

# On boundary effects in electrophoresis

Antoine SELLIER

LMFA, CNRS UMR 5509, école centrale de Lyon/UCBL, 36, avenue Guy de Collongues, BP 163,  
69131 Ecully cedex, France  
E-mail: sellier@mecaflu.ec-lyon.fr

(Reçu le 14 mai 2001, accepté le 5 juin 2001)

---

**Abstract.** Wall effects on electrophoretic motion of a non-conducting particle are investigated by resorting to a boundary integral approach. Contrary to available works in the field, our method applies to a particle of arbitrary shape and zeta potential. Moreover, it circumvents calculating the perturbation potential and the fluid flow. Enclosed numerical results emphasize that, near the plane boundary, wall-particle interactions may strongly modify the electrophoretic motion taking place for a single sphere. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

fluid mechanics / electrophoresis / wall effects / integral equations

## *Electrophorèse d'une particule en présence d'une paroi plane*

**Résumé.** On étudie l'influence d'une paroi plane sur l'électrophorèse d'une particule isolante. La frontière est isolante ou parfaitement conductrice pour un champ électrique uniforme appliqué  $\mathbf{E}_\infty$  respectivement parallèle ou normal à celle-ci. L'approche adoptée se réduit à la résolution de 7 équations intégrales de frontière, évite de déterminer le champ électrique et l'écoulement dans l'électrolyte et enfin s'applique à une particule de forme et de zéta potentiel arbitraires. Les premiers résultats numériques montrent que la paroi induit, selon les cas et la distribution de zéta potentiel de la particule, une mise en rotation, une accélération ou un ralentissement importants d'une sphère située dans son voisinage. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

mécanique des fluides / électrophorèse / paroi plane / équations intégrales

---

## *Version française abrégée*

Soit une particule  $\mathcal{P}$ , dont la surface isolante  $S$  admet pour normale sortante  $\mathbf{n}$  et pour zéta potentiel  $\zeta$  [1], plongée dans un électrolyte de permittivité  $\epsilon$  et de viscosité  $\mu$  occupant le domaine semi-infini  $\Omega$  (voir figure 1). Sous l'action d'un champ électrique supposé uniforme  $\mathbf{E}_\infty$ ,  $\mathcal{P}$  migre avec des vitesses de translation  $\mathbf{U}$  (celle d'un point  $O$  de  $\mathcal{P}$ ) et de rotation  $\Omega$  à déterminer en fonction de  $\epsilon\mathbf{E}_\infty/\mu$ ,  $\zeta$  et enfin de la distance à la frontière plane  $\Sigma$  et de ses propriétés : isolante et de zéta potentiel uniforme  $\zeta_w$  pour  $\mathbf{E}_\infty$  parallèle à  $\Sigma$  (cas 1), parfaitement conductrice pour  $\mathbf{E}_\infty$  normal à  $\Sigma$  (cas 2). Seul le cas d'une sphère avec  $\zeta$  constant a été traité [5–7]. Cette note présente une méthode fournissant  $(\mathbf{U}, \Omega)$  pour une particule de forme et de zéta potentiel  $\zeta$  arbitraires dans les cas 1 et 2.

Désormais, la convention de sommation des indices est utilisée et  $\Sigma$  admet en coordonnées cartésiennes  $x_i = \mathbf{OM} \cdot \mathbf{e}_i$  l'équation  $x_3 = -h$  où  $h > 0$ . On désigne par  $(\mathbf{u}, p)$  et  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_\infty - \nabla\phi$  l'écoulement du fluide (de tenseur des contraintes  $\sigma$ ) et le champ électrique dans  $\Omega$ . Ce potentiel de perturbation  $\phi$  et  $(\mathbf{u}, p)$  vérifient d'une part l'équation de Laplace et les équations stationnaires de Stokes [1] dans

---

Note présentée par Évariste SANCHEZ-PALENCIA.

S1620-7742(01)01367-8/FLA

© 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. Tous droits réservés

$\Omega$  et d'autre part [6] les conditions aux limites (2.1)–(2.3) où  $r = OM$ . Finalement,  $(\mathbf{U}, \Omega)$  s'obtient en imposant la nullité du torseur des efforts hydrodynamiques [8] sur  $S$ , c'est-à-dire les égalités (2.4). L'introduction, pour  $i \in \{1, 2, 3\}$  et  $L \in \{T, R\}$ , des six écoulements de Stokes  $(\mathbf{u}_L^{(i)}, p_L^{(i)})$ , de tenseur des contraintes  $\sigma_L^{(i)}$ , assujettis à (2.5) permet, après adaptation du théorème de réciprocité [9] au domaine semi-infini  $\Omega$ , de montrer que (2.1)–(2.4) conduit au système de six équations linéaires (2.7) pour les composantes des vitesses inconnues  $U_j = \mathbf{U} \cdot \mathbf{e}_j$  et  $\Omega_j = \Omega \cdot \mathbf{e}_j$ . La matrice associée à (2.7), donnée par (2.6), est symétrique et définie négative [10]. Ainsi,  $(\mathbf{U}, \Omega)$  est unique et fournie par la seule évaluation des vecteurs  $\mathbf{f}_L^{(i)} = \sigma_L^{(i)} \cdot \mathbf{n}$  et  $\nabla \phi$  sur  $S$ ! Ces quantités sont obtenues par résolution des 7 équations intégrales de Fredholm (2.8)–(2.11) sur  $S$  où  $M(x_1, x_2, -2h - x_3)$  est le symétrique de  $M(x_1, x_2, x_3)$  par rapport à  $\Sigma$ . En effet, (2.8) procure  $\phi$  sur  $S$  donc également  $\nabla \phi$  via la condition de Neumann (2.1).

Les formes discrétisées de (2.8)–(2.9), obtenues avec un maillage à  $N$  noeuds de triangles curvilignes sur  $S$  et une représentation isoparamétrique des inconnues [12], sont résolues par factorisation  $LU$ . Considérons la sphère  $OM = a < h$  plongée dans  $\mathbf{E}_\infty = E\mathbf{e}_1$  et telle que  $\zeta'$  soit l'une des cinq fonctions  $\zeta'_n$  définies en (3.1) où les constantes non nulles  $E$  et  $\zeta'_0$  sont homogènes respectivement à un champ électrique et un zéta potentiel. Traçons alors, en fonction de la variable de séparation  $\lambda = a/h < 1$ , les seules composantes non nulles des vitesses adimensionnées  $u_j^{l,n}$  et  $\omega_j^{l,n}$  introduites par (3.2)–(3.3) (de sorte que  $u_j^{l,n}(0) = 1$  si  $u_j^{l,n}(0) \neq 0$ ). L'évaluation (3.3) des quantités  $c_j^{l,n}$  fait appel à [13]. Les figures 2a–2d regroupent les résultats obtenus pour le choix  $N = 530$  qui assure une précision de  $10^{-4}$  (voir le tableau de comparaison avec [7,14] pour  $\zeta' = \zeta'_1$  uniforme). Notons que seule  $u_1^{1,1} = u_2^{2,1}$  ne dépend que très faiblement de  $\lambda$ . Les autres quantités présentent toutes une forte variation lorsque la paroi est proche ( $\lambda \rightarrow 1$ ). Ainsi, une sphère qui ne tourne pas ou ne se translate pas loin de  $\Sigma$  peut acquérir une translation ou une rotation près de  $\Sigma$  (voir les figures 2b et 2c respectivement). Les figures 2a et 2c révèlent que pour  $\zeta' = \zeta'_n$  la translation induite par la paroi est toujours parallèle au champ  $\mathbf{E}_\infty$  appliqué dès lors que  $n \neq 2$ . Par rapport à sa translation loin de  $\Sigma$ , la sphère peut en fait être accélérée (cas de  $u_1^{1,5} = u_2^{2,5}$ ,  $u_1^{1,3} = u_2^{2,3}$  et  $u_3^{3,3}$ ) ou ralentie (cas de  $u_1^{1,4}$ ,  $u_2^{2,4}$ ,  $u_1^{1,1} = u_2^{2,1}$ ,  $u_3^{3,1}$  et  $u_3^{3,4}$ ). Au contraire, pour  $\zeta' = \zeta'_0 x_1/a$  la sphère se translate perpendiculairement au champ électrique appliqué (cas des quantités  $u_1^{3,2}$  et  $u_3^{1,2}$  à la figure 2c).

### 1. Introduction

We consider a rigid and non-conducting particle  $\mathcal{P}$  (see figure 1) that is freely suspended in a Newtonian electrolyte of constant viscosity  $\mu$  and dielectric permittivity  $\epsilon$ . Within the usual thin double-layer model [1], the particle–electrolyte interactions are characterized by the so-called “zeta potential” function  $\zeta$  on the particle’s surface  $S$ . Under the external electric field  $\mathbf{E}_\infty$ ,  $\mathcal{P}$  experiences a rigid-body motion of unknown translational velocity  $\mathbf{U}$  (the velocity of one point  $O$  attached to  $\mathcal{P}$ ) and angular velocity  $\Omega$ . This phenomenon, termed Electrophoresis, admits fundamental applications in chemical engineering and biology. If the fluid is unbounded,  $(\mathbf{U}, \Omega)$  depends on  $\epsilon\zeta/\mu$ ,  $\mathbf{E}_\infty$  and upon the particle’s shape. For example,

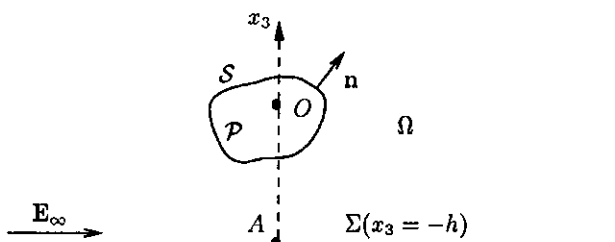


Figure 1. A rigid particle  $\mathcal{P}$  near a plane wall  $\Sigma$  ( $x_3 = -h$ ).

Figure 1. La particule solide  $\mathcal{P}$  en présence du plan  $\Sigma$  ( $x_3 = -h$ ).

as soon as both  $\mathbf{E}_\infty$  and  $\zeta$  are uniform, the well-known Smoluchowski result

$$\mathbf{U} = \frac{\epsilon\zeta\mathbf{E}_\infty}{\mu}, \quad \Omega = 0 \quad (1.1)$$

holds for any shape [2–4]. Unfortunately, only a few papers [5–7] deal with the case of a proximal boundary. These available works address, for a sphere of uniform zeta potential  $\zeta$  only, the following circumstances:

- (i) Case 1:  $\mathbf{E}_\infty$  is uniform and parallel to an insulating plane  $\Sigma$  of uniform zeta potential  $\zeta_w$  and one sets  $\zeta' := \zeta - \zeta_w$ ;
- (ii) Case 2:  $\mathbf{E}_\infty$  is uniform and normal to a perfectly conducting plane  $\Sigma$  and one sets  $\zeta' := \zeta$ .

This note introduces a new method to cope with the intricate case of a particle of arbitrary shape and zeta potential  $\zeta$  in previous cases 1 and 2. It also presents and discusses our very first numerical results.

## 2. A whole boundary integral equation formulation of the problem

We use Cartesian coordinates  $x_i = \mathbf{OM} \cdot \mathbf{e}_i$ , set  $r = OM$  and take as proximal boundary  $\Sigma$  the plane  $x_3 = -h$  (see *figure 1*) with  $h > 0$  and such that  $\mathcal{P}$  lies above  $\Sigma$ .

Under usual assumptions [1], the perturbation potential  $\phi$  and the electrolyte flow  $(\mathbf{u}, p)$ , of stress tensor  $\sigma$ , respectively fulfill in the fluid domain  $\Omega$  the harmonic equation and the quasi-static creeping flow equations together with the boundary conditions [6]:

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{and} \quad \mathbf{u} = \mathbf{U} + \Omega \wedge \mathbf{OM} - \frac{\epsilon\zeta}{\mu}\mathbf{E} \quad \text{on } S, \quad (\nabla\phi, p) \rightarrow (0, 0) \quad \text{as } r \rightarrow \infty \quad (2.1)$$

$$\text{Case 1: } \mathbf{u} = -\frac{\epsilon\zeta_w}{\mu}\mathbf{E} \quad \text{and} \quad \nabla\phi \cdot \mathbf{e}_3 = 0 \quad \text{on } \Sigma, \quad \mathbf{u} \rightarrow -\frac{\epsilon\zeta_w}{\mu}\mathbf{E}_\infty \quad \text{as } r \rightarrow \infty \quad (2.2)$$

$$\text{Case 2: } \phi = 0 \quad \text{and} \quad \mathbf{u} = 0 \quad \text{on } \Sigma, \quad \mathbf{u} \rightarrow 0 \quad \text{as } r \rightarrow \infty \quad (2.3)$$

where  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_\infty - \nabla\phi$ ,  $\mathbf{I} = \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_i$  and  $\mathbf{n}$  denotes the unit outwarding normal on the smooth enough surface  $S$ . The electric field  $\mathbf{E}$  exerts zero net force and torque on  $S$  [8]. For our freely-suspended particle these properties result in the additional conditions:

$$\int_S \mathbf{e}_i \cdot \sigma \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad \int_S [\mathbf{e}_i \wedge \mathbf{OM}] \cdot \sigma \cdot \mathbf{n} dS = 0, \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (2.4)$$

Let us introduce, for  $L \in \{T, R\}$ , six Stokes flows  $(\mathbf{u}_L^{(i)}, p_L^{(i)})$  of stress tensors  $\sigma_L^{(i)}$  that vanish far from  $\mathcal{P}$  and obey the boundary conditions:

$$\mathbf{u}_T^{(i)} = \mathbf{u}_R^{(i)} = 0 \quad \text{on } \Sigma, \quad \mathbf{u}_T^{(i)} = \mathbf{e}_i \quad \text{and} \quad \mathbf{u}_R^{(i)} = \mathbf{e}_i \wedge \mathbf{OM} \quad \text{on } S \quad (2.5)$$

Accordingly, subscripts  $T$  or  $R$  respectively refer to a translation or a rotation of  $\mathcal{P}$ . Adapting the well-known Lorentz reciprocal identity [9] to our semi-infinite fluid domain and defining the quantities  $A_L^{i,j}$  and  $B_L^{i,j}$  as

$$A_L^{i,j} = \int_S \mathbf{e}_j \cdot \sigma_L^{(i)} \cdot \mathbf{n} dS, \quad B_L^{i,j} = \int_S [\mathbf{e}_j \wedge \mathbf{OM}] \cdot \sigma_L^{(i)} \cdot \mathbf{n} dS \quad (2.6)$$

one may cast above conditions (2.4) in the following key 6-equation linear system, for unknown velocity components  $U_j = \mathbf{U} \cdot \mathbf{e}_j$  and  $\Omega_j = \Omega \cdot \mathbf{e}_j$ :

$$A_L^{i,j} U_j + B_L^{i,j} \Omega_j = \frac{\epsilon}{\mu} \int_S \zeta' [\mathbf{E}_\infty - \nabla\phi] \cdot \sigma_L^{(i)} \cdot \mathbf{n} dS, \quad i \in \{1, 2, 3\}, \quad L \in \{T, R\} \quad (2.7)$$

### A. Sellier

Since its  $6 \times 6$  square matrix is symmetric and negative-definite [10], our system (2.7) admits a unique solution. This solution  $(\mathbf{U}, \Omega)$  is a linear function of  $\zeta - \zeta_w$  or  $\zeta$  in cases 1 or 2, respectively. In virtue of (2.6)–(2.7), one determines  $(\mathbf{U}, \Omega)$  by computing the surface tractions  $\mathbf{f}_L^{(i)} = \boldsymbol{\sigma}_L^{(i)} \cdot \mathbf{n}$  and the vector  $\nabla\phi$  on the particle's surface  $S$  only! Since  $\nabla\phi \cdot \mathbf{n} = \mathbf{E}_\infty \cdot \mathbf{n}$  on  $S$  (see (2.1)), calculating  $\phi$  and thereafter its tangential derivatives on  $S$  yields  $\nabla\phi$  on  $S$ . This is achieved by noting that, in case  $m$  with  $m \in \{1, 2\}$ ,  $\phi$  obeys on  $S$  the well-posed Fredholm boundary integral equation of the second kind:

$$\begin{aligned} & -4\pi\phi(M) + \int_S [\phi(P) - \phi(M)] \frac{\mathbf{PM} \cdot \mathbf{n}(P)}{PM^3} dS_P + (-1)^{m+1} \int_S \phi(P) \frac{\mathbf{PM}' \cdot \mathbf{n}(P)}{PM'^3} dS_P \\ & = \int_S [\mathbf{E}_\infty \cdot \mathbf{n}](P) \left\{ \frac{1}{PM} + (-1)^{m+1} \frac{1}{PM'} \right\} dS_P \end{aligned} \quad (2.8)$$

where  $M'(x_1, x_2, -2h - x_3)$  denotes the symmetric of  $M(x_1, x_2, x_3)$  with respect to the plane  $\Sigma$ . Finally, the material in [9,11] makes it possible to show that our surface force  $\mathbf{f}_L^{(i)} := \boldsymbol{\sigma}_L^{(i)} \cdot \mathbf{n}$  obeys the following Fredholm boundary integral equation of the first kind:

$$-8\pi\mu[\mathbf{u}_L^{(i)} \cdot \mathbf{e}_j](M) = \int_S [G_{jk}^0 + G_{jk}^b](P, M) [\mathbf{f}_L^{(i)}(P) \cdot \mathbf{e}_k] dS_P, \quad L \in \{T, R\} \quad (2.9)$$

$$G_{jk}^0(P, M) = \frac{\delta_{jk}}{PM} + \frac{(\mathbf{PM} \cdot \mathbf{e}_j)(\mathbf{PM} \cdot \mathbf{e}_k)}{PM^3} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} G_{jk}^b(P, M) = G_{jk}^0(P, M') - 2c_j \left[ \frac{(\mathbf{AM} \cdot \mathbf{e}_3)}{PM'^3} \right] & \left\{ \delta_{k3} \mathbf{PM}' \cdot \mathbf{e}_j - \delta_{j3} \mathbf{PM}' \cdot \mathbf{e}_k \right. \\ & \left. + \mathbf{AP} \cdot \mathbf{e}_3 \left[ \delta_{jk} - \frac{3(\mathbf{PM}' \cdot \mathbf{e}_j)(\mathbf{PM}' \cdot \mathbf{e}_k)}{PM'^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.11)$$

where  $c_1 = c_2 = 1$ ,  $c_3 = -1$  and  $\mathbf{AO} = h\mathbf{e}_3$ . The proposed boundary integral equation formulation (2.8)–(2.11) circumvents determining  $\phi$  and  $(\mathbf{u}, p)$  in the whole fluid domain.

### 3. Numerical results and discussion

Each integral equation (2.8) or (2.9) is discretized by using a  $N$ -node mesh of 6-node isoparametric, curvilinear and triangular boundary elements on  $S$  [12] and yields a matrix system  $AX = Y$  of unsymmetric and dense  $N' \times N'$  matrix ( $N' = N$  for (2.8) and  $N' = 3N$  for (2.9)). The discretized solution  $X$  is obtained by employing a  $LU$  factorization algorithm. If  $E$  and  $\zeta'_0$  denote non-zero and uniform electric field magnitude and zeta potential we give numerical results for the sphere  $OM = a < h$  for  $\mathbf{E}_\infty = E\mathbf{e}_l$  (with  $l \in \{1, 2\}$  in case 1 and  $l = 3$  in case 2) and five zeta potential functions  $\zeta'_n$  defined as

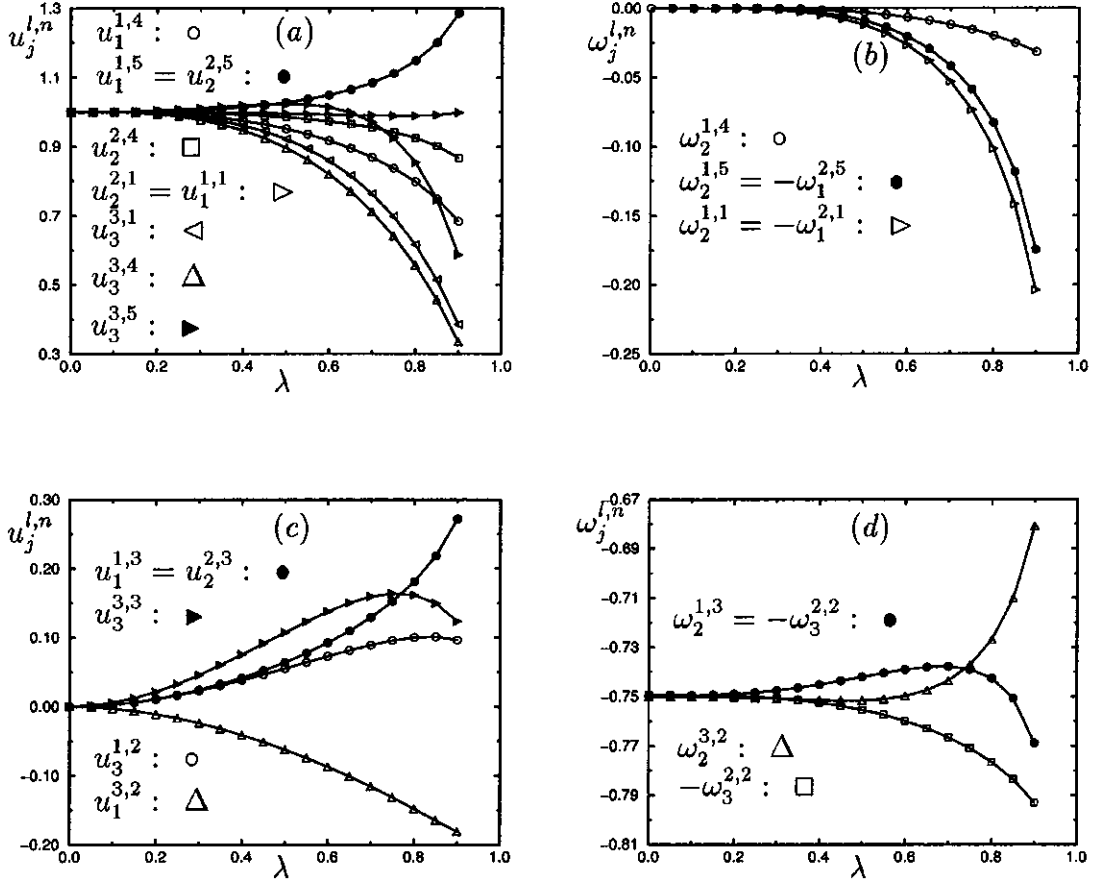
$$\zeta'_1 = \zeta'_0, \quad \zeta'_2 = \frac{\zeta'_0 x_1}{a}, \quad \zeta'_3 = -\frac{\zeta'_0 x_3}{a}, \quad \zeta'_4 = \frac{\zeta'_0 x_1^2}{a^2}, \quad \zeta'_5 = \frac{\zeta'_0 x_3^2}{a^2} \quad (3.1)$$

We look at the non-zero and normalized electrophoretic mobilities  $u_j^{l,n}(\lambda)$  and  $\omega_j^{l,n}(\lambda)$  such that

$$u_j^{l,n}(\lambda) = \frac{\mu U_j(\lambda)}{\epsilon \zeta'_0 E c_j^{l,n}}, \quad \omega_j^{l,n}(\lambda) = \frac{\mu a \Omega_j(\lambda)}{\epsilon \zeta'_0 E} \quad \text{if } \zeta' = \zeta'_n \quad \text{and} \quad \mathbf{E}_\infty = E\mathbf{e}_l \quad (3.2)$$

where  $\lambda := a/h < 1$  denotes the separation parameter and  $c_j^{l,n} := 1$  if  $U_j(0) = 0$  else  $c_j^{l,n} := \mu U_j(0) / [\epsilon \zeta'_0 E]$ . Thus, if non-zero,  $u_j^{l,n}(0) = 1$ . Using [13], one easily obtains:

$$c_1^{1,1} = c_2^{2,1} = c_3^{3,1} = 1, \quad c_1^{1,4} = c_1^{1,5} = c_2^{2,5} = \frac{1}{5}, \quad c_2^{2,4} = c_3^{3,4} = c_3^{3,5} = \frac{2}{5} \quad (3.3)$$



**Figure 2.** Non-zero normalized velocities  $u_j^{l,n}$  and  $\omega_j^{l,n}$  for  $\mathbf{E}_\infty = E\mathbf{e}_l$  and  $\zeta' = \zeta'_n$ . (a)  $u_j^{l,n}$  for  $n \in \{1, 4, 5\}$ . (b)  $\omega_j^{l,n}$  for  $n \in \{1, 4, 5\}$ . (c)  $u_j^{l,n}$  for  $n \in \{2, 3\}$ . (d)  $\omega_j^{l,n}$  for  $n \in \{2, 3\}$ .

**Figure 2.** Vitesses adimensionnées  $u_j^{l,n}$  et  $\omega_j^{l,n}$  pour  $\mathbf{E}_\infty = E\mathbf{e}_l$  et  $\zeta' = \zeta'_n$ . (a)  $u_j^{l,n}$  si  $n \in \{1, 4, 5\}$ . (b)  $\omega_j^{l,n}$  si  $n \in \{1, 4, 5\}$ . (c)  $u_j^{l,n}$  si  $n \in \{2, 3\}$ . (d)  $\omega_j^{l,n}$  si  $n \in \{2, 3\}$ .

Available works [6,7,14] provides a nice benchmark for  $\zeta' = \zeta'_1$ . As indicated in the *table*, a 530-node mesh on  $S$  yields a 0.01% accuracy in the whole domain  $\lambda \in [0.1, 0.9]$ .

Non-zero functions  $u_j^{l,n}$  and  $\omega_j^{l,n}$ , computed with the refined 530-node mesh, are displayed in *figures 2a–2d*. Note that  $u_1^{1,1} = u_2^{2,1}$  (curve  $\triangleright$ ) only weakly depends on the distance to the boundary (see also the *table*). Conversely, each other normalized velocity exhibits a strong dependence upon the separation variable  $\lambda$  (as soon as  $\lambda$  roughly exceeds 0.2). Thus, wall effects become of prime importance in those cases. For instance, a sphere that does not rotate far from the wall experiences a rotation in proximity of the boundary (see *figure 2b*) whilst a particle that does not translate far from the wall (see *figure 2c*) exhibits a translational velocity near the boundary. As depicted in *figures 2a* and *2c*, the sphere translates parallel to the external field  $\mathbf{E}_\infty$  for  $\zeta' = \zeta'_n$  with  $n \in \{1, 3, 4, 5\}$ . With respect to its velocity far from the wall, it may either be speeded up by the wall (this is the case of  $u_1^{1,5} = u_2^{2,5}$ ,  $u_1^{1,3} = u_2^{2,3}$  and  $u_3^{3,3}$ ) or slowed down (case of  $u_1^{1,4}$ ,  $u_2^{2,4}$ ,  $u_1^{1,1} = u_2^{2,1}$ ,  $u_3^{3,1}$ ,  $u_3^{3,4}$ ). For  $\zeta'_2 = \zeta'_0 x_1/a$  the translation of the sphere is this time found to be perpendicular to the applied field  $\mathbf{E}_\infty$  (see functions  $u_3^{3,2}$  and  $u_3^{1,2}$  in *figure 2c*)! This amazing behavior was not suggested by the case of a single particle since  $\mathbf{U}$  vanishes for  $\zeta'_2$  far from the boundary!

**Table.** Computed and theoretical [7,14] non-zero and normalized electrophoretic mobilities  $u_j^{l,n}(\lambda)$  and  $\omega_j^{l,n}(\lambda)$  for a 530-node mesh and the uniform function  $\zeta' = \zeta'_0$ .

**Tableau.** Mobilités non nulles et adimensionnées  $u_j^{l,n}(\lambda)$  et  $\omega_j^{l,n}(\lambda)$  pour un maillage à 530 noeuds et un zéta potentiel uniforme  $\zeta' = \zeta'_0$ . Comparaisons avec [7,14].

$\lambda = a/h$	$u_1^{1,1}(\lambda)$	$u_1^{1,1}(\lambda)$ [7]	$\omega_2^{1,1}(\lambda)$	$\omega_2^{1,1}(\lambda)$ [7]	$u_3^{3,1}(\lambda)$	$u_3^{3,1}(\lambda)$ [14]
0.1	1.00012	0.99994	-0.000019	-0.000019	0.99962	0.99938
0.5	0.99467	0.99448	-0.012325	-0.012333	0.92111	0.92089
0.9	0.99790	0.99789	-0.203950	-0.203891	0.38535	0.38584

#### 4. Conclusions

The electrophoretic motion of a single sphere may be dramatically affected by its interactions with a proximal and plane boundary. Wall effects deeply depend upon the zeta potential  $\zeta$ , the applied field  $E_\infty$  and the wall properties (cases 1 or 2). One may also expect additional orientation effects for other non-uniformly charged and non-spherical particles. This basic question is under current investigation.

#### References

- [1] Anderson J.L., Colloid transport by interfacial forces, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 21 (1989) 61–99.
- [2] Smoluchowski M.V., in: Graetz L. (Ed.), *Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus*, J.A. Barth, Leipzig, 1921.
- [3] Morrison F.A., Electrophoresis of a particle of arbitrary shape, *J. Colloid. Interface Sci.* 34 (1970) 210–214.
- [4] Teubner M., The motion of charged colloidal particles in electric fields, *J. Chem. Phys.* 76 (11) (1982) 5564–5573.
- [5] Morrison F.A., Stuckel J.J., Electrophoresis of an insulating sphere normal to a conducting plane, *J. Colloid. Interface Sci.* 34 (1970) 210–214.
- [6] Keh H.J., Anderson J.L., Boundary effects on electrophoretic motion of colloidal spheres, *J. Fluid Mech.* 153 (1985) 417–439.
- [7] Keh H.J., Chen S.B., Electrophoresis of a colloidal sphere parallel to a dielectric plane, *J. Fluid Mech.* 153 (1988) 377–390.
- [8] Kim S., Karrila S.J., *Microhydrodynamics: Principles and Selected Applications*, Butterworth, 1991.
- [9] Pozrikidis C., *Boundary Integral and Singularity Methods for Linearized Viscous Flow*, Cambridge University Press, 1992.
- [10] Happel J., Brenner H., *Low Reynolds Number Hydrodynamics*, Martinus Nijhoff, 1973.
- [11] Blake J.R., A note on the image system for a Stokeslet in a no-slip boundary, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 70 (1971) 303–310.
- [12] Bonnet M., *Boundary Integral Equations Methods for Solids and Fluids*, Wiley, 1999.
- [13] Anderson J.L., Effect of nonuniform zeta potential on particle movements in electric fields, *J. Colloid. Interface Sci.* 105 (1985) 45–54.
- [14] Keh H.J., Lien L.C., Electrophoresis of a colloidal sphere along the axis of a circular orifice or a circular disk, *J. Fluid Mech.* 224 (1991) 305–333.