pendant le jeu à cause des impacts et le coefficient de restitution de la balle augmente avec la température

[211, 212, 213, 214, 215]. (à 70°C, $e = 0{,}4$ aux grandes vitesses, et $e = 0{,}7$ aux faibles vitesses, soit $1{,}19 < v_2'/v_1 < 1{,}44$). Le point se décale sur la droite. Le dernier point concerne le badminton, nous verrons dans le chapitre 8 comment utiliser un effet élastique (la déflexion du shaft) pour augmenter la vitesse de la raquette.

Sur cette courbe, on voit que les sports où la balle va le plus vite sont ceux où elle est frappée avec une raquette, un club ou une batte. En effet, puisque seule la vitesse de l'impacteur compte, si on considère que le bras peut fournir une vitesse angulaire fixée, plus le bras de levier est grand et plus on atteindra une vitesse linéaire élevée. Nous verrons dans la section suivante comment utiliser les articulations pour atteindre des vitesses plus élevées et battre tous les records.

7.2 Comment lancer ou frapper plus fort ?

7.2.1 Utilisation des articulations



FIGURE 7.7 – Principe du propulseur : *Indian hunting with Atlatl*, Daniel Eskridge. Dessin de Ken Brown.

La question que nous nous posons est de savoir comment arriver à une grande vitesse de pied, de main ou de raquette. Depuis la préhistoire les hommes ont compris l'intérêt des articulations pour lancer plus loin. L'invention du propulseur a permis à l'homme de multiplier la vitesse de sa lance par deux ou trois et ainsi de se tenir plus loin de sa proie [216, 217]. Le trébuchet, cette arme médiévale mise en branle lorsqu'un contrepoids est relâché, utilise l'idée du double pendule pour augmenter la vitesse de la poche et relâcher le projectile avec une vitesse maximale [218, 219]. Les trébuchets qui nous ont permis d'observer les trajectoires au chapitre précédent ont été construits par Renaud Beffeyte, sur les plans d'un architecte de génie : Villard de Honnecourt [220, 221]. Ces plans sont autant d'énigmes à décrypter dans lesquels le nombre d'or régit les proportions de longueurs des mâts. La figure 7.8 montre la chronophotographie d'un tir au trébuchet avec un pas de temps de 0,2 s (a) et la dynamique des segments qui le constituent, obtenue par intégration des équations du double pendule (b).

Au football, la jambe qui frappe peut être modélisée par deux segments : la cuisse et le mollet, reliés par l'articulation du genou. Nous essayons de comprendre pourquoi elle est plus efficace qu'un segment unique de même longueur et de même masse, non articulé. La figure 7.9 présente les notations utilisées dans les deux cas. D'après les lois de composition des mouvements, on peut écrire : $\mathbf{v_C} = \mathbf{v_A} + \underline{\omega} \wedge \mathbf{AC}$, où $\mathbf{v_A}$ et $\mathbf{v_C}$ sont les vitesses de translation de A et C, et $\underline{\omega}$ la vitesse angulaire du segment autour du point A. On néglige la vitesse de translation de A. La vitesse du point C est alors ωL en projection sur la

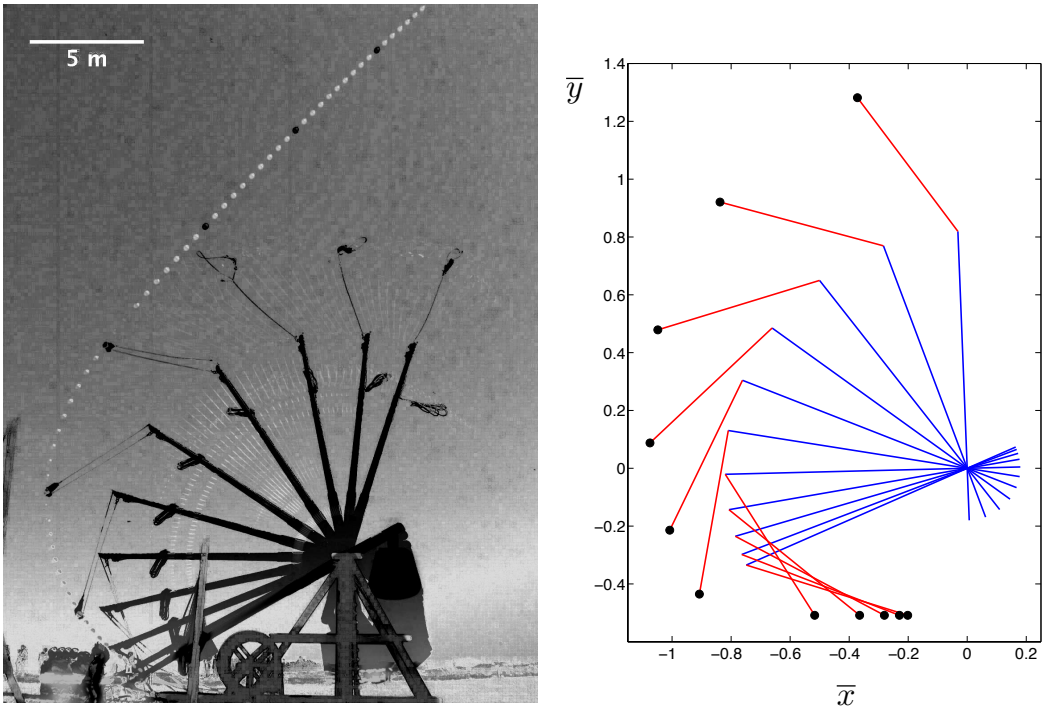


FIGURE 7.8 – Le trébuchet : chronophotographie du mécanisme de lancer (l'intervalle de temps entre deux images est 0,2 s) à laquelle on a superposé la trajectoire du projectile. Dynamique de chaque segment de la machine de guerre, obtenue par intégration des équations du double pendule.

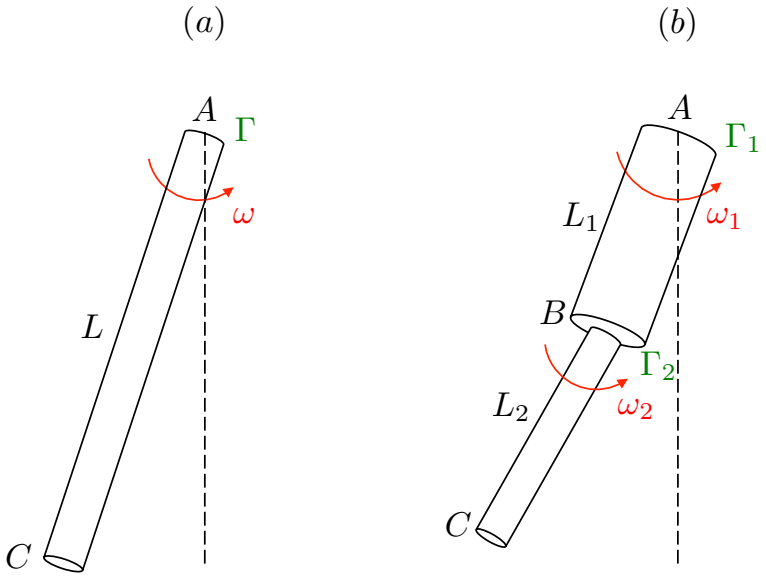


FIGURE 7.9 – (a) Modèle à un segment AC de longueur L, de masse M qui tourne à la vitesse angulaire ω sous l'effet d'un couple moteur Γ. (b) Modèle à deux segments AB et BC de longueurs L_1 et L_2, de masses M_1 et M_2. Le segment AB tourne à la vitesse angulaire ω_1 sous l'effet du couple moteur Γ_1 et le segment BC tourne à la vitesse angulaire ω_2 sous l'effet du couple moteur Γ_2.

normale à **AC**. Dans le cas de la jambe articulée, on a $\mathbf{v_C} = \mathbf{v_A} + \underline{\omega_1} \wedge \mathbf{AB} + \underline{\omega_2} \wedge \mathbf{BC}$, soit $\omega_1 L_1 + \omega_2 L_2$ sur la normale à **BC** au moment de la frappe.

Pour savoir si une jambe articulée est plus efficace qu'une jambe rigide, on néglige les vitesses de translation et on compare les vitesses en bout de jambe au moment de l'impact : ωL et $\omega_1 L_1 + \omega_2 L_2$. La gravité est négligée dans la mesure où les moteurs de la frappe sont les muscles extenseurs de la hanche et les quadriceps. La vitesse angulaire du segment autour du point A est obtenue en intégrant le théorème du moment cinétique, appliqué par rapport à l'axe parallèle à $\underline{\omega}$ et passant par A : $\omega \simeq \tau\Gamma/J$, où Γ est le couple moteur appliqué au segment en A, τ le temps d'accélération de la jambe et $J \approx \frac{1}{3}ML^2$ est le moment d'inertie du segment par rapport à l'axe passant par A et perpendiculaire au plan du mouvement de la jambe. Pour les deux segments $i = 1$ et 2, on écrit de la même manière : $\omega_i = \tau\Gamma_i/J_i$ et $J_i \approx \frac{1}{3}M_iL_i^2$. Qualitativement, séparer la jambe en deux segments permet de diminuer le moment d'inertie de chaque segment et d'atteindre une vitesse de rotation plus grande pour un même couple moteur. Le rapport des vitesses dues à la rotation s'exprime comme : $\frac{\omega_1 L_1 + \omega_2 L_2}{\omega L} = \frac{\Gamma_1/\Gamma}{M_1L_1/ML} + \frac{\Gamma_2/\Gamma}{M_2L_2/ML}$.

Les couples produits par le muscle extenseur de la hanche et par le quadriceps ont été mesurés lors de frappes [203, 222, 223] et valent respectivement $\Gamma_1 \approx 300\,\mathrm{Nm}$ et $\Gamma_2 \approx 160\,\mathrm{Nm}$. Les longueurs et masses des différents segments du corps ont été mesurés et représentent un pourcentage fixé de la taille de l'individu ou de sa masse [201, 209, 210] : ainsi le bras pèse 1,7 fois plus que l'avant-bras et n'est que 1,1 fois plus long. La cuisse est 2,3 fois plus lourde que le mollet, mais sa longueur est égale à 0,9 fois celle du mollet. Par conséquent on choisit : $M_1 \approx 2M_2 \approx 2M/3$ et $L_1 \approx L_2 \approx L/2$. Enfin la force développée par un muscle est proportionnelle à la section du muscle, on peut considérer que le moment de cette force est proportionnel au volume du muscle (comme la masse). On vérifie alors que les couples exercés sont dans les mêmes rapports que les masses : $\Gamma_1 \approx 2\Gamma_2 \approx 2\Gamma/3$. On obtient un rapport des vitesses $\frac{\omega_1 L_1 + \omega_2 L_2}{\omega L} \approx 4$. Ce rapport 4 dépend bien sûr des masses, des longueurs de chaque segment et des couples musculaires exercés, mais il montre que la vitesse atteinte avec une jambe articulée est bien plus grande que sans articulation. En réalité, le mouvement de la jambe lors de la frappe est encore plus complexe, avec l'articulation de la cheville qui permet de faire gagner de la vitesse au bout du pied. On observe sur la figure 7.10 l'évolution des vitesses angulaires de la cuisse et du mollet ainsi que l'évolution des vitesses de la hanche, du genou, de la cheville et des orteils en fonction du temps. Plus le membre possède un grand nombre d'articulations et plus la vitesse au bout est grande. De la même manière pour le bras, une grande vitesse de la main (pour frapper un ballon de volley ou lancer un ballon de hand) peut être atteinte grâce aux articulations de l'épaule, du coude et du poignet. En sport, un moyen d'optimiser encore sa vitesse a été l'invention de la raquette. La raquette est un segment qui prolonge le bras et permet d'augmenter encore la vitesse de frappe. La figure 7.11 montre différentes raquettes utilisées en sport. L'analogie du modèle du double pendule a été validée pour le tennis [224, 225, 226], le badminton [227, 228], le baseball [229, 230], le golf [231, 232]... Les sports qui se pratiquent avec une raquette sont ceux pour lesquels les vitesses de projectiles sont les plus grandes, et parmi eux le badminton se distingue.

7.2.2 Utilisation de l'énergie élastique

Une autre manière d'augmenter la vitesse du projectile est de stocker de l'énergie élastique dans le lanceur ou l'impacteur et de la récupérer lorsque la contrainte est relâchée.

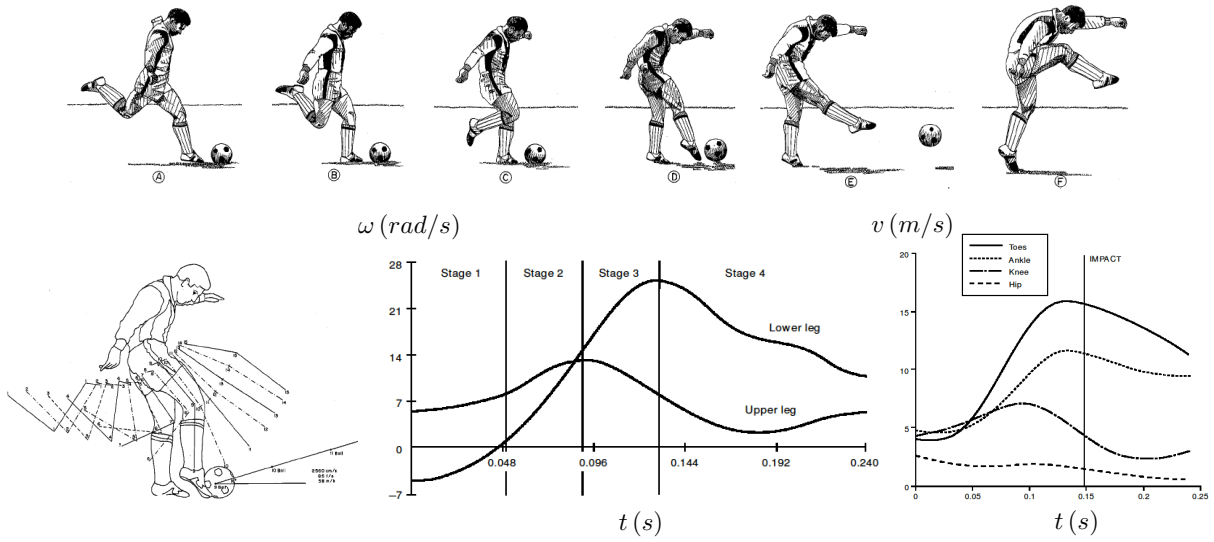


FIGURE 7.10 – (a) Croquis d'une frappe au foot. (b) Superposition des position des différents segments de la jambe au cours de la frappe prises toutes les 17 ms. (c) Vitesses angulaires de la cuisse et du mollet en fonction du temps. (d) Vitesses de la hanche, du genou, de la cheville et du bout du pied au cours du temps. Extrait de Plagenhoef 1971 [201].



FIGURE 7.11 – Raquettes de badminton (a), de tennis (b), de squash (c), de tennis de table (d), batte de baseball (e) club de golf (f) et crosse de hockey (g).

(a) (b)

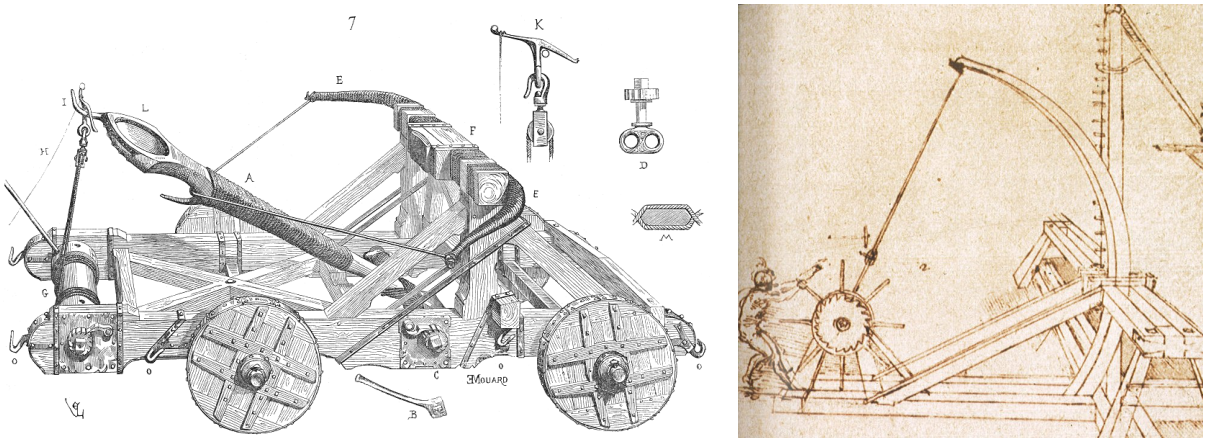


FIGURE 7.12 – (a) Baliste, dessin de Viollet-le-Duc. (b) Scorpion, dessin de Léonard de Vinci (Codex Atlanticus).

En artillerie névrobalistique [1], cet effet est très utilisé. C'est le principe de la catapulte ou de la baliste, présentée sur la figure 7.12-(a) [189]. Ces machines sont formées d'un levier terminé par une cuillère dans laquelle on place le projectile. A l'aide d'un treuil, le levier est bandé par un écheveau de nerfs de boeuf entortillés (et parfois aussi par un arc de bois). Quand on relâche la gâchette, le levier est mis en mouvement et va frapper le butoir projetant le boulet sur la cible. L'élasticité des nerfs étant très variable et dépendant des conditions de température et d'humidité, ces armes de jets furent abandonnées dès le VI^{e} siècle, au profit de systèmes à contrepoids comme le trébuchet.

En sport le principe de la catapulte est utilisé pour augmenter la vitesse de lancer de balle. Au baseball, les pitchers lancent la balle jusqu'à 50 m/s. Les vitesses de dépliment de l'avant-bras et du poignet peuvent atteindre 2500°/s. Le lanceur étend son bras vers l'arrière en avançant le torse pour mettre en tension les tendons, ligaments et muscles de l'épaule. L'énergie élastique est ensuite relâchée en une fraction de seconde et permet de lancer la balle à grande vitesse. L'évolution de l'épaule de l'homme est due à la pression sélective exercée par la pratique de la chasse. L'*Homo Erectus* a développé son anatomie pour optimiser le lancer [233].

Un autre exemple d'arme médiévale qui utilise un effet élastique est le scorpion, présenté sur la figure 7.12-(b). Il consiste en un faisceau de lames de bois, ou un jeune arbre dépouillé de ses branches, fixé verticalement sur une plate-forme tournante. En face du faisceau se trouve une poutre verticale, percée de trous dans lesquels on a placé un ou plusieurs javelots dont la hampe dépasse à l'arrière. Le faisceau est défléchi à l'aide d'un treuil, et lorsqu'on le relâche, il va frapper violemment les javelots et les projette sur l'ennemi [189].

Le même effet utilisé dans le « slapshot »au hockey. Le joueur racle la crosse sur la glace, pour la déformer et profiter du retour élastique lorsqu'il frappe le palet. La vitesse de la crosse au moment de l'impact est plus grande et le palet part plus vite [80]. La figure 7.13 montre les déformations de la crosse observées au hockey.

Parmi tous les impacteurs de la figure 7.11, le club de golf, du fait de sa forme (une masse au bout d'une longue tige), se déforme spontanément lorsqu'il est mis en mouvement [234]. Si la période d'oscillation est synchronisée avec le temps de préparation du tir, la retour élastique du shaft peut permettre d'augmenter la vitesse de la balle. La figure 7.14

1. Le préfixe « névro- »vient du grec ancien, « neuron », qui signifie « nerf ».

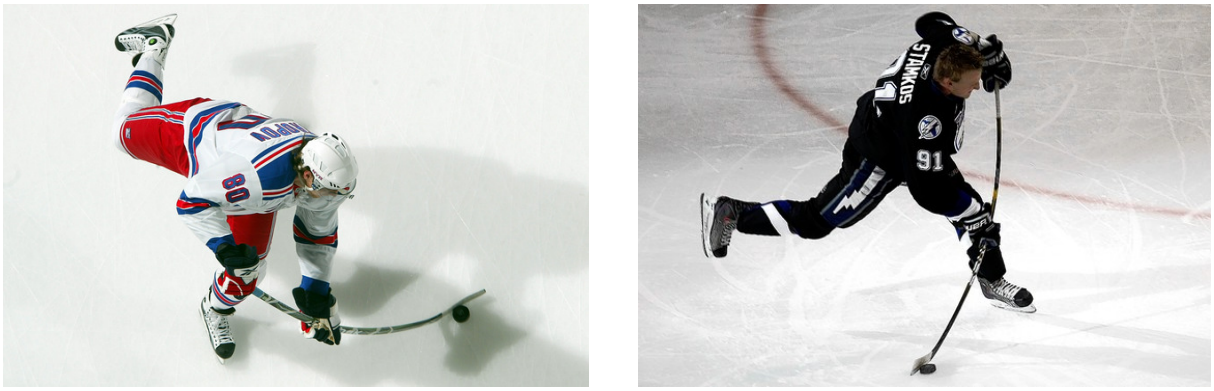


FIGURE 7.13 – Tir au hockey : le joueur racle la crosse sur la glace pour la déformer et utiliser l'effet élastique pour projeter le palet plus fort.

montre les déformations du club observées au golf. Dans le chapitre suivant, nous étudions cet effet dans le cas du badminton.



FIGURE 7.14 – Drive au golf : le shaft du club se déforme lorsque le manche est accéléré.

Chapitre 8

Le smash au badminton



FIGURE 8.1 – Lucy Nicholson

Sommaire

8.1 Expérience de smash 154
8.1.1 Dispositif expérimental 154
8.1.2 Résultats expérimentaux 155
8.2 Expérience à une dimension 158
8.2.1 Dispositif expérimental 158
8.2.2 Résultats expérimentaux 159
8.3 Modèle harmonique 161
8.4 Comparaison 162
8.4.1 Excitation harmonique 162
8.4.2 Excitation triangulaire 162

Ce travail a été réalisé avec Michael Phomsoupha et Guillaume Laffaye.

Introduction

Parmi tous les sports de balles, le record absolu de vitesse est atteint au badminton : le volant du Malaisien Tan Boon Heong est sorti de sa raquette à 137 m/s. En tennis, un autre sport de raquette, la balle la plus rapide est enregistrée à 73 m/s. Les raquettes sont sensiblement de même taille dans les deux sports ($L \approx 68$ cm), et l'efficacité de la frappe déterminée dans la section 7.1 est voisine (1,38 au badminton et 1,44 au tennis). La raquette de tennis est plus lourde ($m \approx 280$ g) que la raquette de badminton ($m \approx 80$ g) mais reste assez légère ($m < m_{main}$) pour ne pas beaucoup modifier la vitesse que le bras est capable de fournir. La question que nous traitons dans ce chapitre est de savoir si



FIGURE 8.2 – Exemples de déflexion de la raquette de badminton après l'impact avec le volant.

cette différence de vitesse peut venir de l'élasticité de la raquette. En effet, la raquette de tennis est beaucoup plus rigide (clampée par le manche, la raquette vibre à une fréquence $f_0 \approx 140$ Hz, qui correspond à une raideur $k \approx 220$ N/m) que la raquette de badminton ($f_0 \approx 15$ Hz et $k \approx 7{,}5$ N/m). Cette différence est visible sur la figure 7.11 : la tête de raquette de badminton est reliée au manche rigide par une longue tige en carbone de diamètre 8 mm (le « shaft »), elle semble plus facile à déformer qu'une raquette de tennis, qui a un cadre plus large. La figure 8.2 présente quelques séquences de jeu où la raquette de badminton se tord. Au contraire, on observe que la raquette de tennis ne se déforme pas, sur la chronophotographie d'un service de Wawrinka (cf. figure 8.3). La déflexion du shaft de la raquette de badminton a déjà été mise en évidence [235, 236, 237]. Nous essayons de comprendre comment cet effet est utilisé lors du smash et comment optimiser la déflexion du shaft pour aider le joueur à augmenter la vitesse de ses coups.

8.1 Expérience de smash

8.1.1 Dispositif expérimental

Nous avons filmé à la caméra rapide (à 1800 fps) les smashs effectués par Michael, un joueur de série A. Pour avoir accès aux déformations du shaft au cours d'un smash, nous avons équipé la raquette d'une jauge de déformations [1] (cf. figure 8.4). La jauge, dont la

1. Merci à William Gilbert du TreX Méca de l'Ecole Polytechnique de nous avoir prêté ce matériel.



FIGURE 8.3 – Chronophotographie d'un service de Stanislas Wawrinka au tennis.

résistance varie lorsqu'elle est déformée, est couplée à un montage en pont de Wheastone par deux fils longs de 3 m (pour laisser le joueur libre de ses mouvements lors du smash). Une carte d'acquisition permet d'enregistrer les variations de tension aux bornes du pont au cours du temps à une fréquence d'acquisition de 1000 Hz. Le dispositif est étalonné de manière à faire correspondre les tensions mesurées aux déformations de la raquette et aux forces appliquées.

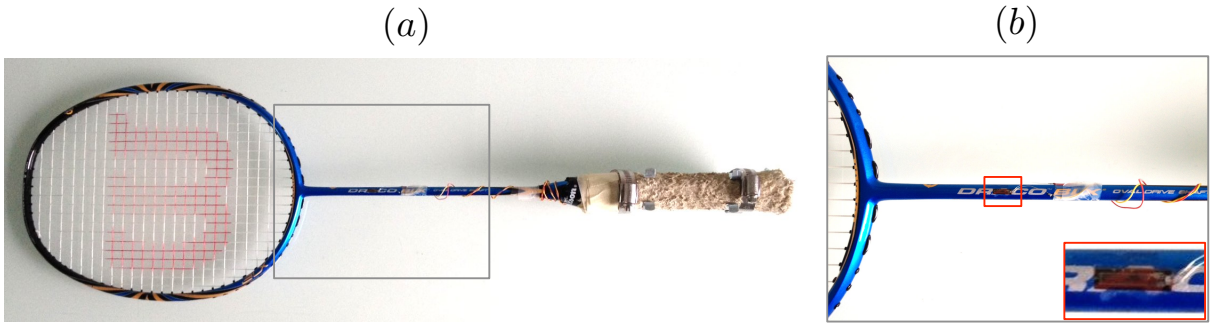


FIGURE 8.4 – Raquette de badminton utilisée pour les expériences (a). Agrandissement sur le shaft (b) et sur la jauge de déformations (en insert dans le cadre rouge).

8.1.2 Résultats expérimentaux

La figure 8.5-(a) présente la superposition de trois images d'un smash prises toutes les 15 ms. Le joueur accélère le manche de la raquette vers l'avant, la tête ne suit pas instantanément : le shaft se tord jusqu'à atteindre une déflexion maximale δ_{max} = 17 cm

(image 1). Puis la raquette se déplie vers l'avant et atteint une vitesse maximale au passage à la verticale : c'est le moment optimal pour frapper le volant (image 3). A la vitesse de la raquette si elle était complètement rigide, s'ajoute une composante élastique due au fouetté de la tête de raquette.

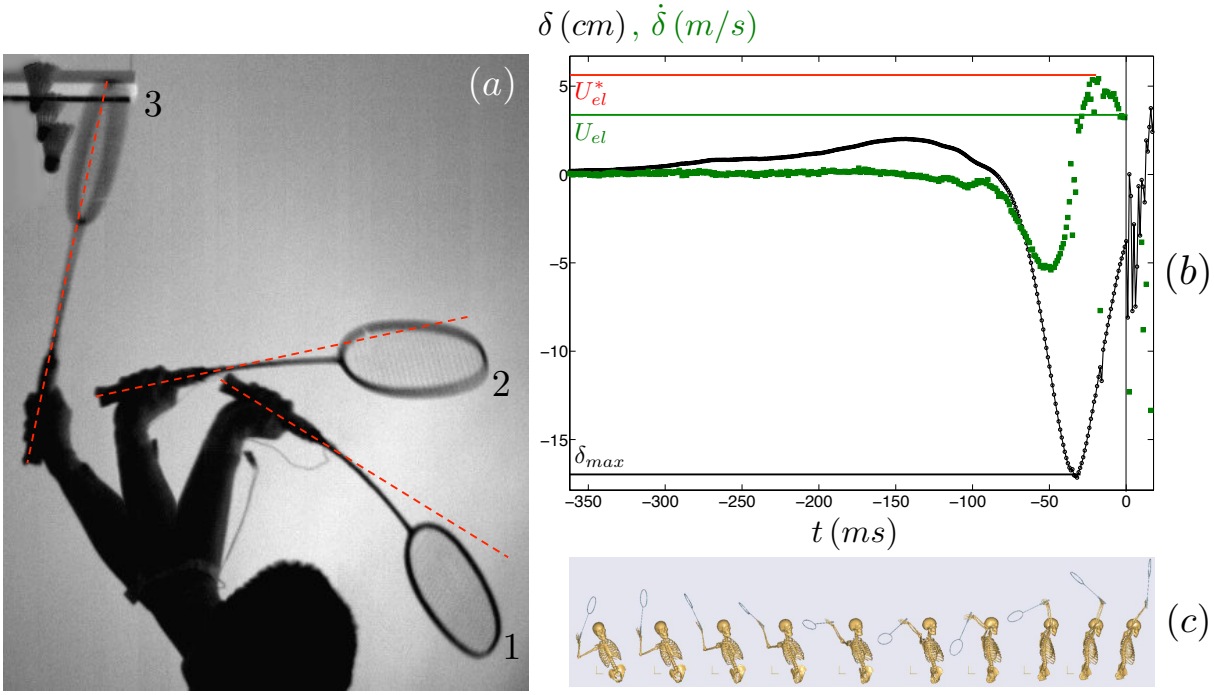


FIGURE 8.5 – (a) Chronophotographie d'un smash de Michael : la tête de raquette se défléchit de 17 cm (image 1) et atteint une vitesse de 64 m/s juste avant l'impact (image 3). Les images sont prises toutes les 15 ms. (b) Evolution temporelle de la déflexion de la tête de raquette δ (•) et de la vitesse élastique associée $\dot{\delta}$ (■) au cours de l'expérience de smash. La raquette atteint une déflexion maximale $\delta_{max} = -17$ cm et une vitesse élastique maximale $U^*_{el} = 5{,}1$ m/s. La vitesse élastique utilisée au moment de l'impact est $U_{el} = 3{,}2$ m/s. (c) Phases du smash : préparation (images 1 à 7) et smash (images 8 à 10). L'image 10 correspond à l'impact. D'après [236].

La figure 8.5-(b) montre les données de la jauge de contrainte lors du même smash : la déflexion de la raquette δ (•) et la vitesse élastique associée $\dot{\delta}$ (■). La déflexion est comptée positive quand la raquette se tord vers l'avant. L'origine du temps est prise au moment de l'impact. Lors de la phase préparatoire (-360 ms $\leq$ t ≤ -60 ms), lorsque le joueur amène la raquette derrière son dos, tête vers le bas, on observe une première déflexion due à l'accélération de la raquette vers le bas et en arrière. Cette déflexion est positive et d'amplitude $\delta = 2{,}4$ cm. Puis la raquette repart vers l'avant pour aller frapper le volant (-60 ms $\leq$ t ≤ 0) : on observe alors une déflexion de la tête de raquette vers l'arrière (négative) et d'amplitude $\delta_{max} = 17$ cm à $t = -30$ ms. Puis la tête se déplie vers l'avant pendant que la raquette continue à avancer vers le volant. On peut mesurer la vitesse élastique $U_{el} = 3{,}2$ m/s au moment de l'impact qui correspond à 5% de la vitesse réelle de la raquette. On observe que l'impact n'a pas lieu au moment où la vitesse élastique est maximale ($U^*_{el} = 5{,}2$ m/s à $t = -18$ ms). Cela signifie que le joueur n'utilise pas tout l'effet élastique disponible. En améliorant le timing de la frappe (c'est-à-dire en atteignant simultanément le maximum de vitesse de la raquette et le maximum de la vitesse élastique au moment de l'impact), il pourrait encore augmenter la vitesse de frappe.

La figure 8.6-(a) rassemble les vitesses élastiques mesurées lors des différents smashes effectués par Michael au moment de l'impact U_{el} (■) et les vitesses élastiques maximales obtenues U_{el}^{*} (●), en fonction de l'accélération de la raquette γ. Cette accélération est déterminée à partir de la déflexion de la raquette. Après étalonnage de la jauge de déformation en statique, on sait que la déflexion de la tête de la raquette correspond à l'application d'une force F telle que $F = k\delta$ avec $k = 1{,}71\,\mathrm{N/cm}$. L'accélération lors du smash est évaluée comme $\gamma \simeq F_{max}/M$, où $M = 86\,\mathrm{g}$ est la masse de la raquette. On observe sur cette courbe, que la vitesse élastique disponible (et utilisée) augmente avec l'accélération, mais le joueur n'utilise jamais l'effet de manière optimale ($U_{el} < U_{el}^{*}$).

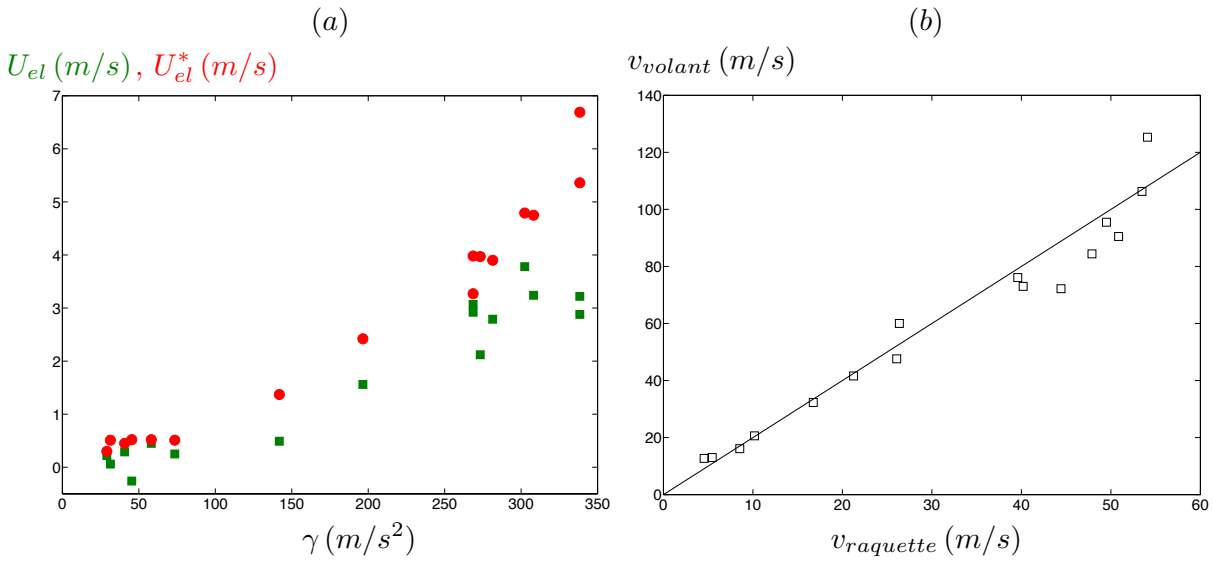


FIGURE 8.6 – (a) (b) Evolution de la vitesse élastique utilisée à l'impact U_{el} (■) et de la vitesse élastique maximale U_{el}^{*} (●) en fonction de l'accélération $\gamma = F_{max}/M$, où $F_{max} = k\delta_{max}$ est la force maximale subie par la raquette et M sa masse. (b) Evolution de la vitesse du volant en sortie de raquette v_{volant} avec la vitesse de la raquette au point d'impact $v_{raquette}$ pour toutes les expériences de smash. Les points s'alignent sur une droite de pente 1,6 ce qui signifie que le rapport des vitesses est constant et vaut $v_{volant}/v_{raquette} \approx 1{,}6$.

Dans ces expériences de smash, on souhaiterait comparer la vitesse de la tête de raquette (avec la composante élastique) à la vitesse de la raquette au même point si elle était complètement rigide et ne se déformait pas. Mais les mesures de vitesses sont difficiles à réaliser à partir des vidéos. Le mouvement est complexe (composition de mouvements de rotation et de translation), plusieurs articulations sont sollicitées (épaule, coude, poignet) et le déplacement de la raquette ne se fait pas uniquement dans le plan vertical observé. Ainsi on sous-estime la vitesse de la raquette (en particulier on ne prend pas en compte la rotation du poignet juste avant l'impact autour de l'axe de l'avant bras). Pour preuve, on observe sur la figure 8.6-(b) l'évolution de la vitesse du volant en sortie de raquette v_{volant} avec la vitesse de la raquette au point d'impact $v_{raquette}$ au moment de l'impact. On observe que ces deux grandeurs sont linéairement reliées et le rapport des deux vaut 1.6. D'après la partie 7.1, on s'attend à cette linéarité mais avec un rapport de vitesses plus faible et égal à 1,4. La différence vient du fait qu'on a sous-estimé la vitesse de la raquette.

Pour s'affranchir de tous les problèmes géométriques, on envisage une expérience de smash à une dimension. La linéarité entre les vitesses de volant et de raquette nous assurent que pour frapper un volant plus fort, tout ce qui compte est la vitesse de la raquette. Nous

réalisons cette expérience simplifiée sans volant et nous concentrons sur les déformations de la raquette.

8.2 Expérience à une dimension

8.2.1 Dispositif expérimental

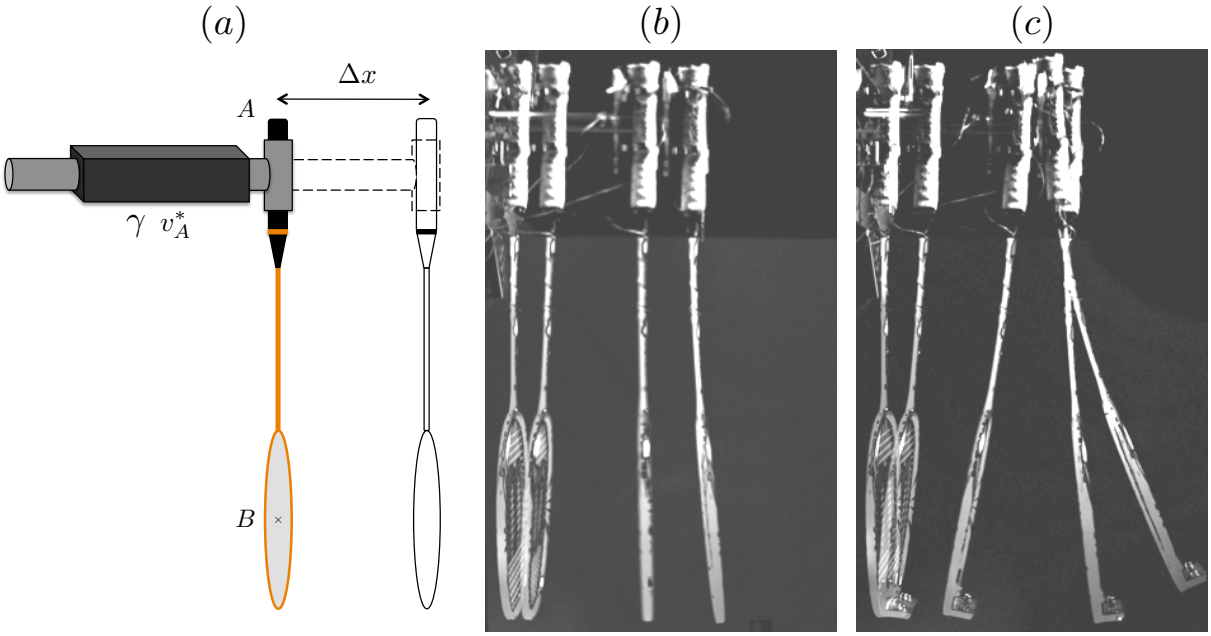


FIGURE 8.7 – Expérience simplifiée : (a) Dispositif expérimental. (b) Chronophotographie de l'expérience pour une accélération ($\gamma \approx 40\,\mathrm{m/s^2}$) et un pas de temps $dt = 40\,\mathrm{ms}$. (c) Chronophotographie de la même expérience, avec la tête de raquette lestée d'une masse $m = 80\,\mathrm{g}$.

Nous complétons l'étude du smash par des expériences plus simples où le manche de la raquette est fixé sur l'axe d'un vérin et soumis à de fortes accélérations. Le dispositif expérimental utilisé est présenté sur la figure 8.7-(a). Le vérin (PowerRod PRA 2510) est capable d'accélérations allant jusqu'à $\gamma = 50\,\mathrm{m/s^2}$ sur une course $\Delta x = 22\,\mathrm{cm}$. Le manche de la raquette passe d'une vitesse nulle à une vitesse maximale $v_A^* = 3\,\mathrm{m/s}$ sur la moitié de la course en un temps τ_1 variant entre 60 et 700 ms, puis décéléré sur le même temps. Comme l'accélération du vérin est limitée, la tête de raquette a été lestée avec une masse égale à une ou deux fois sa propre masse ($m_1 = 88\,\mathrm{g}$ et $m_1 = 175\,\mathrm{g}$), pour amplifier les déformations. Lors de ces expériences sans impact avec le volant, nous nous sommes concentrés sur la dynamique de la raquette. Dans cette expérience à une dimension, la mesure de la dynamique de la raquette et de la déflexion du shaft est aisée à partir de vidéos rapides (à 1000 fps), prises de côté.

La figure 8.7-(b) montre la chronophotographie d'une expérience à une dimension, réalisée avec le vérin, pour une accélération ($\gamma \approx 40\,\mathrm{m/s^2}$) et un pas de temps $dt = 40\,\mathrm{ms}$. La déflexion de la tête de raquette reste faible : $\delta_{max} = 2\,\mathrm{cm}$. La figure 8.7-(c) montre la même expérience avec la tête de raquette lestée d'une masse $m = 80\,\mathrm{g}$. La déflexion est plus grande $\delta_{max} = 8\,\mathrm{cm}$ dans ce cas et on s'approche plus de ce qui se passe dans le jeu.

8.2.2 Résultats expérimentaux

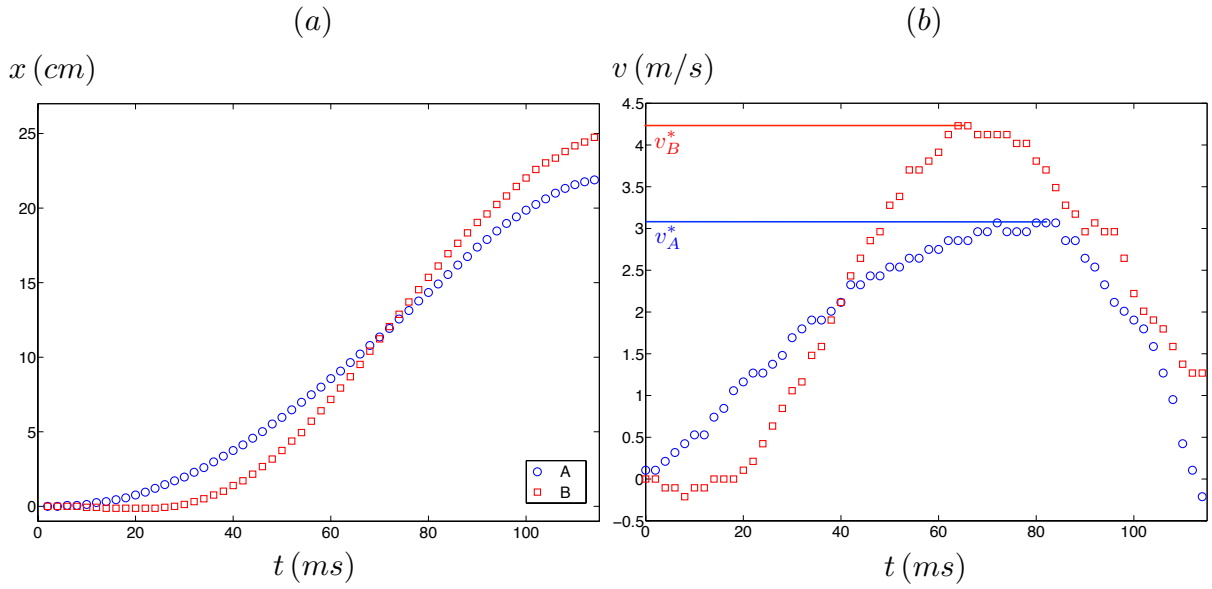


FIGURE 8.8 – Dynamique de la raquette dans l'expérience du vérin présentée sur la figure 8.7-(b) : positions (a) et vitesses (b) des points A (○) et B (□) au cours du temps. Le manche parcourt 22 cm et passe de $v_A = 0$ à $v_A = 3{,}1$ m/s en $T_1 = 75$ ms. Ce qui correspond à une accélération $\gamma = 40\,\mathrm{m/s^2}$ et à une pulsation $\omega = 42\,\mathrm{rad/s}$. La pulsation propre de la raquette est $\omega_0 = 84\,\mathrm{rad/s}$. Le rapport des pulsations est $\omega/\omega_0 = 0{,}50$ et le rapport des vitesses max vaut $v_B^*/v_A^* = 1{,}4$.

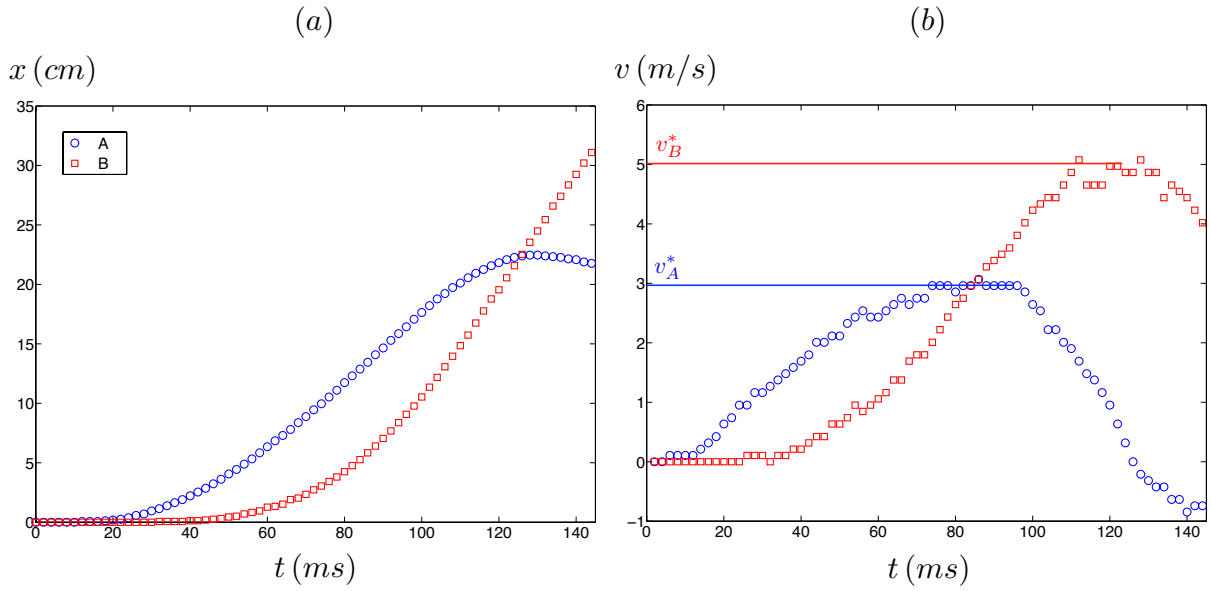


FIGURE 8.9 – Dynamique de la raquette dans l'expérience du vérin présentée sur la figure 8.7-(c) : positions (a) et vitesses (b) des points A (○) et B (□) au cours du temps. C'est la même expérience que précédemment, mais la tête de raquette est lestée de $m = 88$ g. La pulsation propre de la raquette lestée est $\omega_0 = 36{,}6\,\mathrm{rad/s}$. Le rapport des pulsations est $\omega/\omega_0 = 1{,}15$ et le rapport des vitesses max vaut $v_B^*/v_A^* = 1{,}67$.

Les figures 8.8 et 8.9 présentent la dynamique de la raquette pour les expériences réalisées avec le vérin et présentées sur les chronophotographies de la figure 8.5. Les figures (a) montrent l'évolution des positions du manche A (○) et de la tête de raquette B (□) avec le temps, et les figures (b) l'évolution des vitesses. Dans les deux cas, le manche fixé au vérin se translate sur une distance de 22 cm et passe d'une vitesse nulle à une vitesse maximale $v_A^* \approx 3\,\mathrm{m/s}$ en un temps $\tau_1 = 75\,\mathrm{ms}$. Le point A subit une accélération $\gamma \approx 40\,\mathrm{m/s^2}$. Si la raquette était infiniment rigide, le déplacement de B et sa vitesse seraient identiques à ceux de A. En réalité, l'accélération du manche provoque une déflexion du shaft de la raquette, qui déphase le déplacement de B. Lorsque la déflexion a atteint sa valeur maximale, la tête de raquette se déplie vers l'avant, et atteint une vitesse maximale v_B^*. La différence entre les deux expériences est la raquette utilisée. Dans le cas de la figure 8.8, la pulsation propre de la raquette est évaluée à $\omega_0 = 84\,\mathrm{rad/s}$. (La raquette est fixée au niveau du manche, on la fait vibrer et on mesure la pulsation d'oscillation.) Dans le deuxième cas, on a fixé une masse $m = 88\,\mathrm{g}$ sur la tête de raquette pour amplifier l'effet élastique. La pulsation propre de la raquette est modifiée et vaut $\omega_0 = 36{,}6\,\mathrm{rad/s}$. Le maximum de vitesse du point B est plus grand dans le deuxième cas, où l'effet élastique est plus marqué. On observe aussi que le maximum de vitesse n'est pas obtenu au même moment. (Le maximum de vitesse de B arrive avant le maximum de vitesse de A dans le premier cas, et c'est l'inverse dans la deuxième expérience.)

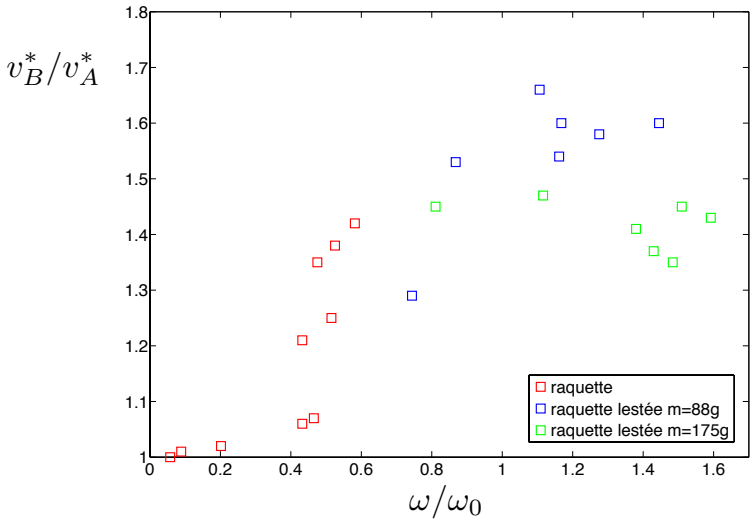


FIGURE 8.10 – Evolution du rapport des vitesses maximales avec le rapport ω/ω_0, où ω_0 est la pulsation propre de la raquette utilisée et $\omega = \pi/\tau_1$ correspond à la pulsation de la vitesse $v_A(t)$. Les pulsations propres des raquettes valent respectivement $\omega_0 = 84{,}0\,\mathrm{rad/s}$ (□), $36{,}6\,\mathrm{rad/s}$ (□) ou $27{,}6\,\mathrm{rad/s}$ (□) selon qu'il s'agit de la raquette seule, ou si la tête de raquette est lestée de $m = 88\,\mathrm{g}$ ou $m = 175\,\mathrm{g}$.

La figure 8.10 présente le rapport des vitesses maximales des points B et A en fonction du rapport ω/ω_0, où ω_0 est la pulsation propre de la raquette utilisée et $\omega = \pi/\tau_1$, où τ_1 est le temps mis pour que le manche passe d'une vitesse nulle à sa vitesse maximale. (On assimile τ_1 à la demi-période de la vitesse de $v_A(t)$). Les pulsations propres des raquettes valent respectivement $\omega_0 = 84{,}0\,\mathrm{rad/s}$ (□), $36{,}6\,\mathrm{rad/s}$ (□) ou $27{,}6\,\mathrm{rad/s}$ (□) selon qu'il s'agit de la raquette seule, ou si la tête de raquette est lestée de $m = 88\,\mathrm{g}$ ou $m = 175\,\mathrm{g}$. Le rapport des vitesses est égal à un pour les faibles pulsations, puis augmente pour des pulsations adimensionnées comprises entre 0,4 et 1,2 avant de diminuer lorsque la pulsation devient

trop grande. Le rapport des vitesses est maximum $v_B^*/v_A^* = 1{,}67$ pour des pulsations voisines de la pulsation propre $\omega = 1{,}15\,\omega_0$.

8.3 Modèle harmonique

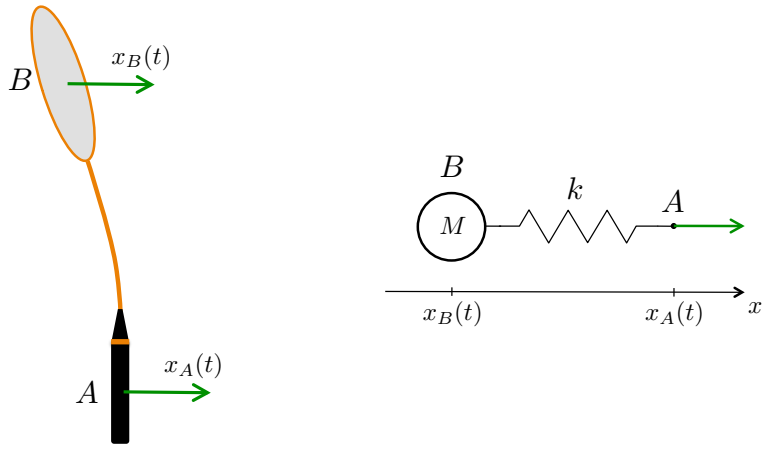


FIGURE 8.11 – Modèle équivalent de la raquette de masse M et de raideur k, soumise à un déplacement $x_A(t)$ connu.

Un modèle simple est présenté sur la figure 8.11. Il consiste à considérer le shaft de la raquette comme un ressort de raideur k qui relie le point A soumis à un déplacement $x_A(t)$ connu et le point B, de masse m. On cherche à déterminer le mouvement du point B. On considère un déplacement de A harmonique : $x_A(t) = a\,(1 - \cos\omega t)$ tel que $x_A(0) = \dot{x}_A(0) = 0$ et la dynamique du point B est donnée par la seconde loi de Newton :

$$\ddot{x}_B + \omega_0^2\, x_B = \omega_0^2\, x_A \tag{8.1}$$

avec les conditions initiales : $x_B(0) = \dot{x}_B(0) = 0$. On adimensionne le problème avec la longueur caractéristique a et le temps caractéristique $1/\omega$ et on intègre l'équation (8.1). Les vitesses de A et B s'écrivent :

$$\overline{\dot{x}}_A\left(\overline{t}\right) = \sin\overline{t}\,, \qquad \overline{\dot{x}}_B\left(\overline{t}\right) = \frac{1}{1-\tilde{\omega}}\left(\sin\overline{t} - \tilde{\omega}\sin\frac{\overline{t}}{\tilde{\omega}}\right) \tag{8.2}$$

où $\overline{t} = \omega t$ et $\tilde{\omega} = \omega/\omega_0$. Le maximum de $\overline{\dot{x}}_A$ est obtenu pour $\overline{t}_A = \pi/2$ et vaut $\overline{v}_A^* = 1$. Le maximum de $\overline{\dot{x}}_B$ est obtenu pour $\overline{t}_B = 2\pi\frac{\tilde{\omega}}{1+\tilde{\omega}}$ et vaut $\overline{v}_B^* = \frac{1}{1-\tilde{\omega}}\sin\frac{\tilde{\omega}}{1+\tilde{\omega}}$. La figure 8.12-(a) présente les variations adimensionnées des vitesses de A (–) et B (–) en fonction du temps pour une pulsation $\tilde{\omega} = 0{,}62$. Ces courbes exhibent leur maximum : $\overline{v}_A^* = 1$ et $\overline{v}_B^* = 1{,}78$. La figure 8.12-(b) montre l'évolution du rapport des vitesses maximales $\overline{v}_B^*/\overline{v}_A^*$ avec le logarithme de la pulsation $\tilde{\omega}$ (–). Aux faibles pulsations, les vitesses maximales sont égales, aux très grandes pulsations, $\overline{v}_B^*$ diminue et tend vers zéro. Entre les deux le rapport des vitesses passe par un maximum pour $\tilde{\omega} \approx 0{,}6$ pour lequel $\overline{v}_B^* \approx 1{,}8\,\overline{v}_A^*$.

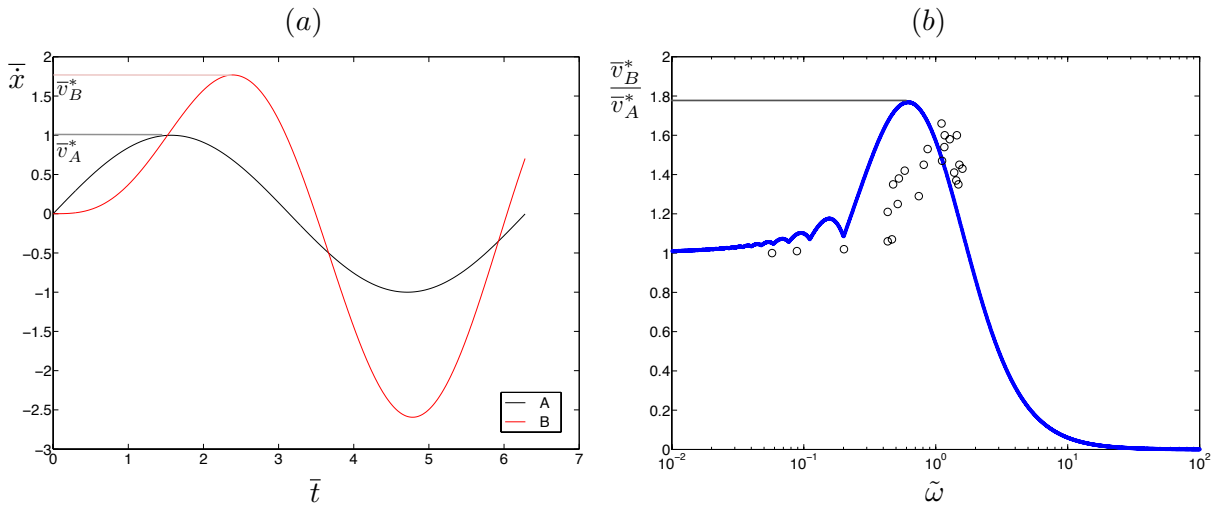


FIGURE 8.12 – (a) Evolutions temporelles adimensionnées des vitesses des points A (–) et B (–) obtenues par intégrations de l'équation 8.1 pour $\tilde{\omega} = 0{,}62$. (b) Evolution du rapport des vitesses maximales en fonction de la pulsation $\tilde{\omega}$ (–). On superpose à cette prédiction les points expérimentaux (∘) obtenus pour les essais réalisés avec le vérin.

8.4 Comparaison

8.4.1 Excitation harmonique

On a superposé sur la figure 8.12-(b) à la prédiction du rapport des vitesses en fonction du logarithme de la pulsation (–) les points expérimentaux obtenus lors des expériences réalisées avec le vérin (∘). La forme de la courbe semble en accord avec les données expérimentales, mais on observe un décalage : pour un $\overline{v}_B^*/\overline{v}_A^*$ donné la pulsation expérimentale est environ deux fois plus grande que ce qui est prévu par le modèle. On peut proposer deux explications pour cela : on observe sur la figure 8.7-(c) qu'aux grandes pulsations, le manche bouge un peu. Le fait que le manche ne soit pas solidement fixé se traduit par une raideur k abaissée et donc une pulsation propre ω_0 plus grande. La pulsation adimensionnée $\tilde{\omega} = \omega/\omega_0$ se trouve alors diminuée. Une deuxième explication peut venir du fait qu'on a considéré l'excitation (la vitesse de A) comme harmonique dans le cas le plus simple. On observe sur les figures 8.8 et 8.9 que le signal de vitesse de A est plutôt triangulaire que sinusoïdal et pas forcément symétrique, à cause de limitations de puissance mécanique du vérin. Nous discutons l'effet de la forme de l'excitation dans ce qui suit.

8.4.2 Excitation triangulaire

Dans cette partie, nous considérons que le point A est soumis à une accélération constante $\overline{v}_A^*/\tau_1$ pour $0 \leq \overline{t} \leq \tau_1$ puis à une décélération constante $\overline{v}_A^*/(\tau - \tau_1)$ pour $\tau_1 \leq \overline{t} \leq \tau$. La forme triangulaire du signal de vitesse est présentée sur la figure 8.13. On fixe l'accélération $\overline{v}_A^*/\tau_1 = 1$ et en faisant varier le paramètre τ/τ_1, on règle la géométrie du triangle. Ainsi pour $\tau/\tau_1 = 1$, on a une décélération infinie, pour $\tau/\tau_1 = 2$ le triangle est symétrique : la décélération est égale à l'accélération (en norme). Pour $\tau/\tau_1 > 2$, la décélération est plus faible. La vitesse du point B est obtenue par intégration numérique de l'équation (8.1) pour une excitation triangulaire du point A. Les vitesses des points A (–) et B (...) sont présentées sur la figure 8.13 pour différents rapports τ/τ_1 et pour $\omega_0\tau_1 = 3$. On observe sur

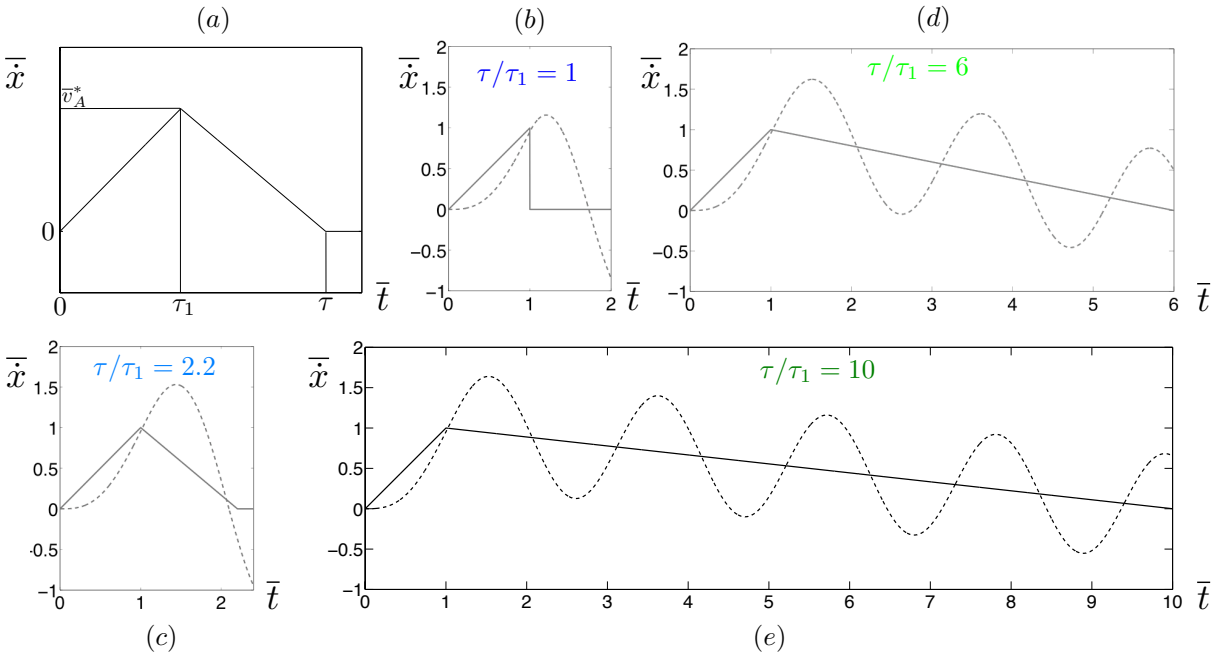


FIGURE 8.13 – (a) Forme du signal de vitesse d'excitation $\overline{\dot{x}}_A\left(\overline{t}\right)$: la vitesse croît linéairement de 0 à $\overline{v}_A^*$ pendant τ_1 puis décroît linéairement jusqu'à 0 de τ_1 à τ. (b) à (e) Vitesses des points A (–) et B (...) en variables adimensionnées pour différents excitations triangulaires de paramètre $\tau/\tau_1 = 1$ (b), 2,2 (c) 6 (d) et 10 (d) et pour une pulsation $\omega_0\tau_1 = 3$.

ces courbes que la valeur du maximum de vitesse du point B varie avec le rapport τ/τ_1.

La figure 8.14 présente les variations du rapport des vitesses maximales en fonction de la pulsation d'excitation $\tilde{\omega} = \pi/\omega_0\tau_1$ pour des excitations triangulaires de différents rapports cycliques $\tau/\tau_1 = 1$ (–), 2,2 (–), 6 (–) et 10 (–). On superpose à ces courbes le résultat obtenu pour une excitation harmonique (...), ainsi que les points obtenus expérimentalement avec le vérin (∘). Lors des expériences, le rapport cyclique de la vitesse de A n'est pas très bien contrôlé, mais on le mesure pour la série d'expériences présentées : $1 \leq \tau/\tau_1 \leq 2{,}2$. Les prédictions obtenues avec une excitation triangulaire de rapport cyclique $\tau/\tau_1 = 2{,}2$ (donc presque symétrique) rendent assez bien compte des résultats expérimentaux malgré une certaine dispersion.

L'influence de la forme de la vitesse de la main sur la vitesse de la tête de raquette montre que le joueur peut adapter son mouvement pour atteindre des vitesses plus grandes. Il semble que pour une vitesse maximale v_A^* et un temps pour l'atteindre τ_1 donnés (ce qui fixe aussi l'accélération), on atteint une vitesse maximale de raquette qui est d'autant plus grande que la décélération de la main est faible (soit que τ/τ_1 est grand. Pour $\tau/\tau_1 = 10$, le maximum du rapport des vitesses maximales vaut 1,8 : la raquette atteint une vitesse maximale 1.8 fois plus grande que la vitesse de la main, s'il frappe avec la bonne accélération et dans le bon timing. L'optimum serait une fonction de Heaviside pour la vitesse de la main ($\tau/\tau_1 \longrightarrow \infty$) : la main passe d'une vitesse nulle à sa vitesse maximale instantanément (accélération infinie) puis maintient une vitesse constante jusqu'à l'impact (décélération nulle). Dans ce cas, la vitesse de la tête de raquette atteint le double de la vitesse maximale de la main. De plus, plus le rapport τ/τ_1 est grand plus le pic du rapport des vitesses est large : le système est moins sélectif c'est-à-dire que le rapport des vitesses maximales sera grand sur un large domaine d'accélérations.

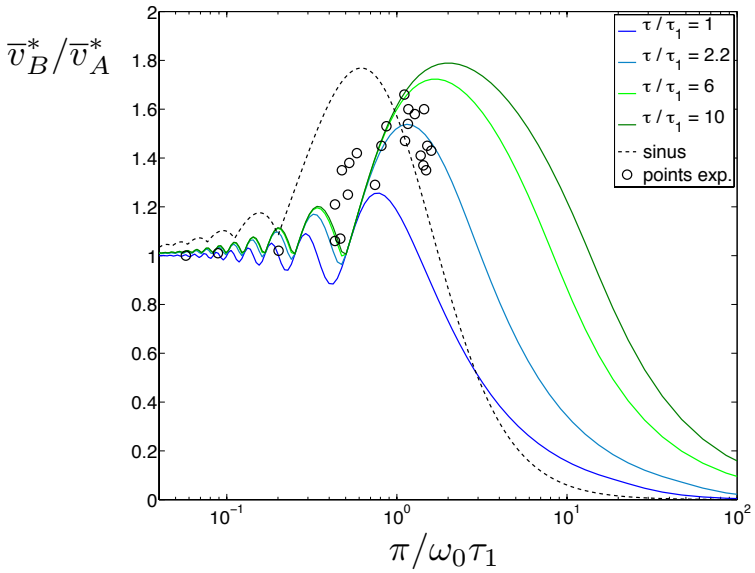


FIGURE 8.14 – Rapport des vitesses maximales de la tête de raquette et du manche rigide en fonction de la pulsation adimensionnée : pour une excitation en vitesse triangulaire de rapports cycliques τ/τ_1 = 1 (–), 2,2 (–), 6 (–) et 10 (–), pour une excitation harmonique (...) et résultats expérimentaux (∘) pour les essais à une dimension réalisés avec le vérin.

Conclusion

Les expériences simplifiées réalisées avec le vérin nous ont permis de montrer que l'effet élastique existe et de comprendre comment l'utiliser de manière optimale. On peut revenir à ce qui avait motivé ce travail : pour des raquettes de taille semblable, le record de vitesse du volant de badminton est 137 m/s, soit 1,88 fois plus que le record de vitesse de la balle de tennis (73 m/s). Cette différence peut être due à l'effet élastique de déflexion du shaft qui est utilisé au badminton, et pas au tennis.

Toutefois il reste des choses à comprendre pour expliquer le smash au badminton.

Dans le cas d'un smash réel, l'effet est le même que dans l'expérience de translation, mais tout est plus complexe à mesurer. Les mouvements de rotation du bassin de l'épaule, du coude et du poignet se superposent, le mouvement de pronation du poignet vient encore compliquer la dynamique. Un projet est en cours pour acquérir la dynamique en 3D de la raquette au cours du smash avec une caméra VICON et en parallèle des déformations du shaft. Elle permettra de mesurer la vitesse de la tête de raquette en 3D et de calculer la vitesse au même point si on avait une raquette infiniment rigide à partir de la dynamique du manche.

Un autre effet intéressant est visible dans la phase de préparation. Lorsque le joueur ramène la raquette vers l'arrière avec la tête de raquette vers le bas, il y a une première déflexion du shaft d'amplitude faible, puis la raquette repart vers l'avant et se tord dans l'autre sens. La pré-déformation du shaft permet probablement une plus grande déformation la la raquette pendant la deuxième phase du smash et peut-être d'exacerber l'effet élastique.

Conclusion

Nous avons vu sur l'exemple du pointu que la vitesse de départ du ballon ne dépend que de la vitesse de l'objet qui le frappe. Ce rapport est 2 si l'impact est élastique, et inférieur à 2 s'il y a de la dissipation à l'impact (dans les coutures du ballon ou à cause de la déformation de l'articulation de la cheville). Ce rapport ne dépend pas de la façon dont on frappe : avec la pointe ou le plat du pied. Dans le cas du lancer, le projectile part au mieux à la vitesse de la main qui l'a lancé. Pour atteindre des vitesses de balles plus grandes, la frappe peut être plus intéressante que le lancer, à condition que le rapport des masses du projectile et de l'impacteur ne soit pas trop grand. C'est pourquoi dans certains sports où le ballon est lourd (handball, basket, lancer du poids...) on n'a aucun intérêt à frapper le projectile, il vaut mieux le lancer. Mais les sports où les records de vitesse des projectiles sont atteints sont les sports où le projectile est frappé. Une fois le choix entre frappe et lancer effectué, le rapport des vitesses est fixé. Pour augmenter la vitesse du projectile, il faut augmenter la vitesse du lanceur ou de l'impacteur. Plusieurs stratégies sont utilisées. En considérant un même couple moteur, on arrive à une vitesse plus grande au bout d'un bras articulé qu'au bout d'un segment rigide. Puis la taille du segment est grande, et plus le nombre d'articulations est élevé, et plus on aura une grande vitesse en bout de membre. C'est pourquoi les projectiles les plus rapides sont frappés avec une raquette. Un autre effet utilisé est le stockage d'énergie élastique dans la déformation d'un élément et la restitution de cette énergie à l'impact. L'effet est utilisé au badminton où la raquette se tord lorsqu'elle est suffisamment accélérée. Si le retour élastique est synchronisé avec l'impact du volant, on peut encore augmenter la vitesse du projectile et atteindre le record de vitesse de balle tous sports confondus : un volant de badminton smashé à 137 m/s.

Conclusion générale

Résumé des travaux de thèse

Au cours de cette thèse, nous avons travaillé sur trois catégories de sports : les sports à records, les sports de balles et les sports de glisse. A chaque fois, nous sommes partis d'un phénomène qui nous surprenait sur les terrains de jeu. Nous l'avons observé et avons imaginé une expérience simplifiée pour répondre aux questions que nous nous posions.

Les Sports à Records

Nous nous sommes d'abord intéressés aux sports à records. Pour comprendre les records de force, nous avons étudié expérimentalement un geste simple de force athlétique : le développé-couché. Plusieurs athlètes ont soulevé une série de barres de différentes masses, et nous avons enregistré la dynamique de la barre au cours du temps. Les signaux obtenus sont reproductibles et typiques du geste réalisé. Nous avons montré qu'une description mécanique macroscopique est insuffisante pour comprendre les effets observés. Nous nous sommes donc intéressés aux mécanismes microscopiques de la contraction musculaire. Parmi les modèles permettant de décrire le fonctionnement du muscle, le modèle cinétique de Deshcherevskii traduit bien ces mécanismes. Nous avons utilisé ce modèle cinétique pour obtenir la relation force-vitesse du muscle au cours du mouvement. En couplant cette relation avec la dynamique du geste, nous retrouvons les formes de signaux obtenues. Nous déduisons de l'ajustement entre les prédictions et les signaux expérimentaux les caractéristiques musculaires de l'athlète, comme le faisait Keller avec les records de vitesse.

Nous nous sommes ensuite intéressés à une expérience d'endurance pour caractériser la dissipation d'énergie dans le muscle. Nous avons mesuré pendant combien de temps un individu est capable de soutenir une masse avant de ne plus avoir d'énergie et de la lâcher. Pour comprendre l'évolution du temps de tenue avec la masse soulevée, nous avons moyenné les équations cinétiques de Deshcherevskii et réussi à exprimer le temps de tenue en fonction des caractéristiques musculaires. Notre étude montre qu'il est possible de déduire d'expériences dynamiques simples des informations microscopiques sur la machine humaine. On pourrait donc envisager des applications médicales à ces expériences. Un protocole s'appuyant sur des levées ou des tenues de masses pourrait permettre de déterminer le profil musculaire d'un individu ou de suivre l'évolution du vieillissement des muscles et de ses dysfonctionnements. Des expériences dans une maison de retraite sont prévues pour tester ce protocole.

Dans ces expériences de force, on a négligé l'effet élastique des tendons et empêché les athlètes de mettre en tension le système musculo-tendineux avant l'effort. Pourtant, il est fréquent que les sportifs utilisent la restitution de l'énergie élastique stockée dans

l'élongation de leurs tendons. (Le tendon d'Achille a une raideur d'environ 300 N/mm et peut supporter des variations de longueurs inférieures à 8 mm.) Cet effet élastique pourrait être pris en compte dans le modèle mécanique de l'haltérophile en ajoutant un élément élastique en série avec le muscle. L'effet est particulièrement utilisé en course et lors des sauts. Le saut fait actuellement l'objet du stage de Nicolas Nio, qui cherche à identifier la signature du muscle et des tendons sur la dynamique observée.

L'aérodynamique des Sports de Balles

Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à l'aérodynamique des sports de balles. Sur l'exemple du dégagé au badminton, nous avons étudié expérimentalement les trajectoires décrites par un projectile qui se déplace à grand nombre de Reynolds et qui est soumis à la gravité et à la traînée aérodynamique. Nous avons mesuré la portée des volants de badminton et observé qu'elle sature avec la vitesse initiale. Nous avons résolu les équations de la dynamique du projectile et obtenu une expression analytique de la portée. A chaque fois qu'un projectile est lancé à grande vitesse devant sa vitesse terminale, il décrit une Tartaglia disymétrique plutôt qu'une parabole Galiléenne. Nous avons identifié plusieurs conséquences de la saturation de la portée et de la hauteur maximale des Tartaglia.

- Nous avons montré que la taille des terrains de sport est fixée par la portée maximale du projectile utilisé pour jouer. En comparant la taille du terrain à la portée maximale et le temps caractéristique du sport (qui est défini comme le temps mis par le projectile pour traverser le terrain à la vitesse maximale) au temps de réaction du sportif, nous avons distingué deux groupes de sports de balles. Les sports de précision et réflexes sont les sports où le terrain est petit et les temps caractéristiques sont courts (tennis, volley, tennis de table...) et les sports de cibles sont les sports où le terrain est plus grand et les temps caractéristiques plus longs (football, basket, golf...).
- Nous avons montré que l'artillerie névrobalistique produisait des trajectoires paraboliques, car la puissance des engins qui utilisent l'énergie élastique de nerfs étirés (catapulte), ou l'énergie potentielle d'un contrepoids (trébuchet) est insuffisante pour lancer le boulet à une vitesse supérieure à sa vitesse terminale. Avec l'invention des canons à poudre, les boulets ont pu être projetés plus fort, les effets de l'air sont devenus importants et les trajectoires se sont disymétrisées, comme le dessinait Tartaglia. Nous nous sommes intéressés à l'augmentation de la portée des armes lourdes au cours de l'histoire, et à l'augmentation de la taille des zones de conflits qui en découle.
- Les jets d'eau des lances à incendie des pompiers ont aussi une forme de Tartaglia. Les gouttes d'eau sont éjectées à vitesse élevée devant leur vitesse terminale. L'expression de la portée que nous avons déterminée permet de corriger les abaques utilisées par les constructeurs de matériel et de prédire sur quels paramètres jouer pour augmenter la portée des jets. En particulier la portée dépend peu de la pression du réservoir, mais augmente avec le diamètre de la buse. Et à taille de buse fixée, la portée augmente avec la masse des paquets d'eau éjectés. Ainsi pour atteindre des foyers d'incendie distants, il faut privilégier un jet bâton et éviter de diffuser les gouttes d'eau.
- La distance de freinage du plongeur dans l'eau peut être approchée par les mêmes

calculs que la hauteur maximale atteinte dans le cas d'un tir vertical (vers le haut). La poussée d'Archimède joue le rôle de la gravité et la traînée hydrodynamique freine le projectile à grande vitesse. Nous en déduisons que la profondeur de pénétration du plongeur dans l'eau sature avec la hauteur de saut et n'excède jamais trois fois la taille du sauteur. Cette profondeur varie comme la longueur hydrodynamique du plongeur $\mathcal{L}_e = 2M/\rho_e S C_D$.

— Enfin, nous avons étudié l'effet de la rotation du projectile sur la trajectoire. Les gardiens de football frappent systématiquement leurs dégagements avec du backspin (rotation arrière) pour s'approcher le plus possible du but adverse. Nous avons vu que la portée des ballons de foot peut augmenter de 30% grâce au spin. Nous avons étendu la discussion aux autres sports de balles et défini un critère pour savoir si les effets de rotation doivent être pris en compte pour estimer la portée.

L'élasticité dans les Sports de Balles

Enfin, nous nous sommes intéressés aux impacts de balles. Nous avons vu sur l'exemple du pointu que la vitesse de départ de la balle après la frappe ne dépend que de la vitesse de l'objet qui le frappe. Dans le cas d'un impact élastique, le rapport des vitesses de la balle et de l'impacteur vaut 2. Il est inférieur s'il y a dissipation d'énergie à l'impact (dans les coutures du ballons ou dans la déformation inélastique des articulations). Mais en aucun cas, ce rapport ne dépend de la forme de l'impacteur ou de la manière dont on frappe. Ainsi pour maximiser la vitesse de la balle, il faut maximiser la vitesse de l'impacteur. Nous avons discuté de deux moyens d'augmenter cette vitesse : utiliser une articulation plutôt qu'un segment rigide (pour permettre d'atteindre une vitesse en bout de membre plus grande) et utiliser la restitution d'énergie élastique stockée. Nous étudions expérimentalement cette dernière stratégie sur l'exemple du smash au badminton. Lors d'un smash, l'accélération violente du manche de la raquette provoque une déflexion du shaft. Si le retour élastique de la tête de raquette est synchronisé avec l'impact, le joueur peut gagner un facteur 1,8 sur la vitesse de la frappe. L'effet a été observé sur une expérience à une dimension. Mais des expériences sont encore en cours avec Michael Phomsoupha et Guillaume Laffaye, pour quantifier l'effet en trois dimensions sur un geste réel de smash.

Perspectives sur les sports de glisse

Pour souligner la richesse inépuisable de la Physique du Sport, on peut citer quelques travaux en cours ou en perspectives. Un autre domaine de la classification des sports que nous explorons est celui des sports de glisse. Deux sujets sont à l'étude : la nage palmée et le surf.

La nage palmée

Les palmes des nageurs sont dessinées de manière empirique par les industriels du sport, souvent par biomimétisme. Elles peuvent permettre de nager très vite sur des petites distances, si on les choisit courtes et rigides, ou de nager longtemps sur des grandes distances si elles sont longues et flexibles. Nous nous sommes intéressés à la propulsion par des plaques élastiques battantes et nous sommes demandé comment optimiser la nage palmée.

L'efficacité des palmes

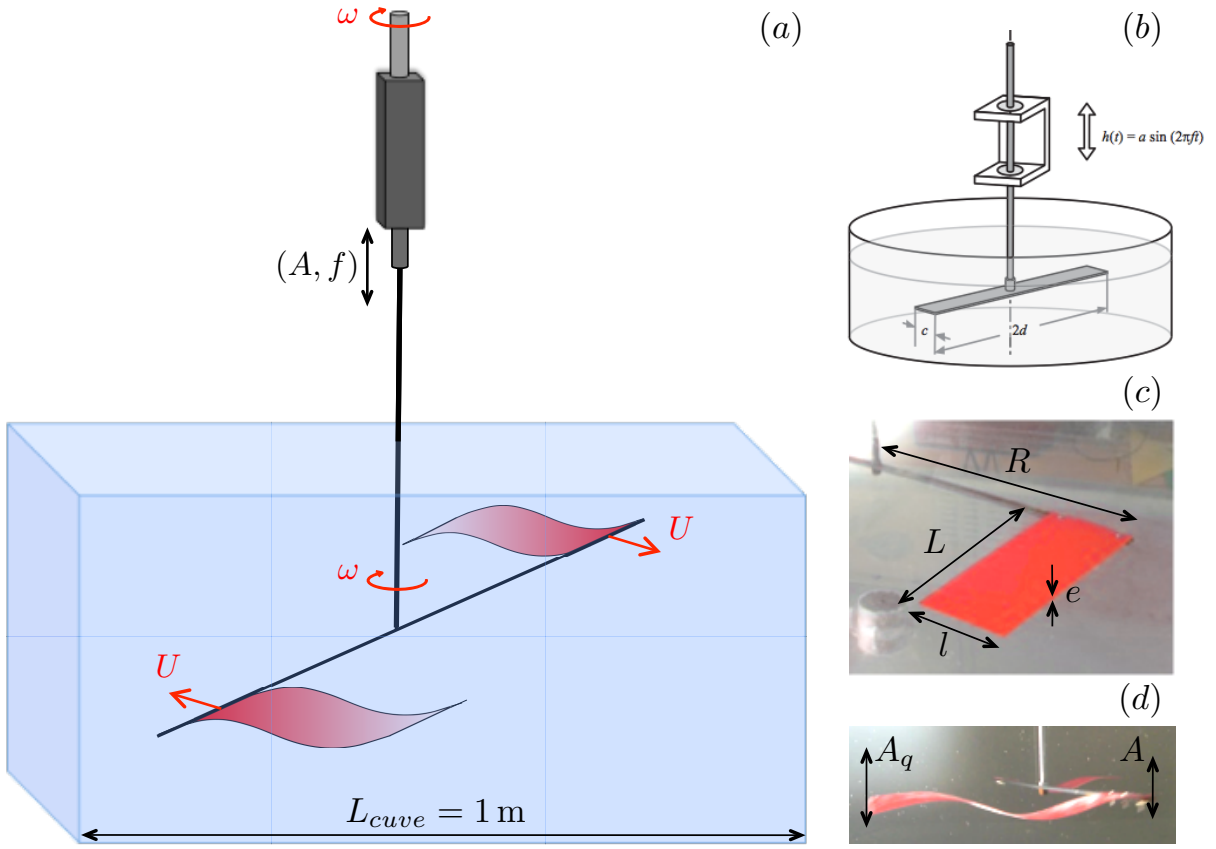


FIGURE 8.15 – (a) Schéma du dispositif expérimental. (b) Dispositif expérimental utilisé par Vandenberghe [238, 239]. (c) Plaque élastique rectangulaire, de longueur L, de largeur l, d'épaisseur e ($e \ll l < L$) et de module d'Young E. (d) Oscillations de la plaque élastique : le bord solidaire de la barre horizontale oscille à la fréquence f et avec l'amplitude A, le bord libre oscille avec une amplitude A_q et un déphasage de ϕ.

Pour étudier l'efficacité de la propulsion par une palme flexible, nous avons utilisé le dispositif expérimental présenté sur la figure 8.15-(a), qui est inspiré d'une étude de Vanderberghe [238, 239] (cf. figure 8.15-(b)). Deux plaques élastiques rectangulaires sont fixées de part et d'autre d'une barre horizontale. Le centre de cette barre est relié à un vérin magnétique, qui fait osciller verticalement le dispositif en le laissant libre en rotation. Lorsque l'on fait osciller le système, il se met spontanément à tourner. Nous mesurons la vitesse de propulsion U en faisant varier la fréquence f et l'amplitude d'oscillation A, ainsi que les caractéristiques des plaques élastiques (longueur, largeur, élasticité).

La figure 8.16-(a) présente une séquence d'images typique du mouvement : la plaque se déplace vers la droite alors que l'une onde se propage vers la gauche. La figure 8.16-(b) présente l'évolution de la vitesse d'avancée de la plaque (L = 14 cm, l = 7 cm) avec la fréquence d'oscillation du vérin, pour différentes amplitudes d'oscillation. La vitesse d'avancée augmente avec la fréquence et avec l'amplitude des oscillations. On observe des ondulations sur les signaux, très marquées pour les faibles amplitudes d'oscillations. Ces ondulations correspondent aux modes de vibration de la plaque et peuvent être étudiées en comparant l'amplitude du bord d'attaque de la plaque à l'amplitude du bord libre. On observe finalement que les ondulations disparaissent si on trace la vitesse en fonction de

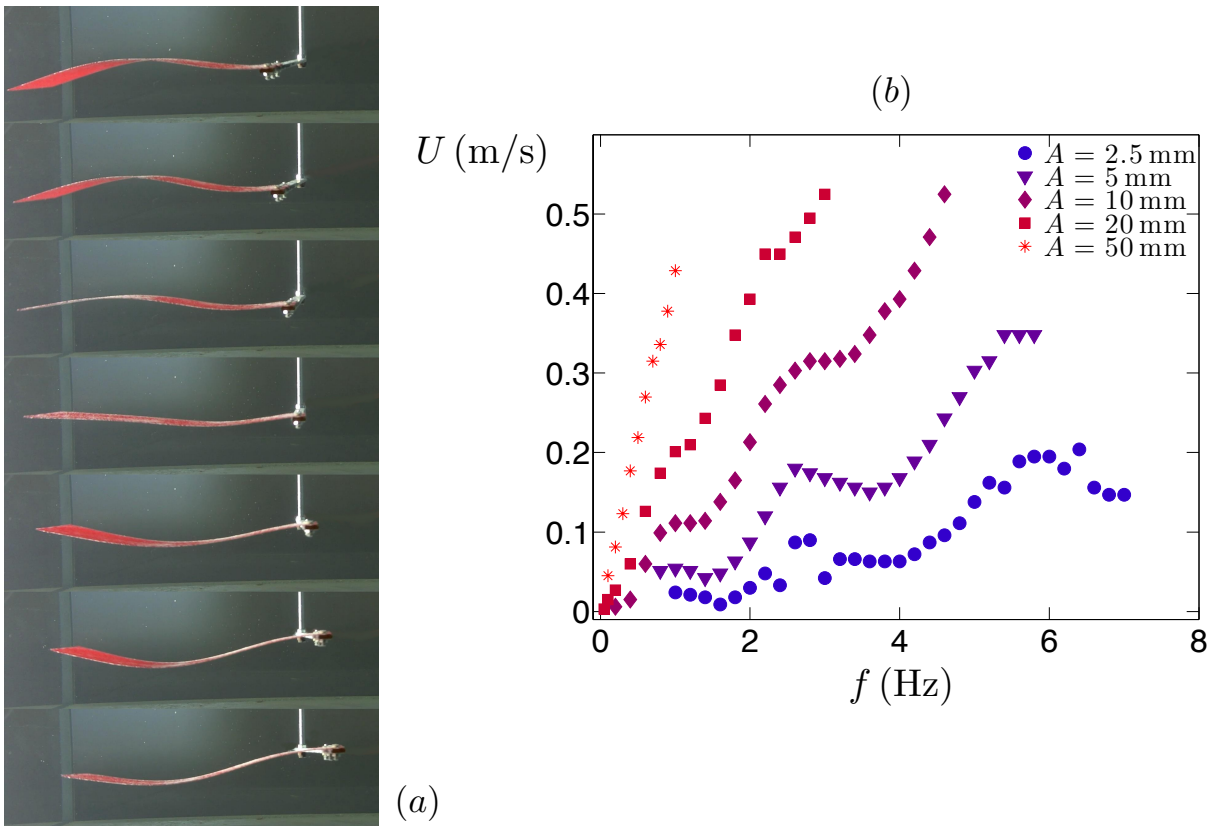


FIGURE 8.16 – (a) Séquences d'images du déplacement de la plaque. (b) Evolution de la vitesse d'avancée de la plaque rectangulaire rouge (L = 14 cm, l = 7 cm) avec la fréquence d'oscillation du vérin, pour différentes amplitudes d'oscillation A = 2,5 ; 5 ; 10 ; 20 et 50 mm.

l'amplitude d'oscillation du bord libre : ces deux grandeurs sont reliées linéairement.

De plus, nous avons observé que la vitesse de rotation est proportionnelle à la largeur de la plaque, et qu'elle est indépendante de la longueur de la plaque (pour $L > l$). Enfin on remarque qu'il existe une élasticité intermédiaire pour laquelle la propulsion est maximale : une plaque infiniment rigide se déforme très peu (donc l'amplitude de battement est faible et la propulsion aussi) et déplace beaucoup de fluide. Une plaque infiniment flexible se déforme beaucoup mais ne transmet pratiquement aucune force à la structure. Des expériences sont en cours pour mesurer la force produite par la plaque battante et font l'objet du stage de David Faijan.

Les autres types de nages

Le dispositif que nous avons décrit nous permet d'étudier la propulsion d'autres formes de palmes ou de nages, présentées sur la figure 8.17 : la propulsion de l'anguille (a), de la raie manta (b), ondulatoire (c) et en queue de baleine (d). On observe que la palme

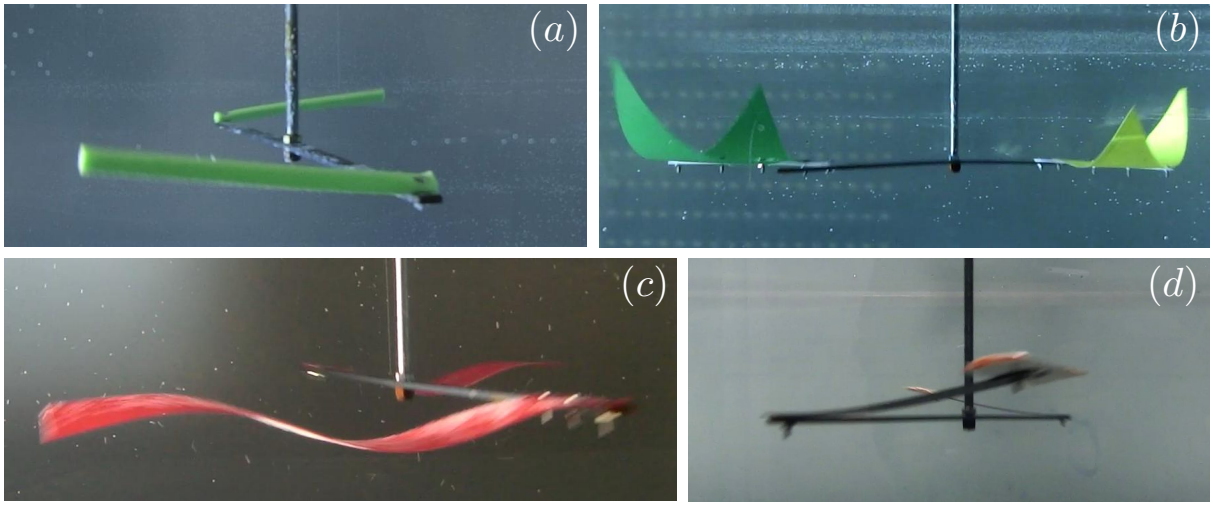


FIGURE 8.17 – Les différents types de nages : anguiliforme (a), raie manta (b), caringiforme (c) et en queue de baleine (d).

en forme de queue de baleine (constituée d'une aile portante reliée au corps avec une tige élastique) est très efficace, mais elle est sélective en fréquence. La propulsion anguiliforme et les palmes en raie manta sont très peu efficaces. Le meilleur compromis est la plaque élastique, efficace à toutes les fréquences.

Récupération d'énergie des vagues

Ce dispositif permet de convertir un mouvement de translation en mouvement de rotation. On peut envisager de l'utiliser pour récupérer l'énergie des vagues. Solidaire d'un flotteur (cf. figure 8.18), le système oscille verticalement et se met donc à tourner. On peut équiper le flotteur de plusieurs étages de palmes et à chaque étage, mettre plusieurs palmes pour augmenter le rendement. L'intérêt est de récupérer directement un mouvement de rotation, qui peut faire tourner une génératrice.

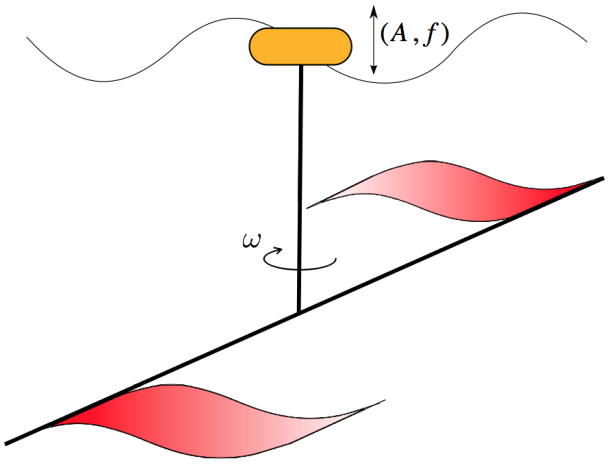


FIGURE 8.18 – Dispositif de récupération d'énergie des vagues.

Moving Mind

Cette expérience a fait l'objet d'un projet Art et Science pour le festival Curiositas sur le thème de l'eau (cf. figure 8.19).



FIGURE 8.19 – Moving Mind.

Un espace de 15 m × 20 m est plongé dans la pénombre. Au centre, trois cylindres de trois mètres de hauteur sont alignés. La partie centrale de chacun de ces objets est transparente et éclairée. On distingue des formes en mouvement, mouvements plus ou moins rapides. Ces formes en suspension évoluent dans un mouvement giratoire. Elles se déplacent sur une trajectoire circulaire, suivant la paroi de verre. Elles ondulent d'une

manière gracieuse, extrêmement harmonieuse, de façon ininterrompue avec des vitesses et des amplitudes d'ondulations variables. La brillance de la matière en mouvement envoie des éclats de lumière dans tout l'espace, au sol, au plafond et sur les murs.. Des cris et chants de baleines sont diffusés depuis chacun de ces trois cylindres et les mouvements s'accélèrent, ralentissent selon le rythme de la partition sonore. On assiste à une véritable chorégraphie visuelle et sonore, où le mouvement, l'ondulation, la lumière et le son se déplacent, évoluent en parfaite symbiose.

Le surf

Le surf est un sport qui consiste à se maintenir en équilibre sur un planche et se faire porter par la vague en réalisant des figures. Ce transport à grande vitesse ($\approx 10\,\mathrm{m/s}$) et à faible coût énergétique est utilisé par les Hommes depuis plus de 3000 ans et par quelques animaux marins (cf. figure 8.20).

(a) (b)



FIGURE 8.20 – (a) Pétroglyphe hawaïen d'un surfeur. (b) Surf de dauphins.

Pourtant, un objet placé (comme un bouchon de pêche) dans l'eau ou à sa surface n'est pas toujours entraîné par une onde de surface. Une grande difficulté pour le surfeur débutant est de réussir à prendre la vague. L'objet de l'étude est de comprendre à quelles conditions une particule peut être entraînée par une onde. Eline Dehandschoewercker tente de répondre à cette question au cours de sa thèse.

Autres perspectives

Un match de foot sous le microscope de Jean Perrin

Lors d'un match de football, si on oublie les joueurs [2] et qu'on regarde le déplacement du ballon au cours du temps, on observe que le mouvement du ballon est irrégulier. La figure 8.21 présente un exemple des positions successives du ballon durant 40 s. Le ballon change de direction à chaque fois qu'il est frappé par un joueur. Cette évolution nous rappelle le mouvement Brownien des particules colloïdales observé par Jean Perrin (cf. figure 8.21-(a)). Le mouvement de ces particules de quelques dizaines de microns est aussi irrégulier. Il résulte des chocs avec les molécules du solvant. S'il recevait le même nombre de chocs à chaque instant dans les différentes directions, le colloïde resterait immobile. Le mouvement

2. qui sont de trop payés toute façon

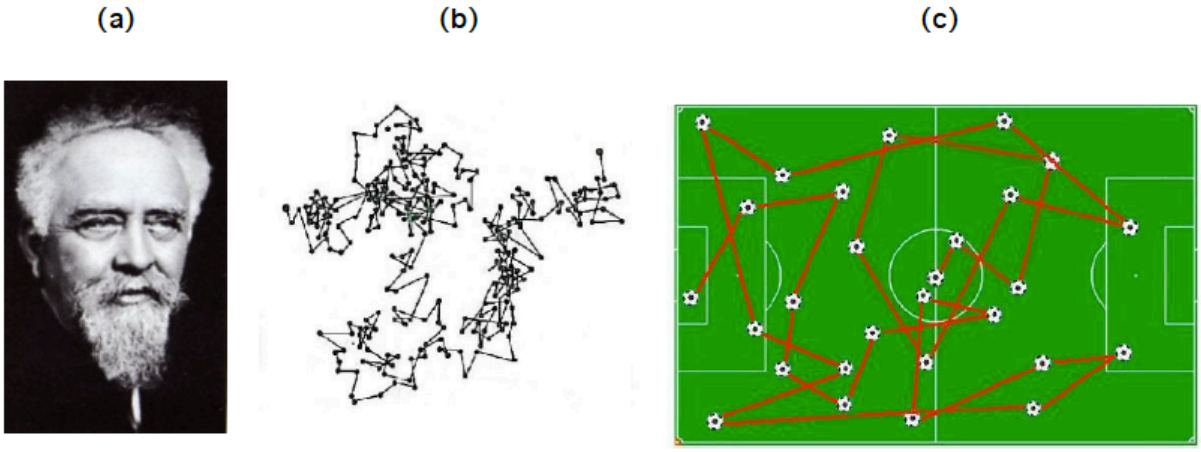


FIGURE 8.21 – (a) Jean Perrin (1870-1942). (b) Trajectoire d'une particule colloïdale en suspension dans un solvant. (c) Trajectoire du ballon durant les 40 premières secondes du match Manchester-Liverpool de 2007.

irrégulier que l'on observe sur la figure 8.21-(b) révèle la structure moléculaire du solvant et la nature irrégulière du mouvement de molécules. Si on revient au ballon, lorsqu'une équipe est plus forte que l'autre, on s'attend à ce que le ballon subisse plus d'impacts d'un côté que de l'autre. L'écart entre le mouvement du ballon et un mouvement purement Brownien peut donner une information sur la différence de niveau entre les équipes.

Dribbler dans un puits de potentiel

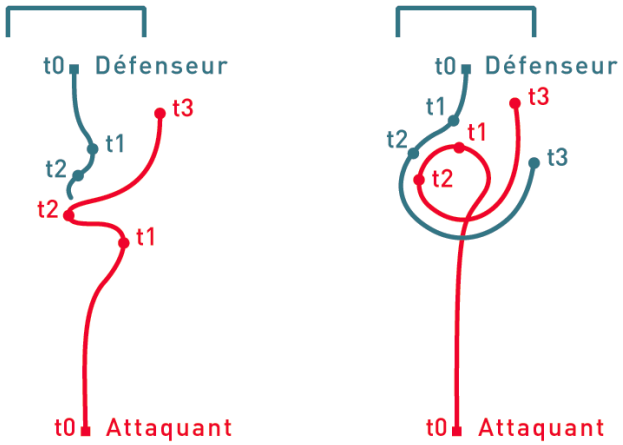


FIGURE 8.22 – Schéma des deux types de dribble : (a) le déphasage à la Neymar, (b) l'enroulement à la Garrincha.

Le dribble est une interaction entre un attaquant qui veut aller au but et un défenseur qui veut l'en empêcher. L'attaquant choisit son mouvement de façon à effacer le défenseur. La façon la plus directe consiste à effectuer des changements de directions (crochets) à une fréquence suffisamment élevée pour déphaser le défenseur et se retrouver seul face au gardien. Ce type de dribble est utilisé par les attaquants rapides comme Neymar (cf. figure 8.22-a). Une autre façon d'effacer le défenseur consiste à l'enrouler : le joueur effectue une

petite boucle sur lui-même avec le ballon, pour entraîner le défenseur dans sa ronde et se retrouver seul face au but. Cette technique était très utilisée par Garrincha (cf. figure 8.22-b). Le travail débuté par Ousmane Kodio vise à retrouver ces deux comportements numériquement en modélisant l'attaquant et le défenseur par des particules attractives (du point de vue du défenseur) ou répulsives (du point de vue de l'attaquant).

Bibliographie

[1] André Laks and Marwan Rashed. Aristote et le mouvement des animaux. *Dix études sur le*, 2004.

[2] Isaac Newton. A letter of mr. isaac newton, professor of the mathematicks in the university of cambridge ; containing his new theory about light and colors : Sent by the author to the publisher from cambridge, febr. 6. 1671/72 ; in order to be communicated to the r. society. *Philosophical Transactions (1665-1678)*, pages 3075–3087, 1965.

[3] Heinrich G Magnus. On the deviation of projectiles. *Memoirs of the Berlin Academy*, 1852.

[4] Lord Rayleigh. On the irregular flight of a tennis ball. *Messenger of Mathematics*, 7 :14–16, 1877.

[5] Angelo Armenti. *The physics of sports*. Springer/AIP, 1992.

[6] Christophe Clanet. *Sports Physics*. Les Editions de l'Ecole Polytechnique, Paris, 2013.

[7] Gabriel Ramirez Morales. *Activité physique et sportive d'un enfant : Bénéfice ? Avantage ? Vigilance ? Quels seront les comportements et regard des parents ?* Editions L'Harmattan, 2012.

[8] Joseph B Keller. ia theory of competitive running. *Physics today*, page 43, 1973.

[9] Joseph B Keller. Optimal velocity in a race. *American Mathematical Monthly*, pages 474–480, 1974.

[10] Igor Alexandrov and Philip Lucht. Physics of sprinting. *American Journal of Physics*, 49(3) :254–257, 1981.

[11] Ralph V Mann. A kinetic analysis of sprinting. *Medicine and Science in Sports and Exercise*, 13(5) :325–328, 1980.

[12] Roger A Mann and John Hagy. Biomechanics of walking, running, and sprinting. *The American Journal of Sports Medicine*, 8(5) :345–350, 1980.

[13] Janez Strnad. Physics of long-distance running. *American Journal of Physics*, 53(4) :371–373, 1985.

[14] William Woodside. The optimal strategy for running a race (a mathematical model for world records from 50 m to 275 km). *Mathematical and computer modelling*, 15(10) :1–12, 1991.

[15] Barry A Baker and Yong Q Tang. Aging performance for masters records in athletics, swimming, rowing, cycling, triathlon, and weightlifting. *Experimental aging research*, 36(4) :453–477, 2010.

[16] Ferenc Mizera and Gábor Horváth. Influence of environmental factors on shot put and hammer throw range. *Journal of biomechanics*, 35(6) :785–796, 2002.

[17] Cliff Frohlich. Effect of wind and altitude on record performance in foot races, pole vault, and long jump. *Am. J. Phys*, 53(8) :726, 1985.

[18] Albert A Bartlett. Physics and a skiing record. *The Physics Teacher*, 28(2) :72–76, 1990.

[19] SR Wilk, RE McNair, and MS Feld. The physics of karate. *American Journal of Physics*, 51(9) :783–790, 1983.

[20] Jearl D Walker. Karate strikes. *American Journal of Physics*, 43(10) :845–849, 1975.

[21] J Walker. The physics of judo and aikido. *Scientific American*, 243 :150–161, 1980.

[22] Oyvind Larson. Charles reep : A major influence on british and norwegian football. *Soccer and Society*, 2(3) :58–78, 2001.

[23] Charles Reep and Bernard Benjamin. Skill and chance in association football. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, pages 581–585, 1968.

[24] Charles Reep, Richard Pollard, and Bernard Benjamin. Skill and chance in ball games. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)*, pages 623–629, 1971.

[25] LC Malacarne and RS Mendes. Regularities in football goal distributions. *Physica A : Statistical Mechanics and Its Applications*, 286(1) :391–395, 2000.

[26] J Greenhough, PC Birch, Sandra C Chapman, and George Rowlands. Football goal distributions and extremal statistics. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1) :615–624, 2002.

[27] M Tolan, M Paulus, and Fendt R. Professional football and bessel-functions : A statistical analysis. In *Sports Physics*, 2013.

[28] RS Mendes, LC Malacarne, and C Anteneodo. Statistics of football dynamics. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 57(3) :357–363, 2007.

[29] HV Ribeiro, RS Mendes, LC Malacarne, S Picoli, and PA Santoro. Dynamics of tournaments : the soccer case. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, 75(3) :327–334, 2010.

[30] Francois Gallaire. Do the new rules of volleyball enhance tension. In *Sports Physics*, 2013.

[31] Daniel Gembris, John G Taylor, and Dieter Suter. Sports statistics : Trends and random fluctuations in athletics. *Nature*, 417(6888) :506–506, 2002.

[32] RD Mehta and JM Pallis. The aerodynamics of a tennis ball. *Sports Engineering*, 4(4) :177–189, 2001.

[33] Antonin Štěpánek. The aerodynamics of tennis balls—the topspin lob. *American Journal of Physics*, 56(2) :138–142, 1988.

[34] SR Goodwill, SB Chin, and SJ Haake. Aerodynamics of spinning and non-spinning tennis balls. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 92(11) :935–958, 2004.

[35] Alison J Cooke. An overview of tennis ball aerodynamics. *Sports engineering*, 3(2) :123–129, 2000.

[36] Rabindra D Mehta. Aerodynamics of sports balls. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17(1) :151–189, 1985.

[37] MJ Carré, T Asai, T Akatsuka, and SJ Haake. The curve kick of a football ii : flight through the air. *Sports Engineering*, 5(4) :193–200, 2002.

[38] Guillaume Dupeux, Anne Le Goff, David Quéré, and Christophe Clanet. The spinning ball spiral. *New Journal of Physics*, 12(9) :093004, 2010.

[39] John WM Bush. The aerodynamics of the beautiful game. In *Sports Physics*. Les Editions de l'Ecole Polytechnique, 2013.

[40] John M Davies. The aerodynamics of golf balls. *Journal of Applied Physics*, 20(9) :821–828, 1949.

[41] Herman Erlichson. Maximum projectile range with drag and lift, with particular application to golf. *Am. J. Phys*, 51(4) :357–362, 1983.

[42] A Raymond Penner. The physics of golf. *Reports on Progress in Physics*, 66(2) :131, 2003.

[43] Robert G Watts and Eric Sawyer. Aerodynamics of a knuckleball. *American Journal of Physics*, 43(11) :960–963, 1975.

[44] Alan M Nathan. Analysis of knuckleball trajectories. *Procedia Engineering*, 34 :116–121, 2012.

[45] Sungchan Hong, Chulsoo Chung, Masao Nakayama, and Takeshi Asai. Unsteady aerodynamic force on a knuckleball in soccer. *Procedia Engineering*, 2(2) :2455–2460, 2010.

[46] T Mizota, H Kuba, and A Okajima. Erratic behavior of knuckle ball (1) quasi-steady flutter analysis and experiment. *Journal of Wind Engineering*, 62(62) :3–13, 1995.

[47] P Depra and R Brenzikofer. Fluid mechanics in volleyball service, 2005.

[48] P Depra, R Brenzikofer, R Barros, and EC Lima. Methodology for the 'drag crisis' detection in services executed by high level volleyball athletes. In *Proceedings of XVIth Congress, International Society of Biomechanics, Tokyo*, page 157, 1997.

[49] Herbert Hatze. Forces and duration of impact, and grip tightness during the tennis stroke. *Medicine and Science in sports*, 8(2) :88–95, 1975.

[50] Howard Brody. Physics of the tennis racket. *American Journal of Physics*, 47(6) :482–487, 1979.

[51] R Cross. Dynamic properties of tennis balls. *Sports Engineering*, 2 :23–34, 1999.

[52] Noritoshi Nakagawa, Yasuhisa Sekiguchi, and He Bai. Analysis of impact characteristics of tennis ball. *Journal-Society of Material Science Japan*, 55(9) :807, 2006.

[53] Paul Kirkpatrick. Batting the ball. *American Journal of Physics*, 31(8) :606–613, 1963.

[54] H Brody. The sweet spot of a baseball bat. *American Journal of Physics*, 54(7) :640–643, 1986.

[55] LV Smith. Evaluating baseball bat performance. *Sports Engineering*, 4(4) :205–214, 2001.

[56] Alan M Nathan, Daniel A Russell, and Lloyd V Smith. The physics of the trampoline effect in baseball and softball bats. *The Engineering of Sport*, 5(2), 2004.

[57] T Bull Andersen and Henrik C Dörge. The influence of speed of approach and accuracy constraint on the maximal speed of the ball in soccer kicking. *Scandinavian journal of medicine & science in sports*, 21(1) :79–84, 2011.

[58] T Asai, MJ Carré, T Akatsuka, and SJ Haake. The curve kick of a football i : impact with the foot. *Sports Engineering*, 5(4) :183–192, 2002.

[59] Sami Haddadin, Tim Laue, Udo Frese, Sebastian Wolf, Alin Albu-Schäffer, and Gerd Hirzinger. Kick it with elasticity : Safety and performance in human–robot soccer. *Robotics and Autonomous Systems*, 57(8) :761–775, 2009.

[60] Hideyuki Ishii, Toshio Yanagiya, Hisashi Naito, Shizuo Katamoto, and Takeo Maruyama. Numerical study of ball behavior in side-foot soccer kick based on impact dynamic theory. *Journal of biomechanics*, 42(16) :2712–2720, 2009.

[61] Adrian Lees, Takeshi Asai, T Bull Andersen, Hiroyuki Nunome, and Thorsten Sterzing. The biomechanics of kicking in soccer : A review. *Journal of sports sciences*, 28(8) :805–817, 2010.

[62] Jerome Hoepffner. Model for an alternative pole vault. In *Sports Physics*, 2013.

[63] Nick Linthorne. Energy transformation in the pole vault. In *Sports Physics*, 2013.

[64] Paul E Klopsteg. Physics of bows and arrows. *American Journal of Physics*, 11(4) :175–192, 1943.

[65] Etienne Reyssat and Anne-Laure Biance. Slacklining : dynamics of a fall and strategies toward equilibrium. In *Sports Physics*, 2013.

[66] Franco Saibene and Alberto E Minetti. Biomechanical and physiological aspects of legged locomotion in humans. *European journal of applied physiology*, 88(4-5) :297–316, 2003.

[67] Alberto E Minetti. Passive tools for enhancing muscle-driven motion and locomotion. *Journal of experimental biology*, 207(8) :1265–1272, 2004.

[68] G Laffaye, B G Bardy, and A Durey. Leg stiffness and expertise in men jumping. *Med Sci Sports Exerc*, 37(4) :536–543, 2005.

[69] WD Hayes. Wave riding of dolphins. *Nature*, 1953.

[70] Ross Garrett and Dave Wilkie. *The symmetry of sailing : the physics of sailing for yachtsmen.* Adlard Coles, 1987.

[71] Halsey C Herreshoff. *Hydrodynamics and aerodynamics of the sailing yacht.* Society of Naval Architects and Marine Engineers, 1964.

[72] A Dudhia. Basic physics of rowing. *URL : http ://wwwatm. physics. ox. ac. uk/rowing/physics/basics. html# section8 S*, 2000.

[73] A Baudouin and D Hawkins. A biomechanical review of factors affecting rowing performance. *British journal of sports medicine*, 36(6) :396–402, 2002.

[74] Chris Pulman. The physics of rowing. *University of Cambridge*, 2005.

[75] MR Kent. The physics of swimming. *Physics Education*, 15(5) :275, 1980.

[76] Peter V Karpovich and Konstantin Pestrecov. Mechanical work and efficiency in swimming crawl and back strokes. *European Journal of Applied Physiology and Occupational Physiology*, 10(5) :504–514, 1939.

[77] AP Hollander, G De Groot, GJ van Ingen Schenau, HM Toussaint, H De Best, W Peeters, A Meulemans, and AW Schreurs. Measurement of active drag during crawl arm stroke swimming. *Journal of Sports Sciences*, 4(1) :21–30, 1986.

[78] James E Counsilman, Brian E Counsilman, and Gil Evans. *The new science of swimming*. Prentice-Hall, 1994.

[79] Peter A Federolf, Robert Mills, and Benno Nigg. Ice friction of flared ice hockey skate blades. *Journal of sports sciences*, 26(11) :1201–1208, 2008.

[80] Alain Haché. *The physics of hockey*. JHU Press, 2002.

[81] Bocquet L. Friction : an introduction, with emphasis on some implications in wonter sports. In *Sports Physics*, 2013.

[82] FP Bowden and TP Hughes. The mechanism of sliding on ice and snow. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 172(949) :280–298, 1939.

[83] Samuel C Colbeck. A review of the friction of snow skis. *Journal of sports sciences*, 12(3) :285–295, 1994.

[84] CD Mote Jr, Robert J Johnson, Wolfhart Hauser, Peter S Schaff, et al. Determination of kinetic friction and drag area in alpine skiing. *Skiing Trauma and Safety : Tenth Volume*, 1266 :165, 1996.

[85] Nigel B Crowther. *Sport in ancient times*. Greenwood Publishing Group, 2007.

[86] Horst Behncke. A mathematical model for the force and energetics in competitive running. *Journal of mathematical biology*, 31(8) :853–878, 1993.

[87] Frank Mathis. The effect of fatigue on running strategies. *SIAM Review*, 31(2) :306–309, 1989.

[88] R Hugh Morton. A new modelling approach demonstrating the inability to make up for lost time in endurance running events. *IMA Journal of Management Mathematics*, 20(2) :109–120, 2009.

[89] AJ Ward-Smith. A mathematical theory of running, based on the first law of thermodynamics, and its application to the performance of world-class athletes. *Journal of biomechanics*, 18(5) :337–349, 1985.

[90] J Strnad. Physics of long distance running. *American Journal of Physics*, 53(4) :371–373, 1985.

[91] R Hugh Morton. The critical power and related whole-body bioenergetic models. *European journal of applied physiology*, 96(4) :339–354, 2006.

[92] J Frédéric Bonnans, Amandine Aftalion, et al. Optimization of running strategies based on anaerobic energy and variations of velocity. Technical report, INRIA, 2013.

[93] HE Huxley. Muscle cells. *The cell*, 4(part 1) :365, 1960.

[94] Kenneth David Keele. *Leonardo da Vinci's Elements of the Science of Man*. Academic Press New York, London, 1983.

[95] KD Keele. with a commentary by carlo pedretti, corpus of the anatomical works in the collection of her majesty the queen, new york : Johnson, 1979-1981. 3 vol. see also his fundamental study, leonardo da vinci's elements of the science of man, 1983.

[96] Charles Donald O'Malley, John Bertrand de Cusance Morant Saunders, et al. *Leonardo da Vinci on the human body : the anatomical, physiological, and embryological drawings of Leonardo da Vinci : with translations, emendations and a biographical introduction*. Gramercy, 1952.

[97] Jan Swammerdam. *The Book of Nature : Or, the History of Insects*. CG Seyffert, Bookseller, in Dean-Street, Soho, 1758.

[98] Luigi Galvani and Giovanni Aldini. *De Viribus Electricitatis In Motu Musculari Comentarius Cum Joannis Aldini Dissertatione Et Notis ; Accesserunt Epistolae ad animalis electricitatis theoriam pertinentes.* Apud Societatem Typographicam, 1792.

[99] René Descartes. Traité de l'homme. *Oeuvres de Descartes*, 11 :119–215, 1972.

[100] René Descartes, Louis de La Forge, Michel Bobin, and Nicolas Legras. *L'homme.* chez Charles Angot, 1988.

[101] Matthew Cobb. Exorcizing the animal spirits : Jan swammerdam on nerve function. *Nature Reviews Neuroscience*, 3(5) :395–400, 2002.

[102] R Milnes Walker. Francis glisson and his capsule. *Annals of the Royal College of Surgeons of England*, 38(2) :71, 1966.

[103] AJ Thurston. Giovanni borelli and the study of human movement : An historical review. *Australian and New Zealand journal of surgery*, 69(4) :276–288, 1999.

[104] Giovanni Alfonso Borelli, Jean Bernoulli, Nikolaus Elinger, and Carolus Joannes a Jesu. *De motu animalium.* Petrum Gosse, 1743.

[105] Dorothy M Needham. *Machina carnis : the biochemistry of muscular contraction in its historical development.* Cambridge University Press, 1971.

[106] Steven Vogel. *Prime mover : a natural history of muscle.* WW Norton & Company, 2003.

[107] Thomas J Burkholder and Richard L Lieber. Sarcomere length operating range of vertebrate muscles during movement. *Journal of Experimental Biology*, 204(9) :1529–1536, 2001.

[108] Ivan Rayment, Hazel M Holden, Michael Whittaker, Christopher B Yohn, Michael Lorenz, Kenneth C Holmes, and Ronald A Milligan. Structure of the actin-myosin complex and its implications for muscle contraction. *Science*, 261(5117) :58–65, 1993.

[109] Ronald D Vale and Ronald A Milligan. The way things move : looking under the hood of molecular motor proteins. *Science*, 288(5463) :88–95, 2000.

[110] Harvey Lodish. *Molecular cell biology.* Macmillan, 2008.

[111] Andrew F Huxley and R Niedergerke. Structural changes in muscle during contraction. *Nature*, 173(4412) :971–973, 1954.

[112] AM Gordon, Andrew F Huxley, and FJ Julian. The variation in isometric tension with sarcomere length in vertebrate muscle fibres. *The Journal of physiology*, 184(1) :170–192, 1966.

[113] Jeffrey T Finer, Robert M Simmons, James A Spudich, et al. Single myosin molecule mechanics : piconewton forces and nanometre steps. *Nature*, 368(6467) :113–119, 1994.

[114] JE Molloy, JE Burns, J Kendrick-Jones, RT Tregear, and DCS White. Movement and force produced by a single myosin head. *Nature*, 378(6553) :209–212, 1995.

[115] J Christof M Gebhardt, Anabel E-M Clemen, Johann Jaud, and Matthias Rief. Myosin-v is a mechanical ratchet. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 103(23) :8680–8685, 2006.

[116] James R Sellers and Claudia Veigel. Direct observation of the myosin-va power stroke and its reversal. *Nature structural & molecular biology*, 17(5) :590–595, 2010.

[117] Robert W Ramsey and Sibyl F Street. The isometric length-tension diagram of isolated skeletal muscle fibers of the frog. *Journal of Cellular and Comparative Physiology*, 15(1) :11–34, 1940.

[118] AV Hill. The mechanical efficiency of frog's muscle. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, pages 434–451, 1939.

[119] FJ Julian. The effect of calcium on the force-velocity relation of briefly glycerinated frog muscle fibres. *The Journal of physiology*, 218(1) :117–145, 1971.

[120] KW Ranatunga. The force-velocity relation of rat fast-and slow-twitch muscles examined at different temperatures. *The Journal of physiology*, 351(1) :517–529, 1984.

[121] Edmund H Sonnenblick. Force-velocity relations in mammalian heart muscle. *Am J Physiol*, 202(5) :931–939, 1962.

[122] Démosthène Mitrossilis, Jonathan Fouchard, Axel Guiroy, Nicolas Desprat, Nicolas Rodriguez, Ben Fabry, and Atef Asnacios. Single-cell response to stiffness exhibits muscle-like behavior. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(43) :18243–18248, 2009.

[123] DR Wilkie. The relation between force and velocity in human muscle. *The Journal of physiology*, 110(3-4) :249–280, 1949.

[124] AV Hill. The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, pages 136–195, 1938.

[125] Thomas A McMahon. Muscles, reflexes, and locomotion. *Princeton, Princeton*, 1984.

[126] AV Hill. Thermodynamics of muscle. *Nature*, 167(4245) :377–380, 1951.

[127] James D Watson, Francis HC Crick, et al. Molecular structure of nucleic acids. *Nature*, 171(4356) :737–738, 1953.

[128] A Klug. Rosalind franklin and the discovery of the. *Nature*, 219, 1968.

[129] Hugh Huxley and Jean Hanson. Changes in the cross-striations of muscle during contraction and stretch and their structural interpretation. *Nature*, 173(4412) :973–976, 1954.

[130] HE Huxley. X-ray analysis and the problem of muscle. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B-Biological Sciences*, 141(902) :59–62, 1953.

[131] Andrew F Huxley. Muscle structure and theories of contraction. *Prog. Biophys. Biophys. Chem*, 7 :255–318, 1957.

[132] AF Huxley. Muscular contraction. *The Journal of physiology*, 243(1) :1, 1974.

[133] HE Huxley. A personal view of muscle and motility mechanisms. *Annual review of physiology*, 58(1) :1–19, 1996.

[134] Hugh E Huxley. Fifty years of muscle and the sliding filament hypothesis. *European journal of biochemistry*, 271(8) :1403–1415, 2004.

[135] VI Deshcherevskii. Two models of muscle contraction. *Biofizika*, 1968.

[136] VI Deshcherevskii. Theory of contraction of asynchronous muscles. *Biophysics*, 1970.

[137] Deshcherevskii V.I. A kinetic theory of striated muscle contraction. *Biorheology*, 7(3) :147–170, 1971.

[138] V.I. Deshcherevskii, H.P. Deshterevskaya, and Frank G.M. *Mathematical models of muscle contraction (Russian version)*. Hayka, 1977.

[139] Nigel B Crowther. Weightlifting in antiquity : Achievement and training. *Greece and Rome (Second Series)*, 24(02) :111–120, 1977.

[140] Mark Golden. *Sport and society in ancient Greece*. Cambridge University Press, 1998.

[141] Edmond Desbonnet. Les rois de la force, 1910.

[142] Jean-Aimé Simoneau and Claude Bouchard. Human variation in skeletal muscle fiber-type proportion and enzyme activities. *Am J Physiol*, 257(4 Pt 1) :E567–72, 1989.

[143] Albert W Taylor and Lori Bachman. The effects of endurance training on muscle fibre types and enzyme activities. *Canadian journal of applied physiology*, 24(1) :41–53, 1999.

[144] J Cadefau, J Casademont, JM Grau, J Fernandez, A Balaguer, M Vernet, R Cusso, and A URBANO-MÁRQUEZ. Biochemical and histochemical adaptation to sprint training in young athletes. *Acta physiologica scandinavica*, 140(3) :341–351, 1990.

[145] Timothy J Doherty, Anthony A Vandervoort, and William F Brown. Effects of ageing on the motor unit : a brief review. *Canadian journal of applied physiology*, 18(4) :331–358, 1993.

[146] Henrik Klitgaard, M Mantoni, S Schiaffino, S Ausoni, L Gorza, C Laurent-Winter, P Schnohr, and B Saltin. Function, morphology and protein expression of ageing skeletal muscle : a cross-sectional study of elderly men with different training backgrounds. *Acta Physiologica Scandinavica*, 140(1) :41–54, 1990.

[147] Jörn Rittweger, Pietro Enrico di Prampero, Nicola Maffulli, and Marco V Narici. Sprint and endurance power and ageing : an analysis of master athletic world records. *Proceedings of the Royal Society B : Biological Sciences*, 276(1657) :683–689, 2009.

[148] William J Evans and Jan Lexell. Human aging, muscle mass, and fiber type composition. *The Journals of Gerontology Series A : Biological Sciences and Medical Sciences*, 50(Special Issue) :11–16, 1995.

[149] C Bérard, C Payan, J Fermanian, F Girardot, and F Girardot. La mesure de fonction motrice, outil d'évaluation clinique des maladies neuromusculaires. etude de validation. *Revue Neurologique*, 162(4) :485–493, 2006.

[150] Lev D Landau and EM Lifshitz. Theory of elasticity, vol. 7. *Course of Theoretical Physics*, 3, 1986.

[151] Edward W Washburn. The dynamics of capillary flow. *Physical review*, 17(3) :273, 1921.

[152] Pierre-Gilles de Gennes, Françoise Brochard-Wyart, David Quéré, Marc Fermigier, and Christophe Clanet. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin Paris, 2002.

[153] N. Tartaglia. *Nova Scienta*. Venice, 1537.

[154] N. Tartaglia. *La Balistique*. Correard, Editeur d'ouvrages militaires, 1846.

[155] Galileo Galilei. *Dialogues concerning two new sciences*. Dover, 1638.

[156] P. Charbonnier. *Traité de balistique extérieure*. Librairie Polytechnique, Paris, 1904.

[157] H. Lamb. *Dynamics*. Cambridge University Press, 1914.

[158] O. Darrigol. *Worlds of flow*. Oxford University Press, 2005.

[159] G. G. Stokes. On the effect of internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, 9 :8–106, 1851.

[160] C.N. Davies. Definitive equations for the fluid resistance of spheres. *Proc. Phys. Soc. (London)*, 57(259), 1945.

[161] H.R. Pruppacher. An experimental determination of the drag on a sphere at low reynolds numbers. *Journal of Applied Physics*, 39 :4129–4132, 1968.

[162] Garry Robinson and Ian Robinson. The motion of an arbitrarily rotating spherical projectile and its application to ball games. *Physica Scripta*, 88(1) :018101, 2013.

[163] E. Achenbach. Experiments on the flow past spheres at very high reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, 1972.

[164] Isaac Newton. *Philosophae naturalis principia mathematica.* S.Pepys Reg. Soc. Praeses, London, 1686.

[165] C.W. Oseen. Ueber die stokes'sche formel, und iiber eine venvandt.e aufgabe in der hydrodynamik. *Ark. Math. Astronom. Fys.*, 6, 1910.

[166] T.B. Benjamin. Note on formulas for the drag of a sphere. *J. Fluid Mech.*, 246 :335–342, 1993.

[167] N. Lyotard, W.L. Shew, L. Bocquet, and J.-F. Pinton. Polymer and surface roughness effects on the drag crisis for falling spheres. *Eur. Phys. J. B*, 60(469–476), 2007.

[168] M. R. Smith, D. K. Hilton, and S. W. Van Sciver. Observed drag crisis on a sphere in flowing he i and he ii. *Physics of Fluids*, 11 :751–753, 1999.

[169] B. Robins. *New Principles of Gunnery.* ed. Hutton (first printed in 1742), 1805.

[170] Heinrich G Magnus. Ueber die abweichung der geschosse, und eke auffallende erscheinung bei rotirenden korpern. *Poggendorfs Annalen der Physik urui Chemie*, 88 :1, 1853.

[171] D. Metha. Aerodynamics of sports balls. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 17 :151–189, 1985.

[172] A.M. Nathan. The effect of spin on the flight of a baseball. *Am. J. Phys.*, 76 :119–124, 2008.

[173] J.M. Davies. The aerodynamics of golf balls. *Journal of applied Physics*, 20 :821–828, 1949.

[174] Bush JW. The aerodynamics of the beautiful game. In *Sports Physics*, Palaiseau, France, 2013. Editions de l'Ecole Polytechnique.

[175] Rabindra D Mehta and Jani M Pallis. Sports ball aerodynamics : Effects of velocity, spin and surface roughness. *Minerals, Metals and Materials Society/AIME, Materials and Science in Sports(USA),*, pages 185–197, 2001.

[176] World-Directory. *World Directory of Aerospace Vehicle Research and Development.* World-Directory, 1990.

[177] H. Schlichting. *Boundary-layer theory.* New York : McGraw-Hill, 1955.

[178] Craig Glenday. *Guinness world records 2010.* Random House LLC, 2010.

[179] Firoz Alam, Harun Chowdhury, Chavaporn Theppadungporn, and Aleksandar Subic. Measurements of aerodynamic properties of badminton shuttlecocks. *Procedia Engineering*, 2(2) :2487–2492, 2010.

[180] A.J. Cooke. Shuttlecock aerodynamics. *Sport Engineering*, 2 :85–96, 1999.

[181] Kenichi Nakagawa, Hiroaki Hasegawa, Masahide Murakami, and Shigeru Obayashi. Aerodynamic properties and flow behavior for a badminton shuttlecock with spin at high reynolds numbers. *Procedia Engineering*, 34 :104–109, 2012.

[182] Chak Man Chan and Jenn Stroud Rossmann. Badminton shuttlecock aerodynamics : synthesizing experiment and theory. *Sports Engineering*, 15(2) :61–71, 2012.

[183] Chudinov P. S. The motion of a point mass in a medium with a square law of drag. *J. Appl. Maths Mech.*, 65 :421–426, 2001.

[184] Peter Chudinov. An optimal angle of launching a point mass in a medium with quadratic drag force. *arXiv preprint physics/0506201*, 2005.

[185] D. Ufano. *Artillerie ou vraye instruction de l'artillerie et de ses appartenances*. Rouen, Jean Berthelin, 1628.

[186] CW Groetsch. On the optimal angle of projection in general media. *American Journal of Physics*, 65(8) :797–799, 1997.

[187] Félix Hélie. *Traité de balistique expérimentale*, volume 1. Gauthier-Villars, 1884.

[188] Jim Puhalla, Jeff Krans, and Mike Goatley. *Sports fields : A manual for design, construction and maintenance*. John Wiley & Sons, 1999.

[189] Renaud Beffeyte. *L'art de la guerre au Moyen Age*. Ouest-France, 2005.

[190] Renaud Beffeyte. *Les machines de siège au Moyen-âge*. R. Beffeyte, 1994.

[191] KcV Beard and HR Pruppacher. A determination of the terminal velocity and drag of small water drops by means of a wind tunnel. *Journal of Atmospheric Sciences*, 26 :1066–1072, 1969.

[192] JW Glasheen and TA McMahon. A hydrodynamic model of locomotion in the basilisk lizard. *Nature*, 380(6572) :340–341, 1996.

[193] John WM Bush and David L Hu. Walking on water : biolocomotion at the interface. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 38 :339–369, 2006.

[194] JW Glasheen and TA McMahon. Vertical water entry of disks at low froude numbers. *Physics of Fluids (1994-present)*, 8(8) :2078–2083, 1996.

[195] G. Dupeux, A. Le Goff, D. Quéré, and C. Clanet. The spinning ball spiral. *New Journal of Physics*, 12 :093004, 2010.

[196] Toshio Asami and Volker Nolte. Analysis of powerful ball kicking. *Biomechanics VIII-B*, 4 :965–970, 1983.

[197] Heinrich Hertz. *Miscellaneous papers : On the contact of elastic solids*. Macmillan, London, 1896.

[198] Rod Cross. Impact of a ball with a bat or racket. *American Journal of Physics*, 67(8) :692–702, 1999.

[199] M Hubbard and WJ Stronge. Bounce of hollow balls on flat surfaces. *Sports Engineering*, 4(2) :49–61, 2001.

[200] L Pauchard and S Rica. Contact and compression of elastic spherical shells : the physics of a 'ping-pong'ball. *Philosophical Magazine B*, 78(2) :225–233, 1998.

[201] Stanley Plagenhoef. *Patterns of human motion : A cinematographic analysis*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1971.

[202] Roger M Enoka. *Neuromechanical basis of kinesiology*. Human Kinetics Champaign, IL, 1994.

[203] Adrian Lees and Lee Nolan. The biomechanics of soccer : a review. *Journal of sports sciences*, 16(3) :211–234, 1998.

[204] T Andersen et al. Collisions in soccer kicking. *Sports Engineering*, 2(2) :121–125, 1999.

[205] William Roy Barfield, Donald T Kirkendall, and Bing Yu. Kinematic instep kicking differences between elite female and male soccer players. *Journal of Sports Science and Medicine*, 1(3) :72–79, 2002.

[206] Namrata Khemka, Christian Jacob, and Gerald Cole. Making soccer kicks better : a study in particle swarm optimization. In *Proceedings of the 2005 workshops on Genetic and evolutionary computation*, pages 382–385. ACM, 2005.

[207] Hagen Schempf, Charles Kraeuter, and Mike Blackwell. Roboleg : A robotic soccer-ball kicking leg. In *Robotics and Automation, 1995. Proceedings., 1995 IEEE International Conference on*, volume 2, pages 1314–1318. IEEE, 1995.

[208] Dominic Vella, Amin Ajdari, Ashkan Vaziri, and Arezki Boudaoud. Wrinkling of pressurized elastic shells. *Physical review letters*, 107(17) :174301, 2011.

[209] David A Winter. *Biomechanics and motor control of human movement*. John Wiley & Sons, 2009.

[210] Wilfrid Taylor Dempster and George RL Gaughran. Properties of body segments based on size and weight. *American Journal of Anatomy*, 120(1) :33–54, 1967.

[211] AE Chapman and RN Zuyderhoff. Squash ball mechanics and implications for play. *Canadian journal of applied sport sciences. Journal canadien des sciences appliquees au sport*, 11(1) :47–54, 1986.

[212] Gareth J Lewis, J Cris Arnold, and Iwan W Griffiths. The dynamic behavior of squash balls. *American Journal of Physics*, 79(3) :291–296, 2011.

[213] J Pouyet and JL Lataillade. Dynamic investigation of hard viscoelastic materials by ball bouncing experiments. *Journal of Materials Science*, 10(12) :2112–2116, 1975.

[214] N James Bridge. The way balls bounce. *Physics education*, 33(3) :174, 1998.

[215] KC Maynes, MG Compton, and Blane Baker. Coefficient of restitution measurements for sport balls : An investigative approach. *The Physics Teacher*, 43(6) :352–354, 2005.

[216] John C Whittaker and Kathryn A Kamp. Primitive weapons and modern sport : Atlatl capabilities, learning, gender, and age. *Plains Anthropologist*, 198 :213, 2006.

[217] Richard A Baugh. Atlatl dynamics. *Lithic Technology*, pages 31–41, 1998.

[218] Mark Denny. Optimum onager : The classical mechanics of a classical siege engine. *The Physics Teacher*, 47(9) :574–578, 2009.

[219] Mark Denny. Siege engine dynamics. *European journal of physics*, 26(4) :561, 2005.

[220] Alain Erlande-Brandenburg and Villard (de Honnecourt). *Carnet de Villard de Honnecourt*. publisher not identified, 1966.

[221] Roland Bechmann. *Villard de Honnecourt. La pensée technique au XIIIe siècle et sa communication.* Picard, 1991.

[222] Carol A Putnam. Interaction between segments during a kicking motion. *Biomechanics VIII-B*, pages 688–694, 1983.

[223] DGE Robertson and RE Mosher. Work and power of the leg muscles in soccer kicking. *Biomechanics IX-b*, pages 533–538, 1985.

[224] Rod Cross. A double pendulum model of tennis strokes. *American Journal of Physics*, 79(5) :470–476, 2011.

[225] Brian J Gordon and Jesús Dapena. Contributions of joint rotations to racquet speed in the tennis serve. *Journal of Sports Sciences*, 24(1) :31–49, 2006.

[226] RE Bahamonde and D Knudson. Kinetics of the upper extremity in the open and square stance tennis forehand. *Journal of Science and Medicine in Sport*, 6(1) :88–101, 2003.

[227] M Kwan, MS Andersen, M de Zee, and J Rasmussen. Dynamic model of a badminton stroke. *The Engineering of Sport*, 7 :563–571, 2008.

[228] Xiang Liu, Wangdo Kim, and John Tan. An analysis of the biomechanics of arm movement during a badminton smash. *Nanyang Technological University, Singapore*, 3, 2002.

[229] Robert K Adair. *The Physics of Baseball*. Harper Collins, 1994.

[230] Rod Cross. A double pendulum swing experiment : In search of a better bat. *American journal of physics*, 73(4) :330–339, 2005.

[231] Nils Betzler, Stuart Monk, Eric Wallace, Steve R Otto, and Gongbing Shan. From the double pendulum model to full-body simulation : Evolution of golf swing modeling. *Sports Technology*, 1(4-5) :175–188, 2008.

[232] Theodore Jorgensen Jr. On the dynamics of the swing of a golf club. *American Journal of Physics*, 38(5) :644–651, 2005.

[233] Neil T Roach, Madhusudhan Venkadesan, Michael J Rainbow, and Daniel E Lieberman. Elastic energy storage in the shoulder and the evolution of high-speed throwing in homo. *Nature*, 498(7455) :483–486, 2013.

[234] Sasho James MacKenzie and Eric J Sprigings. Understanding the mechanisms of shaft deflection in the golf swing. *Sports Engineering*, 12(2) :69–75, 2009.

[235] Maxine Kwan and John Rasmussen. The importance of being elastic : Deflection of a badminton racket during a stroke. *Journal of sports sciences*, 28(5) :505–511, 2010.

[236] Maxine Kwan and John Rasmussen. Linking badminton racket design and performance through motion capture. *Computer Aided Medical Engineering*, 2(1) :13–18, 2011.

[237] Maxine Kwan, Ching-Lung Cheng, Wen-Tzu Tang, and John Rasmussen. Measurement of badminton racket deflection during a stroke. *Sports engineering*, 12(3) :143–153, 2010.

[238] Nicolas Vandenberghe, Jun Zhang, and Stephen Childress. Symmetry breaking leads to forward flapping flight. *Journal of Fluid Mechanics*, 506 :147–155, 2004.

[239] Nicolas Vandenberghe, Stephen Childress, and Jun Zhang. On unidirectional flight of a free flapping wing. *Physics of Fluids (1994-present)*, 18(1) :014102, 2006.

Résumé

La Physique est la science qui cherche à comprendre le monde extérieur et à identifier les lois qui le régissent. La Physique du Sport consiste à observer des phénomènes qui se produisent sur un terrain de sport avec un œil de physicien. Son champ est très vaste et cette thèse est construite sur plusieurs thèmes qui ont attiré notre attention : - **les sports à records** : pour comprendre les records dans les sports de force ou de vitesse, nous nous sommes intéressés aux mécanismes de la contraction musculaire. L'étude de la dynamique de lever au développé couché, couplée à un modèle microscopique du muscle nous permet d'identifier les caractéristiques musculaires d'un athlète à partir d'un mouvement macroscopique. - **les trajectoires triangulaires au badminton** : nous avons résolu les équations du mouvement (avec une traînée proportionnelle au carré de la vitesse), et obtenu une équation analytique de la portée du projectile. Dans tous les cas où la vitesse initiale du projectile est supérieure à sa vitesse terminale (la grande majorité des ballons de sports, les feux d'artifice, les jets de lances à incendie, les boulets de canons...), la trajectoire est semblable à celle du volant du badminton, et la portée sature avec la vitesse initiale. Une conséquence en sport est que la taille des terrains, fixée empiriquement, est proportionnelle à la portée maximale de chaque sport, qui dépend uniquement des caractéristiques du ballon utilisé. Et cela est vrai de la table de tennis de table au parcours de golf. - **les impacts de balles** : nous avons étudié la frappe du ballon au foot et essayé de comprendre pourquoi une frappe du pointu est plus efficace qu'un plat du pied, comme les joueurs l'affirment. Nous avons montré que la vitesse du ballon est indépendante de la forme de l'impacteur, seule la vitesse du pied compte. Nous avons ensuite essayé de comprendre quelles stratégies étaient employées en sport pour augmenter la vitesse de la balle et notamment l'effet élastique de la raquette de badminton lors d'un smash.

Abstract

Physics tends to understand the world and to find the laws which govern it. Physics of Sports consists in observing with a physicist's eye the phenomena which happen on the fields. These fields are wide and this study is built on several points which capture our attention : - **records sports** : to understand the records of speed or strength sports, we focus on muscle contraction mechanisms. We extract the dynamics of a simple gesture at Bench Press and understand it through simple mechanics laws and microscopic model of muscle contraction. - **badminton trajectories** : we solve the equations of motion of a particle which undergoes gravity and aerodynamic drag (proportional to the velocity sqaure, for high Reynolds numbers) and extract an analytical expression of the range. At each time the launching velocity is higher than the terminal velocity (which is the constant velocity of vertical falling of the projectile under gravity and drag), one observes a Tartaglia triangular shape of the trajectory. It is the case for most of sports balls, for fireworks, for firemen water jets, for cannonballs... For all these trajectories, the range saturates with the initial velocity : even if you hit stronger, the ball will not go further. We show several applications of this property. For exemple in sport, as there is no use to play on a field which is larger than the useful length, the size of sports fields is bound to be linked to the maximal range of the associated ball, from table tennis to golf. - **balls impacts** : we study soccer kicks and focus on the way of kicking the ball. The toe poke is said to be more efficient than the push pass. We perform experiments which show that the ball velocity does not depend on the shape of the impactor, but only on the velocity of kicking. We then discuss some ways to enhance the impactor velocity by using joints or elasticity of the launcher.

Résumé

La Physique est la science qui cherche à comprendre le monde extérieur et à identifier les lois qui le régissent. La Physique du Sport consiste à observer des phénomènes qui se produisent sur un terrain de sport avec un œil de physicien. Son champ est très vaste et cette thèse est construite sur plusieurs thèmes qui ont attiré notre attention : - **les sports à records** : pour comprendre les records dans les sports de force ou de vitesse, nous nous sommes intéressés aux mécanismes de la contraction musculaire. L'étude de la dynamique de lever au développé couché, couplée à un modèle microscopique du muscle nous permet d'identifier les caractéristiques musculaires d'un athlète à partir d'un mouvement macroscopique. - **les trajectoires triangulaires au badminton** : nous avons résolu les équations du mouvement (avec une traînée proportionnelle au carré de la vitesse), et obtenu une équation analytique de la portée du projectile. Dans tous les cas où la vitesse initiale du projectile est supérieure à sa vitesse terminale (la grande majorité des ballons de sports, les feux d'artifice, les jets de lances à incendie, les boulets de canons...), la trajectoire est semblable à celle du volant du badminton, et la portée sature avec la vitesse initiale. Une conséquence en sport est que la taille des terrains, fixée empiriquement, est proportionnelle à la portée maximale de chaque sport, qui dépend uniquement des caractéristiques du ballon utilisé. Et cela est vrai de la table de tennis de table au parcours de golf. - **les impacts de balles** : nous avons étudié la frappe du ballon au foot et essayé de comprendre pourquoi une frappe du pointu est plus efficace qu'un plat du pied, comme les joueurs l'affirment. Nous avons montré que la vitesse du ballon est indépendante de la forme de l'impacteur, seule la vitesse du pied compte. Nous avons ensuite essayé de comprendre quelles stratégies étaient employées en sport pour augmenter la vitesse de la balle et notamment l'effet élastique de la raquette de badminton lors d'un smash.

Abstract

Physics tends to understand the world and to find the laws which govern it. Physics of Sports consists in observing with a physicist's eye the phenomena which happen on the fields. These fields are wide and this study is built on several points which capture our attention : - **records sports** : to understand the records of speed or strength sports, we focus on muscle contraction mechanisms. We extract the dynamics of a simple gesture at Bench Press and understand it through simple mechanics laws and microscopic model of muscle contraction. - **badminton trajectories** : we solve the equations of motion of a particle which undergoes gravity and aerodynamic drag (proportional to the velocity sqaure, for high Reynolds numbers) and extract an analytical expression of the range. At each time the launching velocity is higher than the terminal velocity (which is the constant velocity of vertical falling of the projectile under gravity and drag), one observes a Tartaglia triangular shape of the trajectory. It is the case for most of sports balls, for fireworks, for firemen water jets, for cannonballs... For all these trajectories, the range saturates with the initial velocity : even if you hit stronger, the ball will not go further. We show several applications of this property. For exemple in sport, as there is no use to play on a field which is larger than the useful length, the size of sports fields is bound to be linked to the maximal range of the associated ball, from table tennis to golf. - **balls impacts** : we study soccer kicks and focus on the way of kicking the ball. The toe poke is said to be more efficient than the push pass. We perform experiments which show that the ball velocity does not depend on the shape of the impactor, but only on the velocity of kicking. We then discuss some ways to enhance the impactor velocity by using joints or elasticity of the launcher.