

## Instabilités du sillage généré par une sphère

Philippe BONNETON et Jean-Marc CHOMAZ

**Résumé** – Nous avons étudié la nature des instabilités se développant dans le sillage généré par une sphère tractée dans un fluide homogène. En utilisant conjointement des expériences de visualisation et des mesures vélocimétriques locales, nous avons analysé la structure du sillage et caractérisé précisément la nature des instabilités. En particulier, nous avons montré que pour un nombre de Reynolds supérieur à 800, la zone de recirculation à l'arrière de la sphère est soumise simultanément à deux instabilités de fréquences différentes : une instabilité de cisaillement et une instabilité de rotation.

### Instabilities of the wake generated by a sphere

**Abstract** – We have studied the behaviour of instabilities developing inside the wake generated by towing a sphere in a homogeneous fluid. Using jointly visualization experiments and local velocity measurements, we have analysed the wake structure and characterized the instabilities. In particular, we have shown that for a Reynolds number greater than 800, the recirculating zone behind the sphere is simultaneously affected by two instabilities: a shear instability and a rotation instability with distinct frequencies.

**Abridged English Version** – Wakes of spheres in homogeneous fluids at low Reynolds number ( $Re < 400$ ) are well documented in Möller [2], Goldburg and Florsheim [3] and Nakamura [4]. However, in the subcritical range ( $Re \in [500, 300,000]$ ) existing results are controversial. Achenbach [8] proposed that a change in the nature of the wake instability occurs at  $Re = 6,000$ , whereas Kim and Durbin [10] observed apparition of a two-frequency regime at  $Re = 800$  but no change at  $Re = 6,000$ : the high frequency prevails over  $Re = 6,000$  and the lower frequency was present from  $Re = 800$ . Kim and Durbin [10] suggested that the high frequency was due to a Kelvin-Helmholtz instability not coherent on the azimuth and that the low frequency corresponds to a coherent rotation of the separation line on the sphere resulting in a spiral mode. Our observations conducted at a time we were not aware of the work of Kim and Durbin [10], confirm their results. At  $Re = 800$ , two frequencies bifurcate continuously from a single frequency state. As our results are based on visualizations and local measurements we are able to link the spatial wake structure to the temporal behaviour of probe signals.

In the studied range  $Re \in [150, 300,000]$ , three instability modes are excited:

- an axisymmetric pulsation of the recirculating zone with no vortex shedding;
- a spiral mode coming from a coherent rotation of the separation line;
- an axisymmetric vortex shedding associated to the shear of the detached flow zone.

Four different wake regimes can be distinguished:

- From 24 to 200, the recirculation region exists in an axisymmetric and steady fashion. This regime has been fully described in Nakamura's paper [4].
- From 200 to 400, the first instability is excited: an axisymmetric pulsation of the recirculating zone with no vortex shedding.
- From 400 to 800, the recirculating zone stops to be axisymmetric and vortex shedding occurs. Vortex loops connected by a spiral are emitted regularly behind the sphere (*Fig. 1 a and b*): the axisymmetric vortex shedding is locked with the spiral mode.

Note présentée par Yves POMEAU.

• From 800 up to the explored value of  $Re$ , 30,000, the recirculating zone behind the sphere is simultaneously affected by two instabilities: a shear instability and a rotation instability which are unlocked (Fig. 1 *c* and *d*).

We calculated the Strouhal number ( $S=f(2R)/U$ ) characterizing wake instabilities, using visualization experiments and local velocity measurements. The measured wavelength  $\lambda_c$  of the Kelvin-Helmholtz instability non-dimensionalized by  $2R$  ( $S''=2R/\lambda_c$ ) is shown in Figure 2.  $S''$  is found to follow a  $Re^{1/2}$  law which is coherent with a Kelvin-Helmholtz instability. The Strouhal number  $S$  is related with  $S''$  through the relation:  $S=(U_m/U)S''$ , where  $U_m$  is the velocity at the inflexion point. In the case of a sphere:  $S \simeq S''/2$ .

The spiral mode Strouhal number is plotted on Figure 3, the large symbols correspond to visual measurements of the wavelength  $\lambda_r$ :  $S'=2R/\lambda_r$  and the small symbols to frequency measurements  $f$ :  $S=f(2R)/U$ . The Strouhal number of the Kelvin-Helmholtz instability is also plotted in Figure 3 by large symbols obtained by visual measurements of the vortex shedding frequency.

For  $Re$  lower than 800 the two frequencies are locked and split smoothly at  $Re=800$ . The Strouhal number of the spiral instability stays nearly constant at 0.175 and the Strouhal number of the Kelvin-Helmholtz instability keeps rising in a  $Re^{1/2}$  manner. Up to the accessible value of  $Re$  the two modes coexist. It should be noted that the spiral instability is present as a spectral peak only for  $Re>4,000$  but is measurable on visualizations for lower Reynolds numbers. In that case, the wake appears to be more irregular. This observation is coherent with the Monkewitz's [12] theoretical derivation of a  $Re \sim 6,000$  transition between a noise-driven spiral mode and a coherent global spiral mode due to a hydrodynamic resonance.

INTRODUCTION. — Le sillage d'une sphère en milieu homogène a fait l'objet de nombreuses études expérimentales. A faibles nombres de Reynolds ( $Re < 24$ ),  $Re$  étant basé sur le diamètre de la sphère, le sillage est laminaire. Taneda [1] a observé expérimentalement qu'un cercle de décollement apparaît à l'arrière de la sphère pour  $Re \approx 24$  et que son rayon croît avec  $Re$ . Des expériences (Möller [2], Goldberg et Florsheim [3] et Nakamura [4]) ont montré que le sillage perd sa stabilité pour un nombre de Reynolds compris entre 120 et 300. Récemment Kim et Pearlstein [5] ont déterminé numériquement la valeur du nombre de Reynolds critique :  $Re = 175,1$ , et montré qu'il était associé à un nombre d'onde azimutal égal à 1.

Le régime sous-critique, pour lequel la couche limite est laminaire ( $Re \in [500, 300\,000]$ ), est moins bien documenté et donne lieu à des analyses controversées. S'appuyant sur des expériences de visualisation, Magarvey et coll. ([6], [7]) puis Achenbach [8] ont proposé un modèle de formation du sillage, consistant en une émission périodique d'anneaux tourbillonnaires. Cependant, des mesures par sondes réalisées par Achenbach [8] montraient clairement que pour  $Re > 6\,000$ , le point de décollement subissait un mouvement de rotation autour de l'axe de déplacement de la sphère. Ces résultats semblaient confirmer l'observation par Möller [2] d'un sillage de forme hélicoïdale. Mais cette hypothèse fut rejetée par Achenbach car elle était en désaccord avec le théorème de Thomson, qui veut que le flux de vorticité dans une section du sillage soit nul. Ces contradictions ont conduit Pao et Kao [9] à proposer une description complexe du sillage sous la forme de deux hélices de vorticité s'enroulant en sens opposés.

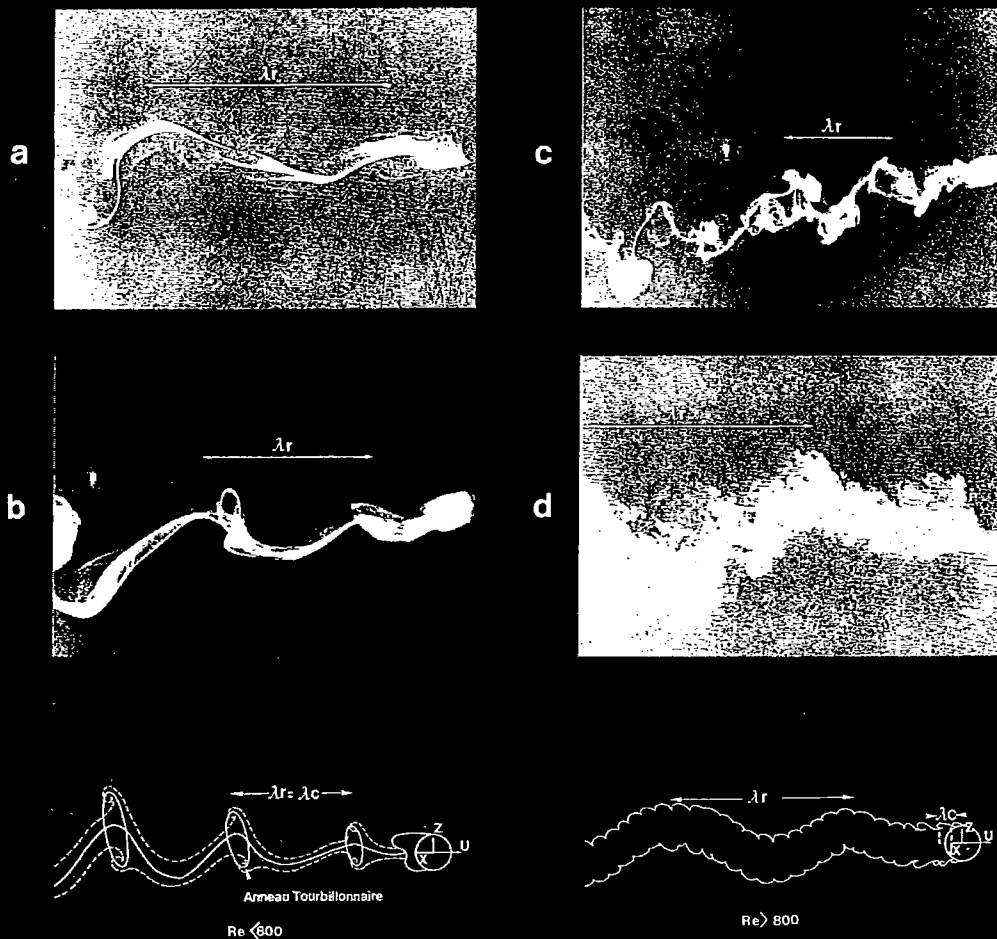


Fig. 1. — Visualisations du sillage dans le plan vertical central : (a),  $Re = 500$  et (d),  $Re = 10\,000$ ; visualisations globales : (b),  $Re = 400$  et (c),  $Re = 1\,000$ .

Fig. 1. — Visualizations of the wake in the vertical central plane: (a),  $Re = 500$  and (d),  $Re = 10\,000$ ; global visualizations: (b),  $Re = 400$  and (c),  $Re = 1\,000$ .

Dans un article récent et peu connu, Kim et Durbin [10] ont observés à l'intérieur du sillage, à partir de mesures vélocimétriques en un point, la présence simultanée de deux fréquences pour  $Re > 800$ . Ils ont attribué de façon conjoncturelle la haute fréquence à l'instabilité de cisaillement et la basse fréquence à une instabilité sinueuse grande échelle.

Notre étude, menée dans l'ignorance initiale des résultats de Kim et Durbin, confirme ceux-ci. En associant des mesures locales à des techniques de visualisation, nous avons pu identifier précisément la nature de ces instabilités dans le domaine  $Re \in [150, 30\,000]$ . En particulier, nous avons montré que le mode haute fréquence est bien associé à l'instabilité de Kelvin-Helmholtz, et qu'il produit des anneaux de tourbillons à faible  $Re$  et des portions d'anneau incohérent à grand  $Re$ . Le mode basse fréquence résulte d'une organisation cohérente de ses anneaux en une spirale irrégulière.

Nos expériences consistent à tracer horizontalement, à la vitesse  $U$ , une sphère de rayon  $R$  dans un canal rempli d'eau. Le dispositif expérimental décrit dans [11], n'est pas repris ici.

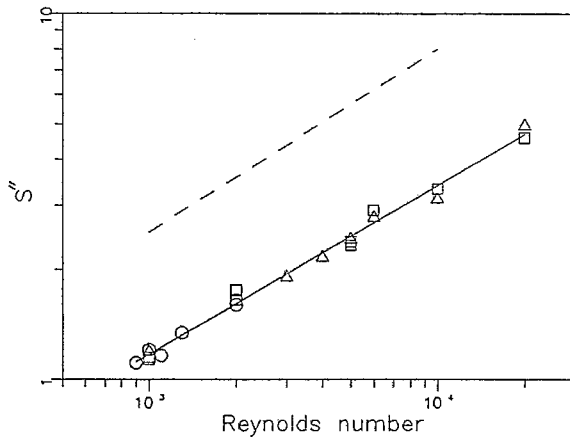


Fig. 2

Fig. 2. — Nombre sans dimension  $S'' = (2R)/\lambda_c$  en fonction de  $Re$ .  $\lambda_c$  : longueur d'onde de l'instabilité de cisaillement.  $\circ$ , pour  $R=1,1$  cm;  $\square$ , pour  $R=2,5$  cm;  $\triangle$ , pour  $R=3,6$  cm; — interpolation linéaire: ( $S'' = 0,0483 Re^{0,462}$ ); - - - pente  $Re^{1/2}$ .

Fig. 2. — Non-dimensional number  $S'' = (2R)/\lambda_c$  as a function of  $Re$ .  $\lambda_c$ : wavelength of shear instability.  $\circ$ , for  $R=1.1$  cm;  $\square$ , for  $R=2.5$  cm;  $\triangle$ , for  $R=3.6$  cm; — linear interpolation: ( $S'' = 0.0483 Re^{0.462}$ ); - - - slope  $Re^{1/2}$ .

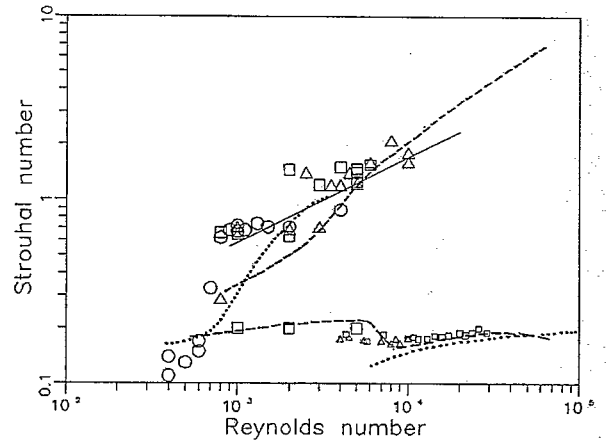


Fig. 3

Fig. 3. — Nombre de Strouhal en fonction de  $Re$ . . . . ., Achenbach; - - -, Kim et Durbin; —,  $S''/2$ . Les petits symboles correspondent aux mesures par sondes vélocimétriques, et les gros symboles aux expériences de visualisation.  $\circ$ , pour  $R=1,1$  cm;  $\square$ , pour  $R=2,5$  cm;  $\triangle$ , pour  $R=3,6$  cm.

Fig. 3. — Strouhal number as a function of  $Re$ . . . . ., Achenbach; - - -, Kim and Durbin; —,  $S''/2$ . Small symbols correspond to probe measurements and large symbols to visualizations.  $\circ$ , for  $R=1.1$  cm;  $\square$ , for  $R=2.5$  cm;  $\triangle$ , for  $R=3.6$  cm.

I. INSTABILITÉ ET TOPOLOGIE DU SILLAGE. — L'aspect du sillage, pour notre gamme de  $Re$  ( $Re \in [150, 30\,000]$ ), est contrôlé par le comportement de la zone de recirculation tridimensionnelle à l'arrière de la sphère. Nous avons mis en évidence, pour cette zone, trois modes d'instabilité :

- mode de pulsation selon l'axe de déplacement  $x$ , associé aux fluctuations de la taille de la zone de recirculation;
- mode de rotation de la zone de décollement autour de l'axe  $x$ ;
- mode de Kelvin-Helmholtz dû au cisaillement de vitesse entre le fluide au repos et celui lié à la zone de recirculation.

Suivant la valeur du nombre de Reynolds, ces instabilités se développent indépendamment ou simultanément.

◦  $24 < Re < 200$  : La zone de recirculation est axisymétrique et n'est soumise à aucun mécanisme d'instabilité. Il n'y a pas d'émission de vorticité. On observe un léger mouvement d'entraînement du fluide après le passage de la sphère. Ce régime est décrit en détail dans l'article de Nakamura [4].

◦  $200 < Re < 400$  : La zone de recirculation conserve sa symétrie axiale, mais l'augmentation de sa vorticité conduit à un mécanisme d'instabilité. La zone de recirculation est soumise à un mouvement de pulsation selon l'axe  $x$ , sans détachement de tourbillon.

◦  $400 < Re < 800$  : On constate sur la vue en coupe 1a ( $Re=500$ ) que la zone de recirculation n'est pas symétrique. Elle est soumise à un mouvement de rotation autour de l'axe  $x$ . La couche limite en se décollant, génère un sillage de forme hélicoïdale bien

illustré par la vue globale 1 *b* ( $Re=400$ ). Sous l'effet du cisaillement de vitesse, des anneaux tourbillonnaires se détachent au niveau de la zone de recirculation mais restent reliés les uns aux autres par une fine spirale de colorant. Les deux modes d'instabilité présents (mode de rotation et mode de cisaillement) sont accrochés.

•  $800 < Re$  : De même que précédemment, la couche limite de la zone de recirculation est soumise à un fort cisaillement de vitesse qui provoque une instabilité de Kelvin-Helmholtz. Des anneaux de tourbillons, d'autant moins cohérent que  $Re$  est grand, se développent puis se séparent de la zone de recirculation, comme l'illustrent la vue globale 1 *c* à  $Re=1000$  et la coupe 1 *d* à  $Re=10000$ . Ces tourbillons sont reliés entre eux par une longue spirale irrégulière de vorticité générée par la rotation de la zone de recirculation. Ces deux modes ne sont plus accrochés. Cette spirale résulte d'un comportement moyen des petites structures de l'écoulement et ne viole donc pas le théorème de Thomson. La vue en coupe 1 *d* montre que lorsque  $Re$  a augmenté, la longueur d'onde de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz diminue alors que la longueur d'onde de la spirale reste constante. L'amplitude du sillage hélicoïdal augmente avec  $Re$ , mais contrairement aux résultats d'Achenbach, aucune transition marquée n'apparaît vers  $Re=6000$ .

II. MESURES DE LA FRÉQUENCE ADIMENSIONNÉE DES INSTABILITÉS DE SILLAGE. — Nous avons calculé le nombre de Strouhal ( $S=f(2R)/U$ ) caractérisant les différentes instabilités, en utilisant aussi bien des mesures vélocimétriques locales que des techniques de visualisation.

La fréquence  $f$  de l'instabilité de rotation est détectée à partir d'une analyse spectrale du signal anémométrique enregistré par une sonde à film-chaud tractée dans le sillage de la sphère. Cette mesure devient imprécise pour des nombres de Reynolds inférieurs à 4000. Afin d'appréhender un large domaine de  $Re$  nous avons aussi caractérisé l'instabilité de rotation par le nombre sans dimension :  $S'=(2R)/\lambda_r$ , où  $\lambda_r$  est la longueur d'onde du sillage hélicoïdal mesurée à partir des expériences de visualisations.  $S'$  est relié au nombre de Strouhal par la relation :  $S'=(U/(U-U_e))S$ , où  $U_e$  est la vitesse d'entraînement du sillage. D'après nos mesures par sonde  $U_e/U$  est de l'ordre de 10 %. Compte tenu de la précision des mesures de  $\lambda_r$ , nous considérons que  $S'$  est une bonne estimation du nombre de Strouhal  $S$ .

L'analyse spectrale des signaux vélocimétriques ne nous a pas permis de mettre en évidence la fréquence de l'instabilité de cisaillement. Nous avons donc calculé la fréquence  $f$  d'émission des anneaux tourbillonnaires en chronométrant, à l'aide des expériences de visualisation, le temps nécessaire pour qu'une série de 10 anneaux soit   mise. Nous avons aussi calculé le nombre sans dimension :  $S''=(2R)/\lambda_c$ , où  $\lambda_c$  est la longueur d'onde de l'instabilité de cisaillement. Au sein d'une couche limite, l'équilibre entre les termes inertiels et les termes visqueux implique une évolution de l'épaisseur de quantité de mouvement  $\theta$  en  $Re^{-1/2}$ . La longueur d'onde  $\lambda_c$  du mode de Kelvin-Helmholtz varie donc en  $Re^{-1/2}$ , car  $\lambda_c$  est linéaire en  $\theta$ . La figure 2 présente l'évolution de  $S''$  en fonction de  $Re$ . Les mesures sont très peu dispersées et suivent une loi proche de  $Re^{1/2}$ . Ceci confirme le fait que cette instabilité est une instabilité de cisaillement. Le nombre de Strouhal  $S$  est relié à  $S''$  par la relation :  $S=(U_m/U)S''$  où  $U_m$  est la vitesse au point d'inflexion. Dans le cas d'une sphère on a approximativement :  $S \simeq S''/2$ . Un écart à cette relation variable avec  $Re$  explique que Kim et Durbin n'aient pas trouvé de loi en  $Re^{1/2}$ .

La figure 3 présente l'ensemble des mesures (ou estimations) du nombre de Strouhal en fonction de  $Re$ , ainsi que les résultats expérimentaux d'Achenbach [8] et de Kim et Durbin [10]. Nos résultats confirment et précisent ceux de Kim et Durbin. On constate la présence d'un seul mode d'instabilité pour  $Re < 800$ . On observe vers  $Re=800$  une

bifurcation qui traduit la perte d'accrochage entre l'instabilité de rotation et l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. La concordance entre les mesures de  $S'$  obtenues en mesurant la longueur d'onde du sillage hélicoïdal et celles de  $S$ , prouve que l'instabilité « basse fréquence » est bien une instabilité sinueuse. Elle se caractérise par un nombre de Strouhal pratiquement constant, égal à 0,175. Lorsque  $Re < 4000$  le sillage devient plus irrégulier et l'instabilité sinueuse, bien qu'apparente sur nos visualisations, n'est plus clairement détectée par nos sondes. Ceci corrobore l'étude théorique de Monkewitz [12] selon laquelle l'instabilité du sillage est pilotée par les perturbations amont pour  $Re < 6000$ , alors qu'elle est la manifestation d'une résonance hydro-dynamique pour  $Re > 6000$ . Les mesures de l'instabilité de cisaillement semblent indiquer la présence de deux plateaux pour  $S$ , contrairement aux résultats d'Achenbach et de Kim et Durbin.

Cette étude a été réalisée grâce au dynamisme de l'équipe S.P.E.A. de Météo-France, et nous tenons à remercier chacun de ses membres : le responsable de l'équipe M. Perrier et B. Beaudoin, J. C. Boulay, A. Butet, C. Niclot, M. Niclot, S. Lassus-Pigat et H. Schaffner. Nous remercions vivement E. J. Hopfinger pour les discussions que nous avons pu avoir.

Note remise le 24 juin 1991, acceptée après révision le 4 mars 1992.

#### RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] S. TANEDA, Studies on the wake vortices (III), Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds numbers, *Res. Inst. Appl. Mech.*, Kyushu University, Fukuoka, Japan, Rep., 1956, p. 99-105.
- [2] W. MÖLLER, Experimentelle Untersuchung zur Hydromechanik der Kugel, *Phys. Z.*, 39, 1938, p. 57-80.
- [3] A. GOLDBURG et B. H. FLORSHEIM, Transition and Strouhal number for the incompressible wake of various bodies, *Phys. Fluids*, 9, 1966, p. 45-50.
- [4] I. NAKAMURA, Steady wake behind a sphere, *Phys. Fluids*, 19, 1976, p. 5-8.
- [5] I. KIM et A. J. PEARLSTEIN, Stability of the flow past a sphere, *J. Fluid Mech.*, 211, 1990, p. 73-93.
- [6] R. H. MAGARVEY et R. L. BISHOP, Transition ranges for three-dimensional wakes, *Can. J. Phys.*, 39, 1961, p. 1418-1422.
- [7] R. H. MAGARVEY et C. S. MACLATCHY, Vortices in sphere wakes, *Can. J. Phys.*, 43, 1965, p. 1649-1656.
- [8] E. ACHENBACH, Vortex shedding from spheres, *J. Fluid Mech.*, 62, 1974, p. 209-221.
- [9] H. P. PAO et T. W. KAO, Vortex structure in the wake of a sphere, *Physics of Fluids*, 20, n° 2, 1977, p. 187-191.
- [10] H. J. KIM et P. A. DURBIN, Observations of the frequencies in a sphere wake and of drag increase by acoustic excitation, *Phys. Fluids*, 31, 1988, p. 3260-3265.
- [11] J.-M. CHOMAZ, P. BONNETON, A. BUTET, E. J. HOPFINGER et M. PERRIER, Froude number dependence of the flow separation line on a sphere towed in a stratified fluid, *Phys. Fluids*, 4, n° 2, 1992, p. 254-258.
- [12] P. A. MONKEWITZ, A note on vortex shedding from axisymmetric bluff bodies, *J. Fluid Mech.*, 192, 1988, p. 561-575.